

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

СОПИН ДАНИЛА ОЛЕГОВИЧ

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ И КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ
ПРОЯВЛЕНИЯ МНОГОЗАРЯДНЫХ ЧАСТИЦ**

Направление подготовки 14.04.02 «Ядерная физика и технологии»

Диссертация на соискание степени магистра

Научный руководитель,
д.ф.-м.н., проф.

_____ М. Ю. Хлопов

Москва 2023

Введение

- Как экспериментальные поиски, так и теоретическое изучение кандидатов на роль частиц-переносчиков скрытой массы по-прежнему исключительно **актуальны**.
- **Цель данной работы** - учесть эффект электрослабого несохранения барионного числа при анализе космологических следствий расширений СМ.
- **Задача представленной работы** - найти зависимость отношения плотностей скрытой массы и барионной материи от параметров моделей (масс и зарядов частиц).
- **Модели:**
 - Модель с новым, 4-ым, тяжёлым поколением;
 - Минимальная модель "гуляющего" техницвета (WTC).
- **Новизна** представленной работы, состоит в исследовании частиц с электрическим зарядом, ограниченным лишь условием отсутствия аномального водорода $Q_X = -2n$. Модель же с 4-я поколениями ранее не рассматривалась в данном ключе.

Эволюция

- $T \gg 200$ ГэВ:
Возможна генерация ненулевых значений B-L и FB-FL (или TB-TL).
Механизм генерации не уточняется.
- $T > 200$ ГэВ:
Активное нарушение законов сохранения (четыре-/техни-) барионного и (четыре-/техни-) лептонного чисел за счёт сфалеронных переходов.
- $T \sim 200$ ГэВ (космологическое время $t \sim 10^{-11}$ с) :
Закалка сфалеронных переходов. Величина (четыре-/техни-) барионной асимметрии перестаёт меняться.
- $T \sim 100$ кэВ (космологическое время $t \sim 200$ с) :
Сформированный в ходе нуклеосинтеза He и ядра из тяжёлых частиц образуют X-гелий.

4 поколения. Модель

Таблица 4.1 Основные свойства частиц 4-ого поколения.

Частица	Масса	Заряд q	Заряд y	Новое лептонное число	Новое барионное число
U	~ 1 ТэВ	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
D	~ 1 ТэВ	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
E	~ 1 ТэВ	-1	1	1	0
N	~ 50 ГэВ	0	1	1	0

- Связанное состояние $(\bar{U}\bar{U}\bar{U}\bar{N})^{-2}He^{+2}$ является кандидатом на роль частицы-переносчика скрытой массы.
- В модели присутствуют 2 бозона Хиггса:
Стандартный, обеспечивающий массы частиц SM;
Тяжёлый, обеспечивающий массы частиц 4-го поколения

4 поколения. Уравнения

$$B = \frac{6}{gT^2}(n_b - n_{\bar{b}}),$$

$$n = n_+ - n_- = \frac{1}{6} g T^3 \frac{\mu}{T} \sigma\left(\frac{m}{T}\right),$$

$$\sigma(z) = \begin{cases} \frac{6}{4\pi^2} \int_0^{\infty} dx x^2 (\cosh(\frac{1}{2}\sqrt{x^2 + z^2}))^{-2}, & \text{для фермионов;} \\ \frac{6}{4\pi^2} \int_0^{\infty} dx x^2 (\sinh(\frac{1}{2}\sqrt{x^2 + z^2}))^{-2}, & \text{для бозонов.} \end{cases}$$



$$\frac{\Omega_{DM}}{\Omega_b} = \frac{3m_U}{m_p} \left| \frac{FB}{B} \right|,$$
$$\frac{FB}{B} = -\alpha \left(\frac{L}{B} + \beta \right)$$

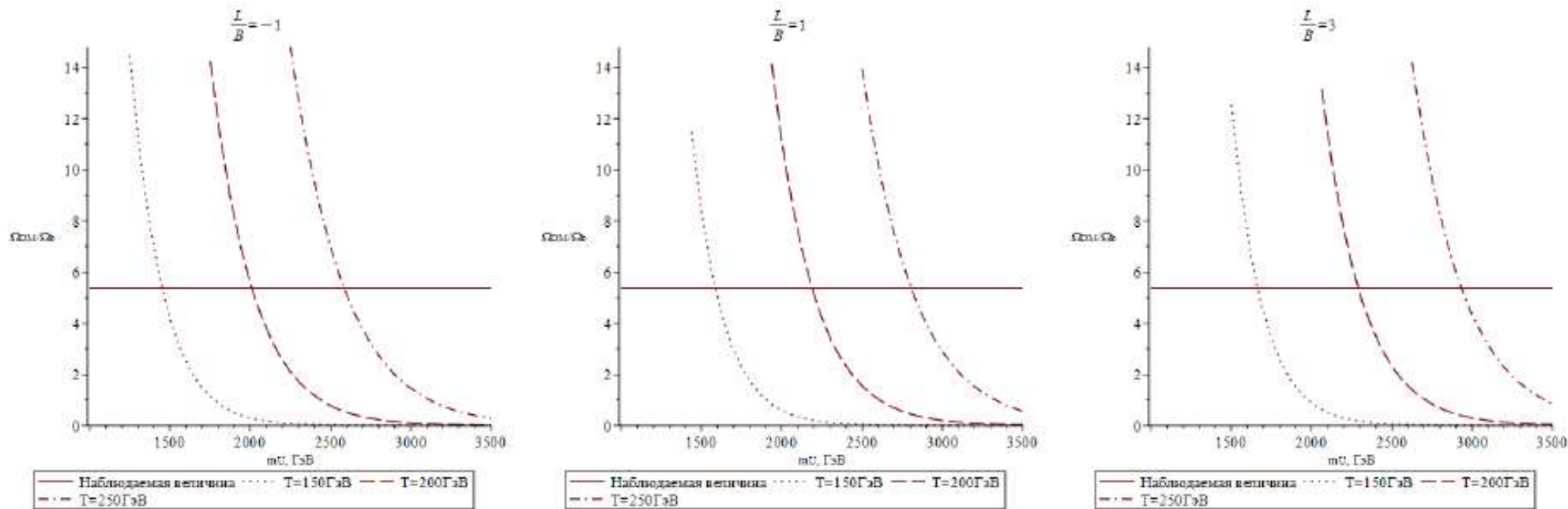


Рисунок 4.1 — Зависимость отношения плотностей скрытой массы и барионной материи от массы тяжёлого U -кварка для разных значений $\frac{L}{B}$ и при различных температурах закалки сфалеронных переходов. Стучай $T_* > T_c$.

4 поколения. Учёт разности масс

- Задаются приращением весовой функции: $d, e = \sigma \left(\frac{m_{D,E}}{T_*} \right) - \sigma \left(\frac{m_U}{T} \right)$

