

ДИССЕРТАЦИОННАЯ РАБОТА НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ  
КАНДИДАТА ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

НИКУЛИН ВАЛЕРИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ

# Космологические эффекты многомерной нелинейной гравитации

---

Специальность: 1.3.15. «Физика атомных ядер и  
элементарных частиц, высоких энергий»  
(физико-математические науки)

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Рубин С.Г.

# План доклада

---

- **Введение**

- ❖ Актуальность многомерной нелинейной гравитации
- ❖ Цели и задачи диссертации

- **Глава 1.** Механизм генерации барионного числа в ранней Вселенной

- **Глава 2.** Механизм рождения первичных черных дыр в ранней Вселенной

- **Глава 3.** Инфляционные ограничения на параметры доп. пространства

- **Заключение**

# Введение

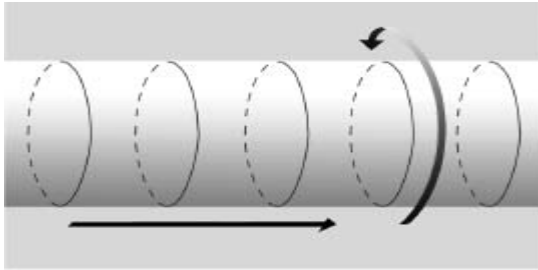
---

АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

# Многомерные теории

- Впервые были предложены Калуцей и Клейном [[Kaluza, 1921](#); [Klein, 1926](#)] с целью объединения гравитации и электромагнетизма:



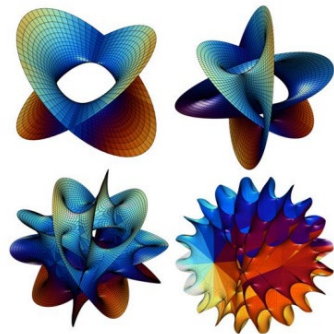
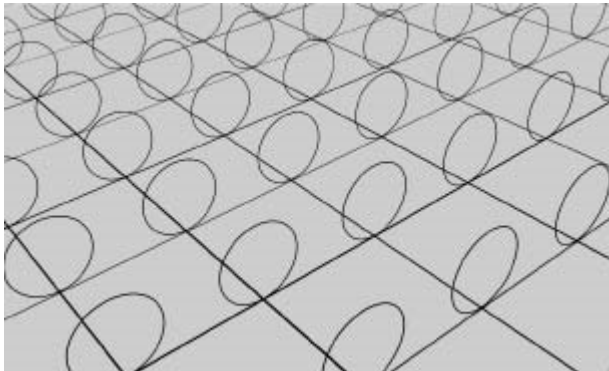
$$S = \frac{m_D^{D-2}}{2} \int d^{4+n}x \sqrt{|g_D|} \dots \quad (1)$$

- Позволяют решить многие проблемы в СМ и теории гравитации:
  1. Проблема иерархии энергетических масштабов (огромный зазор между  $M_H$  и  $M_{Pl}$ ) [[Randall, 1999](#)]
  2. Происхождение симметрий Стандартной модели [[Witten, 1981](#)]
  3. Объединение взаимодействий (напр. Многомерная супергравитация [[Nahm, 1999](#)])
  4. Квантование гравитации (напр. Теория струн [[Dienes, 1997](#)])
  5. И многие другие...

# Нелинейная гравитация – $f(R)$

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int R \sqrt{|g|} d^4x, \quad (2)$$

- В работе использовалось современное направление в теории гравитации – нелинейная (или  $f(R)$ ) гравитация.



$$S = \frac{1}{2\kappa} \int \left( R + \frac{R^2}{6M^2} \right) \sqrt{|g|} d^4x, \quad (3)$$

- Квадратичные по кривизне поправки  $\sim R^2$  в эффективной гравитационной теории должны возникать при квантовании.
- Наиболее успешная модель космологической инфляции [[Planck, 2018](#)]: основана на  $f(R)$ -гравитации [[Starobinsky, 1980](#)]

# Ранняя Вселенная как лаборатория

- Источник недоступных на ускорителях энергий (особенно на этапе космологической инфляции).
- Единственный способ изучения гравитации на высоких энергиях.
- Разнообразие проявлений позволяет ставить сильные ограничения.
- В космологии существует большой пласт необъясненных феноменов:
  - ❖ Барионная асимметрия
  - ❖ Первичные черные дыры
  - ❖ И др.

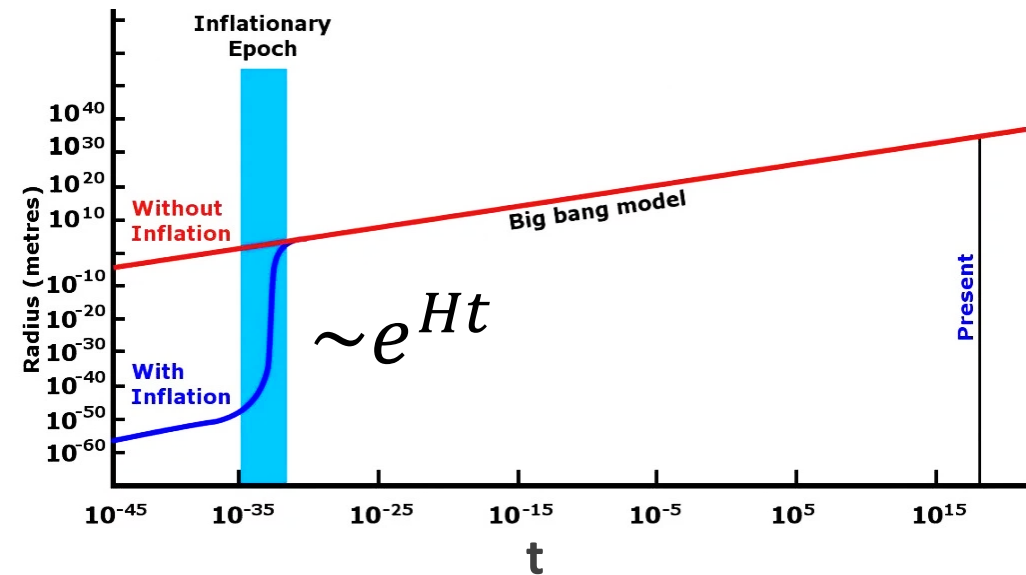


Рис. 1. Космологическая инфляция, обеспечивающая начальный толчок и первичный разогрев Вселенной. Имеет масштаб:  $H \sim 10^{13}$  GeV [Planck, 2018].

# Цель и задачи диссертации

---

**Цель:** Объяснение наблюдаемых космологических явлений в рамках подхода к описанию ранней Вселенной, основанного на многомерной нелинейной гравитации, и постановка ограничений на её параметры.

1. Разработка модели генерации и высвобождения барионного числа на инфляционной стадии Вселенной.
2. Разработка чисто гравитационного механизма образования и кластеризации первичных черных дыр.
3. Получение космологических ограничений на теории с компактным дополнительным пространством.

# Механизм генерации барионного числа в ранней Вселенной

---

## ГЛАВА I

СООТВЕТСТВУЕТ ПУБЛИКАЦИЯМ [1,2]



# Барионная асимметрия Вселенной

- Вселенная состоит из вещества, но не антивещества. Современная величина барионной асимметрии характеризуется барион-фотонным отношением [Plank, 2018]:

$$\eta = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{n_\gamma} \sim 10^{-9} \quad (4)$$

- Наблюдения показывают, что барионное число сохраняется. В рамках СМ (по теореме Нетер о соответствии между симметриями и сохраняющимися числами) сохранение барионного числа следует из  $U(1)_B$ -инвариантности Лагранжиана СМ:

$$S[\Phi \rightarrow e^{i\theta}\Phi] = \text{inv} \quad (5)$$

- При этом в СМ не существует механизма существенного производства барионной асимметрии.

