Специфика формирования крупномасштабной структуры Вселенной в модели темных атомов

Студент: Карни Мд Вейс Ал

Руководитель: Проф., д.ф.-м.н. Хлопов М. Ю.

Москва 2023г.

Темные атомы *OHe*

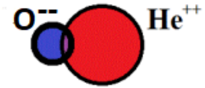

Рис. 1: Темный атом OHe

- Система темных атомов *OHe* похожа на боровскую систему атомов водорода. В отличии от атома водорода, у темного атома OHe очень тяжелое ядро, которое состоит из равномерно отрицательно заряженных частиц O (-2) и частицы He $(+2)$,связанных вместе.
- Уже найденою энергия связи OHe для точечного заряда ^4He

$$E_{OHe} = \frac{Z_{O--}^2 Z_\alpha^2 \alpha^2 m_{He}}{2} \approx -1.6MeV$$

и радиус Бора $R_b = \frac{\hbar c}{Z_{O--} Z_\alpha m_{He} \alpha} \approx 2 \cdot 10^{-13}$ cm

Цель

Цель

- Энергетические уровни и вероятности переходов, определяются взаимодействием между частицами O и He. Система OHe представляет интерес для исследователей, изучающих секретную массу, эта модель позволяет объяснить противоречия в результатах поиска частиц скрытой массы в подземных экспериментах.
- Образованию атомов OHe может сопутствовать их связывание в более сложные молекулярные структуры. Это требует разработки методов расчета образования таких структур с целью последующего анализа образования первичных O-нуклеоритов (связанных систем ядерной и темной материи)

Вероятность ковалентной связи между двумя *OHe* атомами

- Решили следующее одномерное уравнение Шредингера:

$$\Delta_r \Psi + \frac{2m_{He}}{\hbar^2}\left(E + \frac{4e^2}{r}\right)\Psi = 0$$

- Вероятность образования ковалентной связи между двумя атомами OHe определяется интегралом перекрытия орбиталей He и O: $P = S^2$ где S - интеграл перекрытия, заданный формулой: $S = \int \psi_{He(r)}\psi_{O(r)}dr$
- В сферических координатах волновая функция может быть выражена как: $\psi_{He}(r) = 2\left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{r}{a_0}\right)$
- В декартовых координатах волновая функция может быть выражена как: $\psi_O(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi(2a_0)^3}}\exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right)$
- Подставляя их в интегральное выражение перекрытия, мы получаем:

$$S = \int \psi_{He}(r)\psi_X(r)dr \qquad = 2\left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2}\frac{1}{\sqrt{\pi(2a_0)^3}}\int \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right)\exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right)r^2dr$$

Теперь, поместив интегральное значение S в $P = S^2$, мы получаем,

$$\boxed{P \approx 0.005}$$

Расчет длины ковалентной связи и радиальной плотности вероятности

Чтобы найти длину ковалентной связи и радиальную плотность вероятности между двумя атомами OHe, нам нужно решить уравнение Шредингера для системы OHe.

- Радиальная часть волновой функции для основного состояния системы OHe задается следующим образом:

$$\psi_{nl}(r) = \frac{u_{nl}(r)}{r} = \frac{1}{r}\left(\frac{2Z}{na_0}\right)^{3/2}\sqrt{\frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]^3}}\, e^{-Zr/na_0}\left(\frac{2Zr}{na_0}\right)^{l} L_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2Zr}{na_0}\right)$$

где a_0 - радиус Бора, n и l - главные квантовые числа и квантовый момент импульса, Z - эффективный заряд ядра, а $L_n^m(x)$ - соответствующий полином Лагерра степени n и порядка m.

$$\boxed{|\psi_{10}(r)|^2 = \frac{32}{\pi}\left(\frac{1}{a_0^3}\right) e^{-4r/3a_0}}$$