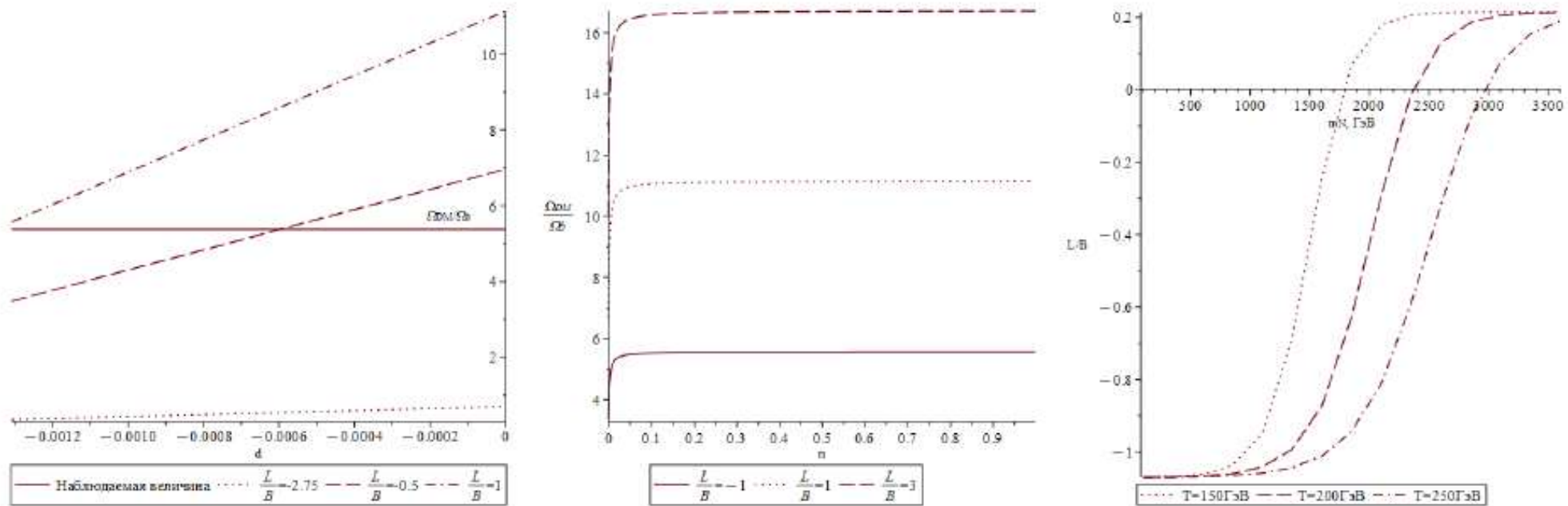


Рисунок 4.4 — Отношения плотностей вне рамок приближения равных масс. Стучай $T_* > T_c$.

4 поколения. Результаты

- В рамках модели с 4-я поколениями возможно объяснить наблюдаемое отношение плотностей скрытой массы и барионного вещества;
- Удаётся найти ограничивается сверху на массу АНО-гелия из условия ненаблюдаемости эффектов, связанных с избытком лептонов на этапе нуклеосинтеза:

$$m_{ANO-He} < 27 \text{ ТэВ.}$$

- В случае, если Вселенная исходно не имела барионной асимметрии ($B-L=0$), возникают более сильные ограничения:

$$4 \text{ ТэВ} < m_{ANO-He} < 12 \text{ ТэВ}$$

WTC. Модель

- Минимальной модели «гуляющего» техницвета, WTC, вводятся два техникварка, формирующих технибарионы, и два технилептона.
- Составная природа бозона Хиггса: $\frac{1}{\sqrt{2}}(U\bar{U} + D\bar{D})$.
- Электрический заряд не определён и может быть параметризован:

$$\begin{array}{ll}
 UU & y + 1 \\
 UD & y \\
 DD & y - 1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 N & \frac{-3y + 1}{2} \\
 E & \frac{-3y - 1}{2}
 \end{array}$$

y	Заряды				
	UU	UD	DD	N	E
-5	-4	-5	-6	8	7
-3	-2	-3	-4	5	4
-1	0	-1	-2	2	1
1	2	1	0	-1	2
3	4	3	2	-4	-5
5	6	5	4	-7	-8

- Связанное состояние $X^{-2n}(He^{+2})_n$ является кандидатом на роль частицы-переносчика скрытой массы.

WTC. Уравнения

$$B = \frac{6}{gT^2}(n_b - n_{\bar{b}}),$$

$$n = n_+ - n_- = \frac{1}{6} g T^3 \frac{\mu}{T} \sigma\left(\frac{m}{T}\right),$$

$$\sigma(z) = \begin{cases} \frac{6}{4\pi^2} \int_0^{\infty} dx x^2 (\cosh(\frac{1}{2}\sqrt{x^2 + z^2}))^{-2}, & \text{для фермионов;} \\ \frac{6}{4\pi^2} \int_0^{\infty} dx x^2 (\sinh(\frac{1}{2}\sqrt{x^2 + z^2}))^{-2}, & \text{для бозонов.} \end{cases}$$

$$\frac{TB}{B} = -\frac{\sigma_{UU}(3y\sigma_E - 1)}{3y(\sigma_{UU} + 3\sigma_E)} \left(\frac{L}{B} + \frac{9y\sigma_E + 1}{3y\sigma_E - 1} \right)$$

$$\frac{TL}{B} = -\frac{\sigma_E(y\sigma_{UU} + 1)}{y(\sigma_{UU} + 3\sigma_E)} \left(\frac{L}{B} + \frac{3y\sigma_{UU} - 1}{y\sigma_{UU} + 1} \right)$$

$$\frac{TB}{B}, \frac{TL}{B} = -\alpha \left(\frac{L}{B} + \beta \right)$$

$$\frac{\Omega_{DM}}{\Omega_b} \approx \frac{3m_{UU}}{2m_p} \left| \frac{TB}{B} \right| + \frac{3m_{E/N}}{m_p} \left| \frac{TL}{B} \right| =$$

$$= \frac{m_{UU}}{2m_p} \frac{1}{|y|(\sigma_{UU} + 3\sigma_E)} (\sigma_{UU} |3y(\frac{L}{B} + 3)\sigma_E - \frac{L}{B} + 1| +$$

$$+ 3\sigma_E |y(\frac{L}{B} + 3)\sigma_{UU} + \frac{L}{B} - 1|).$$

WTC. Параметры

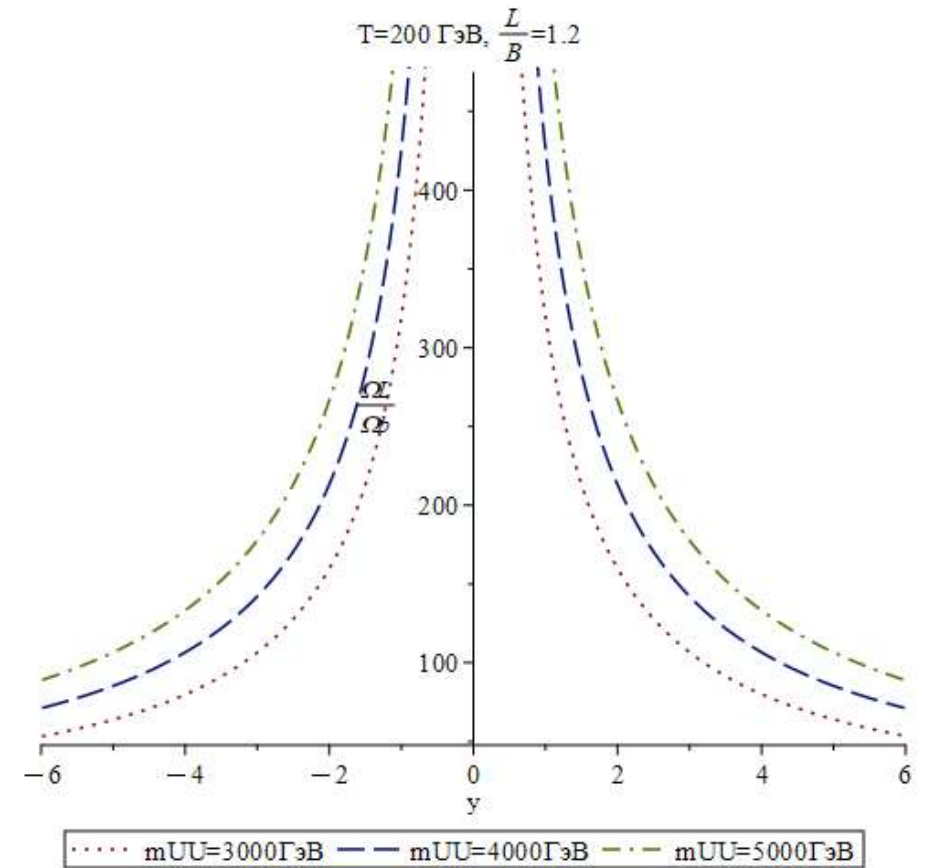
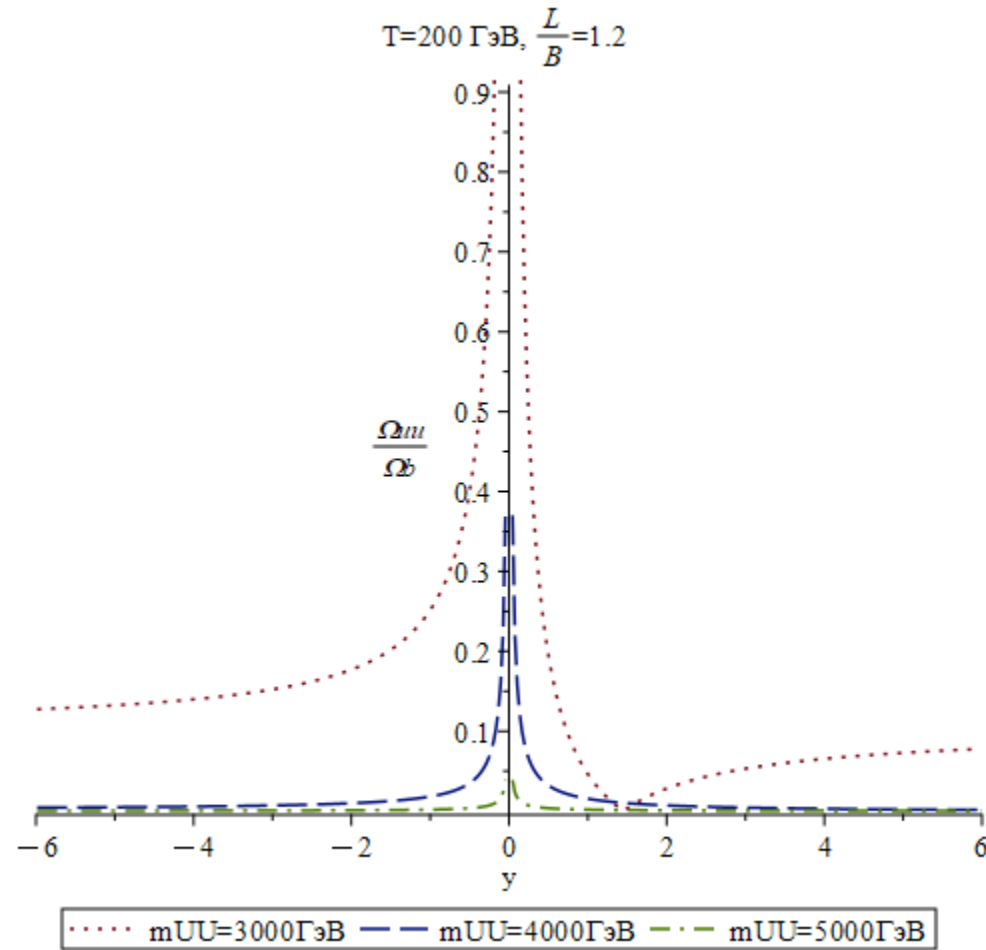
- Температура закалки сфалеронных переходов: $T=150-250$ ГэВ
- Зарядовый параметр: y
- Общая масса техничастиц: $m_N = m_E,$