*\* Существуют феноменологические механизмы типа Аффлека-Дайна [Affleck, 1985], которые искусственно вводят в Лагранжиан поле, накапливающее число  $B$ , потенциал которого явно нарушает  $U(1)_B$ -инвариантность.*

# Релаксация дополнительного пространства

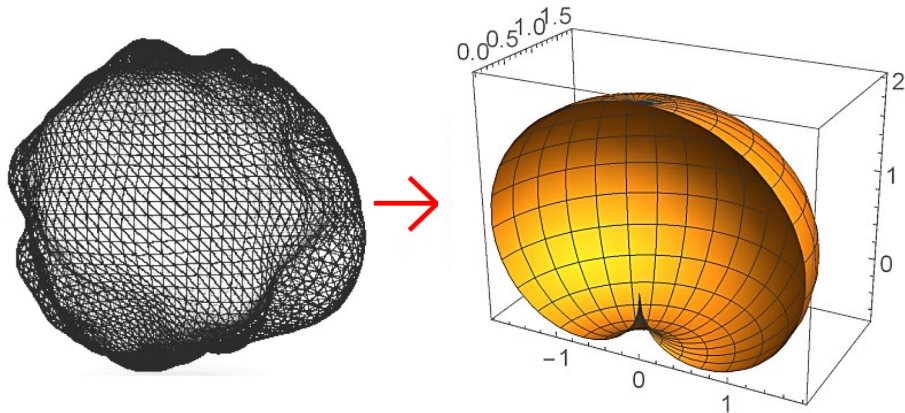
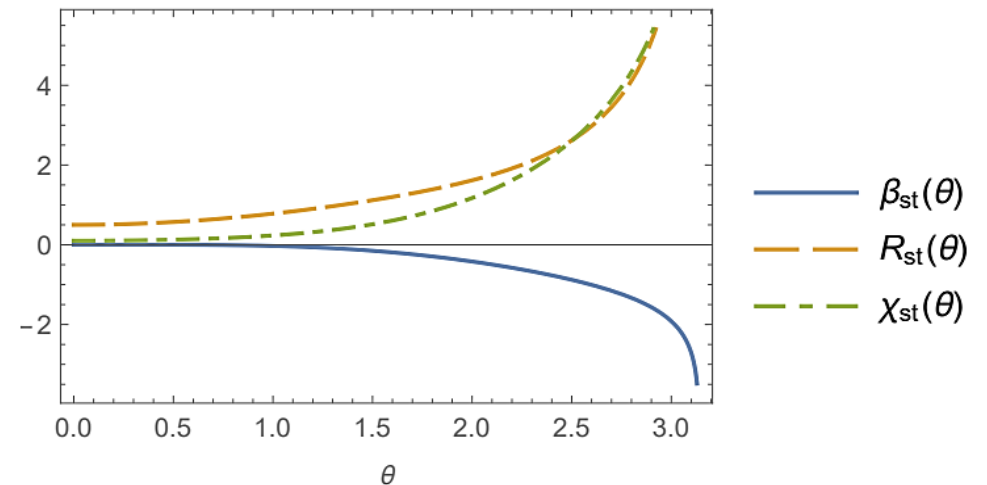


Рис. 2. Компактное 2-мерное многообразие с метрикой «яблока» [Bronnikov, Rubin, 2017]. Имеет вращательную  $U(1)$ -симметрию, которая, по предположению, соответствует барионной.

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x^\alpha) dx^\mu dx^\nu - r_0^2 e^{2\beta(\theta)} (d\theta^2 + b^2 \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (6)$$

- При высоких энергиях ( $1/R_0 < H$ ), флуктуации метрики велики и нарушают его  $U(1)$ -симметрию.
- После окончания инфляции ( $H < 1/R_0$ ) симметрия восстанавливается. Накопленное барионное число станет сохраняться [Rubin, Grobov, 2013].

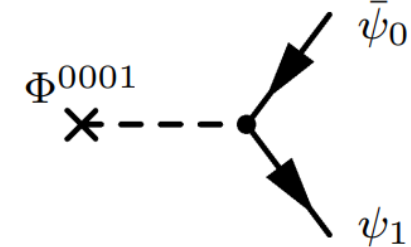


# Высвобождение U(1)-числа в фермионы

$$S = \int d^6 X \sqrt{|G|} i \bar{\Psi} h_{\tilde{A}}^B \Gamma^{\tilde{A}} \nabla_B \Psi \sim \int \sqrt{-g} d^4 x \sum_{l=-1}^{+1} \left( i \bar{\psi}_l \gamma^\mu \partial_\mu \psi_l + i \bar{\xi}_l \gamma^\mu \partial_\mu \xi_l \right). \quad (7)$$

$$S_\Phi + S_{\text{int}} = \int d^6 x \sqrt{|G|} \left[ \frac{1}{2} \partial_M \Phi \partial^M \Phi + f \Phi \bar{\Psi} \Psi \right] \xrightarrow{\int d^2 y}$$

$$\xrightarrow{\int d^2 y} S_{\text{int}} = \int d^4 x \sqrt{|g|} \left[ \Phi^{nn' ll'} \bar{\psi}_{nl} \psi_{n'l'} + \dots \right], \quad (8)$$



- Накопленное в скалярном поле барионное число переходит в фермионы. Было показано, что моды  $l = 0, -1$  тяжелые (благодаря механизму Хиггса), что делает наблюдаемой только моду  $l = +1$ , несущую барионный заряд  $+1$ :

$$Q = \int J^0 \sqrt{|G|} d^3 x d^2 y = Q_\Psi + Q_\Phi = N_{\psi_{+1}} - N_{\psi_{-1}} + Q_\Phi = \text{const}. \quad (9)$$

# Заключение к Главе 1

---

- Предложенный механизм даёт правильную величину барионной асимметрии  $\eta \sim 10^{-9}$ , согласующуюся с наблюдаемой  $\eta = 6.1 \cdot 10^{-10}$ .
- Впервые показано, что барионное число будет неизбежно генерироваться во время релаксационных процессов компактного дополнительного пространства с метрикой «яблока».
- Тем самым построен механизм бариогенезиса. В отличие от механизмов типа Аффлека-Дайна, он не требует введения в лагранжиан потенциала, явно нарушающего барионное число.
- Предсказано наличие массивных фермионов (обнаружение которых представляет отдельный интерес), несущих компенсирующую барионную асимметрию.

# Механизм рождения первичных черных дыр в ранней Вселенной

---

## ГЛАВА II

СООТВЕТСТВУЕТ ПУБЛИКАЦИЯМ [4-7]

# Заключение к Главе 2

---

- Впервые продемонстрирована возможность возникновения чисто гравитационных топологических дефектов типа «доменная стенка» в теориях многомерной  $f(R)$ -гравитации, приводящих к образованию первичных черных дыр в ранней Вселенной.
- В отличие от других, данный механизм формирования ПЧД не требует явного введения в теорию материальных полей, и автоматически приводит к кластеризации, которая отличает эту модель от большинства других.
- Получены спектры масс ПЧД и их пространственные распределения, генерируемые в механизме «доменных стенок» на стадии инфляции.
- Показана возможность формирования кластеров ПЧД с суммарной массой  $\sim 10^5 - 10^8 M_{\odot}$  в количестве  $\sim 10^{11}$ , что соответствует наблюдательным данным о числе галактик в видимой Вселенной.

# Инфляционные ограничения на параметры дополнительного пространства

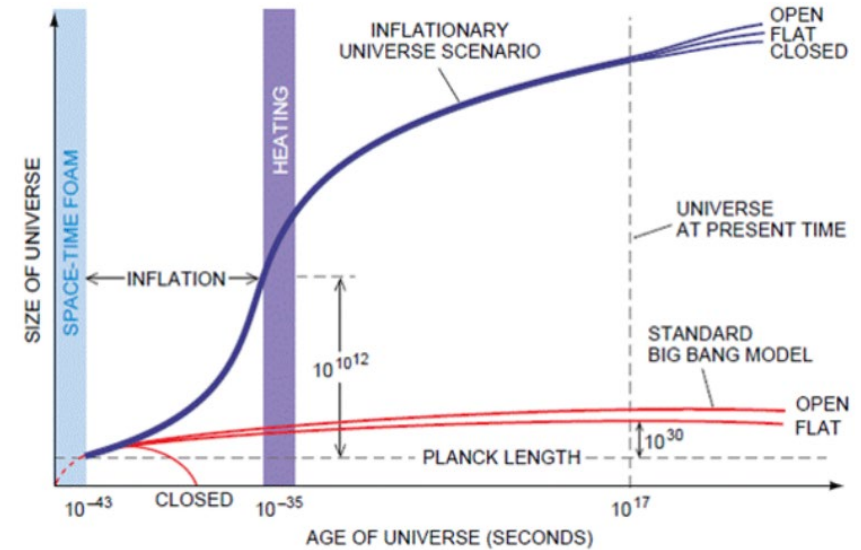
---

## ГЛАВА III

СООТВЕТСТВУЕТ ПУБЛИКАЦИИ [3]

# Космологическая инфляция

- Космологическая инфляция – самый ранний этап космологической эволюции, сопровождающийся экспоненциально быстрым расширением пространства.
- Этот процесс является результатом динамики особого поля со специальным потенциалом  $V(\chi)$  – инфлатона  $\chi$ .
- Инфляционный энергетический масштаб  $H \sim 10^{13}$  ГэВ, из наблюдательных данных по реликтовому фону [Planck, 2018].
- Энергетический масштаб, достигнутый на современных ускорителях  $\sqrt{s} \sim 10^4$  ГэВ (LHC).