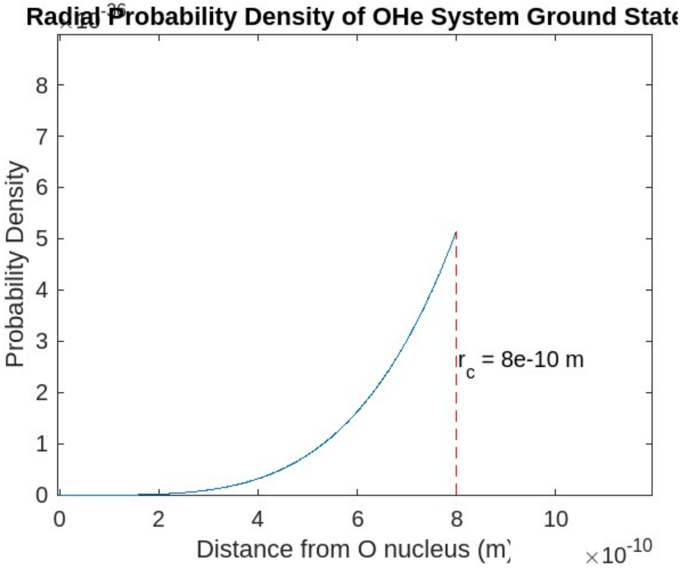

Рис. 2: радиальная плотность вероятности

Образование темной молекулы OHe

Будем рассматривать молекулу *OHe* как двустороннюю реакцию, аналогичную образованию молекулы водорода.

Для образования нашей молекулы водорода:

Фоторасщепление:$\mathrm{H}^- + h\nu \rightleftarrows \mathrm{H} + e$

Захват электрона: $\mathrm{H} + e \rightleftarrows \mathrm{H}^- + h\nu$

Для образования нашей молекулы *OHe*:

Фоторасщепление: $\mathrm{O}(\mathrm{He}_2)^{2+} + h\nu \rightleftarrows He + OHe$

Захват гелия: $OHe + He \rightleftarrows \mathrm{O}(\mathrm{He}_2)^{2+} + h\nu$

- Точные формулы для свободного от границ коэффициента непрерывного поглощения иона. Здесь мы используем выражение, данное Охмуряй и Охмуряй (1960), преимущество которого заключается в подходящей аналитической форме. Эти авторы вычисляют поперечное сечение Фоторасщеплениеа из H^- с помощью теории эффективного радиуса действия и находят

$$\sigma(\nu) = \frac{6.85 \times 10^{-18} \gamma k^3}{(1 - \gamma \varrho)\left(\gamma^2 + k^2\right)^3} \ \mathrm{cm}^2$$

- Мы будем использовать аналогичный случай образования молекулы водорода для иона $O(He_2)^+2$
  где k — волновое число излучаемого гелия, $\gamma \approx 1.54$ МэВ — параметр,захват гелия $(\gamma^2/2)$ OHe и $\varrho = 2.646 a.u.$-эффективный диапазон; $k \approx 1,75 \times 10^{11}$ cm^{-1}
  Поставив параметры:

$$\sigma(\nu) = \frac{1.1 \times 10^{-20} \cdot k^3}{(b + k^2)^3} \mathrm{cm}^2$$

  Где, $b = 0.00000256$
  Коэффициент скорости фоторасщепление $(OHe_2{}^2)$ в поле излучения температуры T_r определяется формулой.

$$\alpha_9 = \int_{\nu_1}^{\infty} \frac{4F_\nu \sigma(\nu) d\nu}{h\nu}$$

  где $F_\nu d\nu$ - интенсивность излучения. С учетом приведенных допущений коэффициент скорости захват гелия α_4 может быть выражен как:

$$\alpha_4 = \int_0^{\infty} \left(\frac{m_{He}}{2\pi k T_k}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{mv^2}{kT_k}\right) v\sigma(v) 4\pi v^2 dv$$

- Решая эти формулы численными методами, можно найти скорость образования

$$\boxed{\frac{dn_{OHe_{\mathbf{2}}^{\mathbf{2}+}}}{dt} = \mathrm{K}_4 \mathrm{n}_{\mathbf{OHe}} \mathrm{n}_{\mathrm{He}^{+2}} - \mathrm{K}_9 \mathrm{n}_{\mathrm{O}(\mathrm{He}_{\mathbf{2}})^{\mathbf{2}+}}}$$

где n_{OHe}, n_{He} и $n_{O(He_{\mathbf{2}})^{\mathbf{2}+}}$ представляют плотность числа OHe, He и $O(He_2)^{2+}$ соответственно. Плотность чисел (n_{OHe}) и n_{He} задается формулой:
Принимая типичные значения для межзвездного пространства $T_r = 10^4$ K и температуру излучения за коэффициент разбавления $W = 10^{-14}$, мы показываем в таблице 1 некоторые значения k_4 и k_9, Где, $k_9 = W \cdot \alpha_9$ и $k_4 = W \cdot \alpha_4$.

