МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА К БАКАЛАВРСКОЙ ДИПЛОМНОЙ РАБОТЕ СПЕЦИФИКА ФОРМИРОВАНИЯ КРУПНОМАСШТАБНОЙ СТРУКТУРЫ ВСЕЛЕННОЙ В МОДЕЛИ ТЕМНЫХ АТОМОВ

Студент	________Вейс Ал Карни Мд
Научный руководитель, проф., д.ф.-м.н., проф.	________М. Ю. Хлопов

Москва 2023

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

СПЕЦИФИКА ФОРМИРОВАНИЯ КРУПНОМАСШТАБНОЙ СТРУКТУРЫ ВСЕЛЕННОЙ В МОДЕЛИ ТЕМНЫХ АТОМОВ

Студент	________Вейс Ал Карни Мд
Научный руководитель, д.ф.-м.н., проф.	________М. Ю. Хлопов
Рецензент, к.ф.-м.н., доц.	________А. Г. Майоров
Секретарь ГЭК, к.ф.-м.н.	________ А. А. Кириллов
Зав. каф. №40, д.ф.-м.н., проф.	________ М. Д. Скорохватов
Рук. учеб. прог., д.ф.-м.н., проф.	________ М. Д. Скорохватов

Содержание

1. Введение

Разгадка тайн нашей огромной Вселенной была движущей силой в стремлении физиков понять загадочный компонент, известный как скрытая масса. Скрытая масса составляет значительную часть плотности энергии в нерелятивистской материи, оказывая глубокое влияние на динамику и структуру нашего космоса. Существование скрытой массы было первоначально открыто Фрицем Цвикки в 1933 году, чье новаторское открытие замечательного разброса лучевых скоростей между галактиками в скоплении Кома привело к осознанию того, что общая масса скопления намного превышает массу видимых звезд. Это открытие намекнуло на наличие скрытой массы, открытие, которое положило начало дальнейшим исследованиям распределения массы внутри спиральных галактик.

В 1939 году тщательное исследование Хорасом Бэбкоком кривой вращения галактики туманность Андромеды выявило еще одну загадку. Вопреки предсказаниям небесной механики, которая предполагала уменьшение скорости вращения с увеличением расстояния от центра галактики, Бэбкок наблюдал почти постоянную скорость вращения. Это неожиданное открытие указало на существование невидимой массы, превосходящей видимую материю, положив начало интенсивным поискам новой формы материи, обычно называемой скрытой массой.

В нашем стремлении разгадать секреты скрытой массы мы приступаем к уникальному исследованию с помощью инновационной линзы модели OHe dark atom. В рамках этой интригующей структуры модель OHe предполагает существование замечательной лептоноподобной сущности, обозначаемой как O, несущей заряд -2, аналогичный ядру, и электроноподобной частицы, представленной He, напоминающей альфа-частицу. Используя принципы квантовой механики и почтенное уравнение Ридберга, мы стремимся раскрыть энергетические уровни и характеристики темного атома OHe, предлагая бесценную информацию о природе скрытой массы.

При $Z_\alpha = 2$ и $Z_{O^{--}} = -2, \alpha$-частица в такой модели является точкой и движется по боровскому радиусу. Тогда энергия связи OHe для точечного заряда ^4He [1]

$$E_{OHe} = \frac{Z_{O^{--}}^2 Z_\alpha^2 \alpha^2 m_{He}}{2} \approx -1,6 MeV$$

где m_{He} — масса α-частиц.

Боровский радиус вращения He в темны» атомах OHe равен [2]:

$$R_b = \frac{\hbar c}{Z_{O^{--}} Z_\alpha m_{He} \alpha} \approx 2 \cdot 10^{-13} cm$$

Во всех моделях O-гелия O ведет себя как лептон или как специфический кластер тяжелых кварков новых семейств с подавленным адронным взаимодействием

Цель этой работе - всесторонне исследовать модель темного атома OHe, проливая свет на тайны, окружающие скрытую массу, и ее глубокие последствия для нашего понимания Вселенной. Наши цели включают углубленное изучение теоретических основ, лежащих в основе модели OHe, вывод основных уравнений для описания энергетических уровней темного атома OHe и предложение экспериментальных методологий для обнаружения скрытой массы в рамках концепции OHe. Органично интегрируя теоретический анализ, мы стремимся внести значительный вклад в разгадку загадочной природы скрытой массы и ее далеко идущего влияния на космическую структура.

2. *Вычисление плотности числа частиц O во Вселенной при OHe расчете*

Расчет плотности числа частиц O во Вселенной на момент образования OHe:

- Мы знаем, что плотность энергии O-частиц во Вселенной определяется по формуле: $\rho_O = m_O n_O c^2$, где m_O - масса O-частицы и n_O - ее плотности числа.

- Мы также можем записать плотность энергии Вселенной как: $\rho_{tot} = \rho_{rad} + \rho_M + \rho_O$ где ρ_{rad} - плотность энергии излучения, ρ_M - плотность энергии вещества, а ρ_O - плотность энергии O частиц.

- Предполагая, что вселенная плоская, мы имеем: $\rho_{tot} = \rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$ где H_0 - современная постоянная Хаббла, а G - гравитационная постоянная.

- Во время формирования OHe температура Вселенной составляла около 100 кэВ, что соответствует времени примерно в 1 секунду после Большого взрыва. Используя стандартную космологическую модель, мы можем оценить значение H на данный момент как:

$$H(T) \approx \sqrt{\frac{8\pi G}{3}\rho_{tot}(T)} = 1.66 g_*^{1/2} \frac{T^2}{M_{Pl}}$$

  где g_* - эффективное число релятивистских степеней свободы, T - температура и M_{Pl} - планковская масса.

- Предполагая, что O частицы находились в тепловом равновесии с излучением и материей во Вселенной в это время, мы можем использовать распределение Больцмана, чтобы записать:

$$n_X = \frac{\rho_O}{m_O c^2} = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} \frac{g_O}{g_*} \frac{\rho_{rad}(T)}{m_O} \left(\frac{T}{m_O c^2}\right)^3$$

  где $\zeta(3) \approx 1.202$ - дзета-функция Римана, оцененная в 3, g_O - число внутренних степеней свободы частицы O, и мы предположили, что частицы O достигли химического равновесия с излучением и веществом.

- Используя приведенные выше уравнения, мы можем вычислить числовую плотность частиц O следующим образом:

$$n_O \approx 2.98 \times 10^{21} g_O \left(\frac{100 \text{ keV}}{m_O c^2}\right)^3 \left(\frac{g_*}{10.75}\right)^{1/2} \quad m^{-3}$$

  где мы использовали $g_* = 10.75$ для эффективного числа релятивистских степеней свободы при температуре 100 кэВ.

- Предполагая $m_O = 10$ ГэВ/с^2 и $g_O = 2$, получаем: $n_O \approx 4.13 \times 10^{18}$ м$^{-3}$

  Это плотности числа частиц O во Вселенной на момент формирования OHe, основанная на теоретических моделях и предположениях.