$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial\chi)^2 - V(\chi), \quad (17)$$

$$p = -\varepsilon \implies a(t) \sim e^{Ht},$$

$$H(t) = \sqrt{\frac{8\pi}{3M_{Pl}^2} V(\chi(t))} \approx const.$$



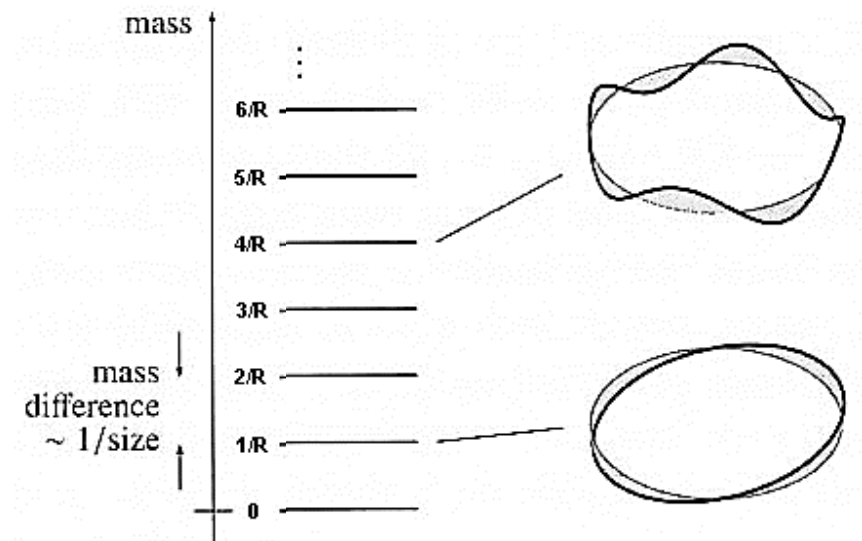
# Башня Калуцы-Клейна инфлатона

$$\chi(x, y) = \sum_{q=0}^{\infty} \chi_q(x) Y_q(y), \quad \square_d Y_q(y) = M_q^2 Y_q(y), \quad M_q = \frac{q}{R}, \quad q \in \mathbb{N}. \quad (18)$$

- Дополнительное пространство работает как резонатор, создавая массивные гармоники известных частиц – т.н. башню Калуцы-Клейна.
- Инфлатон также создает Калуца-Клейновские моды в дополнительном пространстве, что изменяет его эффективный потенциал:

$$V(\chi(t)) = \sum_{q=0}^{\infty} \frac{1}{2} M_q^2 \chi_q^2(t), \quad \chi_q(t) = \chi_{in} e^{-\frac{M_q^2 t}{3H}}, \quad (19)$$

$$V(\chi(t)) = \sum_{q=0}^{\infty} \frac{1}{2} M_q^2 \chi_q^2(t) \simeq M_1^2 \chi_{in}^2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{2M_1^2 q^2}{3H} t} q^2 dq = \frac{1}{4} \chi_{in}^2 M_1^2 \left( \frac{3H}{2M_1^2 t} \right)^{3/2} \quad (20)$$



# Нарушение инфляции

1. Для  $1/R \ll H$  сверхплотная КК-башня останавливает космологическую инфляцию. Наблюдаемая Вселенная не рождается.
2. При  $1/R > H$  инфляция идет стандартным путем. Создается наблюдаемая космология Большого взрыва.
3. Из этого следует ограничение на размер дополнительного пространства:  
 $R < H^{-1} = 10^{-27} \text{ см.}$   
*(LHC дает  $R < 10^{-19} \text{ см}$  [Flacke, 2017])*
4. Также оказывается ограничена многомерная масса Планка:  
 $m_D > 10^{16} \text{ ГэВ}$  (при  $d = 2$ ).  
*(LHC дает  $m_D > 10^4 \text{ ГэВ}$  [Flacke, 2017])*

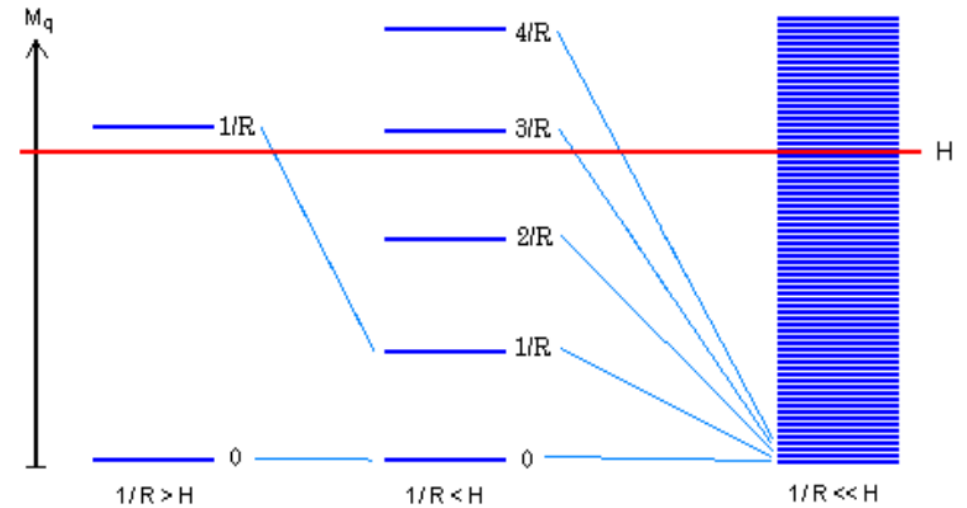


Рис. 14. Структура КК-башни при различном размере дополнительного пространства.

$$M_{\text{P}}^2 = v_d m_D^{d+2} \sim R^d m_D^{d+2}, \quad (21)$$

$$R \lesssim H^{-1} \quad \Rightarrow \quad m_D > \left( \frac{H}{M_{\text{P}}} \right)^{\frac{d}{d+2}} M_{\text{P}}.$$

# Заключение к Главе 3

---

- Впервые было установлено влияние мод, возникающих внутри дополнительного пространства, на динамику процесса космологической инфляции.
- Отсюда поставлено очень сильное ограничение на размер компактного дополнительного пространства из наблюдательных данных по космологической инфляции:  $R < 10^{-27}$  см.
- Также поставлено ограничение на многомерную массу Планка:  $m_D > 10^{16}$  ГэВ.
- Эти ограничения на много порядков превосходят полученные из ускорительных экспериментов  $R < 10^{-19}$  см и  $m_D > 10^4$  ГэВ, что демонстрирует важность космологического подхода.

# Общее заключение (Положения)

---

- I. Разработан механизм формирования и релаксации неоднородного компактного дополнительного пространства, на основе квадратичной  $f(R)$ -гравитации, естественным следствием которого является возникновение барионной асимметрии в ранней Вселенной.
- II. Разработан механизм чисто гравитационного образования первичных черных дыр в ранней Вселенной, на основе нелинейной гравитации без участия материи. Предсказаны спектры масс и пространственные распределения первичных черных дыр в кластерах, возникающих в ранней Вселенной.
- III. Получены сильные ограничения на размер компактного дополнительного пространства и многомерную массу Планка, из наблюдательных данных по космологической инфляции.

# Публикации по материалам диссертации

---

1. **Nikulin V.V., Krasnov M.A., Rubin S.G.** Compact extra dimensions as the source of primordial black holes // Front. Astron. Space Sci. — 2022. — Т. 9. — С. 927144. — [arXiv: 2204.06360 \[gr-qc\]](https://arxiv.org/abs/2204.06360)
2. **Nikulin V.V., Rubin S.G.** Cosmological baryon/lepton asymmetry in terms of Kaluza–Klein extra dimensions // International Journal of Modern Physics D. — 2021. — Т. 30, № 16. — С. 2140004. — [arXiv:2109.05469 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/2109.05469)
3. **Nikulin V.V., Petriakova P.M., Rubin S.G.** Formation of conserved charge at the de Sitter space // Particles. — 2020. — Т. 3, № 2. — С. 355—363. — [arXiv:2006.01329 \[gr-qc\]](https://arxiv.org/abs/2006.01329)
4. **Nikulin V.V., Rubin S.G.** Inflationary limits on the size of compact extra space // International Journal of Modern Physics D. — 2019. — Т. 28, № 13. — С. 1941004. — [arXiv:1903.05725 \[gr-qc\]](https://arxiv.org/abs/1903.05725)
5. **Nikulin V.V. и др.** Clusters of Primordial Black Holes // The European Physical Journal C. — 2019. — Т. 79, № 3. — С. 246. — [arXiv:1807.06590 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/1807.06590)
6. **Nikulin V.V., Rubin S.G., Kirillov, A.A., Khromykh L.A.** Formation of Primordial Black Hole Clusters from Phase Transitions in the Early Universe // Bulletin of the Lebedev Physics Institute. — 2019. — Т. 46, № 3. — С. 97—99.
7. **Nikulin V.V., Grobov A.V., Rubin S.G.** A mechanism for protogalaxies nuclei formation from primordial black holes clusters // Journal of Physics: Conference Series. — 2017. — Т. 934, № 1. — С. 012040.

# Спасибо за внимание!

---

# Резервные слайды

---

# Актуальность ПЧД

## НАБЛЮДЕНИЕ СВЕРХРАННИХ (ПРИ $Z > 5$ ) СВЕРХМАССИВНЫХ КВАЗАРОВ

$Z = 7.64$  (670 млн. лет от БВ)  
 $M \sim 10^{10} M_{\odot}$

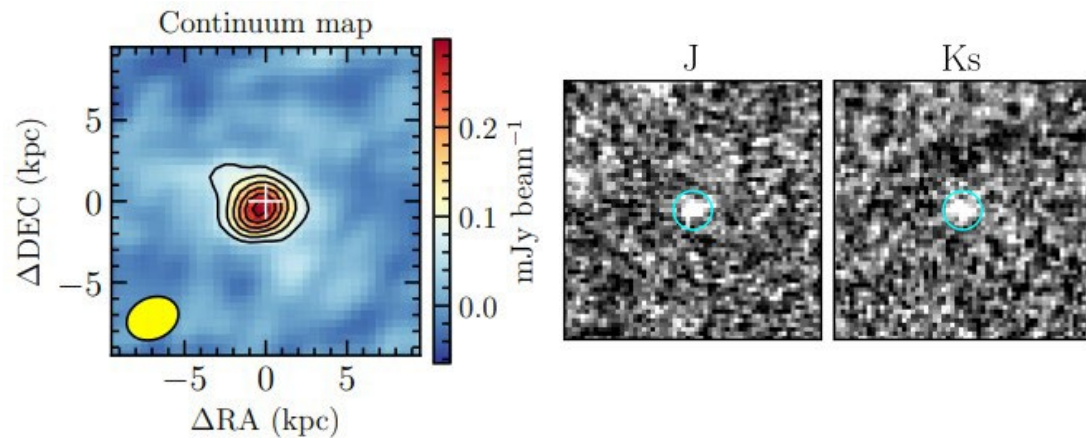


Рис. 3. Квazar J0313-1806 [Wang, 2021]

## ОБНАРУЖЕНИЕ ГРАВ. ВОЛН ОТ ЧД ПРОМЕЖУТОЧНЫХ МАСС

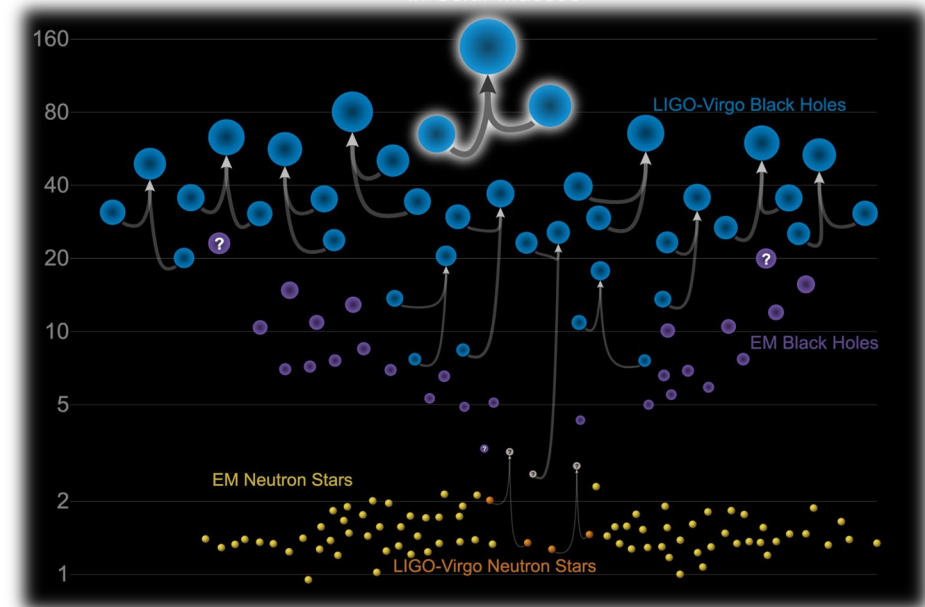


Рис. 4. Массы ЧД и нейтронных звёзд, обнаруженных LIGO и VIRGO [GWTC-3, 2021].



# Исследуемая модель $f(R)$ -гравитации

$$S = \frac{m_D^{D-2}}{2} \int d^{4+n}x \sqrt{|g_D|} [f(R) + c_1 R_{AB} R^{AB} + c_2 R_{ABCD} R^{ABCD}] , \quad (10)$$
$$f(R) = a_2 R^2 + R - 2\Lambda_D ,$$

1. Разложение по подпространствам [Bronnikov, Rubin, 2006]:  $M = M_4 \times M_k$

$$R = R_4 + R_n + P_k , \quad P_k = 2n \partial^2 \beta + n(n+1)(\partial\beta)^2 , \quad R_4, P_k \ll R_n \quad (11)$$

2. Интегрирование по координатам дополнительного пространства ( $R_k \equiv \phi$ ):

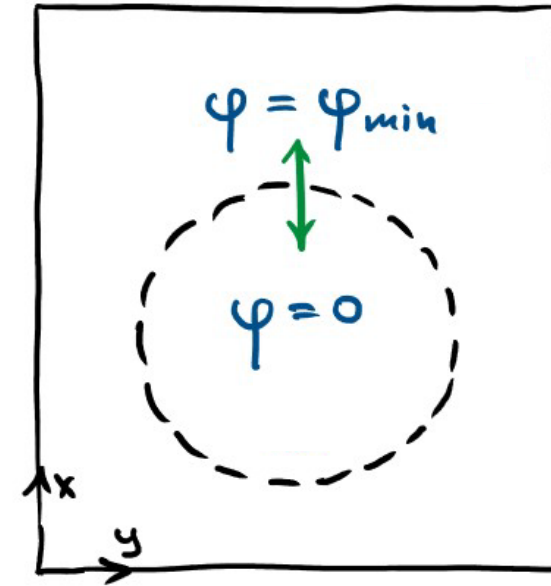
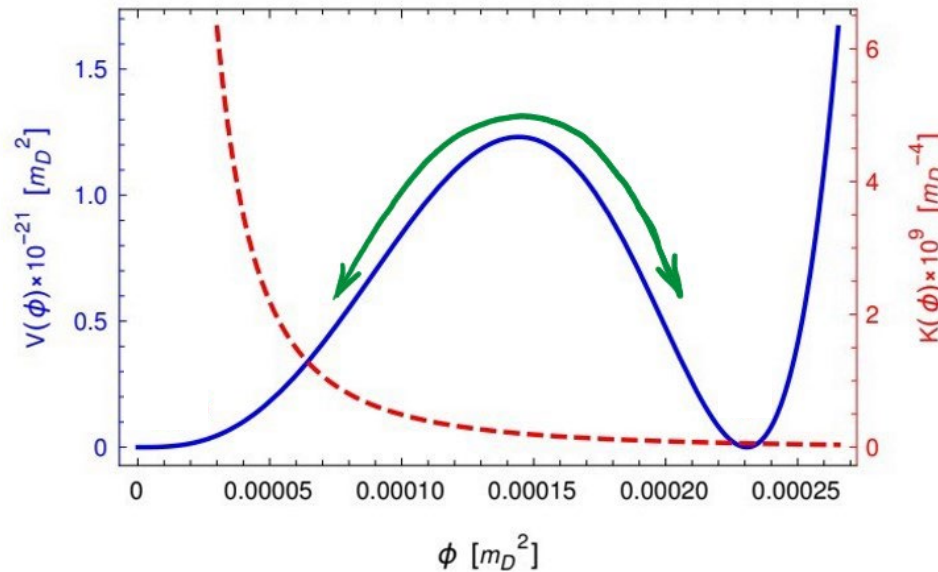
$$S = \frac{1}{2} \mathcal{V}[d_1] m_D^2 \int \sqrt{^4g} d^4x e^{d_1\beta} [F'(\phi)R_4 + F(\phi) + F'(\phi)f_1 + L_m] , \quad (12)$$

3. Конформное преобразование:  $g_{\mu\nu} \mapsto \tilde{g}_{\mu\nu} = |f(\phi)|g_{\mu\nu}$ ,  $f(\phi) = e^{d_1\beta} F'(\phi)$ ,

$$S_{low} = \frac{1}{2} v_n \int d^4x \sqrt{g_4} \text{sign}(f') [R_4 + K(\phi)(\partial\phi)^2 - 2V(\phi)] , \quad (13)$$