Таблица 1: Коэффициент скоростизахват гелия и фоторасщепление

Temperature (K)	k_4 (cm^3 s^{-1})	k_9 (s^{-1})
10	3.872×10^{-211}	0.0
50	3.260×10^{-73}	2.366×10^{-153}
100	2.716×10^{-56}	1.377×10^{-98}
1000	3.700×10^{-42}	2.671×10^{-49}
2000	9.706×10^{-42}	1.468×10^{-46}
3000	1.043×10^{-41}	1.217×10^{-45}
4000	9.863×10^{-42}	3.631×10^{-45}
5000	9.513×10^{-42}	7.527×10^{-45}
6000	9.649×10^{-42}	1.337×10^{-44}
7000	1.041×10^{-41}	2.231×10^{-44}
8000	1.157×10^{-41}	3.534×10^{-44}
9000	1.293×10^{-41}	5.311×10^{-44}
10000	1.440×10^{-41}	7.625×10^{-44}
15000	2.128×10^{-41}	2.758×10^{-43}
20000	2.683×10^{-41}	6.179×10^{-43}
50000	4.808×10^{-41}	5.667×10^{-42}
100000	6.663×10^{-41}	2.421×10^{-41}
200000	8.517×10^{-41}	9.138×10^{-41}
500000	1.073×10^{-40}	4.671×10^{-40}
1000000000	1.628×10^{-40}	6.447×10^{-35}

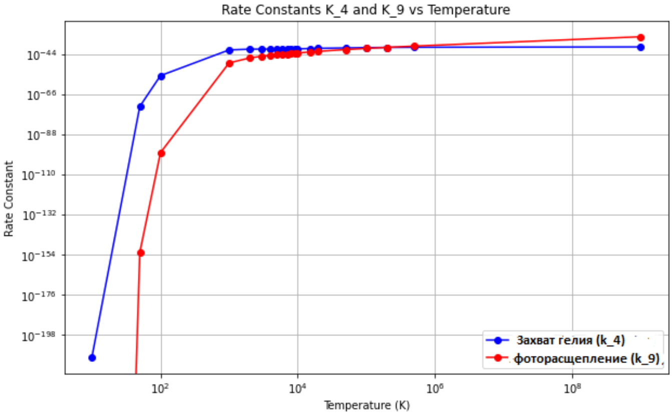

Рис. 3: Логарифмическое сравнение скорости реакции фоторасщепление и захват гелия, которое показывает равновесную реакцию

- Давайте определим скорость реакции образования $O(He_2)^{2+}$ в период космологического нуклеосинтеза при температуре $= 100 KeV \approx 10^9 Kelvin$ Теперь мы получаем

$$\frac{dn_{\mathrm{OHe2^{2+}}}}{dt} = \mathrm{K4n_{OHe}n_{He^{+2}}} - \mathrm{K_9 n_{O(He2)^{2+}}} \approx 3 \cdot 10^{-20} cm^3 s^{-1}$$

Хотя при температуре скорость реакции $O(He_2)^{2+}$обозрение молекулы OHe оказалась весьма низкие этот процесс приводит с вероятностью 0.005 к образованию молекул, которые в последствии могут соединяться в более сложные структуры. Однако мы можем применить ту же методологию для исследования образования молекул OHe при разных температурах, используя идентичный процесс. Изменяя температуру, мы можем исследовать температурную зависимость реакции и оценить условия, при которых образование молекулы OHe становится благоприятным.

Заключение

В работе рассматривается гипотеза о скорости рекомбинации OHe. Мы рассмотрели Темный атом OHe как структуру, подобную атому Бора, состоящую из отрицательно заряженного ядра O и альфа-частицы He, которая действует подобно электрону с положительным зарядом. Ковалентная связь между двумя атомами OHe включает совместное использование электроноподобных частиц He между ядрами O, что приводит к образованию стабильной молекулы.Следует отметить, что вероятность образования молекул OHe составляет 0.005, что позволит оценить впоследствии вероянтость образования многоатомных структур OHe и образования первичных специфических форм O-нуклеоритов - нейтральных состояний многозарядных ядер, электричский заряд которых скомпенсирован соответствующим числом O-частиц.В нашей будущей работе мы попытаемся решить эту проблему. Мы также сравним предполагаемое количество атомов OHe с дальнейшими проверками или ограничениями на обилие OHe во Вселенной, чтобы проверить согласованность модели. Кроме того, мы попытаемся усовершенствовать модель, включив дополнительные теоретические ограничения и сравнив с более точными оценками. Кроме того, мы изучим, как один атом взаимодействует между собой и с другим другим атомом, чтобы узнать, как он ведет себя в случае образования структуры.

