

Многомерная $f(R)$ –гравитация в качестве источника первичных черных дыр

Максим Краснов

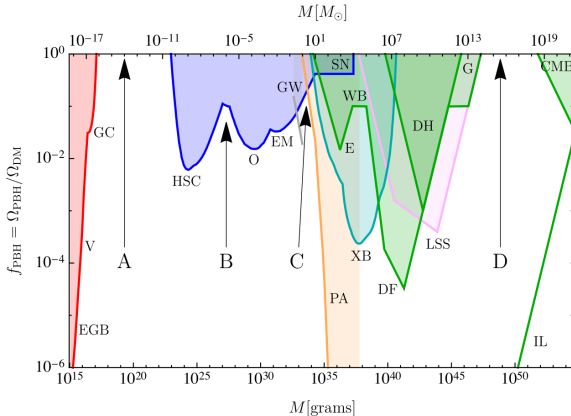
Национальный исследовательский ядерный университет
«МИФИ»

29.06.2023

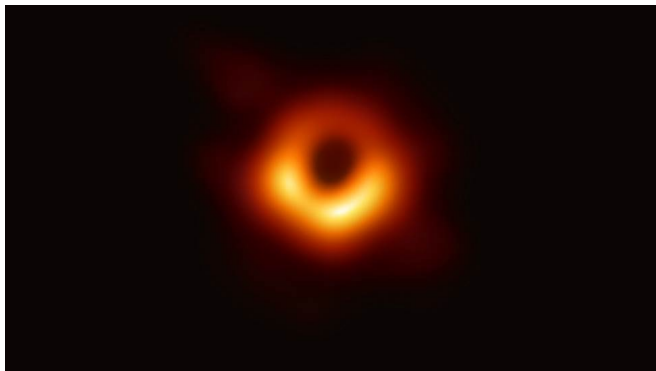
Руководитель: Никулин В.В.

Мотивация

- 1 Ранние квазары, содержащие сверхмассивные ЧД.
- 2 Наблюдения LIGO, VIRGO.
- 3 Объяснение части скрытой массы.



Целью данной работы является разработка механизма генерации первичных чёрных дыр (ПЧД) в рамках подхода нелинейной гравитации с последующим получением спектра масс ПЧД, возникающих в нём, с учётом процессов аккреции и испарения.



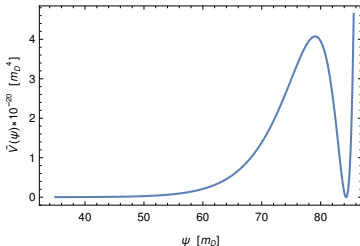
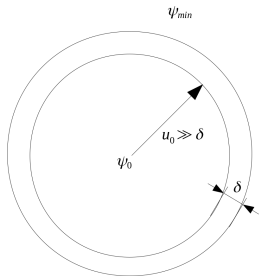
Модель

$$S[g_{\mu\nu}] = \frac{m_D^{D-2}}{2} \int d^{4+n}x \sqrt{|g_D|} \left[f(R) + c_1 R_{AB} R^{AB} + c_2 R_{ABCD} R^{ABCD} \right],$$

$$f(R) = a_2 R^2 + R - 2\Lambda_D,$$

$$V(\phi) = -\frac{\text{sign}(f')}{2(f')^2} \left[\frac{|\phi|}{n(n-1)} \right]^{n/2} \left[f(\phi) + \frac{c_1 + 2c_2/(n-1)}{n} \phi^2 \right],$$

$$\psi = m_4 \int_{\phi_0}^{\phi} \sqrt{K(\phi')} d\phi'. \quad (1)$$



Характеристики стенок

Численно решено уравнение: $\psi_{uu} + \frac{2\psi_u}{u} - V'(\psi) = 0$,

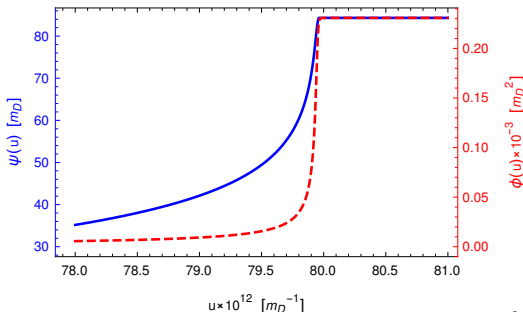


Рис. 1: Численное решение уравнения выше. $\sigma = 5 \cdot 10^{-9} m_D^3$,
 $\delta \approx 1.2 \cdot 10^{11} m_D^{-1}$.

Масса доменной стенки: $m_w = 4\pi u_w(t)^2 \sigma(t)$.

Гравитационный радиус стенки: $u_g(t) = 2Gm_w(t)$.

Исходя из этого получаем:

$$u_g/u_w = 8\pi G\sigma u_w > m_4^{-2} \sigma \delta \approx 16.$$

(2)

Эволюция доменной стенки

Пусть t_H — момент, когда сопутствующий объём, соответствующий доменной стенке, пересекает Хаббловский горизонт.

Существует временной масштаб, на котором гравитационное поле доменной стенки начинает доминировать внутри

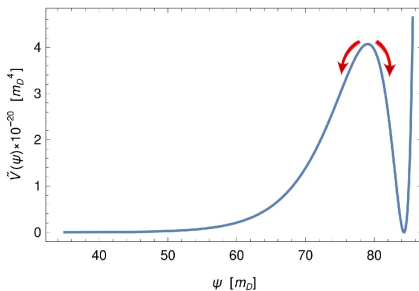
Хаббловского горизонта: $t_\sigma = \frac{1}{2\pi G\sigma}$.

Возможно два случая:

- $t_\sigma > t_H$ — субкритические стенки.
- $t_\sigma < t_H$ — **суперкритические** стенки.

Из условия суперкритичности стенки следует неравенство аналогичное (2). В этом случае образуется червоточина.

Число пороговых флуктуаций



ψ_{cr} соответствует максимуму потенциала, а $\sigma(t) = \frac{H_{inf}}{2\pi} \sqrt{H_{inf} t}$.
Положим $\psi_{cr} = \psi_u - \Delta$, $\Delta > 0$, тогда получим число пороговых флуктуаций в виде (после некоторых преобразований):

$$n_c(t) = P(t) e^{3H_{inf} t} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\Delta}{\sqrt{2}\sigma(t)} \right) e^{3H_{inf} t}. \quad (3)$$

Пример спектра масс

После некоторых преобразований получаем интегральный спектр масс:

$$n_c(M_{bh}) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{2\pi} \Delta}{H_{\text{inf}} \sqrt{N_{\text{inf}} - \ln(\sqrt{N_{\text{inf}} H_{\text{inf}} G M_{bh} / 1.4})}} \right) \frac{1.4^{3/2} e^{3N_{\text{inf}}}}{(N_{\text{inf}} G H_{\text{inf}} M_{bh})^{3/2}}. \quad (4)$$

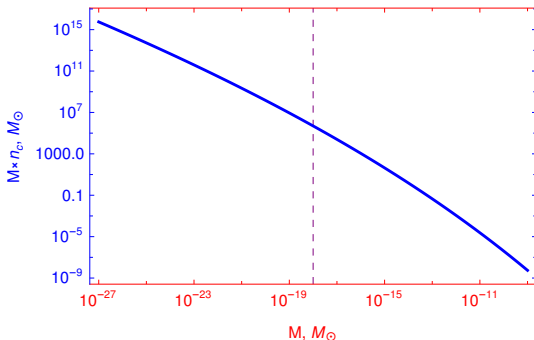


Рис. 2: Интегральный спектр масс по формуле (4), $\Delta = 9\sigma(t_{\text{inf}})$.

Учёт аккреции нерелятивистского вещества

Фактор аккреции k на стадии доминирования нерелятивистского вещества (MD) (начиная с $z \approx 3000$ до $z \approx 0.32$):

- В Ньютоновской механике $k \approx 1500$.
- В ОТО (решение МакВитти) $k \approx 2000$.
- В Эддингтоновском режиме (до $z = 6$) $k \sim 10^8$

$$n_c(M_{bh}) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{2\pi} \Delta}{H_{\text{inf}} \sqrt{N_{\text{inf}} - \ln \left(\sqrt{\frac{N_{\text{inf}} H_{\text{inf}} G M_{bh}}{1.4k}} \right)}} \right) \frac{(1.4k)^{3/2} e^{3N_{\text{inf}}}}{(N_{\text{inf}} G H_{\text{inf}} M_{bh})^{3/2}}. \quad (5)$$

Современный спектр масс ПЧД

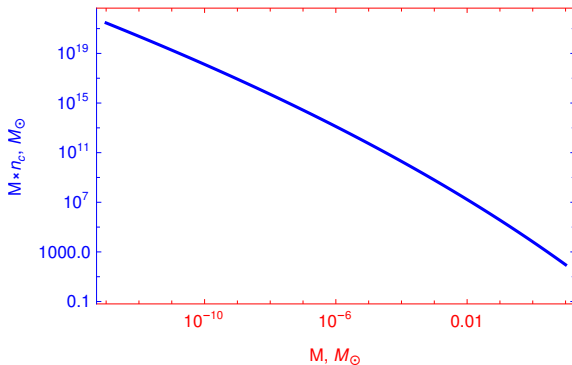


Рис. 3: Спектр масс в современной Вселенной с учётом аккреции на MD и RD стадиях. Фактор аккреции на MD стадии $k \approx 10^8$.

Заключение

- Разработан механизм генерации ПЧД без вовлечения полей материи, который позволяет получить маломассивные ПЧД
- Рассмотрены решения задачи аккреции вещества для получения спектра масс ПЧД в современной Вселенной
- Получен спектр масс ПЧД, возникающий в модели многомерной квадратичной гравитации, с учётом аккреции и испарения.

Спасибо за внимание!

Вывод неравенства (2)

Масса образующейся черной дыры не может превысить массу космологического горизонта на момент пересечения сопутствующим объёмом космологического горизонта, то есть

$$\frac{\delta}{2G} \lesssim M_{bh} \lesssim \frac{t_H}{2G}. \quad (6)$$

Масса, соответствующая t_σ :

$$M_{cr} = \frac{t_\sigma}{2G}. \quad (7)$$

Комбинируя, получаем:

$$M_{bh} > M_{cr} \rightarrow 2\pi G\delta\sigma > 1. \quad (8)$$

Получение спектра масс (1)

Выражение для радиуса сопутствующего объёма в момент пересечения им горизонта на стадии доминирования излучения (РД) (для стенки, образовавшейся в момент t во время инфляции):

$$r(t) = \frac{e^{2(N_{\text{inf}} - H_{\text{inf}}t)}}{2H_{\text{inf}}N_{\text{inf}}}. \quad (9)$$

По определению, этот радиус равен Хаббловскому на момент t_H . Хаббловский радиус на РД стадии со временем меняется следующим образом:

$$r_H = 2t_H. \quad (10)$$

Получение спектра масс (2)

Момент времени t_H связан с конечной массой чёрной дыры (с учётом аккреции) на РД стадии только через гравитационную постоянную и численный коэффициент 1:

$$t_H = \frac{GM_{bh}}{5.6} \rightarrow r_H = \frac{GM_{bh}}{2.8}. \quad (11)$$

Из (9) выразим время и подставим (11):

$$t = \frac{N_{inf}}{H_{inf}} - \frac{\ln(\sqrt{2N_{inf}H_{inf}r_H})}{H_{inf}} = \frac{N_{inf}}{H_{inf}} - \frac{\ln(\sqrt{N_{inf}H_{inf}GM_{bh}/1.4})}{H_{inf}}. \quad (12)$$

Интегральный спектр получается подстановкой (12) в (3).

Массы возникающих ЧД

Согласно работам А. Виленкина, в случае присутствия во Вселенной суперкритических стенок масса конечных ПЧД определяется только t_H , то есть изначальным сопутствующим объёмом, соответствующим доменной стенке.

Масса ПЧД	Пылевая стадия	Радиационная стадия
$M_{bh i}^{(in)}$	$3t_H/4G$	$2.8t_H/G$
$M_{bh f}^{(in)}$	$3t_H/4G$	$2.8t_H/G$
$M_{bh i}^{(out)}$	$3t_H/4G$	$2.8t_H/G$
$M_{bh f}^{(out)}$	$3t_H/4G$	$5.6t_H/G$

Таблица 1: Начальные (индекс i) и конечные (индекс f) массы чёрных дыр, возникающих в результате динамики суперкритических доменных стенок.

Ограничения по испарению

Масса наблюдаемой Вселенной $M_U \approx 6 \cdot 10^{22} M_\odot$, $\Omega_{DM} \approx 0.22$.
 Форма ограничений по испарению:

$$f(M) < 2 \cdot 10^{-8} \left(\frac{M}{10^{-18} M_\odot} \right)^{3.2}. \quad (13)$$

Тогда получаем ограничение:

$$M_{PBH}^{total} < f(10^{-18} M_\odot) \Omega_{DM} M_U \approx 10^{13} M_\odot. \quad (14)$$

Аккреция в метрике МакВитти (1)

Метрика МакВитти даётся выражением:

$$ds^2 = -\frac{B^2}{A^2} dt^2 + a^2(t)A^4 (d\bar{r}^2 + \bar{r}^2 d\Omega^2), \quad (15)$$

где $A = 1 + \frac{Gm(t)}{2\bar{r}}$, $B = 1 - \frac{Gm(t)}{2\bar{r}}$. ТЭИ вещества положен в виде ТЭИ неидеальной жидкости:

$$T_{ab} = (p + \rho)u_a u_b + p g_{ab} + q_a u_b + q_b u_a. \quad (16)$$

Через уравнения ОТО получается темп аккреции:

$$\dot{m}_H = -\frac{1}{2} a B^2 \sqrt{1 + a^2 A^4 u^2} (p + \rho) \mathcal{A} u. \quad (17)$$

Аккреция в метрике МакВитти (2)

Для удалённого наблюдателя:

$$\dot{m}_H = -2\pi a^3 (\rho_\infty + p_\infty) \lim_{r \rightarrow \infty} (ur^2), \quad (18)$$

$$p(r; t) = p_\infty(t) + p_1(t)/r + \mathcal{O}(1/r^2), \quad (19)$$

$$\rho(r; t) = \rho_\infty(t) + \rho_1(t)/r + \mathcal{O}(1/r^2), \quad (20)$$

$$u(r; t) = u_\infty(t)/r^2 + \mathcal{O}(1/r^3). \quad (21)$$

После множества преобразований можно получить:

$$m_H(t) = C_1 a^{1+3\omega}(t) - C_2 a^{-3(1+\omega)/2}(t) + \frac{3(1+\omega)}{3\omega+5} m_0 a(t). \quad (22)$$

$$m_H(t_\Lambda)/m_H(t_{eq}) = (z_{eq} + 1)/(z_\Lambda + 1) \approx 2000. \quad (23)$$

Аккреция в Ньютонской механике

На MD стадии с учётом Λ -члена уравнение движения для ячейки скрытой массы:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM_i}{r^2} + \frac{\Lambda r}{3}, \quad (24)$$

где M_i — масса внутри начального радиуса r_i — расстояние, на котором находится ячейка скрытой массы от чёрной дыры.

$$M_i = \frac{4}{3}\pi\rho_{m,i}r_i^3 + M_{bh}. \quad (25)$$

$\rho_{m,i}$, соответственно, является начальной плотностью материи. После множества преобразований оценка для прироста массы:

$$\frac{m_\lambda}{M_{bh}} = \frac{2}{3} \left(\frac{1 - \Omega_{\Lambda,i}}{\Omega_{\Lambda,i}} \right)^{1/3} \sim 1500. \quad (26)$$

Аккреция в Эддингтоновском режиме

Эддингтоновский предел в аккреции считается ограничением на темп аккреции вещества. Зависимость массы от времени при аккреции в Эддингтоновском режиме:

$$M(t) = M_0 \exp\left(\frac{4\pi G m_p t}{\varepsilon c \sigma_{th}}\right), \quad (27)$$

где m_p это масса протона, σ_{th} это томсоновское сечение рассеяния для электрона, M_0 — начальная масса, ε это радиационная эффективность (для Шварцшильдовских чёрных дыр = 0.1). Формулу (27) удобно переписать в виде

$$M(t) = M_0 \exp\left(\frac{t}{t_{Edd}}\right), \quad (28)$$

где $t_{Edd} \approx 45.1 \cdot 10^6$ лет.

Аккреция в ОТО — спектр масс

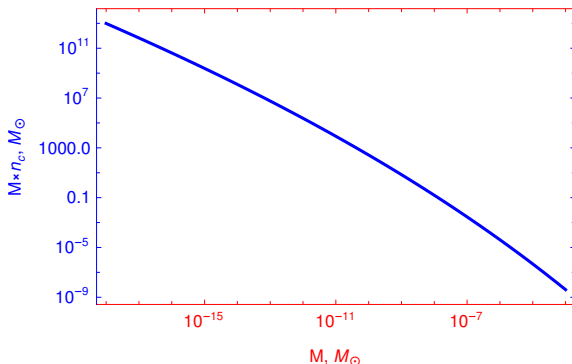


Рис. 4: Спектр масс в современной Вселенной, ограниченный испарением чёрных дыр, с учётом аккреции на MD и RD стадиях. Фактор аккреции на MD стадии $k \approx 2000$.

Вероятность скатывания в альтернативный вакуум

Вероятность того, что поле ψ попадёт в альтернативный (левый) вакуум потенциала. Она даётся выражением:

$$P(t) = \int_{-\infty}^{\psi_{cr}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(t)} \exp\left(-\frac{(\psi - \psi_u)^2}{2\sigma^2(t)}\right) d\psi, \quad (29)$$