$$m_{UU} = m_{UD} = m_{DD},$$
$$m_N = \frac{m_{UU}}{2}$$

- Отношение плотностей лептонного и барионного чисел: $\frac{L}{B}$

$$\frac{TB}{B}, \frac{TL}{B} = -\alpha \left(\frac{L}{B} + \beta \right)$$

WTC. y -зависимость



$$y = -3$$

 $UU \& \bar{E}$
 $\bar{U}\bar{U} \& \bar{E}$
 $\bar{U}\bar{U} \& E$

(2)

(4)

(1)

 $\frac{L}{B}$

$$y = -1$$

 $UU \& \bar{N}$
 $UU \& \bar{N}$
 $UU \& N$

(2)

(1)

 $\frac{L}{B}$

$$y = 1, \quad \sigma_E < \frac{1}{3}$$

 $\bar{U}\bar{U} \& E$
 $\bar{U}\bar{U} \& \bar{E}$
 $UU \& \bar{E}$

(2)

(4)

(2)

(1)

 $\frac{L}{B}$

$$y = 3, \quad \sigma_E < \frac{1}{9}$$

 $UU \& N$
 $UU \& N$
 $UU \& N$

(2)

(4)

(2)

(1)

 $\frac{L}{B}$

$$y = 3, \quad \sigma_E > \frac{1}{9}$$

 $UU \& N$
 $\bar{U}\bar{U} \& N$
 $\bar{U}\bar{U} \& \bar{N}$

(2)

(3)

(2)

 $\frac{L}{B}$

- (1) - для обеих компонент DM заряд ядра X-гелия положителен (+2n);
- (2) - наблюдается перепроизводство технилептоннов;
- (3) - наблюдается перепроизводство технибарионнов;
- (4) - генерация аномальных изотонов.

$$y \geq 1:$$

Нужны: $\bar{U}\bar{U}$ и N/E

Допустимые формы DM:

$$(\bar{U}\bar{U})^{y+1} ({}^4He^{+2})_{\frac{y+1}{2}} \text{ и } (N/E)^{\frac{-3y+1}{2}} ({}^4He^{+2})_{\frac{-3y+1}{4}}$$

Массы: больше критической

y	$\sigma_f^{\text{крит}} = \frac{1}{3y}$	$m^{\text{крит}}, \text{ГэВ}$		
		$T_* = 250 \text{ГэВ}$	$T_* = 200 \text{ГэВ}$	$T_* = 150 \text{ГэВ}$
3	$\frac{1}{9}$	≈ 1141	≈ 913	≈ 684
5	$\frac{1}{15}$	≈ 1311	≈ 1048	≈ 786

$$y \leq -1:$$

Нужны: $\bar{U}\bar{U}$ и N/E

Допустимые формы DM:

WIMP-подобные $(\bar{U}\bar{U})_m (\bar{E}/\bar{N})_n$;

2 вида X-гелия:

$(\bar{E}/\bar{N})^{-2r} ({}^4He^{+2})_r$ - с технилептонным ядром,

$(\bar{E}/\bar{N})^{-2r} (\bar{U}\bar{U})^{+2s} ({}^4He^{+2})_{r-s}$ - со смешанным ядром