Спасибо за внимание!

Приложение: Численная вероятность ковалентной связи между двумя атомами OHe

```
% Define the wave functions for He and X
psi_He = @(r) 2*(1/a0)^(3/2)*exp(-r/a0);
psi_X = @(r) 1/sqrt(pi*(2*a0)^3)*exp(-r/(2*a0));

% Define the integration limits and step size
a = 0;
b = 100*a0;
dx = a0/100;

% Perform the numerical integration
r = a:dx:b;
integrand = psi_He(r).*psi_X(r).*r.^2;
integral_value = trapz(r, integrand);

% Display the result
disp(['Integral value: ' num2str(integral_value)]);
```

```
Integral value: 0.069605
```

Рис. 4: Код

Вычисление длины ковалентной связи и радиальной плотности вероятности I

- Радиальная часть волновой функции для основного состояния системы XHe задается следующим образом:
$\psi_{nl}(r) = \frac{u_{nl}(r)}{r} = \frac{1}{r}\left(\frac{2Z}{na_0}\right)^{3/2}\sqrt{\frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]^3}}e^{-Zr/na_0}\left(\frac{2Zr}{na_0}\right)^l L_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2Zr}{na_0}\right)$ где a_0 - радиус Бора, n и l - главные квантовые числа и угловой момент импульса, Z - эффективный заряд ядра, а $L_n^m(x)$ - связанный полином Лагерра степени n и порядка m.
- Для системы OHe мы имеем $Z = 2$ (поскольку ядро O имеет заряд -2, а ядро He имеет заряд +2) и $l = 0$ (поскольку основное состояние имеет нулевой угловой момент). Следовательно, радиальная часть волновой функции сводится к: $\psi_{n0}(r) = \frac{u_{n0}(r)}{r} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{8Z^3}{a_0^3 n^3}\right)^{1/2} e^{-Zr/na_0}$ где мы использовали $L_0^0(x) = 1$ и условие нормализации $\int_0^\infty |\psi_{n0}(r)|^2 r^2 dr = 1$.
- Длина ковалентной связи - это значение r, которое максимизирует радиальную плотность вероятности $|\psi_{n0}(r)|^2$. Это происходит в $r = r_c = \frac{3}{2}a_0$. Следовательно, длина ковалентной связи для молекулы OHe равна: $r_c = \frac{3}{2}a_0 = 3 \times 10^{-10}\ \mathrm{m}$
- Радиальная плотность вероятности для основного состояния системы OHe определяется следующим образом: $|\psi_{n0}(r)|^2 = \frac{1}{\pi}\left(\frac{8Z^3}{a_0^3 n^3}\right) e^{-2Zr/na_0}$
- Подключая $Z = 2$, $a_0 = 2 \times 10^{-10}\ \mathrm{m}$ и $n = 1$, мы получаем: $|\psi_{10}(r)|^2 = \frac{32}{\pi}\left(\frac{1}{a_0^3}\right) e^{-4r/3a_0}$

MATLAB Code

```matlab
% Define constants
mX = 10.8; % mass of X particle in atomic mass units (amu)
mHe = 4.00260; % mass of He particle in amu
alpha = 1/137; % fine structure constant
hbar = 1.0546e-34; % Planck constant over 2*pi in J*s
e = 1.6022e-19; % elementary charge in C
k = 8.9876e9; % Coulomb constant in N*m^2/C^2
a0 = 2e-11; % Bohr radius in m
% Define XHe system parameters
r0 = 2*a0; % distance between X nucleus and He particle in m
Z = -2; % charge on X nucleus
% Define grid for calculating probability density
N = 1000;
r = linspace(0, 20*r0, N);
% Calculate radial probability density
psi = exp(-sqrt(k*Z*mX*mHe)/(hbar*alpha)*log(r/r0)).*r;
prob_density = 4*pi*r.^2.*abs(psi).^2;
% Find covalent bond length
[~, ind] = max(prob_density);
rc = r(ind);
% Plot radial probability density
plot(r, prob_density);
xlabel('Distance from O nucleus (m)');
ylabel('Probability Density');
title('Radial Probability Density of OHe System Ground State');
hold on;
plot([rc rc], [0 max(prob_density)], '--r');
text(rc+0.1*r0, max(prob_density)/2, ['r_c = ', num2str(rc), ' m']);
hold off;
```