3. *Вычисление поперечного сечения для OHe формирования*

Формула поперечного сечения для образования OHe из статьи Кузьмина и Рубакова, использующая $m_O = 10$ ГэВ/с ^{2} и температуру $T = 100$ кэВ, имеет вид [3]:

$$\sigma_{OHe} = 8\pi\alpha_O^2\alpha_{\text{eff}}^2 \left(\frac{m_O}{m_e}\right)^2 \frac{1}{v_{\text{rel}}^2} \left[\frac{\pi}{2}\ln\left(\frac{v_{\text{esc}}}{v_{\text{rel}}}\right) - \sqrt{\frac{v_{\text{esc}}^2}{v_{\text{rel}}^2} - 1}\left(1 - \frac{v_{\text{esc}}^2}{v_{\text{rel}}^2}\right)\right] =$$

$$= 8\pi\left(\frac{g_O}{4\pi}\right)^2 \left(\frac{g_{\text{eff}}}{4\pi}\right)^2 \left(\frac{m_O}{m_e}\right)^2 \frac{1}{v_{\text{rel}}^2} \left[\frac{\pi}{2}\ln\left(\frac{v_{\text{esc}}}{v_{\text{rel}}}\right) - \sqrt{\frac{v_{\text{esc}}^2}{v_{\text{rel}}^2} - 1}\left(1 - \frac{v_{\text{esc}}^2}{v_{\text{rel}}^2}\right)\right]$$

- где мы использовали $\alpha_O = g_O^2/(4\pi)$ и $\alpha_{\text{eff}} = g_{\text{eff}}^2/(4\pi)$, причем $g_O = 2$ и $g_{\text{eff}} = 2$ представляют собой степени свободы для частицы O и эффективные степени свободы при $T = 100$ кэВ соответственно.

- Используя боровский радиус OHe как $a_0 = 2 \times 10^{-13}$ см, мы имеем $v_{\text{esc}} = \sqrt{2GM_{\text{OHe}}/a_0} \approx 1.92 \times 10^{11}$ см / с, где M_{OHe} - масса OHe. Принимая $M_{\text{OHe}} \approx 2m_p$, как и раньше, мы имеем $v_{\text{esc}} \approx 1.36 \times 10^6$ см / с.

- Затем мы можем вычислить относительную скорость v_{rel}, используя то же выражение, что и раньше, которое дает $v_{\text{rel}} \approx 3.38 \times 10^7$ см / с. Вставляя эти значения в выражение для σ_{OHe}, получаем:

$$\sigma_{OHe} \approx 1.41 \times 10^{-24} \text{ cm}^2.$$

4. Вычисление скорости образования OHe

- Скорость образования OHe на единицу объема может быть рассчитана по формуле:

$$\frac{dN_{OHe}}{dt} = n_O n_{He} \langle \sigma_{OHe} v \rangle$$

где n_O - плотности числа частиц O, n_{He} - плотности числа атомов гелия и $\langle \sigma_{\mathrm{OHe}} v \rangle$ - усредненное по скорости поперечное сечение образования OHe.

- Используя приведенные значения, мы имеем:

$$\frac{dN_{\mathrm{OHe}}}{dt} = \left(4.13 \times 10^{18}\ \mathrm{m}^{-3}\right) (n_{\mathrm{He}}) \left(1.41 \times 10^{-24}\ \mathrm{cm}^2\right) \langle v \rangle$$

где $\langle v \rangle$ - средняя относительная скорость между частицами O и атомами гелия. Мы можем приблизить это как:

$$\langle v \rangle \approx \sqrt{\frac{8 k_B T}{\pi m_{\mathrm{He}}}} = \sqrt{\frac{8\,(1.38 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/K})\,(100\mathrm{keV})}{\pi\,(6.646 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg})}} \approx 1221\ \mathrm{m/s}$$

где k_B - постоянная Больцмана, T - температура и m_{He} - масса атома гелия.

- плотности числа атомов гелия может быть рассчитана исходя из плотности Вселенной и массовой доли гелия[2]:

$$n_{\mathrm{He}} = \frac{\rho_{\mathrm{c}} \Omega_{\mathrm{He}}}{m_{\mathrm{He}}} \approx \frac{\left(1.88 \times 10^{-26}\ \mathrm{g/m}^3\right)(0.24)}{(6.646 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg})} \approx 8.5 \times 10^{18}\ \mathrm{m}^{-3}$$

где ρ_{c} - критическая плотность Вселенной, а Ω_{He} - массовая доля гелия.

Подставляя значения, получаем:

$$\frac{dN_{OHe}}{dt} \approx \left(4.13 \times 10^{18}\ m^{-3}\right) \left(8.5 \times 10^{18}\ m^{-3}\right) \left(1.41 \times 10^{-24}\ cm^2\right) (1221\ m/\mathrm{s})$$
$$\approx 4.20 \times 10^{-3}\ s^{-1}\ m^{-3}$$

- Следовательно, скорость образования OHe на единицу объема составляет приблизительно $4.20 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}^{-1}\mathrm{m}^{-3}$.

5. Температура и плотность OHe формирования

Определить условия температуры и плотности, необходимые для образования OHe, используя теоретические модели и допущения. Мы можем использовать следующую формулу для оценки температуры, необходимой для образования OHe[4]:

$$R_{OHe} = n_O \cdot \sigma_{OHe} \cdot v_{rel}$$

где n_O - численная плотность частиц O, σ_{OHe} - поперечное сечение образования OHe, v_{rel} - относительная скорость между частицами O и He и R_{OHe} - скорость образования OHe на единицу объема.

Чтобы найти, T необходимы следующие допущения и уравнения:

- Скорость образования OHe на единицу объема задается $r_{OHe} = n_O^2 \sigma_{OHe} v_{rel}$, где n_O - плотность числа частиц O, σ_{OHe} - поперечное сечение образования OHe и v_{rel} - относительная скорость между частицей O и ядром He.
- Частицы O нерелятивистские и могут рассматриваться как классический идеальный газ с распределением скоростей Максвелла-Больцмана.
- Частицы O и ядра He образуют связанное состояние с характерным размером R_{OHe}, который может быть аппроксимирован как радиус Бора для системы OHe.
- Частицы O намного массивнее ядер He, поэтому систему OHe можно рассматривать как проблему двух тел с ядром He, фиксированным в начале координат.
- Используя эти допущения и уравнения, мы можем вывести выражение для температуры T, необходимой для образования OHe:

$$T = \frac{m_O}{k_B} \left(\frac{R_{OHe}}{n_O \sigma_{OHe}} \right)^{2/3}$$

где m_O - масса частицы O, а k_B - постоянная Больцмана.

Подставляя приведенные значения, получаем:

$$T = \frac{(10\ \mathrm{GeV}/c^2)(1\ \mathrm{GeV}/c^2)}{k_B} \left(\frac{4.20 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}^{-1}\mathrm{m}^{-3}}{4.13 \times 10^{18}\ \mathrm{m}^{-3} \times 1.41 \times 10^{-24}\ \mathrm{cm}^2} \right)^{2/3}$$

Упрощая это выражение, получаем:

$$T \approx 91.9\ \mathrm{keV}$$

Следовательно, температура, необходимая для образования OHe, составляет приблизительно 91,9 кэВ.

Чтобы определить условие плотности He, необходимое для образования OHe, мы можем использовать уравнение Saha:

$$\frac{n_{\mathrm{OHe}}}{n_{\mathrm{O}} n_{\mathrm{He}}} = \left(\frac{2\pi m_{\mathrm{e}} k_{\mathrm{B}} T}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2 g_{\mathrm{OHe}}}{g_{\mathrm{O}} g_{\mathrm{He}}} \exp\left(-\frac{E_{\mathrm{b}}}{k_{\mathrm{B}} T} \right)$$

где n_{OHe} - плотности числа OHe, n_{O} - плотности числа O-частиц, n_{He} - плотности числа He, m_{e} - масса электрона, k_{B} - постоянная Больцмана, T - температура, h - постоянная Планка, g_{OHe} - вырождение OHe, g_{O} - вырождение O-частиц, g_{He} - вырождение He и E_{b} - энергия связи из ОХэ.

Мы можем переставить уравнение для решения для n_{He}:

$$n_{\mathrm{He}} = \frac{n_{\mathrm{OHe}}}{n_{\mathrm{O}}} \left(\frac{g_{\mathrm{O}} g_{\mathrm{He}}}{2 g_{\mathrm{OHe}}} \right) \exp\left(\frac{E_{\mathrm{b}}}{k_{\mathrm{B}} T} \right) \left(\frac{h^2}{2\pi m_{\mathrm{e}} k_{\mathrm{B}} T} \right)^{3/2}$$

Подключая приведенные значения, получаем:

$$n_{\mathrm{He}} = \frac{(4.20 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}^{-1}\mathrm{m}^{-3})}{(4.13 \times 10^{18}\ \mathrm{m}^{-3})} \left(\frac{2}{2} \right) \exp\left(\frac{(-1.6\ \mathrm{MeV})}{(91.9\ \mathrm{keV})(1.38 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/K})} \right) \times$$
$$\times \left(\frac{(6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J\ s})^2}{2\pi (9.109 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg})(1.38 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/K})(91.9 \times 10^3\ \mathrm{eV})(1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{J/eV})} \right)^{3/2}$$

Упрощая выражение, получаем:

$$n_{\mathrm{He}} \approx 1.19 \times 10^{19}\ \mathrm{m}^{-3}$$

Следовательно, условие плотности He, необходимое для образования OHe, приблизительно равно $1.19 \times 10^{19}\ \mathrm{m}^{-3}$.

6. *Вычисление времени формирования* OHe

Рассчитать время, когда во Вселенной были необходимые условия температуры и плотности для возникновения OHe.

- Используя ту же формулу и предполагая плотность He 1.19×10^{19} m^{-3} и температуру 91,9 кэВ, мы можем рассчитать время, когда во Вселенной были необходимые условия для образования OHe. Уравнение получается в результате объединения уравнений Фридмана с уравнением состояния для вселенной, в которой доминирует излучение, которое приведено в $\rho = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4$, где g_* - эффективное число релятивистских степеней свободы при температуре T[3].

- Используя уравнение Фридмана $H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho$, мы можем решить для t в терминах ρ и g_*:

$$t = \frac{1}{2H} = \frac{1}{\sqrt{\frac{8\pi G}{3}\rho}} = \frac{1}{\sqrt{G\rho}} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{8\pi}}$$

Подставляя выражение для ρ, получаем:

$$t = \frac{1}{\sqrt{G\rho}} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \frac{1}{T^2} \sqrt{g_*} \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi^2}{30}}}$$

Упрощая константы, мы приходим к:

$$t = \frac{1}{\sqrt{G\rho}} \frac{1}{2} \ln \frac{2.58 \times 10^{38}}{g_*^{1/2} T^2}$$

Это уравнение обычно используется для оценки времени, в течение которого вселенная имела заданную температуру и плотность, предполагая, что во Вселенной преобладает излучение. где G - гравитационная постоянная, ρ - плотность энергии Вселенной, g_* - эффективное число релятивистских степеней свободы и T - температура.

Подключая значения, получаем:

$$t = \frac{1}{\sqrt{6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}}\ (c^2)(1.19 \times 10^{19}\ \mathrm{m^{-3}})\ (1 + 3 \times \frac{7}{8}(\frac{4}{11})^{4/3})}} \times$$
$$\times \frac{1}{2} \ln \frac{2.58 \times 10^{38}}{(1 + 3 \times \frac{7}{8}(\frac{4}{11})^{4/3})^{1/2} (91.9\ \mathrm{keV})^2}$$

Упрощая, мы получаем: $t \approx 164$ s

- Таким образом, расчетное время, когда вселенная имела необходимые условия температуры и плотности для образования OHe, составляет приблизительно 164 секунды после Большого взрыва.

7. Оценка общего числа образовавшихся атомов OHe

Общее количество образовавшихся атомов OHe можно оценить следующим образом

- используя эти формулы:

$$N_{\mathrm{OHe}} = R_{\mathrm{OHe}} \cdot V$$

где R_{OHe} - скорость образования OHe на единицу объема, а V - объем Вселенной на момент образования OHe.

- Подставляя $R_{\mathrm{OHe}} = 4.20 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}^{-1-3}$ и $V = \frac{4}{3}\pi(ct)^3$, где c - скорость света, а t - время образования OHe, получаем:

$$N_{\mathrm{OHe}} = 4.20 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}^{-1}\mathrm{m}^{-3} \cdot \frac{4}{3}\pi(ct)^3.$$

Подставляя $t = 164$ s, получаем:

$$N_{\mathrm{OHe}} = 4.20 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}^{-1}\mathrm{m}^{-3} \cdot \frac{4}{3}\pi(c \cdot 164\ \mathrm{s})^3 \approx 4.81 \times 10^{16}.$$

8. Вероятность ковалентной связи между двумя атомами OHe

В теории валентных связей ковалентная связь между двумя атомами OHe описывается как перекрытие орбиталей He с O-орбиталями. Орбиталь He - это сферически симметричная волновая функция, которая описывает вероятность нахождения частицы He на определенном расстоянии от ядра O. Орбиталь O представляет собой более сложную волновую функцию, которая учитывает отрицательно заряженное ядро O[5].

- Вероятность образования ковалентной связи между двумя атомами OHe определяется интегралом перекрытия орбиталей He и O: $P = S^2$ где S - интеграл перекрытия, заданный формулой: $S = \int \psi_{He(r)} \psi_{O(r)} dr$

- $\psi_{He(r)}$ представляет волновую функцию частицы He, которая является альфа-частицей, состоящей из двух протонов и двух нейтронов. Поскольку частица He действует подобно электрону в модели темного атома OHe, ее волновая функция аналогична волновой функции электрона в атоме водорода. В сферических координатах волновая функция может быть выражена как: $\psi_{He}(r) = 2 \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right)$

- $\psi_{O(r)}$, с другой стороны, представляет волновую функцию частицы O, которая является отрицательно заряженным ядром в модели темного атома OHe. Поскольку O-частица является ядром, ее волновая функция не так четко определена, как у электрона или альфа-частицы. Однако ее можно аппроксимировать распределением Гаусса с центром в начале координат. В декартовых координатах волновая функция может быть выражена следующим образом: $\psi_O(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi (2a_0)^3}} \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right)$

- Подставляя их в интегральное выражение перекрытия, мы получаем:

$$S = \int \psi_{He}(r) \psi_X(r) dr \quad = 2 \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{\pi (2a_0)^3}} \int \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right) \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right) r^2 dr$$

 где a_0 - радиус Бора для системы OHe, который задается как $2 \cdot 10^{-13}$ см.