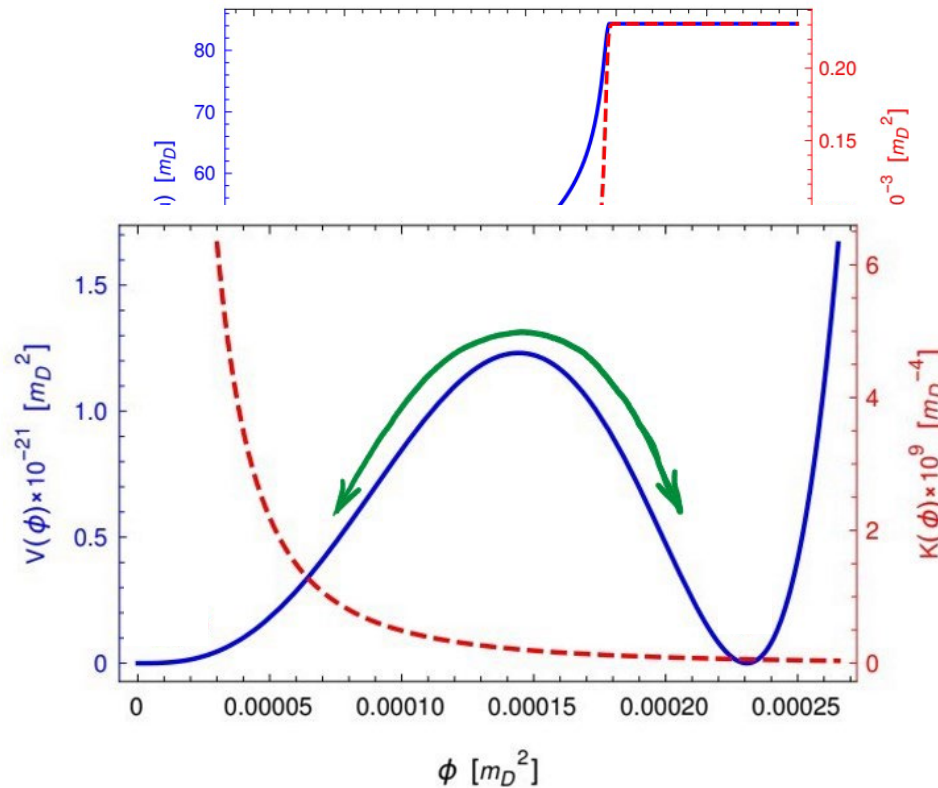
# Потенциал эффективной модели

$$V(\phi) = -\frac{\text{sign}(f')}{2(f')^2} \left[ \frac{|\phi|}{n(n-1)} \right]^{n/2} \left[ f(\phi) + \frac{c_1 + 2c_2/(n-1)}{n} \phi^2 \right]. \quad (14)$$



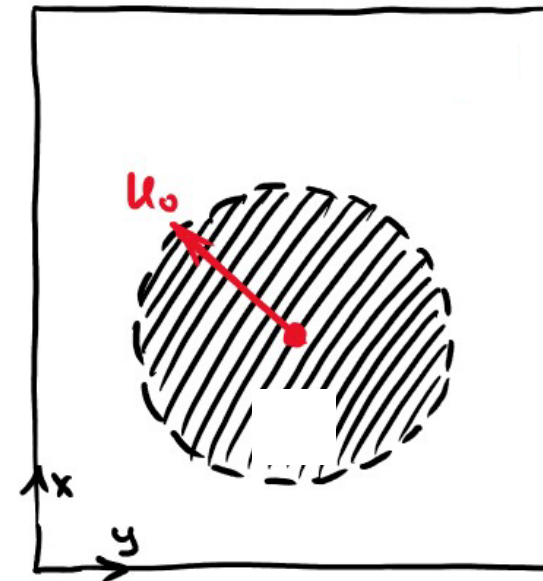
**Рис. 5.** Потенциал  $V(\phi)$  и кинетический фактор  $K(\phi)$  скалярного поля для параметров:  $n = 6$ ,  $c_1 = -8000$ ,  $c_2 = -5000$ ,  $a_2 = -500$ .

# Первичные черные дыры



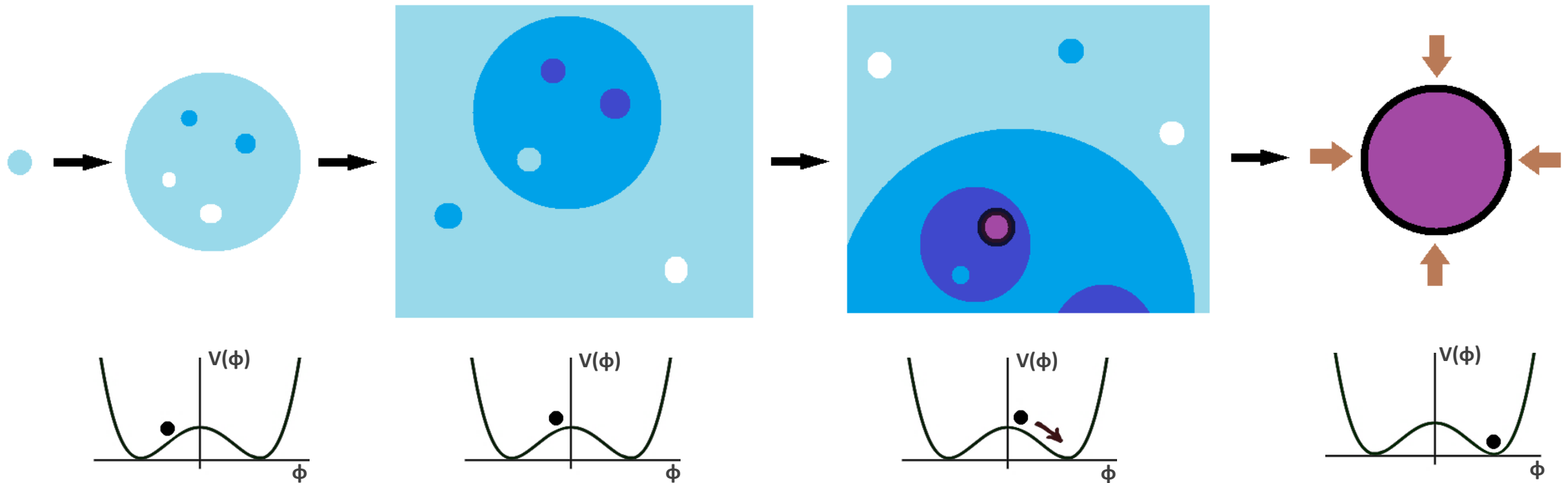
**Рис. 5.** Потенциал  $V(\phi)$  и кинетический фактор  $K(\phi)$  скалярного поля для параметров:  $n = 6$ ,  $c_1 = -8000$ ,  $c_2 = -5000$ ,  $a_2 = -500$ .  
**Рис. 6.** значение поля и плотность энергии поля в поперечном сечении доменной стенки.

$$\psi_{uu} + \frac{2\psi_u}{u} - \tilde{V}'(\psi) = 0, \quad (15)$$



**Рис. 7.** Образование ПЧД

# Многokратные флуктуации

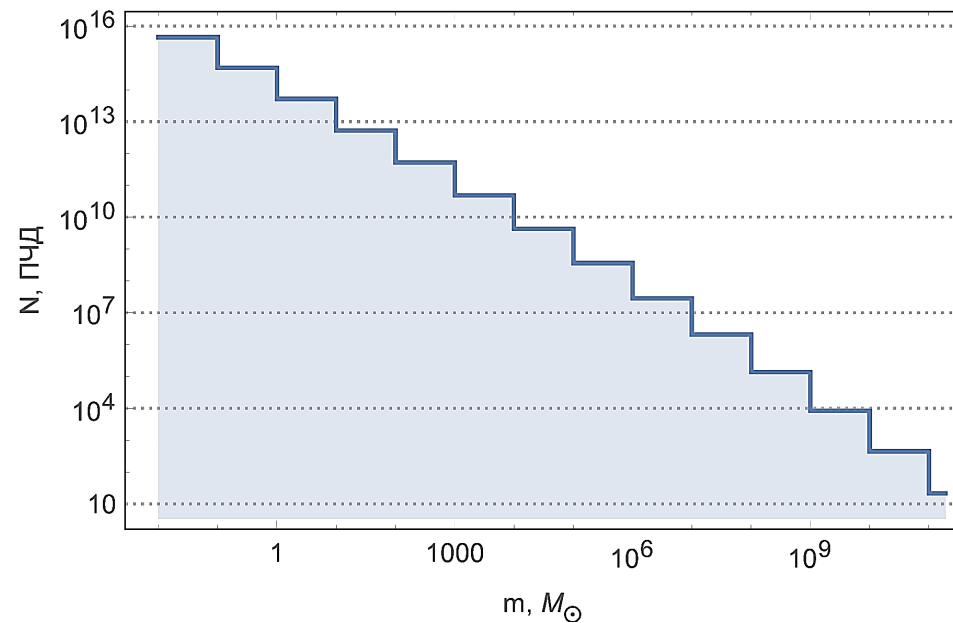


**Рис. 8.** Постепенное образование критической области, которая будет далее окружена доменной стенкой в результате многократных флуктуаций на фоне расширяющейся Вселенной (на стадии космологической инфляции) [Rubin, 2001].