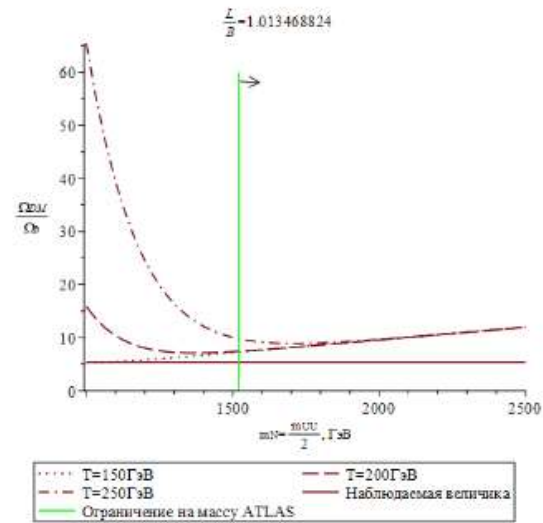
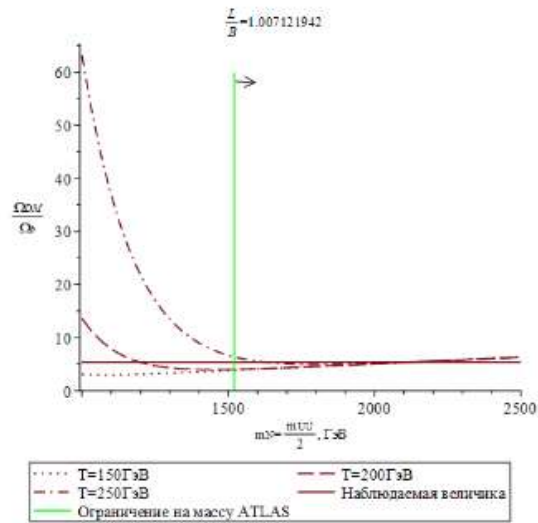
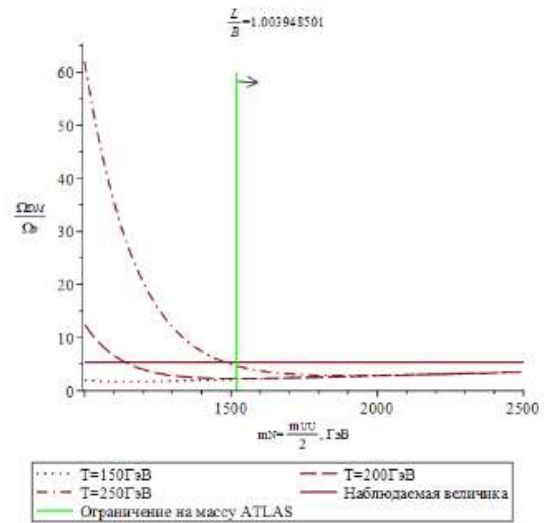
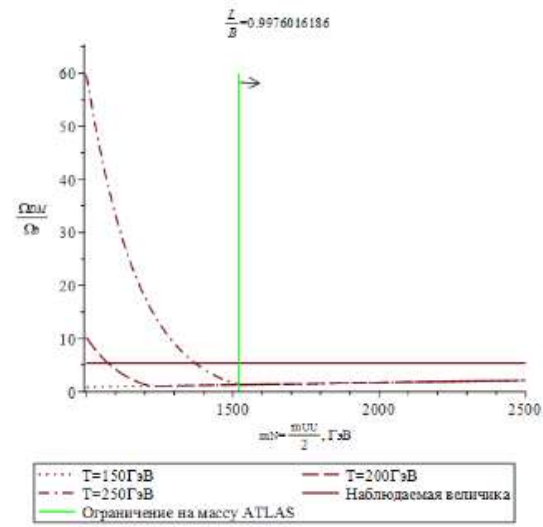
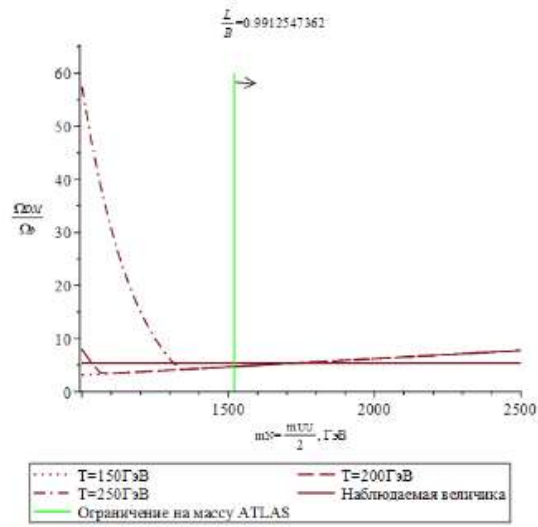
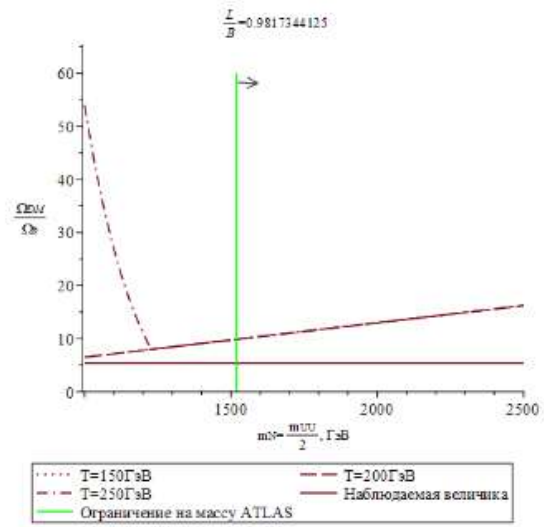
Зависимость от массы: появляется при $y < -138$.

 $UU \& E$
 $UU \& \bar{E}$
 $\bar{U}\bar{U} \& \bar{E}$

(3)

(2)

 $\frac{L}{B}$

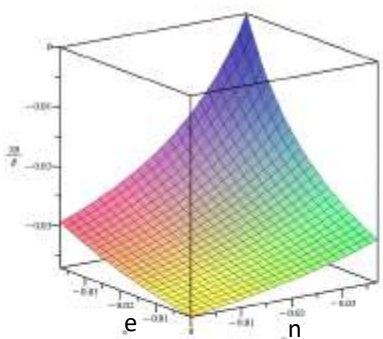


• $\gamma=3$

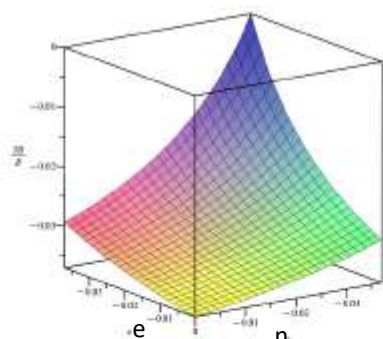
Верхняя строка: X-гелий с технилептонным ядром.

Нижняя строка: WIMP-подобное состояние $\bar{U}\bar{U}\bar{E}$. Запрещено из-за перепроизводства аномального бериллия.