- Поскольку этот интеграл не может быть решен аналитически, мы можем оценить его численно, используя MATLAB или другие методы численного интегрирования. Эта волновая функция представляет вероятность нахождения частицы O в определенном положении r от начала координат. Теперь, поместив целочисленное значение S в $P = S^2$, мы получаем,
$P = 0.00484485 \approx 5 \cdot 10^{-}3$

Рис. 1: Integration Result

9. *Вычисление длины ковалентной связи и радиальной плотности вероятности*

Чтобы найти длину ковалентной связи и радиальную плотность вероятности между двумя атомами XHe, нам нужно решить уравнение Шредингера для системы XHe.

- Радиальная часть волновой функции для основного состояния системы XHe задается следующим образом: $\psi_{nl}(r) = \frac{u_{nl}(r)}{r} = \frac{1}{r}\left(\frac{2Z}{na_0}\right)^{3/2}\sqrt{\frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]^3}}e^{-Zr/na_0}\left(\frac{2Zr}{na_0}\right)^l L_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2Zr}{na_0}\right)$ где a_0 - радиус Бора, n и l - главные квантовые числа и угловой момент импульса, Z - эффективный заряд ядра, а $L_n^m(x)$ - связанный полином Лагерра степени n и порядка m.

- Для системы OHe мы имеем $Z = 2$ (поскольку ядро O имеет заряд -2, а ядро He имеет заряд +2) и $l = 0$ (поскольку основное состояние имеет нулевой угловой момент). Следовательно, радиальная часть волновой функции сводится к: $\psi_{n0}(r) = \frac{u_{n0}(r)}{r} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{8Z^3}{a_0^3 n^3}\right)^{1/2} e^{-Zr/na_0}$ где мы использовали $L_0^0(x) = 1$ и условие нормализации $\int_0^\infty |\psi_{n0}(r)|^2 r^2 dr = 1$.

- Длина ковалентной связи - это значение r, которое максимизирует радиальную плотность вероятности $|\psi_{n0}(r)|^2$. Это происходит в $r = r_c = \frac{3}{2}a_0$. Следовательно, длина ковалентной связи для молекулы OHe равна: $r_c = \frac{3}{2}a_0 = 3 \times 10^{-10}$ m

- Радиальная плотность вероятности для основного состояния системы OHe определяется следующим образом: $|\psi_{n0}(r)|^2 = \frac{1}{\pi}\left(\frac{8Z^3}{a_0^3 n^3}\right) e^{-2Zr/na_0}$

- Подключая $Z = 2$, $a_0 = 2 \times 10^{-10}$ m и $n = 1$, мы получаем: $|\psi_{10}(r)|^2 = \frac{32}{\pi}\left(\frac{1}{a_0^3}\right) e^{-4r/3a_0}$ Для построения этой функции мы можем использовать MATLAB или любое другое программное обеспечение для построения графиков. Вот пример кода MATLAB:

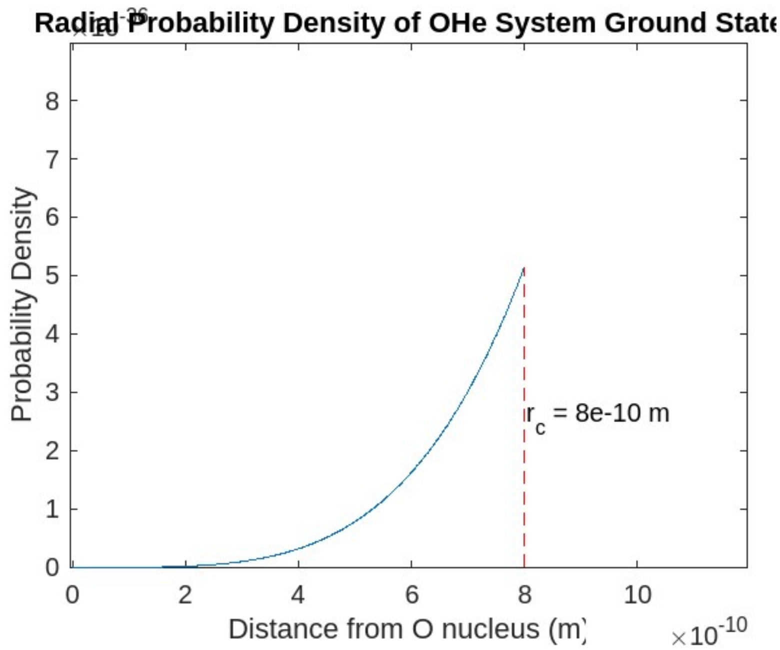

Рис. 2: Radial probability density

10. *Образование темной молекулы OHe*

Будем рассматривать молекулу OHe как двустороннюю реакцию, аналогичную образованию молекулы водорода.

Фоторасщепление:$\mathrm{H}^- + hv \rightleftarrows \mathrm{H} + e$

Захват гелия: $\mathrm{H} + e \rightleftarrows \mathrm{H}^- + hv$

Для образования нашей молекулы OHe:

Фоторасщепление: $+\ \mathrm{O}(\mathrm{He}_2)^{2+} + h\nu \rightleftarrows He + OHe$

Захват электрона: $OHe + He \rightleftarrows \mathrm{O}(\mathrm{He}_2)^{2+} + h\nu$

Точные формулы для свободного от границ коэффициента непрерывного поглощения иона H^- были впервые получены Чандрасекаром и его коллегами (например, Бранскомбом, 1962). Здесь мы используем выражение, данное Охмуряй и Охмуряй (1960), преимущество которого заключается в подходящей аналитической форме. Эти авторы вычисляют поперечное сечение Фоторасщеплениеа из H^- с помощью теории эффективного радиуса действия и находят [6]

$$\sigma(/nu) = \frac{6.85 \times 10^{-18} \gamma k^3}{(1 - \gamma \varrho)\left(\gamma^2 + k^2\right)^3} \ \mathrm{cm}^2$$

Мы будем использовать аналогичную формулу для иона $O(He_2)^{+}2$

где k - волновое число выброшенного электрона, γ - параметр, связанный с сродством к электрону $\left(\gamma^2/2\right)$ водорода, и ϱ - эффективный диапазон; k, γ и ϱ все выражены в атомных единицах. Сравнивая аппроксимацию эффективного диапазона сечения электрон-водородного рассеяния с сечением, основанным на асимптотической амплитуде 202-параметрической H^- волновой функции Пекериса (1958), Охмура и Ohmura получают $\gamma = 0.2356$ a.e. и $\varrho = 2.646$ a.e.. Вставка этих чисел дает

Чтобы рассчитать сродство водорода к электрону, нам нужно рассмотреть изменение энергии, связанное с процессом добавления электрона к нейтральному атому водорода с образованием иона водорода (H-). Сродство к электрону задается уравнением:

Сродство к электрону $(\gamma) = E(H^-) - E(H)$

Где: $E(H^-)$ - энергия иона водорода (H^-) после получения электрона. $E(H)$ - энергия нейтрального атома водорода.

В случае атома водорода уравнение Шредингера может быть решено аналитически для получения собственных значений энергии. Энергия атома водорода определяется формулой:

$$E(H) = -13.6eV/n^2$$

Где: E(H) - энергия атома водорода. n - главное квантовое число, которое может принимать целочисленные положительные значения (1, 2, 3, ...).

Энергия выражается в электрон-вольтах (эВ), которые являются общей единицей измерения для атомных и молекулярных энергетических уровней.

Например, для основного состояния водорода (n = 1) энергия равна:

$$E(H) = -13.6eV/(1^2) = -13.6eV$$

Энергию ионизации атома водорода (Z = 1) можно оценить в модели Бора,

$$E_H = -\frac{m_e e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} \approx -13.6eV$$

В контексте другого атома сродство к электрону может быть рассчитано следующим образом:

Сродство к электрону (EA) = $E(O(He_2)^{2+} - E(OHe))$

Где:

- $E(OHe)$ - энергия ионизации нейтрального Темного атома (OHe).
- $E(O(He_2)^{2+})$ - энергия ионизации иона OHe $(O(He2)2+)$ после получения электрона (в нашем случае альфа-частицы).

Точное значение энергии ионизации может быть определено путем решения уравнения Шредингера для $(OHe_2{}^2)$ или выполнения более сложных вычислений, но мы можем определить энергию ионизации из $(OHe_2{}^2)$, используя эффективный заряд, мы можем сделать приближение, основанное на концепции эффективного ядерного заряда, чтобы получить приблизительную оценку.

Эффективный заряд, испытываемый электроном в атоме, связан с главным квантовым числом (n) через концепцию эффективного ядерного заряда.

Эффективный заряд ядра (Z_{eff}) является мерой суммарного положительного заряда, испытываемого электроном, с учетом экранирующего эффекта других электронов в атоме. Это задается формулой:

$$Z_{\text{eff}} = Z - S$$

где Z - атомный номер ядра (число протонов), а S - константа экранирования.

Константа экранирования (S) представляет собой среднюю величину заряда электрона, которая экранирует внешний электрон от полного заряда ядра. Это зависит от электронной конфигурации и наличия внутренних электронов.

Для (${OHe_2}^2$) мы имеем два атома He, действующих как электроны. Константу экранирования S можно оценить как в 2 раза превышающую эффективный ядерный заряд одного электрона He (что равно $+2$).

Следовательно, эффективный заряд, испытываемый внешним электроном в (${OHe_2}^2$), равен:

$$Z_{\text{eff}} = -2 + (2 \times 2) = 2$$

Теперь, чтобы рассчитать энергию ионизации, нам нужно определить энергию, необходимую для удаления внешнего электрона из иона (${OHe_2}^2$). Это может быть аппроксимировано с использованием модели Бора или других теоретических моделей.Энергию ионизации из (${OHe_2}^2$) с использованием эффективного заряда 4 можно оценить как:

$$\text{Ionization energy} = \frac{\text{Энергия ионизации одного атома}}{Z_{\text{eff}}^2}$$

где n - главное квантовое число. эффективный заряд и главное квантовое число связаны тем, что на эффективный заряд влияет атомный номер и экранирующий эффект внутренних электронов, в то время как главное квантовое число определяет уровень энергии и размер орбиты электрона.

Итак, энергия ионизации из (${OHe_2}^2$) определяется следующим образом:

$$\text{Энергия ионизации} = \frac{-1.6}{2^2} = -0.4\,\text{MeV}$$

- Расчет сродства к электрону:

  Дано: $E(He) = -1.6$ эВ (энергия нейтрального атома ксенона)

$$E(O(H_2)^{2+} = -0.4eV(O(He_2)^{2+}))$$

  $EA = E(O(He_2)^{2+}) - E(OHe) = ((-0.4) - (-1.6))MeV = (1.6 - 0.2)MeV \approx 1.2\,MeV$

  Таким образом, исходя из сродства к электрону, мы можем найти γ. $\gamma^2/2 =$ Electron affinity

  Подставляя значение EA, мы имеем: $\gamma^2/2 = 1.2\,$МэВ

  Решение для γ, : $\gamma = \sqrt{2 \times 1.2}$

$$(\gamma \approx 1.54\,\text{МэВ})$$

  Следовательно, для системы OHe параметр γ, связанный со сродством к электрону, составляет приблизительно $1.54MeV \approx 0.0016a.u.$

Мы используем это $\varrho = 2.646$ a.u., параметр эффективной дальности. Который равен радиусу Ван-дер-уоллса He.

- Волновое число K: Для начала мы рассмотрели одномерный $\hat{H}_0$, то есть одномерный гамильтониан изолированного (не подверженного внешним воздействиям) атома OHe скрытой массы. И представив оператор $\hat{H}_0$ в виде матрицы, мы численно вычислили собственные значения оператора Гамильтона, которые равны энергиям гелия E в атоме OHe, и его собственные векторы, т.е. решили следующее одномерное уравнение Шредингера:

$$\hat{H}_0\Psi = E\Psi$$

  Или

$$\Delta_r\Psi + \frac{2m_{He}}{\hbar^2}\left(E + \frac{4e^2}{r}\right)\Psi = 0$$

Где: - Δ_r является радиальным оператором Лапласа, - Ψ представляет волновую функцию атома OHe, - E соответствует собственному значению энергии системы, - m_{He} обозначает массу атома гелия, - $\overline{2}$ - приведенная постоянная Планка, и - e представляет элементарный заряд.

Приведенное выше уравнение представляет уравнение Шредингера стационарного состояния для атома OHe.

Чтобы найти волновое число полученного электрона (в нашем случае иона гелия), мы предполагаем, что волна атома OHe исходит из бесконечности на первую орбиту, тогда значение волнового числа равно:

$$k = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

где: R является постоянной Ридберга ($1.097 \times 10^7\,\mathrm{m}^{-1}$ или $109700\,\mathrm{cm}^{-1}$), n_1 - начальное главное квантовое число, и n_2 - конечное главное квантовое число.

В данном случае , , $n_2 = \infty$ и $n_1 = 1$. Подставляя эти значения в формулу, мы имеем:

$$K = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2}\right)$$

Чтобы вычислить постоянную Ридберга для атома OHe, нам нужно воспользоваться формулой:

$$R = \frac{\mu \cdot (2e)^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^3 \cdot c}$$

где: - μ - уменьшенная масса системы - $\hbar$ - приведенная постоянная Планка - е - элементарный заряд - ε_0 - диэлектрическая проницаемость вакуума (электрическая постоянная)

Приведенную массу атома OHe можно рассчитать как:

$$\mu = \frac{m_O \cdot m_{\mathrm{He}}}{m_O + m_{\mathrm{He}}}$$

Учитывая атомные массы O (m_o) и гелия (m_{He}), мы можем подставить эти значения и фундаментальные константы в формулу для вычисления постоянной Ридберга. Чтобы вычислить постоянную Ридберга для атома XHe, нам нужна атомная масса гелия (m_{He}) в атомных единицах массы (au).

Атомная масса гелия составляет приблизительно 4,0026 а.е.

Используя приведенные значения: $m_O = 10\,\mathrm{GeV/c^2} = 10\,\mathrm{u}$ (поскольку 1 ГэВ/с^2 приблизительно равно 1 единице атомной массы) $m_{\mathrm{He}} = 4.0026\,\mathrm{u}$

Теперь мы можем приступить к вычислению:

Уменьшенная масса: $\mu = \frac{(10\,\mathrm{u})\cdot(4.0026\,\mathrm{u})}{(10\,\mathrm{u})+(4.0026\,\mathrm{u})} \approx 2.8571\,\mathrm{u}$

Далее нам нужно подставить приведенную массу (μ) и фундаментальные константы в формулу для постоянной Ридберга:

$$R = \frac{\mu \cdot (2e)^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^3 \cdot c}$$

$$R = \frac{2.85\,\mathrm{u} \cdot 4\mathrm{u} \cdot (2 \cdot 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})^4}{8 \cdot (8.8542 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m})^2 \cdot (1.0546 \times 10^{-34}\,\mathrm{J{\cdot}s})^3 \cdot (3 \times 10^6\,\mathrm{m/s})}$$

Итак, волновое число $K = R \approx 1.75 \times 10^{11}\,\mathrm{cm}^{-1}$

- Поперечное сечение фотоотделения: Теперь поместим сюда все Значения для OHe Темный атом ,

$$\sigma(\nu) = \frac{6.85 \times 10^{-18} \gamma k^3}{(1 - \gamma\varrho)\left(\gamma^2 + k^2\right)^3}\ \mathrm{cm}^2$$

мы можем получить

$$\sigma(\nu) = \frac{6.85 \times 10^{-18} \cdot 0.0016 \cdot k^3}{(1 - 2.646 \cdot 0.0016) \cdot (0.0016^2 + k^2)^3}\,\mathrm{cm}^2$$

Дальнейшее упрощение:

$$\sigma(\nu) = \frac{1.1 \times 10^{-20} \cdot k^3}{(0.00000256 + k^2)^3}\,\mathrm{cm}^2$$

Коэффициент скорости фото отражения (${OHe_2}^2$) в поле излучения температуры T_r определяется формулой[7]

$$\alpha_9 = \int_{\nu_1}^{\infty} \frac{4F_\nu \sigma(\nu) d\nu}{h\nu}$$

где $F_\nu d\nu$ - поток черного тела,

Поток черного тела, F_ν, представляет спектральное излучение черного тела на заданной частоте ν и температура T_r. Его можно рассчитать, используя закон излучения Планка.

Закон излучения Планка определяет спектральное сияние следующим образом:

$$B_\nu(T_r) = \frac{2hv^3}{c^2} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT_r}\right) - 1}$$

Поток черного тела F_ν может быть получен путем умножения спектральной яркости на π (для учета изотропного излучения):

$$F_\nu = \pi B_v(T_r)$$

$\sigma(v)$ приведен выше и $v_1 = \left(I_{(OHe_2{}^2)}/h\right)$. Поместив $hv = 1.6\left(k^2 + 0.00000256\right)$ MeV и отметив, что $v = v_1$ соответствует $k = 0$, мы находим

$\alpha_9 = \int_{E(O(He_2)^{2+})}^{\infty} 4 \cdot \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{T}} - 1} \cdot \frac{Ak^3}{(0.00000256s + k^2)^3} \cdot \frac{1}{1.6(k^2 + 0.00000256)} \cdot \frac{1.6}{h} kdk$

где, $A = 1.1 \times 10^{-20}$

$$\alpha_9 = A' \cdot \int \frac{k^4 dk}{(k^2 + 0.00000256)\left[\exp\left(\frac{1.6\times10^6 k^2}{T_4}\right) - \exp\left(\frac{-0.861}{T_4}\right)\right]} \cdot \exp^{-\frac{0.861}{T_4}}$$

где $A' = \frac{8A(1.6)^3}{c^2h^3}$

Мы будем предполагать

$$\beta(T) = \int \frac{k^4 dk}{(k^2 + 0.00000256)\left[\exp\left(\frac{1.6\times10^6 k^2}{T_4}\right) - \exp\left(\frac{-0.861}{T_4}\right)\right]}$$

Теперь наше уравнение становится, $\alpha_9 = A' \cdot \beta(T) \cdot \exp^{-\frac{-0.861}{T_4}} = 3.6 \cdot 10^{-19} \cdot \beta(T) \cdot \exp^{-\frac{-0.861}{T_4}}\ \mathrm{s}^{-1}$

Где, $T_4 = T/10^4$ K. Интеграл $\beta(T)$ и коэффициент скорости α_9 были вычислены численно для диапазона значений T, и результаты показаны в столбцах 2 и 4 таблицы 1.

- **Поперечное сечение электронного крепления:** В астрофизике часто получают поперечное сечение рекомбинации из поперечного сечения ионизации, используя принцип детального баланса (например, Росселанд, 1936)

$$\sigma(v) = \frac{g_0}{g_1}\left[\frac{hv}{mvc}\right]^2 \frac{\sigma(\nu)}{1-\exp(-hv/kT)}$$

где v - скорость электрона (в нашем случае альфа-частицы) относительно атома, g_0 и g_1 - статистические веса основных состояний атома и иона соответственно. В случае фотоотделения и формирования $O(He_2)^{2+}$ мы имеем $g_0 = 1$ (основное состояние $O(He_2)^{2+}$ равно ^1S) и $g_1 = 2$ (основное состояние OHe равно ^2S).

Сначала давайте подставим данное выражение для $\sigma(\nu)$ в уравнение:

$$\sigma(v) = \frac{g_0}{g_1}\left[\frac{hv}{mvc}\right]^2 \frac{\sigma(\nu)}{1-\exp(-hv/kT)}$$

С учетом приведенных допущений коэффициент скорости образования α_4 может быть выражен как [7]:

$$\alpha_4 = \int_0^\infty \left(\frac{m_{He}}{2\pi kT_k}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{mv^2}{kT_k}\right) v\sigma(v) 4\pi v^2 dv$$

Для дальнейшего упрощения интеграла, изменяя переменные и вставляя числовые значения, мы получаем,

Еще больше упрощая, мы можем объединить константы и переставить термины: $\alpha_4 = 9.09 \times 10^{-16} T_k^{-3/2} \beta\left(T_k\right) \mathrm{cm}^3\ \mathrm{s}^{-1}$.

Во втором столбце таблицы 2 мы показываем значения этого коэффициента скорости для разных температур.

Таблица 1: $E(O(He_2)^{2+})$ коэффициент скорости образования и фоторасщепление в зависимости от температуры

Temperature (K)	Beta (T)	α_4 ($cm^3\,s^{-1}$)	α_9 (s^{-1})
10	4.26×10^{-185}	3.872×10^{-197}	0.0
50	4.01×10^{-46}	3.260×10^{-59}	2.366×10^{-139}
100	9.45×10^{-29}	2.716×10^{-42}	1.377×10^{-84}
1000	4.07×10^{-13}	3.700×10^{-28}	2.671×10^{-35}
2000	3.02×10^{-12}	9.706×10^{-28}	1.468×10^{-32}
3000	5.96×10^{-12}	1.043×10^{-27}	1.217×10^{-31}
4000	8.68×10^{-12}	9.863×10^{-28}	3.631×10^{-31}
5000	1.17×10^{-11}	9.513×10^{-28}	7.527×10^{-31}
6000	1.56×10^{-11}	9.649×10^{-28}	1.337×10^{-30}
7000	2.12×10^{-11}	1.041×10^{-27}	2.231×10^{-30}
8000	2.88×10^{-11}	1.157×10^{-27}	3.534×10^{-30}
9000	3.84×10^{-11}	1.293×10^{-27}	5.311×10^{-30}
10000	5.01×10^{-11}	1.440×10^{-27}	7.625×10^{-30}
15000	1.36×10^{-10}	2.128×10^{-27}	2.758×10^{-29}
20000	2.64×10^{-10}	2.683×10^{-27}	6.179×10^{-29}
50000	1.87×10^{-9}	4.808×10^{-27}	5.667×10^{-28}
100000	7.33×10^{-9}	6.663×10^{-27}	2.421×10^{-27}

- Скорость образования молекул: Интеграл, встречающийся в выражениях коэффициентов скорости обеих реакций (4) и (9), подразумевается принципом детального баланса и просто отражает физический факт, что в термодинамическом равновесии ($T_k = T_r = T$) должно быть воспроизведено уравнение Саха. В то же время это обеспечивает проверку вычисления, поскольку оно должно соответствовать этому.

$$\frac{\alpha_9}{\alpha_4} = \frac{n_{He} n_{He}}{n_{\mathbf{H}^-}} = \frac{g_1 g_{He}}{g_0} \exp\left(-E(O(He_2)^{2+})/kT\right).$$

При замене α_9 и α_4 и введении $g_0 = 1$, $g_1 = 2$ и $g_{He} = \left(2\pi m_{He} kT\right)^{3/2}/\hbar^3$ обнаруживается, что это условие выполняется. В реакции:

$$OHe + He \longrightarrow O(He_2)^{2+} + h\nu$$

коэффициент скорости, обозначаемый как k, может быть определен соотношением:

$$\frac{dn_{\mathrm{OHe}_2^{2+}}}{dt} = \mathrm{K}_4 \mathrm{n}_{\mathrm{OHe}} \mathrm{n}_{\mathrm{He}^{+2}} - \mathrm{K}_9 \mathrm{n}_{\mathrm{O(He_2)^{2+}}}$$

где n_{OHe}, n_{He} и $n_{O(He_2)^{2+}}$ представляют числовые плотности OHe, He и $O(He_2)^{2+}$ соответственно. Плотность чисел (n_{OHe}) и n_{He} задается формулой:

Принимая типичные значения для межзвездного пространства $T_r = 10^4$ K и температуру излучения за коэффициент разбавления $W = 10^{-14}$, мы показываем в таблице 2 некоторые значения k_4 и k_9,

Где, $k_9 = W \cdot \alpha_9$ и $k_4 = W \cdot \alpha_4$.

Давайте определим скорость реакции образования $O(He_2)^{2+}$ примерно на уровне $= 100KeV \approx 10^9 Kelvin$

Мы уже нашли, что необходимая плотности числа OHe равна 1.19×10^{19} m^{-3}.

Также мы подсчитываем общее число OHe сформированных $\approx 4.81 \times 10^{16}$

Чтобы вычислить числовую плотность атомов OHe за $t = 164$ с, мы можем использовать формулу:

Таблица 2: Коэффициент скоростизахват гелия и фоторасщепление

Temperature (K)	k_4 ($\mathrm{cm^3\ s^{-1}}$)	k_9 ($\mathrm{s^{-1}}$)
10	3.872×10^{-211}	0.0
50	3.260×10^{-73}	2.366×10^{-153}
100	2.716×10^{-56}	1.377×10^{-98}
1000	3.700×10^{-42}	2.671×10^{-49}
2000	9.706×10^{-42}	1.468×10^{-46}
3000	1.043×10^{-41}	1.217×10^{-45}
4000	9.863×10^{-42}	3.631×10^{-45}
5000	9.513×10^{-42}	7.527×10^{-45}
6000	9.649×10^{-42}	1.337×10^{-44}
7000	1.041×10^{-41}	2.231×10^{-44}
8000	1.157×10^{-41}	3.534×10^{-44}
9000	1.293×10^{-41}	5.311×10^{-44}
10000	1.440×10^{-41}	7.625×10^{-44}
15000	2.128×10^{-41}	2.758×10^{-43}
20000	2.683×10^{-41}	6.179×10^{-43}
50000	4.808×10^{-41}	5.667×10^{-42}
100000	6.663×10^{-41}	2.421×10^{-41}
200000	8.517×10^{-41}	9.138×10^{-41}
500000	1.073×10^{-40}	4.671×10^{-40}
1000000000	1.628×10^{-40}	6.447×10^{-35}

$$n_{\mathrm{OHe}} = \frac{N_{\mathrm{OHe}}}{V}$$

где N_{OHe} - общее число образовавшихся атомов OHe, а V - объем Вселенной за $t = 164$ с.

$$n_{\mathrm{OHe}} = \frac{4 \times 10^{16}}{\frac{4}{3}\pi(3 \times 10^8\ \mathrm{m/s} \cdot 164\ \mathrm{s})^3} \approx 4.20 \times 10^{-3}\ \mathrm{m^{-3}}$$

плотности числа $O(He_2)^{2+}$ может быть рассчитана с использованием коэффициента скорости следующим образом:

$n_{O(He_2)^{2+}} = k_4 \cdot n_{\mathrm{OHe}} \cdot n_{\mathrm{He}} \approx 8 \cdot 10^{-19}\mathrm{m^{-3}}$

Теперь мы получаем

$$\frac{dn_{\mathrm{OHe}_2^{2+}}}{dt} = \mathrm{K_4 n_{OHe} n_{He^{+2}}} - \mathrm{K_9 n_{O(He_2)^{2+}}} \approx 3 \cdot 10^{-}20 cm^3 s^{-1}$$

Следовательно, при температуре $T = 100$ KeV скорость реакции $O(He_2)^{2+}$ оказалась очень низкой, что указывает на невозможность образования молекул OHe в этих условиях. Однако мы можем применить ту же методологию для исследования образования молекул OHe при разных температурах, используя идентичный процесс. Изменяя температуру, мы можем исследовать температурную зависимость реакции и оценить условия, при которых образование молекулы OHe становится благоприятным.

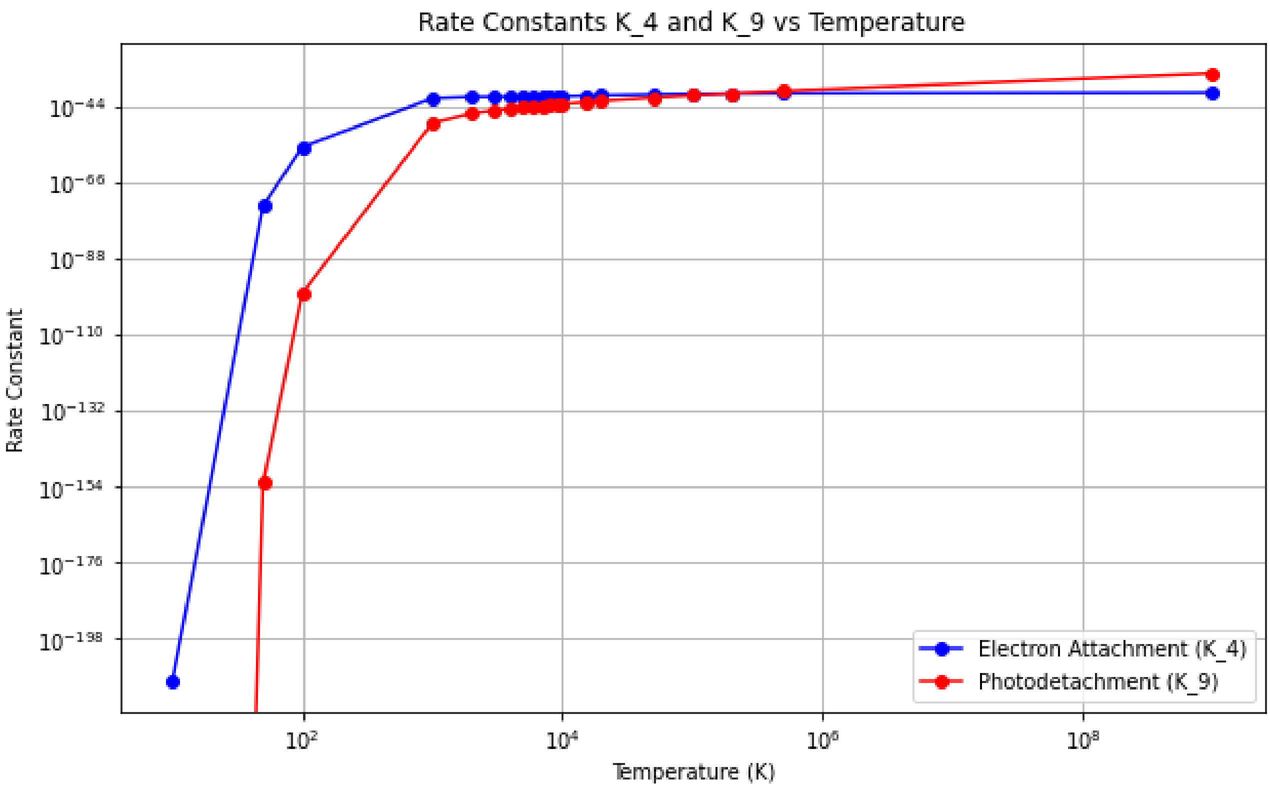

Рис. 3: Логарифмическое сравнение скорости реакции фоторасщепление и захват гелия

11. Заключение

В работе рассматривается гипотеза о скорости рекомбинации OHe. Мы рассмотрели Темный атом OHe как структуру, подобную атому Бора, состоящую из отрицательно заряженного ядра O и альфа-частицы He, которая действует подобно электрону с положительным зарядом. Ковалентная связь между двумя атомами OHe включает совместное использование электроноподобных частиц He между ядрами O, что приводит к образованию стабильной молекулы.Следует отметить, что вероятность образования молекул OHe составляет 0.005, что позволит оценить впоследствии вероянтость образования многоатомных структур OHe и образования первичных специфических форм O-нуклеоритов - нейтральных состояний многозарядных ядер, электричский заряд которых скомпенсирован соответствующим числом O-частиц [8].Однако в этом подходе есть некоторые недостатки атома Бора, например, в этой численной модели кулоновская сила между гелием и O явно не задана, но боровская орбита вращения He в атоме OHe фиксируется вручную, что исключает возможность его поляризации из-за эффекта Штарка. В нашей будущей работе мы попытаемся решить эту проблему. Мы также сравним предполагаемое количество атомов OHe с дальнейшими проверками или ограничениями на обилие OHe во Вселенной, чтобы проверить согласованность модели. Кроме того, мы попытаемся усовершенствовать модель, включив дополнительные теоретические ограничения и сравнив с более точными оценками. Кроме того, мы изучим, как один атом взаимодействует между собой и с другим другим атомом, чтобы узнать, как он ведет себя в случае образования структуры.

Список литературы

[1] T. E. Bikbaev, M. Yu. Khlopov и A. G. Mayorov. “Numerical simulation of dark atom interaction with nuclei”. В: *23rd Workshop on What Comes Beyond the Standard Models?* Нояб. 2020. arXiv: 2011.01362 [hep-ph].

[2] Maxim Yu. Khlopov, Andrey G. Mayorov и Evgeny Yu. Soldatov. *The dark atoms of dark matter*. 2010. arXiv: 1012.0934 [astro-ph.CO].

[3] V.A. Rubakov. “Cosmology and dark matter”. В: (2022). DOI: 10.23730/CYRSP-2021-005.129. arXiv: 1912.04727. URL: https://cds.cern.ch/record/2835254.

[4] Maxim Yu. Khlopov и Chris Kouvaris. “Strong interactive massive particles from a strong coupled theory”. В: *Phys. Rev. D* 77 (6 март 2008), с. 065002. DOI: 10.1103/PhysRevD.77.065002. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.77.065002.

[5] Maxim Khlopov. “Cosmoparticle Physics of Dark Universe”. В: *Symmetry* 14.1 (2022). ISSN: 2073-8994. DOI: 10.3390/sym14010112. URL: https://www.mdpi.com/2073-8994/14/1/112.

[6] Owen Gingerich. “Polynomial Approximation for the Negative Hydrogen-Ion Absorption Coefficient.” В: *apj* 134 (сент. 1961), с. 653. DOI: 10.1086/147188.

[7] T. de Jong. “The Density of H2 Molecules in Dark Interstellar Clouds”. В: *aap* 20 (авг. 1972), с. 263.

[8] Dmitry N. Voskresensky Vakhid A. Gani Maxim Yu. Khlopov. *Double charged heavy constituents of dark atoms and superheavy nuclear objects.* 2018. arXiv: 1808.06816 [astro-ph.CO].

Приложение:

Код для определения вероятности образования связи между двумя атомами OHe:

```
% Define the wave functions for He and X
psi_He = @(r) 2*(1/a0)^(3/2)*exp(-r/a0);
psi_X = @(r) 1/sqrt(pi*(2*a0)^3)*exp(-r/(2*a0));

% Define the integration limits and step size
a = 0;
b = 100*a0;
dx = a0/100;

% Perform the numerical integration
r = a:dx:b;
integrand = psi_He(r).*psi_X(r).*r.^2;
integral_value = trapz(r, integrand);

% Display the result
disp(['Integral value: ' num2str(integral_value)]);
```

Рис. 4: MATLAB Code

Код радиальной плотности вероятности

```
% Define constants
mX = 10.8; % mass of X particle in atomic mass units (amu)
mHe = 4.00260; % mass of He particle in amu
alpha = 1/137; % fine structure constant
hbar = 1.0546e-34; % Planck constant over 2*pi in J*s
e = 1.6022e-19; % elementary charge in C
k = 8.9876e9; % Coulomb constant in N*m^2/C^2
a0 = 2e-11; % Bohr radius in m

% Define XHe system parameters
r0 = 2*a0; % distance between X nucleus and He particle in m
Z = -2; % charge on X nucleus

% Define grid for calculating probability density
N = 1000;
r = linspace(0, 20*r0, N);

% Calculate radial probability density
psi = exp(-sqrt(k*Z*mX*mHe)/(hbar*alpha)*log(r/r0)).*r;
prob_density = 4*pi*r.^2.*abs(psi).^2;

% Find covalent bond length
```

```
[~, ind] = max(prob_density);
rc = r(ind);

% Plot radial probability density
plot(r, prob_density);
xlabel('Distance from O nucleus (m)');
ylabel('Probability Density');
title('Radial Probability Density of OHe System Ground State');
hold on;
plot([rc rc], [0 max(prob_density)], '--r');
text(rc+0.1*r0, max(prob_density)/2, ['r_c = ', num2str(rc), ' m']);
hold off;
```

Код для вычисления $\beta(T)$:

```
import numpy as np

def calculate_beta(T_4, n):
    delta_k = 1 / n # Width of each subinterval
    k_values = np.linspace(delta_k/2, 1-delta_k/2, n) # Midpoints of
        subintervals

    # Evaluate the integrand at the midpoints and sum the results
    integral_sum = sum(
        (k**4) / ((k**2 + 0.00000256) * (np.exp((1.6*10**6)*k**2/T_4) -
            np.exp(-0.861/T_4)))
        for k in k_values
    )

    beta = integral_sum * delta_k
    return beta

T_4 = T/10000 #Put T as needed
n = 1000
beta = calculate_beta(T_4, n)
print(beta)
```