# Спектр масс ПЧД для Вселенной

$$n_{\text{cr}}(m) = P(t(r(m))) e^{3Ht(r(m))} =$$

$$= \frac{1}{2} \exp \left\{ \frac{3}{2} \left[ 2N_{\text{inf}} - \ln \left( H N_{\text{inf}} \sqrt{\frac{m}{\pi\sigma}} \right) \right] \right\} \cdot \text{erfc} \left[ \frac{2\pi(\phi_{\text{cr}} - \phi_{\text{u}})}{H \sqrt{2N_{\text{inf}} - \ln \left( H N_{\text{inf}} \sqrt{\frac{m}{\pi\sigma}} \right)}} \right] \quad (16)$$

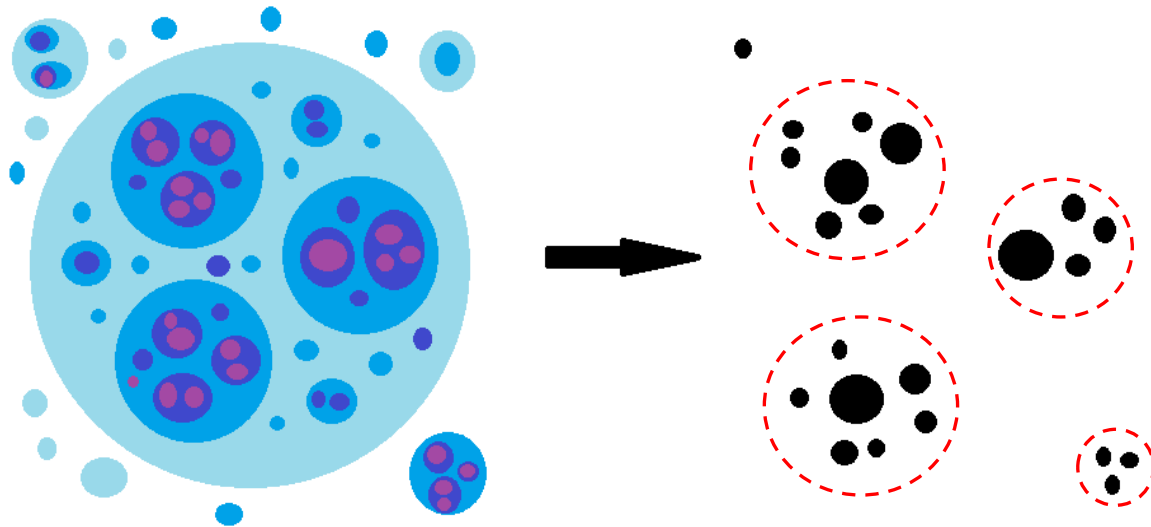


**Рис. 9.** Спектр масс первичных черных дыр во Вселенной.

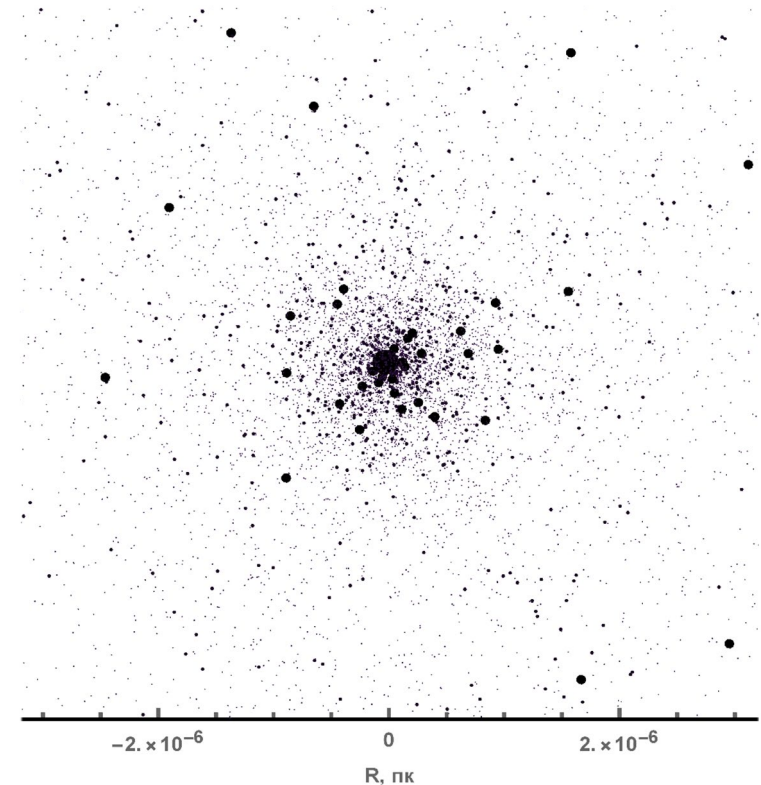
Использовались следующие параметры потенциала (мексиканская шляпа):  
 $\Lambda = 0.011$  ГэВ,  $f = 1.4 \cdot 10^{13}$  ГэВ.

Параметры инфляции и начальное значение поля:  
 $H = 10^{13}$  ГэВ,  $N_{\text{inf}} = 60$ ,  $\theta_{\text{in}} = 0.2 \pi$

# Образование кластеров ПЧД

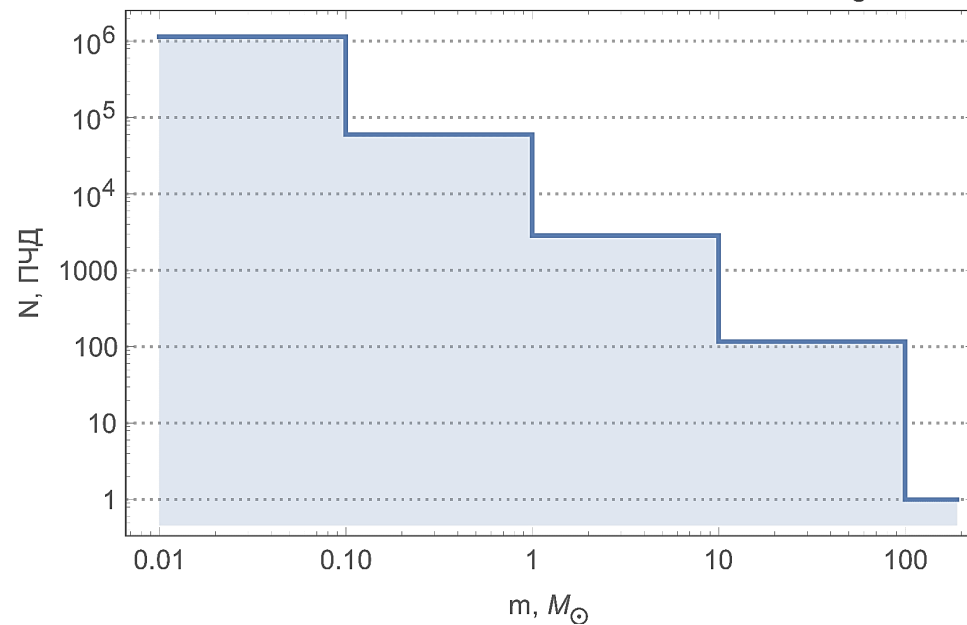


**Рис. 10.** Наложение многократных флуктуаций, естественным образом обеспечивают самоподобную структуру. Формируются скопления ПЧД самых разных масс и размеров.

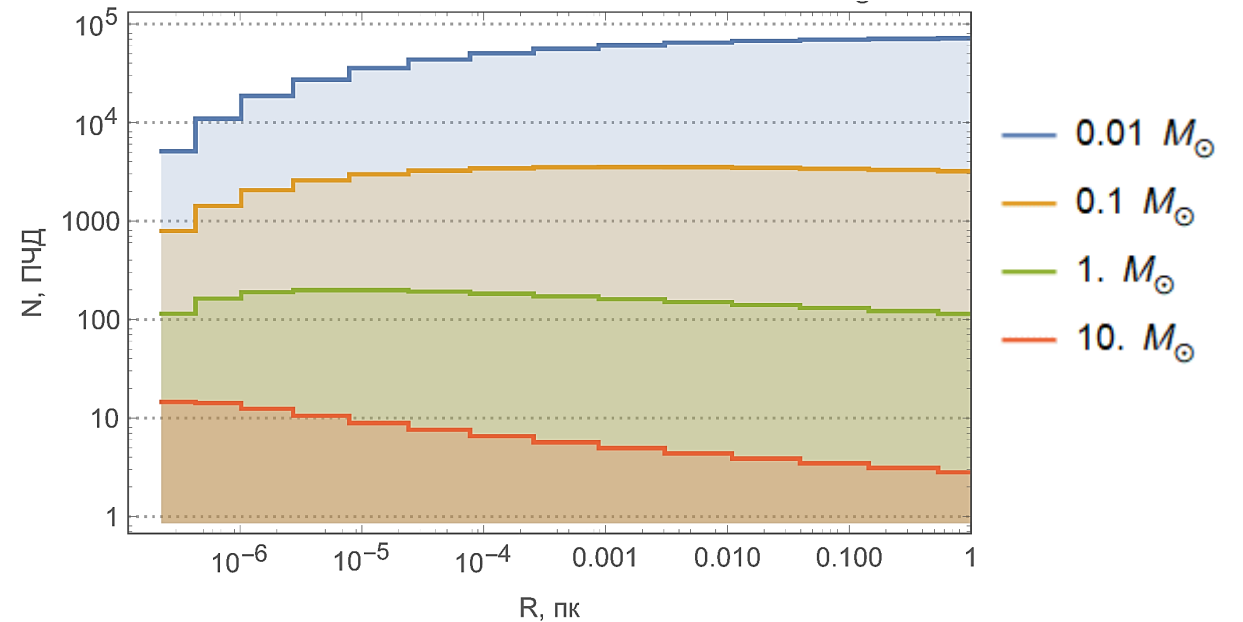


**Рис. 11.** Пространственная структура кластера вокруг ПЧД с массой  $M_0 = 100 M_\odot$ . Число таких скоплений,  $N(M_0) \sim 10^{11} - 10^{12}$  соответствует числу наблюдаемых галактик во Вселенной.

# Распределения ПЧД в кластере



**Рис. 12.** Распределение ПЧД по массам в кластере с центральной черной дырой массой  $M = 100 M_\odot$ .



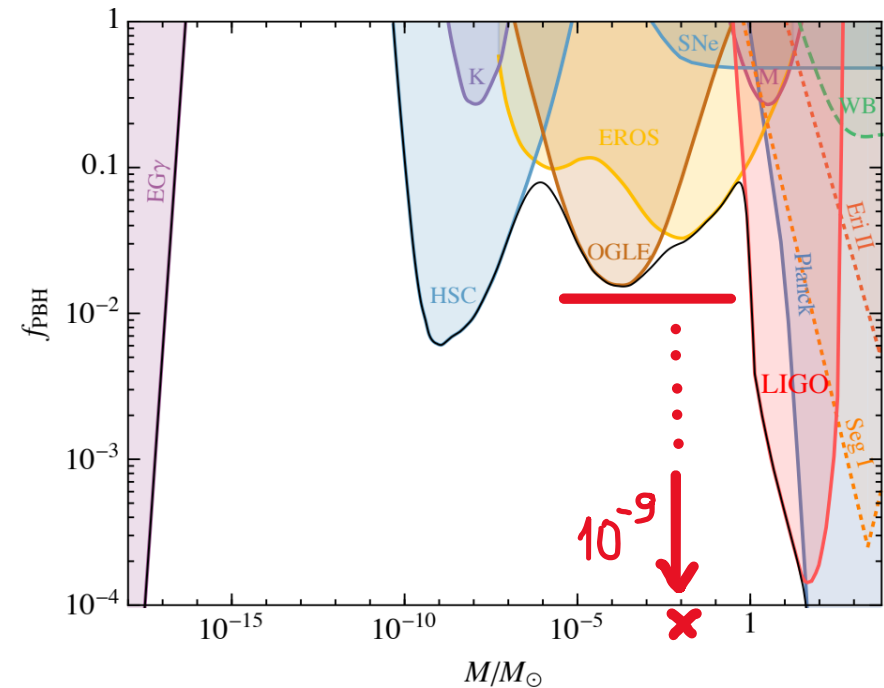
**Рис. 13.** Распределение ПЧД по расстояния от центра в кластере с центральной черной дырой массой  $M = 100 M_\odot$ .

# Ответ на замечание #2 Арбузовой Е.В.

- Гравитационный радиус ПЧД не может быть меньше толщины доменной стенки, из которой ПЧД образуется. Это даёт условие на минимальную массу ПЧД:

$$d \lesssim r_g \simeq 2E_w/M_{Pl}^2.$$

- Для рассматриваемой в работе модели  $M_{min} \sim 10^{-2} M_\odot$ . Число таких ПЧД во Вселенной  $\sim 10^{16}$  что даёт суммарную их массу  $\sim 10^{14} M_\odot$ .
- Эта масса на много порядков ниже текущих космологических ограничений на ПЧД:  $\sim 10^{21} - 10^{20} M_\odot$ .



**Рис. О1.** Текущие космологические ограничения на суммарную массу ПЧД по отношению к скрытой массе [Carr, 2021]



# Дополнительные измерения

## БОЛЬШИЕ ДОП. ИЗМЕРЕНИЯ (БРАНЫ)

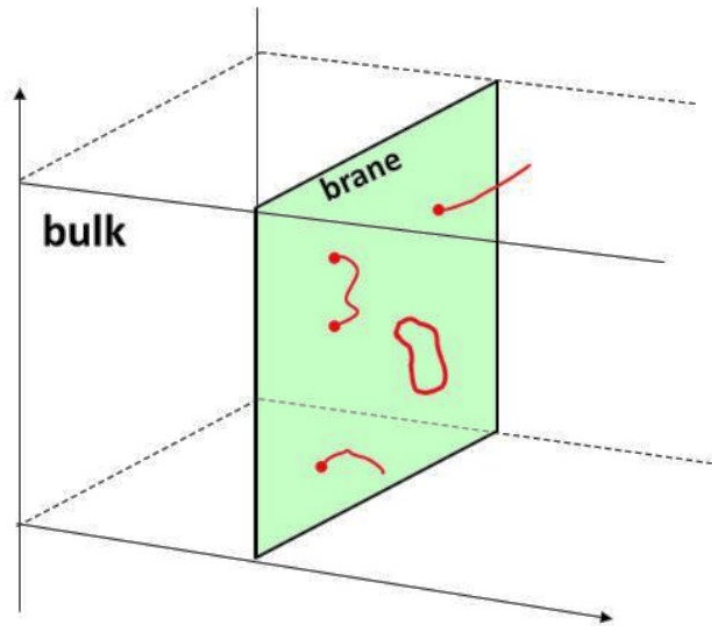


Рис. Д1. Мир на бране. Только гравитоны могут покинуть 3-мерное пространство.

## КОМПАКТНЫЕ ДОП. ИЗМЕРЕНИЯ

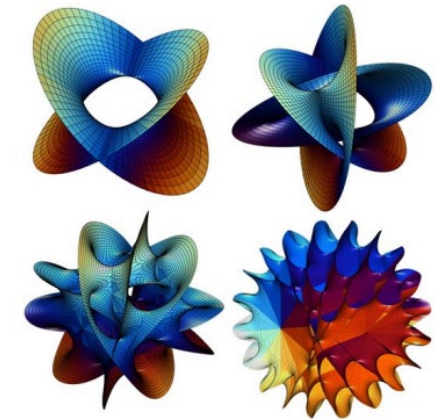
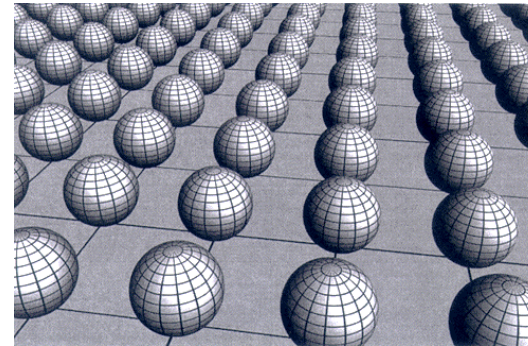


Рис. Д2. Компактное дополнительное пространство. Может иметь хитроумную симметрию.

$$S = \frac{m_D^{D-2}}{2} \int d^{4+n}x \sqrt{|g_D|} \dots \quad (D1)$$

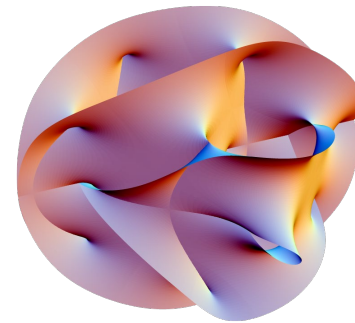
# Спонтанная компактификация

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int R \sqrt{-g} d^4x, \quad (3)$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{R}{2} g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (Д2)$$

**Обеспечение стабильности компактного дополнительного пространства:**

- Дополнительные стабилизирующие поля материи – «механизм Хиггса»:  $T_{\mu\nu} \neq 0$
- Нелинейная модификация гравитационного действия –  $f(R)$ -гравитация:



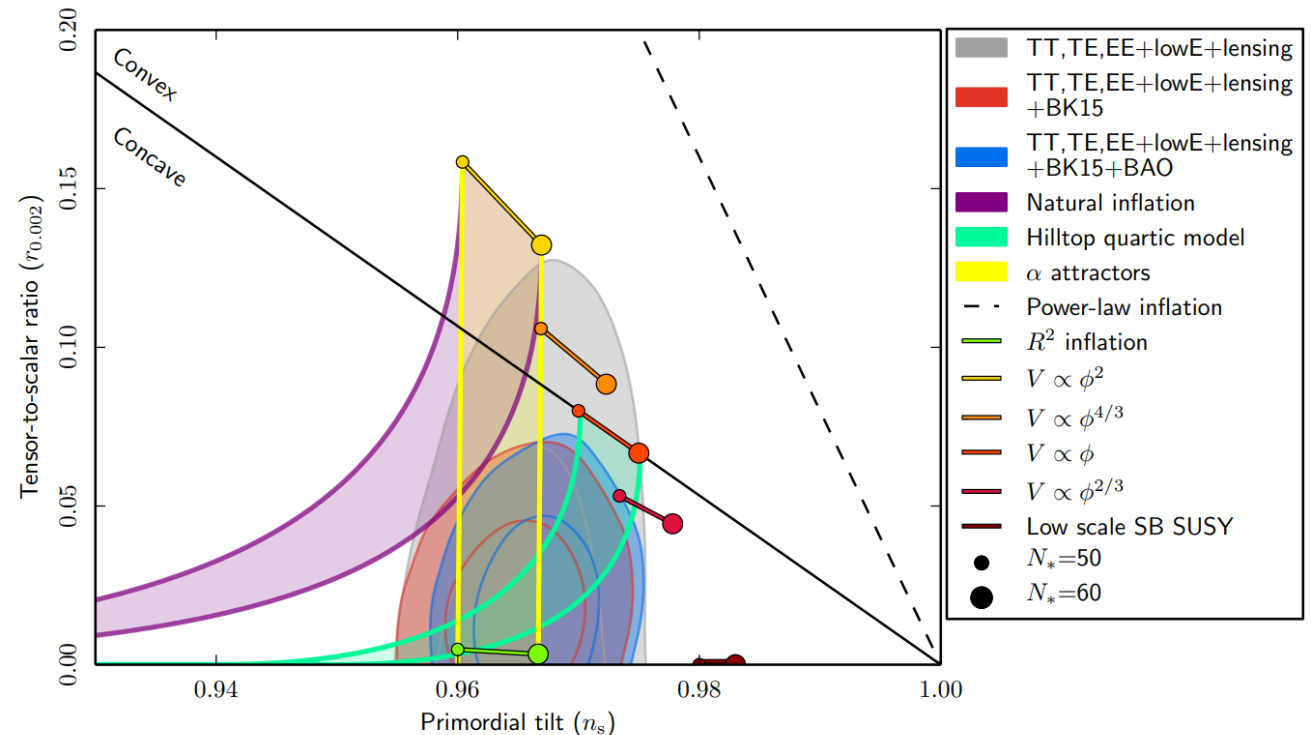
$$S[g_{\mu\nu}] = \frac{m_D^{D-2}}{2} \int d^{4+n}x \sqrt{|g_D|} [f(R) + c_1 R_{AB} R^{AB} + c_2 R_{ABCD} R^{ABCD}], \quad (Д3)$$

$$f(R) = a_2 R^2 + R - 2\Lambda_D,$$

# Модель Старобинского

- Квадратичные поправки  $\sim R^2$  в эффективной гравитационной теории должны возникать при квантовании.
- Самая успешная модель космологической инфляции основана на  $f(R)$ -гравитации (модель Старобинского):

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int \left( R + \frac{R^2}{6M^2} \right) \sqrt{|g|} d^4x, \quad (\text{Д4})$$



**Рис. Д3.** Ограничения на модели инфляции по данным [Planck 2018 results. X. Constraints on inflation]. Модель Старобинского лежит в самом центре ограничений.

# Накопление $U(1)$ -числа

- Теорема Нетер для высокоэнергетичной многомерной теории. Сохраняется внутренний угловой момент в доп. пространстве:

$$\implies \partial_a J^a = 0, \quad J^a = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_a \Phi)} \xi^b \partial_b \Phi - \xi^a \mathcal{L}, \quad (\text{Д5})$$

$$Q = \int J^0 \sqrt{|g|} \sqrt{|k|} d^3 x d^d y = \text{const}.$$

- Теорема Нетер для наблюдаемой 4-мерной теории. Сохраняется число частиц, ассоциированное с  $U(1)$ -симметрией – барионное число:

$$\implies \partial_\alpha j^\alpha = 0, \quad j^\alpha = \frac{\partial \mathcal{L}_4}{\partial(\partial_\alpha \phi^n)} (t)_m^n \phi^m, \quad (\text{Д6})$$

$$(t)_m^n = \int Y_n(\xi^a \partial_a) Y_m \sqrt{|k|} d^d y,$$

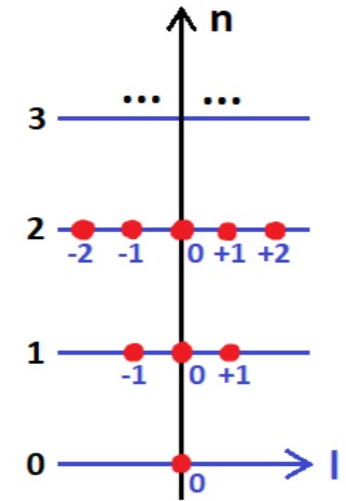
$$Q = \int j^0 \sqrt{|g|} d^3 x = \text{const}.$$

# Многомерные фермионы

$$S_{\Psi} = \int d^6 X \sqrt{|G|} i \bar{\Psi} h_{\tilde{A}}^B \Gamma^{\tilde{A}} \nabla_B \Psi, \quad (D7)$$

- Барионное число должно накапливаться фермионах, следовательно фермионы должны нести внутренний угловой момент и быть многомерными.

$$\Psi(x^A) = \sum_j Y_j(\theta, \varphi) \Psi_j(x) = \sum_{nl} e^{il\varphi} \begin{pmatrix} Y_{nl}^+(\theta) \psi_{nl}(x) \\ Y_{nl}^-(\theta) \xi_{nl}(x) \end{pmatrix}, \quad (D8)$$



- На сфере состояния  $\psi_{nl}$  с ненулевым моментом  $l$  имеют очень большую массу  $M \sim n/r_0$ , при  $n > 0$ . Но на «яблочной» метрике основной уровень  $n = 0$  расщепляется на три:  $l = +1, 0, -1$ . Именно момент  $l$  несет барионное число.

$$S = \int d^6 X \sqrt{|G|} i \bar{\Psi} h_{\tilde{A}}^B \Gamma^{\tilde{A}} \nabla_B \Psi \sim \int \sqrt{-g} d^4 x \sum_{l=-1}^{+1} \left( i \bar{\psi}_l \gamma^\mu \partial_\mu \psi_l + i \bar{\xi}_l \gamma^\mu \partial_\mu \xi_l \right). \quad (D9)$$

# Указания на существование ПЧД

- Известно около 40 квазаров с  $Z > 6$  (менее 800 млн. лет) и массами ЧД  $\sim 10^9 M_{\odot}$ . Недавно обнаружен квазар на  $Z = 6.3$  с  $M = 12 \cdot 10^9 M_{\odot}$ !
- Слияние очень массивных чёрных дыр (обнаруженных LIGO и VIRGO) с практически нулевым спином (GW150914, GW170814).

	Масса	Спин	Расст.
<b>GW170608</b>	$12+7 M_{\odot}$	$0.07^{+0.23}_{-0.09}$	340 Мпк
<b>GW170104</b>	$31+19 M_{\odot}$	$-0.12^{+0.21}_{-0.30}$	880 Мпк
<b>GW170814</b>	$30+25 M_{\odot}$	$0.06^{+0.12}_{-0.12}$	540 Мпк
<b>GW151226</b>	$14+7.5 M_{\odot}$	$0.21^{+0.20}_{+0.10}$	440 Мпк
<b>GW150914</b>	$36+29 M_{\odot}$	$-0.06^{+0.14}_{-0.14}$	410 Мпк

# Темп квантовых флуктуаций

- Квантовые флуктуации в расширяющемся пространстве могут быть описаны как случайные блуждания. Они являются решением уравнение Фоккера-Планка. Вероятность, что поле будет перекинуто через барьер (вероятность критической флуктуации):

$$P(t) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\phi_{\text{cr}} - \phi_{\text{u}}}{\sqrt{2}\sigma(t)} \right), \quad \sigma(t) = \frac{H}{2\pi} \sqrt{Ht} \quad (\text{Д10})$$

- Зная число причинно-независимых областей во время инфляции, мы можем получить количество критических флуктуаций:

$$n_{\text{cr}}(t) = P(t)e^{3Ht} \quad (\text{Д11})$$

- Момент образования флуктуации и конечный радиус её сферической стенки связан темпом расширения Вселенной, а масса сферической стенки связана с её радиусом:

$$r(t) \simeq \frac{r_{\text{inf}}^2}{2t_{\text{inf}}} \simeq \frac{e^{2(N_{\text{inf}} - Ht)}}{2HN_{\text{inf}}}, \quad m(r) = 4\pi r^2 \sigma. \quad (\text{Д12})$$

# Доменные стенки и инфляция

- Приближение медленных изменений  $\phi \equiv R_n \gg R_4$ . Кривизна 4-мерного пространства во время инфляции:  $R_4 \simeq 12 H^2$ .
- Для генерации доменных стенок требуется медленное скатывание  $\psi$ :  $\sqrt{V''(\psi_{max})} \ll H$ .
- Доменные стенки не должны быть слишком плотными, чтобы не доминировать над инфлатоном:  $\varepsilon_\psi \ll \varepsilon_{inf} \sim H^2 m_4^2$ .
- Флуктуации во время инфляции не должны быть слишком большими чтобы не допустить перепроизводства доменных стенок:  $\delta\psi = \frac{H}{2\pi} \ll \psi$ .

$$\begin{aligned}\phi &\sim 10^{-6} - 10^{-4} \gg 12H^2 \sim 10^{-19}, \\ m_\psi &\sim 10^{-11} \ll H \sim 10^{-10}, \\ \varepsilon_\psi &\sim 10^{-20} \ll \varepsilon_{inf} \sim 10^{-19}, \\ \delta\psi &\sim 10^{-11} \ll \psi \sim 1.\end{aligned}\tag{D13}$$

$$H^J \gtrsim 10^{13} \text{ [GeV]}\tag{D14}$$