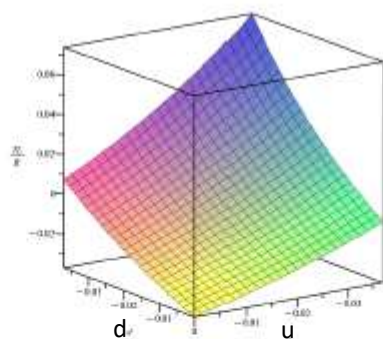
WTC. Произвольные массы



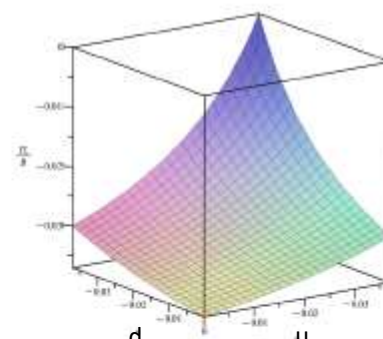
$\sigma_{N,E}$



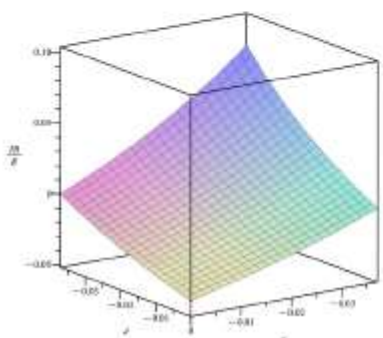
σ_{UU}



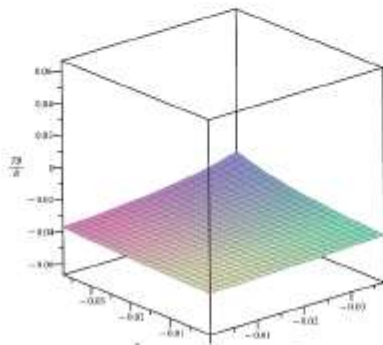
σ_{UD}



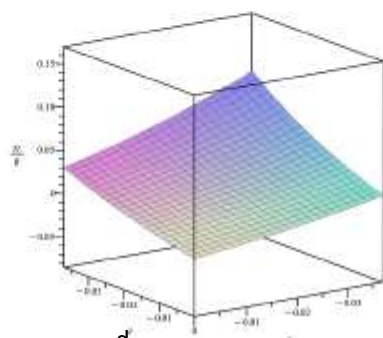
σ_{DD}



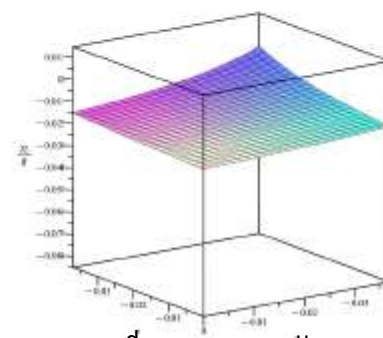
$\sigma_{N,E}$



σ_{UU}



σ_{UD}



σ_{DD}

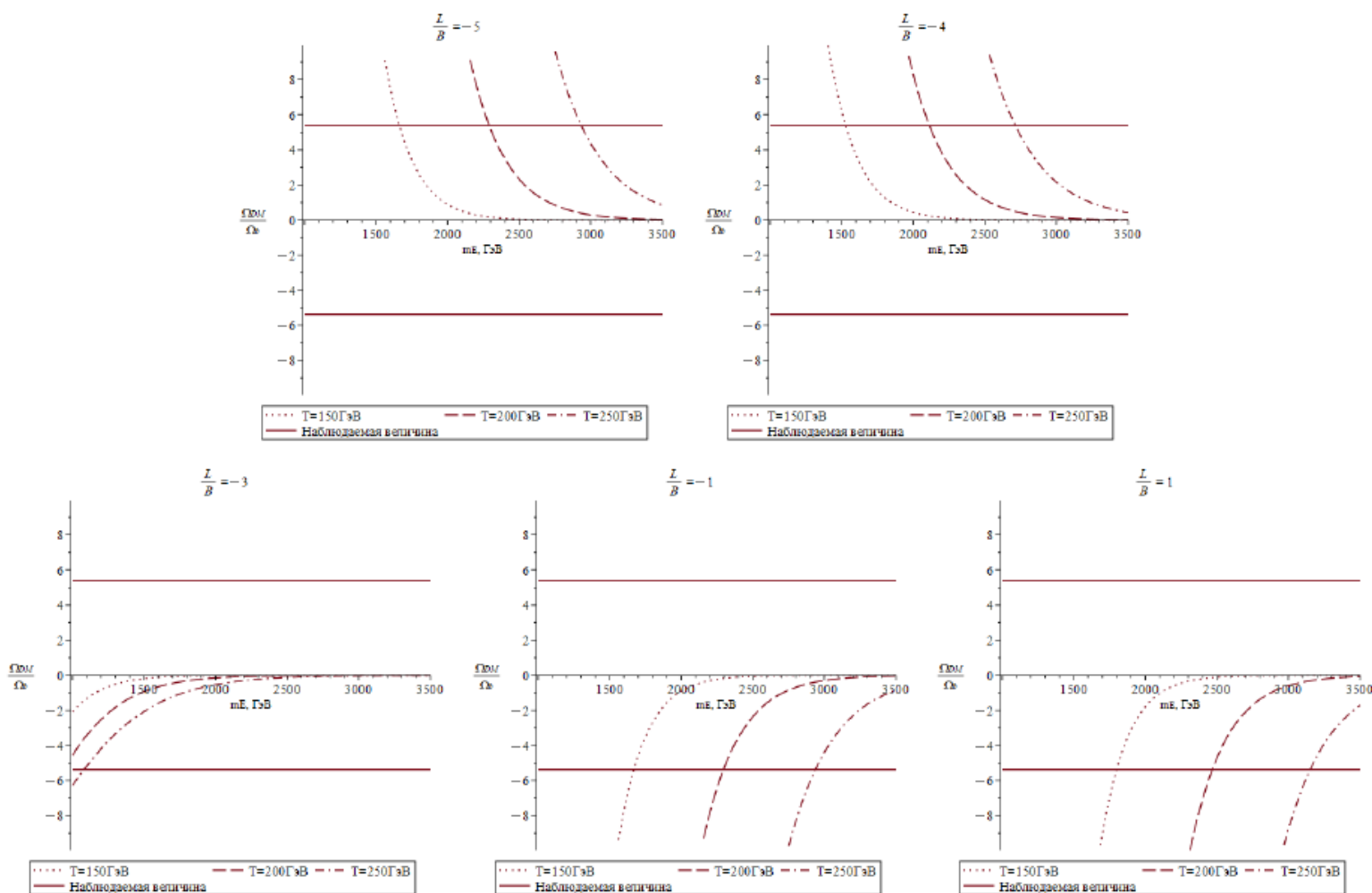
$$\sigma_{N,E} = \sigma_f \left(\frac{m}{T} \right) + n, e,$$

$$\sigma_{UU} = \sigma_b \left(\frac{m}{T} \right) + 2u,$$

$$\sigma_{UD} = \sigma_b \left(\frac{m}{T} \right) + u + d,$$

$$\sigma_{DD} = \sigma_b \left(\frac{m}{T} \right) + 2d.$$

WTC. После ЭСФП



$$\frac{TB}{B} = -\alpha \left(\frac{L}{B} + \gamma \frac{TL}{B} + \beta \right)$$

- Зависимость от заряда крайне слаба.
- Возможно рассмотрение при подавленной технибарионной компоненте.

WTC. Результаты

- В рамках WTC возможно объяснить наблюдаемое отношение плотностей скрытой массы и барионного вещества;
- Существуют диапазоны параметров, в которых возможна реализация модели тёмных атомов как доминирующей формы скрытой массы;
- В случае закалки сфалеронных переходов до ЭСФП:
 - Допустимая масса техничастиц ограничивается как снизу (~ 1 ТэВ), так и сверху.
 - Однако также выявлен диапазон значений $B-L$ при котором ограничения сверху снимаются, что требует дополнительного анализа и физического осмысления.
- В случае закалки сфалеронных переходов после ЭСФП:
 - При заметной разнице масс технибарионов и технилептонов удаётся установить ограничения на массы сверху из условия ненаблюдаемости эффектов, связанных с избытком лептонов на этапе нуклеосинтеза :

$$m_E < 5 - 8 \text{ ТэВ}$$

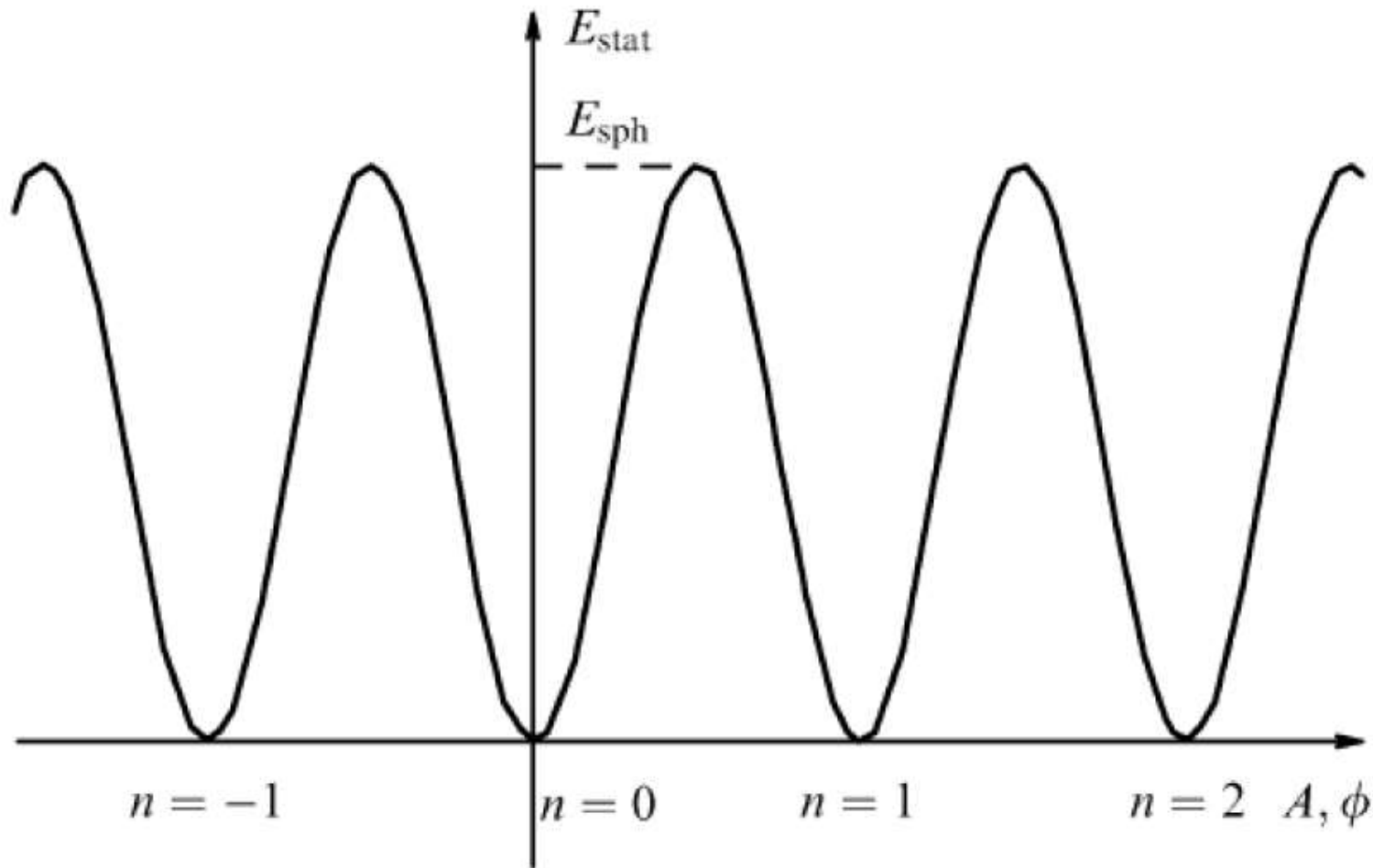
- В случае, если Вселенная исходно не имела барионной асимметрии ($B-L=0$), возникают более сильные ограничения:

$$m_E \approx 1800 - 3200 \text{ ГэВ}$$

Заключение

- В рамках обеих рассмотренных моделей возможно объяснить наблюдаемое отношение плотностей скрытой массы и барионного вещества;
- Однако поведение данной функции может сильно отличаться даже в рамках одной модели: как число, так и форма уравнений меняются в зависимости от отношения температур закалки сфалеронных переходов и ЭСФП.
- В рамках работы был предложен и применён метод учёта разности масс тяжёлых частиц.
- В частных случаях удаётся найти ограничения на массы новых частиц. При этом получаемые значения говорят о возможности поиска тяжёлых фермионов на LHC.

Сфалеронные переходы



- Топологический заряд:

$$n = \frac{1}{32\pi^2} \int d^4x \tilde{F}_{\mu\nu} F^{\mu\nu},$$

где $\tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$.

- Аномальные токи:

$$\partial_\mu J^\mu = \frac{1}{32\pi^2} \text{tr}(\tilde{F}_{\mu\nu} F^{\mu\nu})$$

- Нарушение законов сохранения лептонного и

$$\Delta \mathcal{B} = \Delta \mathcal{L} = 3n, \quad \text{Л:}$$

$$\mathcal{B} - \mathcal{L} = \text{const},$$

$$\mathcal{B} + \mathcal{L} \neq \text{const}.$$

Весовые функции

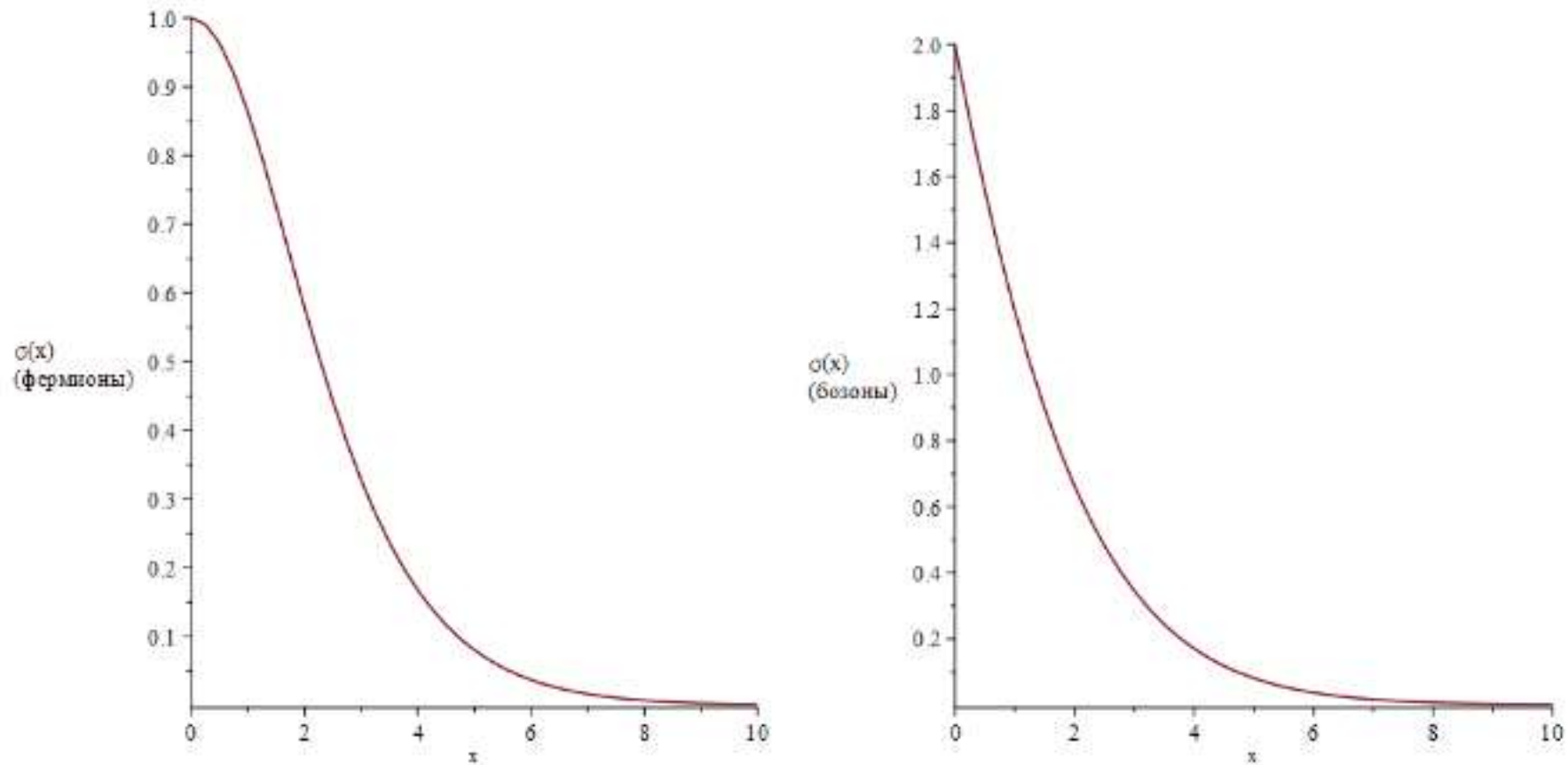


Рисунок 2.2 — Весовые функции для массивных фермионов (слева) и бозонов (справа) в зависимости от аргумента.

Уравнения на химические потенциалы для Стандартной Модели

$$B = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot (2 + \sigma_t)(\mu_{uL} + \mu_{uR}) + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot (\mu_{dL} + \mu_{dR})$$

$$L = \Sigma(\mu_{\nu_i L} + \mu_{\nu_i R} + \mu_{iL} + \mu_{iR})$$

$$Q = 0 = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot (2 + \sigma_t)(\mu_{uL} + \mu_{uR}) - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot (\mu_{dL} + \mu_{dR}) - 3(\mu_{eL} + \mu_{eR}) - 4\mu_W - 2\mu_-,$$

$$3(\mu_{uL} + 2\mu_{dL}) + \mu = 0.$$

- До ЭСФП:

$$I_3 = 0 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot (\mu_{uL} - \mu_{dL}) + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (\mu_{\nu_i L} - \mu_{eL}) - 4\mu_W - (\mu_0 + \mu_-).$$

- После ЭСФП:

$$\mu_0 = 0.$$

Связи за счёт слабого взаимодействия:

- для любого правого фермиона типа «i»:

$$\mu_{iR} = \mu_{iL} \pm \mu_0;$$

- для частиц «i» с проекцией изоспина -1/2 и соответствующих им частиц «j» с проекцией изоспина +1/2:

$$\mu_i = \mu_j + \mu_W;$$

- для хиггсовского дублета:

$$\mu_W = \mu_0 + \mu_-.$$

Уравнения на химические потенциалы для модели с 4-я поколениями

$$B = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot (2 + \sigma_t)(\mu_{uL} + \mu_{uR}) + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot (\mu_{dL} + \mu_{dR})$$

$$L = \sum(\mu_{\nu_i L} + \mu_{\nu_i R} + \mu_{iL} + \mu_{iR})$$

$$FB = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \sigma_U(\mu_{UL} + \mu_{UR}) + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \sigma_D(\mu_{DL} + \mu_{DR})$$

$$FL = \sigma_E(\mu_{EL} + \mu_{ER}) + \sigma_N(\mu_{NL} + \mu_{NR})$$

$$Q = 0 = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot (2 + \sigma_t)(\mu_{uL} + \mu_{uR}) - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot (\mu_{dL} + \mu_{dR}) + \\ + \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \sigma_U(\mu_{UL} + \mu_{UR}) - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \sigma_D(\mu_{DL} + \mu_{DR}) - \\ - 3(\mu_{eL} + \mu_{eR}) - \sigma_E(\mu_{EL} + \mu_{ER}) - 4\mu_W - 2\mu_- - 2\mu_{H^-},$$

$$Y = 0 = -\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \sigma_U(\mu_{UL} + \mu_{UR}) - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \sigma_D(\mu_{DL} + \mu_{DR}) + \\ + \sigma_E(\mu_{EL} + \mu_{ER}) + \sigma_N(\mu_{NL} + \mu_{NR}),$$

$$3(\mu_{uL} + 2\mu_{dL}) + \mu + (\mu_{UL} + 2\mu_{DL}) + \mu_{NL} = 0.$$

- До ЭСФП:

$$I_3 = 0 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot (\mu_{uL} - \mu_{dL}) + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (\mu_{\nu_i L} - \mu_{eL}) - 4\mu_W - (\mu_0 + \mu_-) + \\ + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (\sigma_U \mu_{UL} - \sigma_D \mu_{DL}) + \frac{1}{2}(\sigma_N \mu_{NL} - \sigma_E \mu_{EL}) - (\mu_{H^0} + \mu_{H^-}).$$

- После ЭСФП: $\mu_0 = 0$.

Связи за счёт слабого взаимодействия:

- для любого правого фермиона типа «i»:

$$\mu_{iR} = \mu_{iL} \pm \mu_0;$$

- для частиц «i» с проекцией изоспина -1/2 и соответствующих им частиц «j» с проекцией изоспина +1/2:

$$\mu_i = \mu_j + \mu_W;$$

- для хиггсовских дублетов:

$$\mu_W = \mu_0 + \mu_-.$$

- Используемый тип бозона хиггса зависит от поколения рассматриваемых частиц.

Уравнения на химические потенциалы для WTC

$$B = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot (2 + \sigma_t)(\mu_{uL} + \mu_{uR}) + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot (\mu_{dL} + \mu_{dR})$$

$$L = \Sigma(\mu_{\nu_i L} + \mu_{\nu_i R} + \mu_{iL} + \mu_{iR})$$

$$TB = \frac{2}{3}(\sigma_{UU}\mu_{UU} + \sigma_{UD}\mu_{UD} + \sigma_{DD}\mu_{DD}),$$

$$TL = \sigma_E(\mu_{EL} + \mu_{ER}) + \sigma_N(\mu_{NL} + \mu_{NR}),$$

$$Q = 0 = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 3(\mu_{uL} + \mu_{uR}) - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3(\mu_{dL} + \mu_{dR}) - \frac{1}{3}(\mu_{eL} + \mu_{eR}) +$$

$$+ (y + 1)\sigma_{UU}\mu_{UU} + y\sigma_{UD}\mu_{UD} + (y - 1)\sigma_{DD}\mu_{DD} +$$

$$+ \frac{-3y + 1}{2}\sigma_N(\mu_{NL} + \mu_{NR}) + \frac{-3y - 1}{2}\sigma_E(\mu_{EL} + \mu_{ER}) - 4\mu_W - 2\mu_m$$

$$3(\mu_{uL} + 2\mu_{dL}) + \mu + \frac{1}{2}\mu_{UU} + \mu_{DD} + \mu_{NL} = 0.$$

$$\mu_0 = 0$$

- До ЭСФП:

$$0 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot (\mu_{uL} - \mu_{dL}) + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot (\mu_{iL} - \mu_{eL}) +$$

$$+ \sigma_{UU}\mu_{UU} - \sigma_{DD}\mu_{DD} + \frac{1}{2}\sigma_N\mu_{NL} - \frac{1}{2}\sigma_E\mu_{EL} - 4\mu_W - \mu_W.$$

Связи за счёт слабого взаимодействия:

- для любого правого фермиона типа «i»:

$$\mu_{iR} = \mu_{iL} \pm \mu_0;$$

- для частиц «i» с проекцией изоспина -1/2 и соответствующих им частиц «j» с проекцией изоспина +1/2:

$$\mu_i = \mu_j + \mu_W;$$

- для хиггсовских дублетов:

$$\mu_W = \mu_0 + \mu_-.$$

WTC.

Разница масс технибариона и технилептона.

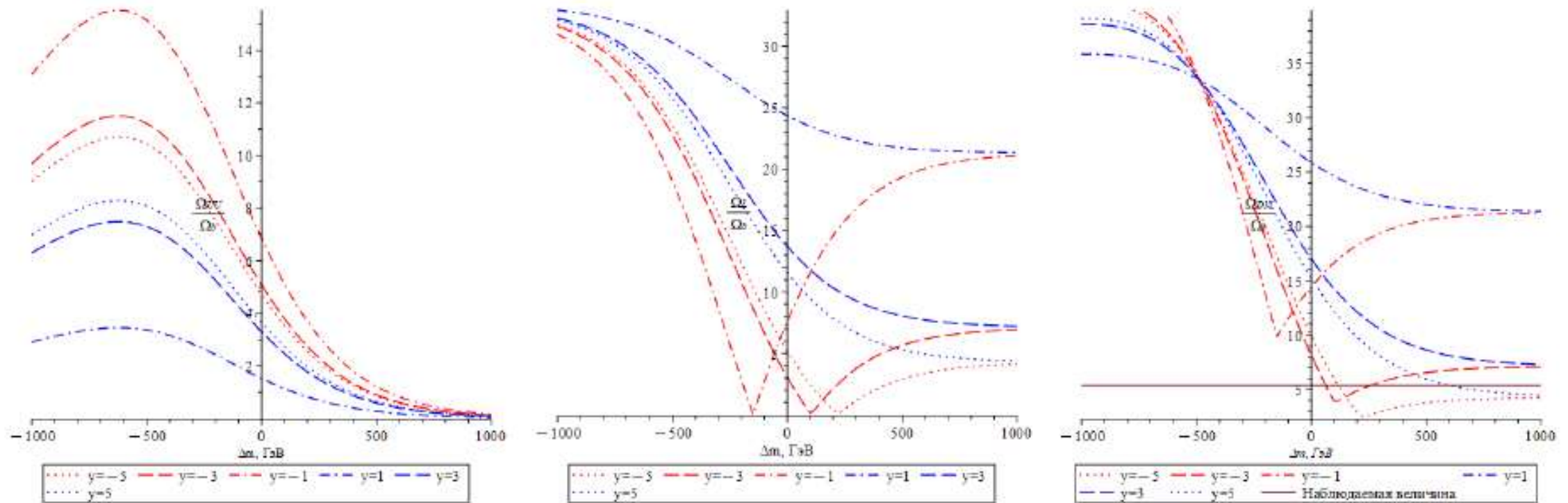


Рисунок 5.7 — Отношение плотностей компонент DM в зависимости от разницы масс $\Delta m = m_{UU} - m_E$.

4 поколения.

$$\frac{FB}{B} = -\alpha \left(\frac{L}{B} + \beta \right)$$

- До ЭСФП:

$$\alpha = \frac{\sigma_U(3\sigma_U^2 + (5\sigma_N + 24)\sigma_U + 24\sigma_N)}{16\sigma_U^2 + 136\sigma_U + 72},$$

$$\beta = 3.$$

- После ЭСФП:

$$\alpha = \frac{\sigma_U (\sigma_t + 5) (5\sigma_N\sigma_U + 3\sigma_U^2 + 19\sigma_N + 21\sigma_U)}{(7\sigma_t + 89)\sigma_U^2 + ((25\sigma_t + 71)\sigma_N + 145\sigma_t + 455)\sigma_U + (87\sigma_t + 273)\sigma_N},$$

$$\beta = \frac{54\sigma_U^2 + (90\sigma_N + 32\sigma_t + 322)\sigma_U + (40\sigma_t + 326)\sigma_N}{(\sigma_t + 5)(5\sigma_N\sigma_U + 3\sigma_U^2 + 19\sigma_N + 21\sigma_U)}.$$

Побочные выражения

➤ 4 поколения

• До ЭСФП

$$B + L = -2B - \frac{8(2\sigma_U^2 + (2\sigma_N + 15)\sigma_U - 9\sigma_N)}{\sigma_U(3\sigma_U^2 + (5\sigma_N + 24)\sigma_U + 24\sigma_N)}FB,$$

$$B - L = 4B + \frac{8(2\sigma_U^2 + (2\sigma_N + 15)\sigma_U - 9\sigma_N)}{\sigma_U(3\sigma_U^2 + (5\sigma_N + 24)\sigma_U + 24\sigma_N)}FB.$$

• После ЭСФП

$$B + L = -\frac{\sigma_t + 11}{\sigma_t + 5}B + \varkappa B - \lambda FB,$$

$$B - L = 3\frac{\sigma_t + 7}{\sigma_t + 5}B - \varkappa B + \lambda FB,$$

$$\varkappa \begin{cases} \xrightarrow{\sigma_U, \sigma_N \rightarrow 1} -\frac{1}{2} \frac{1 - \sigma_t}{5 + \sigma_t}, \\ \xrightarrow{\sigma_U, \sigma_N \rightarrow 0} -\frac{2}{19} \frac{11 + \sigma_t}{5 + \sigma_t}, \end{cases} \quad \lambda \begin{cases} \xrightarrow{\sigma_U, \sigma_N \rightarrow 1} -\frac{1}{2} \frac{11\sigma_t + 37}{\sigma_t + 5}, \\ \xrightarrow{\sigma_N \rightarrow 0} -\frac{(7\sigma_t + 89)\sigma_U + 5(29\sigma_t + 91)}{3\sigma_U(\sigma_t + 5)(\sigma_U + 7)}, \\ \xrightarrow{\sigma_U \rightarrow 0} \infty. \end{cases}$$

➤ WTC

• До ЭСФП

$$\begin{aligned} B - L &= 4B + \frac{(\sigma_{UU} + 3\sigma_E)y}{(y\sigma_{UU} + 1)\sigma_E}TL - \frac{4}{y\sigma_{UU} + 1}B = 4B + \lambda_1 TL - \varkappa_1 B \\ &= 4B + \frac{3(\sigma_{UU} + 3\sigma_E)y}{\sigma_{UU}(3y\sigma_E - 1)}TB + \frac{4}{3y\sigma_E - 1}B = 4B + \lambda_2 TB + \varkappa_2 B \end{aligned} \quad (5.26)$$

$$\begin{aligned} B + L &= -2B - \frac{(\sigma_{UU} + 3\sigma_E)y}{(y\sigma_{UU} + 1)\sigma_E}TL + \frac{4}{y\sigma_{UU} + 1}B = -2B - \lambda_1 TL + \varkappa_1 B \\ &= -2B - \frac{3(\sigma_{UU} + 3\sigma_E)y}{\sigma_{UU}(3y\sigma_E - 1)}TB - \frac{4}{3y\sigma_E - 1}B = -2B - \lambda_2 TB - \varkappa_2 B \end{aligned} \quad (5.27)$$

• После ЭСФП ($\sigma_t = 1$)

$$B - L = 4B + \frac{3}{\sigma_{UU}}TB + \frac{1}{\sigma_E}TL$$

$$B + L = -2B - \frac{3}{\sigma_{UU}}TB - \frac{1}{\sigma_E}TL$$

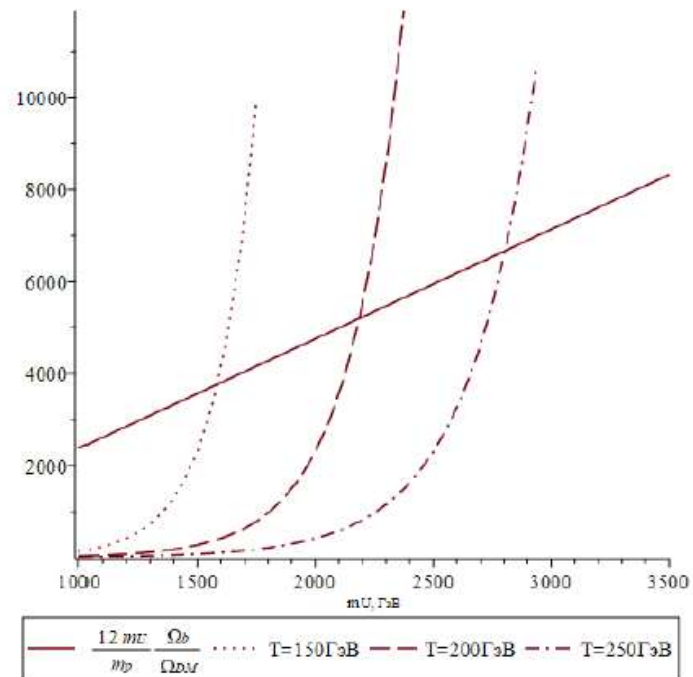
Пределы на массу при $B-L=0$

➤ 4 поколения

$$\lambda = \frac{12m_U}{m_p} \left(\frac{\Omega_{DM}}{\Omega_b} \right)^{-1}$$

➤ WTC

$$\frac{\Omega_{DM}}{\Omega_b} = -\frac{3m_E}{m_p} \frac{1}{\gamma} \left(\frac{L}{B} + \beta \right)$$



WTC. Δ -функция

$$\Delta = \left| \frac{L}{B} \left(\frac{TB}{B} = 0 \right) - \frac{L}{B} \left(\frac{TL}{B} = 0 \right) \right| = |\beta_{TB} - \beta_{TL}|$$

$$\Delta = 4 \left| \frac{y(\sigma_{UU} + 3\sigma_E)}{(3y\sigma_E - 1)(y\sigma_{UU} + 1)} \right|$$

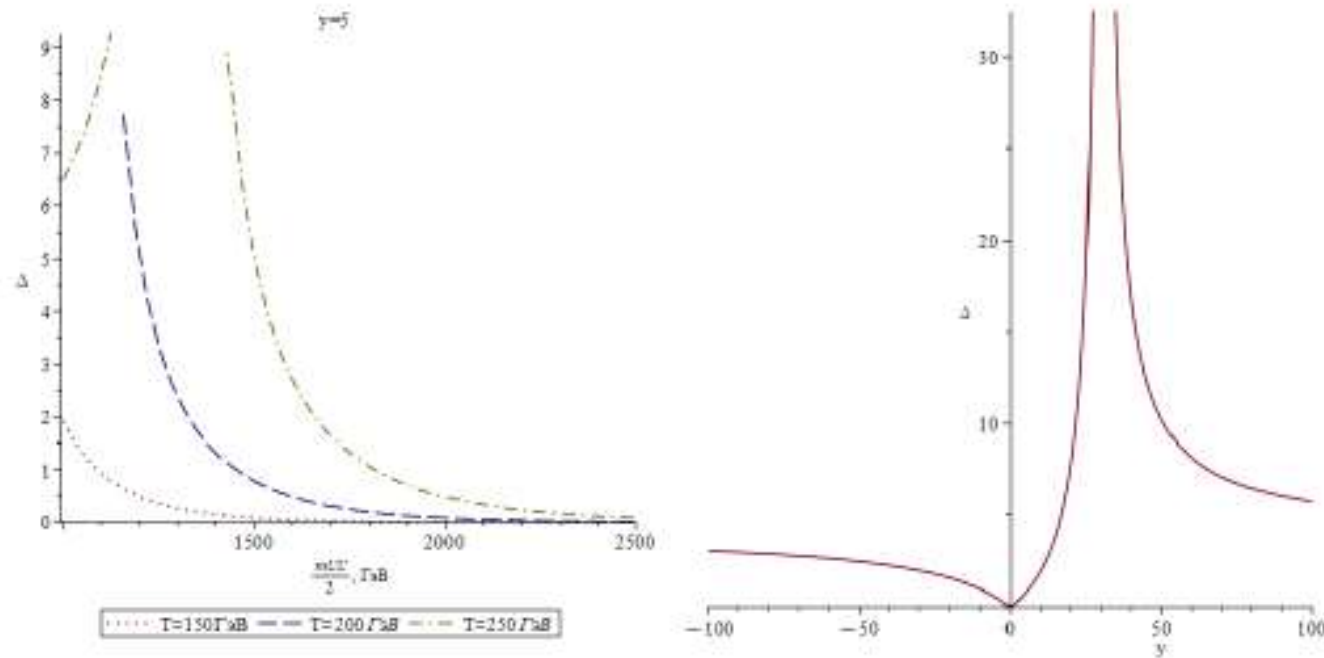


Рисунок 5.4 Зависимость Δ -функции от параметров модели.