Вычисления константа скорости реакции I

- Энергия сродства к гелия: $= E(O(He_2)^{2+} - E(OHe))$
- Энергия ионизации $E(O(He_2)^{2+} = \frac{\text{Энергия ионизации одного атома}}{Z_{\text{eff}}^2}$
- $Z_{\text{eff}} = -2 + (2 \times 2) = 2$
- мы можем найти γ из $(\gamma^2/2 =$ Энергия сродства к гелия
- Чтобы найти волновое число полученного иона гелия, мы предполагаем, что волна атома OHe исходит из бесконечности на первую орбиту, тогда значение волнового числа равно:

$$k = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

- Чтобы найти α_9 и α_4, мы использовали эти форму,
  $\alpha_9 = A' \cdot \beta(T) \cdot \exp^{-\frac{-0.861}{T_4}}$

$$\alpha_4 = 9.09 \times 10^{-16} T_k^{-3/2} \beta(T_k) \, \mathrm{cm}^3 \ \mathrm{s}^{-1}$$

где $A' = \frac{8A(1.6)^3}{c^2 h^3}$ И

$$\beta(T) = \int \frac{k^4 dk}{(k^2 + 0.00000256)\left[\exp\left(\frac{1.6\times10^6 k^2}{T_4}\right) - \exp\left(\frac{-0.861}{T_4}\right)\right]}$$

Вычисления константа скорости реакции II

Таблица 2: $E(O(He_2)^{2+})$ коэффициент скорости образования и фоторасщепление в зависимости от температуры

Temperature (K)	Beta (T)	α_4 ($\mathrm{cm}^3\,\mathrm{s}^{-1}$)	α_9 (s^{-1})
10	4.26×10^{-185}	3.872×10^{-197}	0.0
50	4.01×10^{-46}	3.260×10^{-59}	2.366×10^{-139}
100	9.45×10^{-29}	2.716×10^{-42}	1.377×10^{-84}
1000	4.07×10^{-13}	3.700×10^{-28}	2.671×10^{-35}
2000	3.02×10^{-12}	9.706×10^{-28}	1.468×10^{-32}
3000	5.96×10^{-12}	1.043×10^{-27}	1.217×10^{-31}
4000	8.68×10^{-12}	9.863×10^{-28}	3.631×10^{-31}
5000	1.17×10^{-11}	9.513×10^{-28}	7.527×10^{-31}
6000	1.56×10^{-11}	9.649×10^{-28}	1.337×10^{-30}
7000	2.12×10^{-11}	1.041×10^{-27}	2.231×10^{-30}
8000	2.88×10^{-11}	1.157×10^{-27}	3.534×10^{-30}
9000	3.84×10^{-11}	1.293×10^{-27}	5.311×10^{-30}
10000	5.01×10^{-11}	1.440×10^{-27}	7.625×10^{-30}
15000	1.36×10^{-10}	2.128×10^{-27}	2.758×10^{-29}
20000	2.64×10^{-10}	2.683×10^{-27}	6.179×10^{-29}
50000	1.87×10^{-9}	4.808×10^{-27}	5.667×10^{-28}
100000	7.33×10^{-9}	6.663×10^{-27}	2.421×10^{-27}

- Подставляя значение $\beta(T)$ из таблицы, мы можем найти α_9 и α_4

```python
import numpy as np

def calculate_beta(T_4, n):
    delta_k = 1 / n  # Width of each subinterval
    k_values = np.linspace(delta_k/2, 1-delta_k/2, n)  # Midpoints of
        subintervals

    # Evaluate the integrand at the midpoints and sum the results
    integral_sum = sum(
        (k**4) / ((k**2 + 0.00000256) * (np.exp((1.6*10**6)*k**2/T_4) -
            np.exp(-0.861/T_4)))
        for k in k_values
    )

    beta = integral_sum * delta_k
    return beta

T_4 = T/10000 #Put T as needed
n = 1000
beta = calculate_beta(T_4, n)
print(beta)
```

Листинг 2: