

Выпускная квалификационная работа на тему

ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ И ДЕЛЕНИЕ ЯДЕР ПРИ
НИЗКИХ И СРЕДНИХ ЭНЕРГИЯХ И ПРОБЛЕМА
ПЛОТНОСТИ ЯДЕРНЫХ УРОВНЕЙ

Студент

Л. Е. Трофимов

Научный руководитель

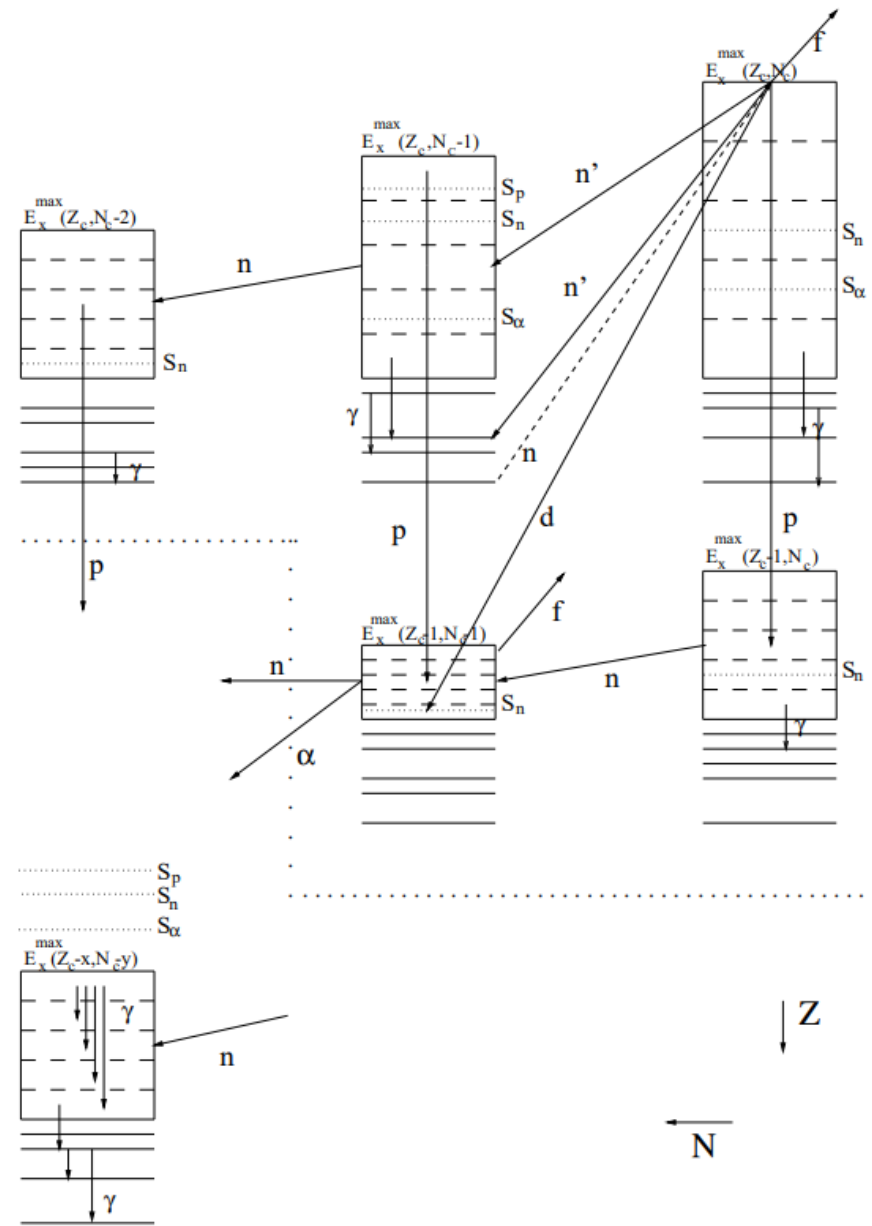
д.ф-м.н., проф.

А. Л. Барабанов

Направления работы

Вычисление плотности ядерных уровней

Моделирование ядерных реакций



Цель работы

- Получение аналитических формул для плотности состояний и уровней ядер.
- Создание алгоритма для моделирования плотности состояний и уровней комбинаторным методом.
- Моделирование реакций в программе Talys.

Одночастичные и многочастичные состояния

Одночастичное состояние в сферическом потенциале характеризуется величинами:

- Энергия ε
- Орбитальный момент l
- Полный угловой момент j
- Проекция полного углового момента m
- Чётность p

Многочастичное состояние :

- Энергия E
- Полный угловой момент I
- Проекция полного углового момента M
- Чётность P

Основное состояние

$$\overbrace{\{1, 1, \dots, 1, 1, 1, 0, 0, 0, \dots\}}$$
$$\{1, 1, \dots, 1, 1, 0, 1, 0, 0, \dots\}$$

$$N_i = \sum_j n_j(i)$$

$$E_i = \sum_j \varepsilon_j n_j(i)$$

$$M_i = \sum_j m_j n_j(i)$$

Аналитические формулы

Плотность многочастичных состояний — отношение количества состояний dN с энергиями в диапазоне $[U, U + dU)$ с проекцией полного углового момента M к интервалу dU :

$$\omega(U, M) = \frac{dN(U, M)}{dU} = \frac{1}{12\sqrt{2g\langle m^2 \rangle}} \frac{e^{2\sqrt{a\left(U - \frac{M^2}{2g\langle m^2 \rangle}\right)}}}{\left(U - \frac{M^2}{2g\langle m^2 \rangle}\right)^{3/2}}$$

- $a = \frac{\pi^2}{6}g$ — параметр плотности уровней.
- $g(E_F)$ — плотность одночастичных состояний вблизи энергии Ферми.
- $g\langle m^2 \rangle = m_Z^2 g_Z + m_N^2 g_N = J_{\text{TB}}/\hbar^2$.

Аналитические формулы

Плотность уровней — отношение числа уровней dN в диапазонах энергии $[U, U + dU)$ с полным угловым моментом I к интервалу dU :

$$\rho(U, I) = \omega(U, M = I) - \omega(U, M = I + 1) \approx -\frac{\partial \omega}{\partial M} \Big|_{M=I+1/2}$$

Аналитическая формула выглядит следующим образом:

$$\rho(U, I) = \frac{dN(U, I)}{dU} = \frac{2I + 1}{12} \sqrt{a} \left(\frac{\hbar^2}{2J} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{e^{2\sqrt{a\left(U - \frac{I(I+1)\hbar^2}{2J}\right)}}}{\left(U - \frac{I(I+1)\hbar^2}{2J}\right)^2}$$

Алгоритм перебора многочастичных состояний

Одночастичное состояние:

- Порядковый номер
- Энергия E
- Орбитальный момент l
- Полный угловой момент j
- Проекция полного углового момента m
- Чётность P

Переход от плотности состояний к плотности уровней:

$$\rho(u, I, P) = \omega(u, M, P) - \omega(u, M + 1, P), \quad I = M \geq 0$$

Основное состояние

$$\overbrace{\{1, 1, \dots, 1, 1, 1, 0, 0, 0, \dots\}}$$

$$\{1, 1, \dots, 1, 1, 0, 1, 0, 0, \dots\}$$

$$\{1, 1, \dots, 1, 0, 1, 1, 0, 0, \dots\}$$

$$\{1, 1, \dots, 0, 1, 1, 1, 0, 0, \dots\}$$

$$\vdots$$

$$\{1, 0, \dots, 1, 1, 1, 1, 0, 0, \dots\}$$

$$\{0, 1, \dots, 1, 1, 1, 1, 0, 0, \dots\}$$

$$\{1, 1, \dots, 1, 1, 0, 0, 1, 0, \dots\}$$

$$\vdots$$

Алгоритм перебора многочастичных состояний

Характерная энергия: $\hbar\omega = 40A^{-1/3}$ МэВ.

- Основное состояние
- $\{1, 1, \dots, 1, 1, 1, 0, 0, 0, \dots\}$
 - $\{1, 1, \dots, 1, 1, 0, 1, 0, 0, \dots\}$
 - $\{1, 1, \dots, 1, 0, 1, 1, 0, 0, \dots\}$
 - $\{1, 1, \dots, 0, 1, 1, 1, 0, 0, \dots\}$
 - \vdots
 - $\{1, 0, \dots, 1, 1, 1, 1, 0, 0, \dots\}$
 - $\{0, 1, \dots, 1, 1, 1, 1, 0, 0, \dots\}$
 - $\{1, 1, \dots, 1, 1, 0, 0, 1, 0, \dots\}$
 - \vdots

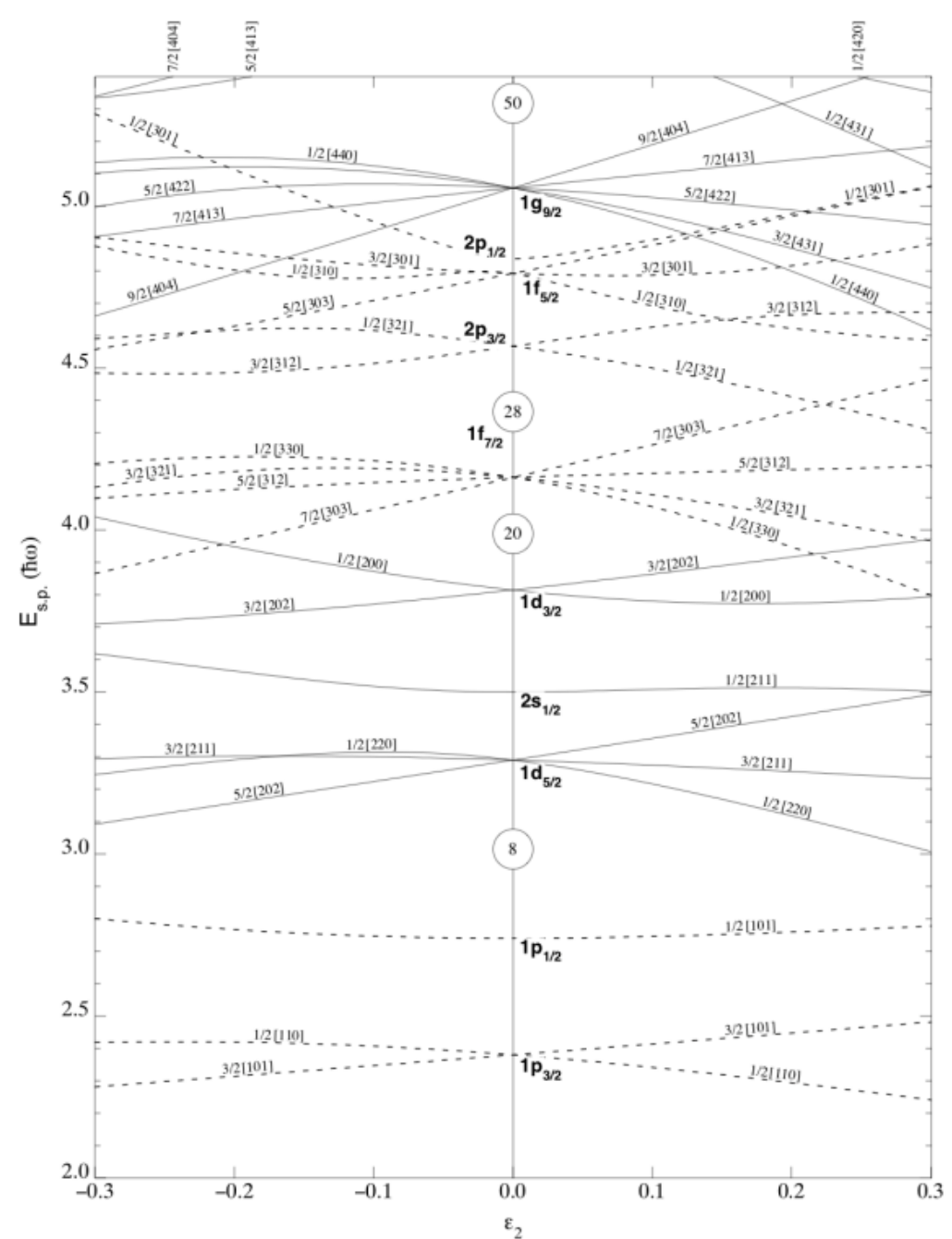


Схема Нильссона для $N, Z < 50$

Переход от размерных единиц к безразмерным

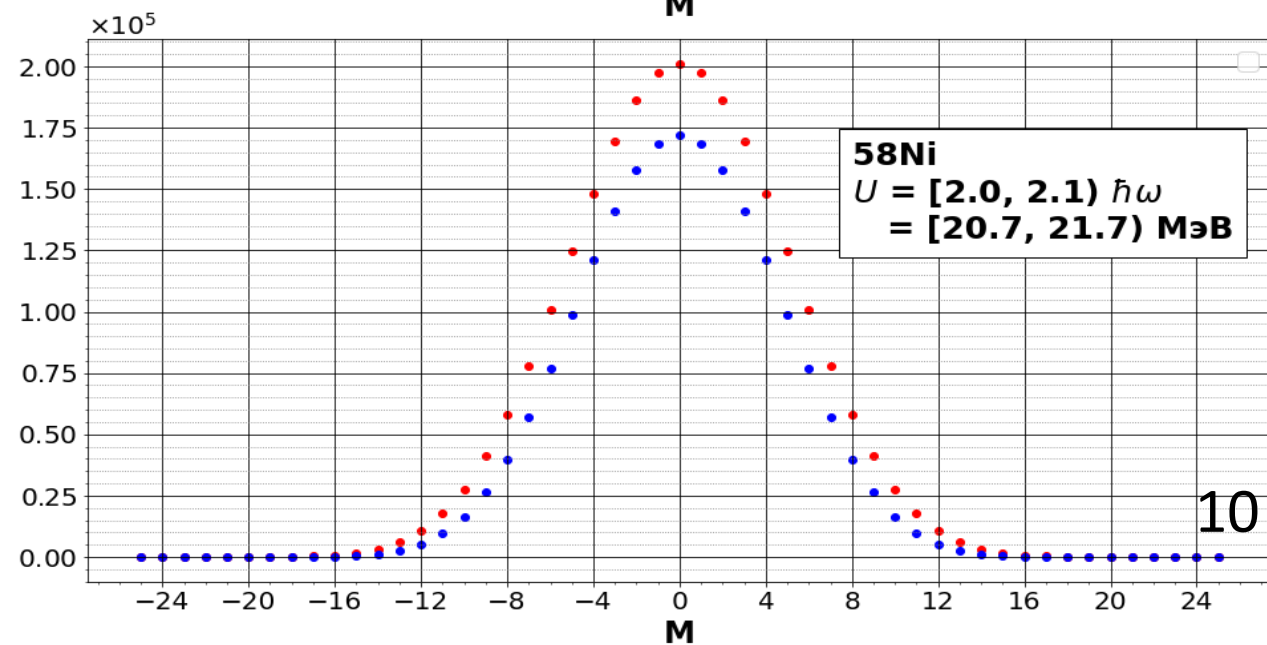
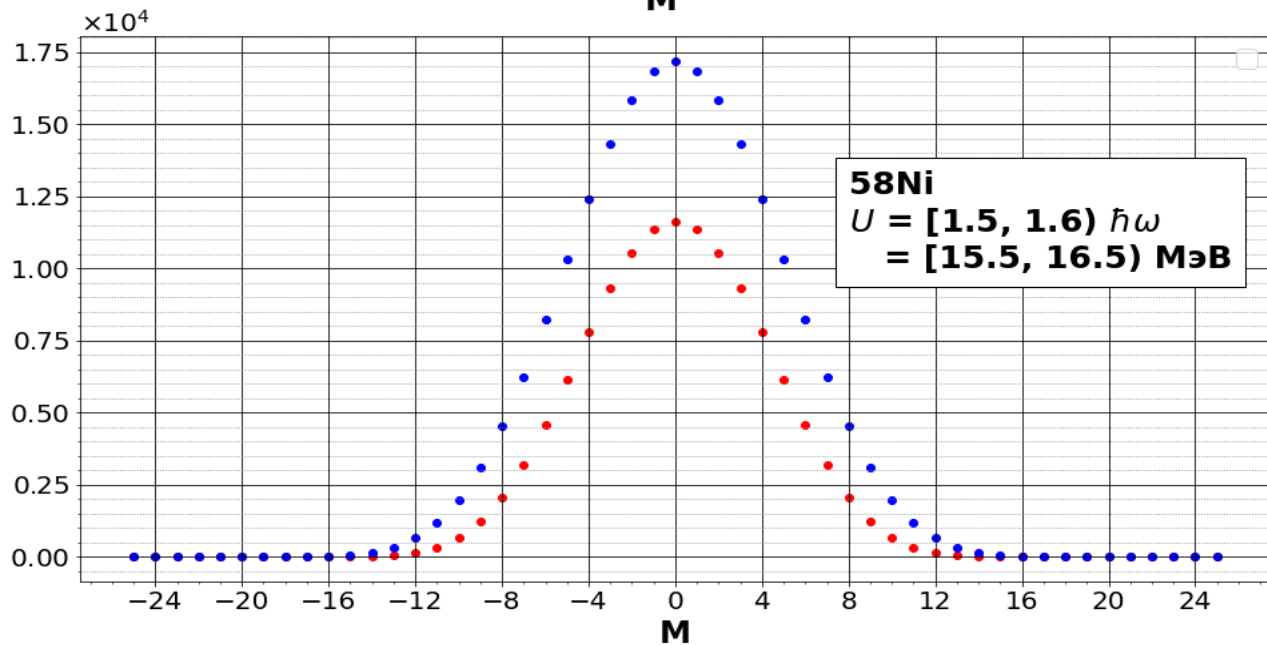
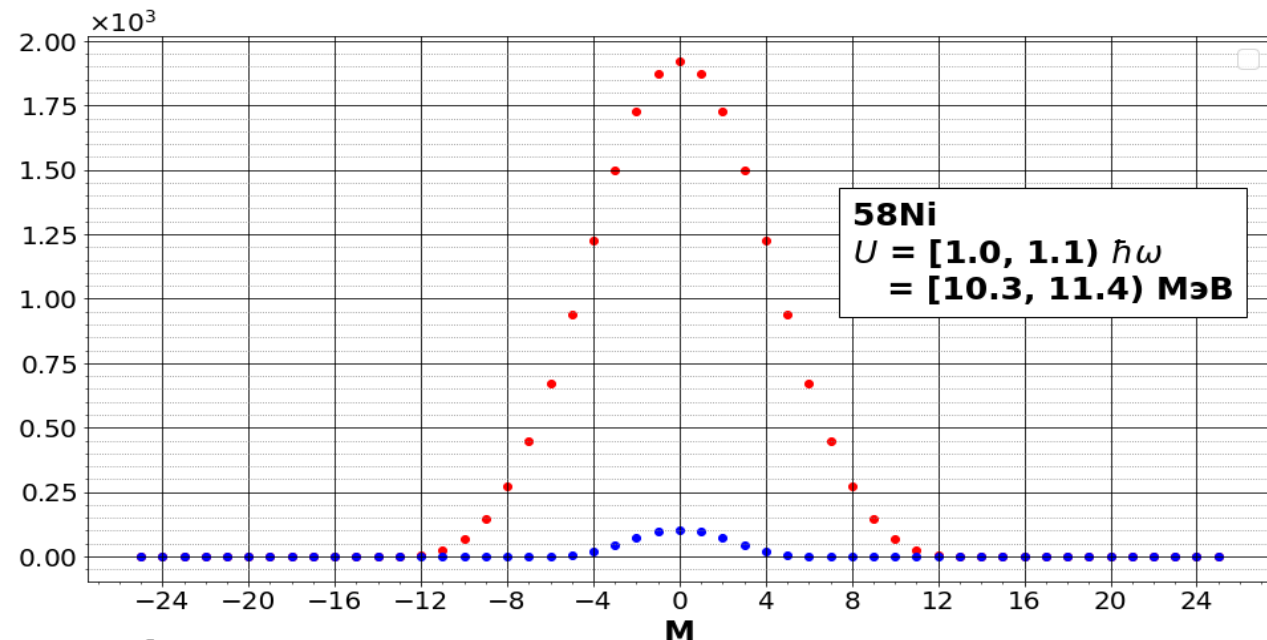
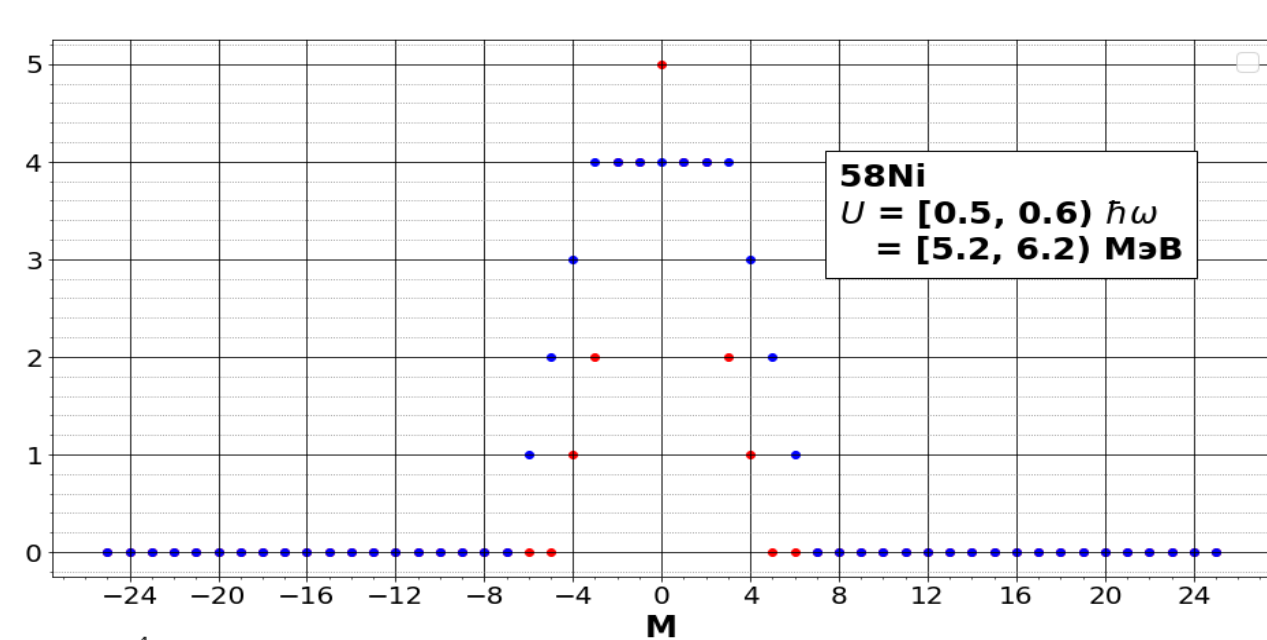
Характерная энергия: $\hbar\omega = 40A^{-1/3}$ МэВ.

Размерная энергия — U , безразмерная — u .

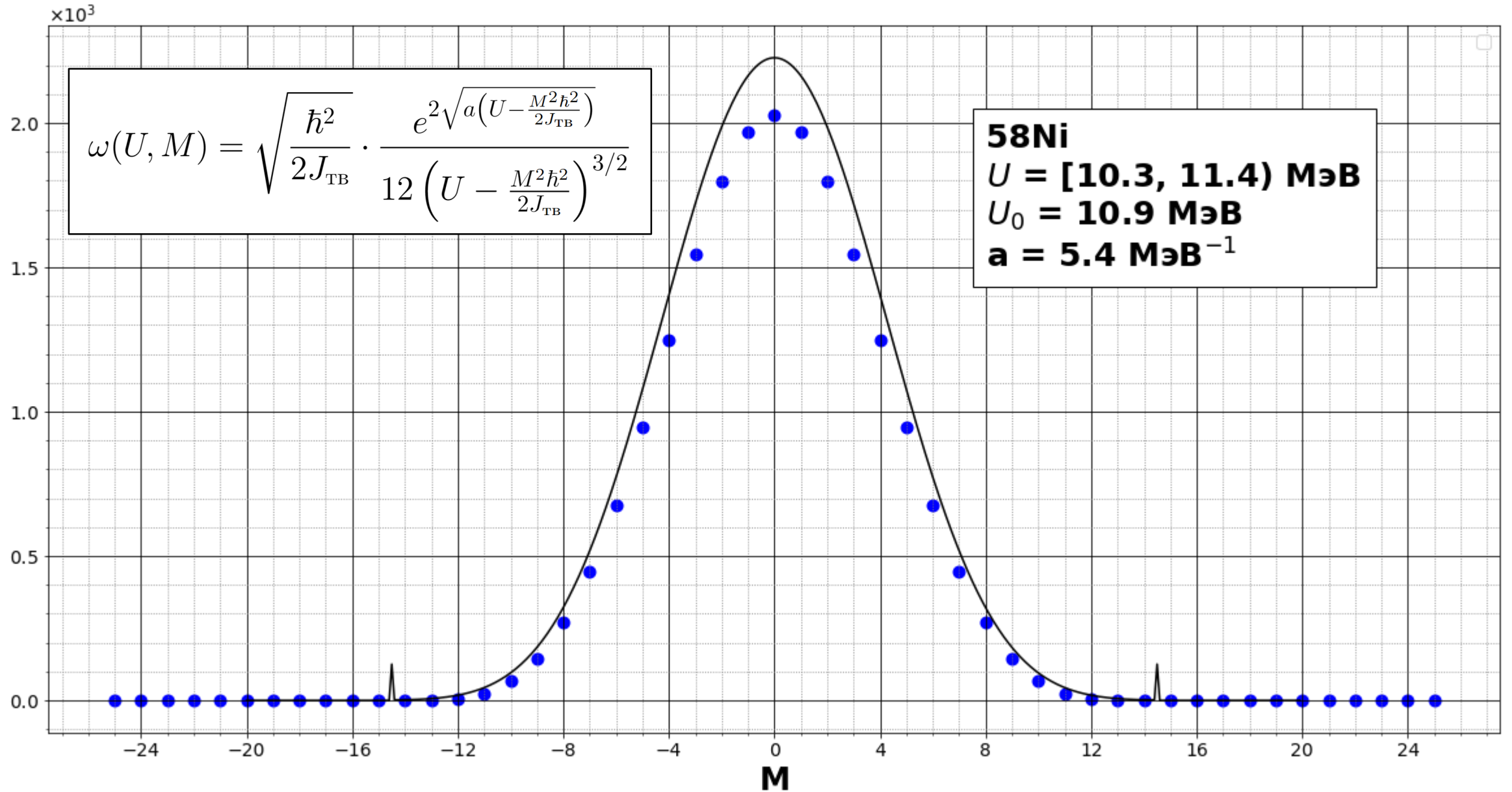
Единица энергии: $\Delta U = \frac{\hbar\omega}{k}$, k — число разбиения (количество энергетических интервалов ΔU в энергии $\hbar\omega$).

Безразмерная энергия u определяется как $\frac{U}{\Delta U}$, округлённое в нижнюю сторону.

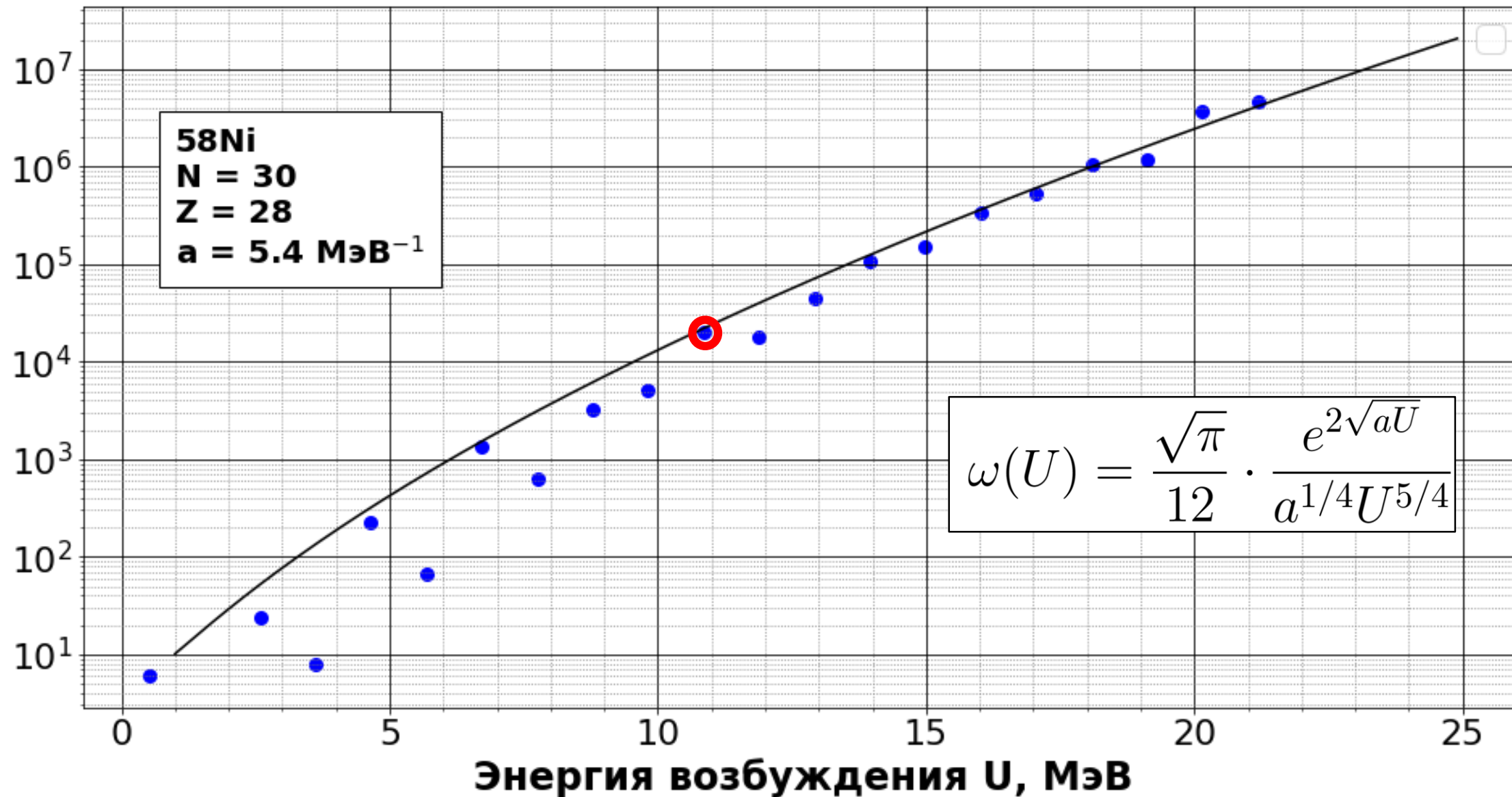
Плотность состояний $\omega(U, M, P)$ для $Z = 28, N = 30$ (^{58}Ni)



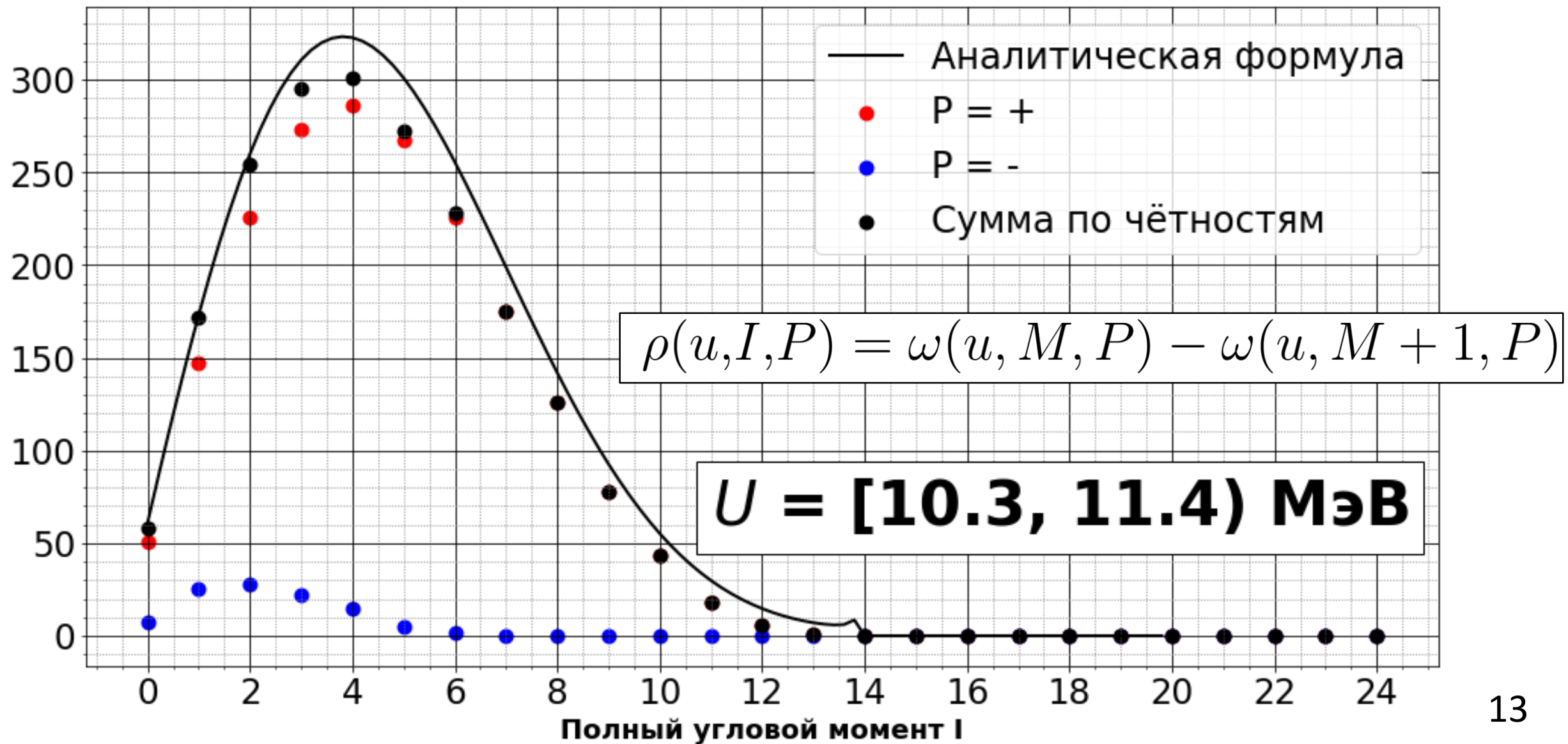
Плотность состояний $\omega(U, M)$ для $Z = 28, N = 30$ (^{58}Ni)



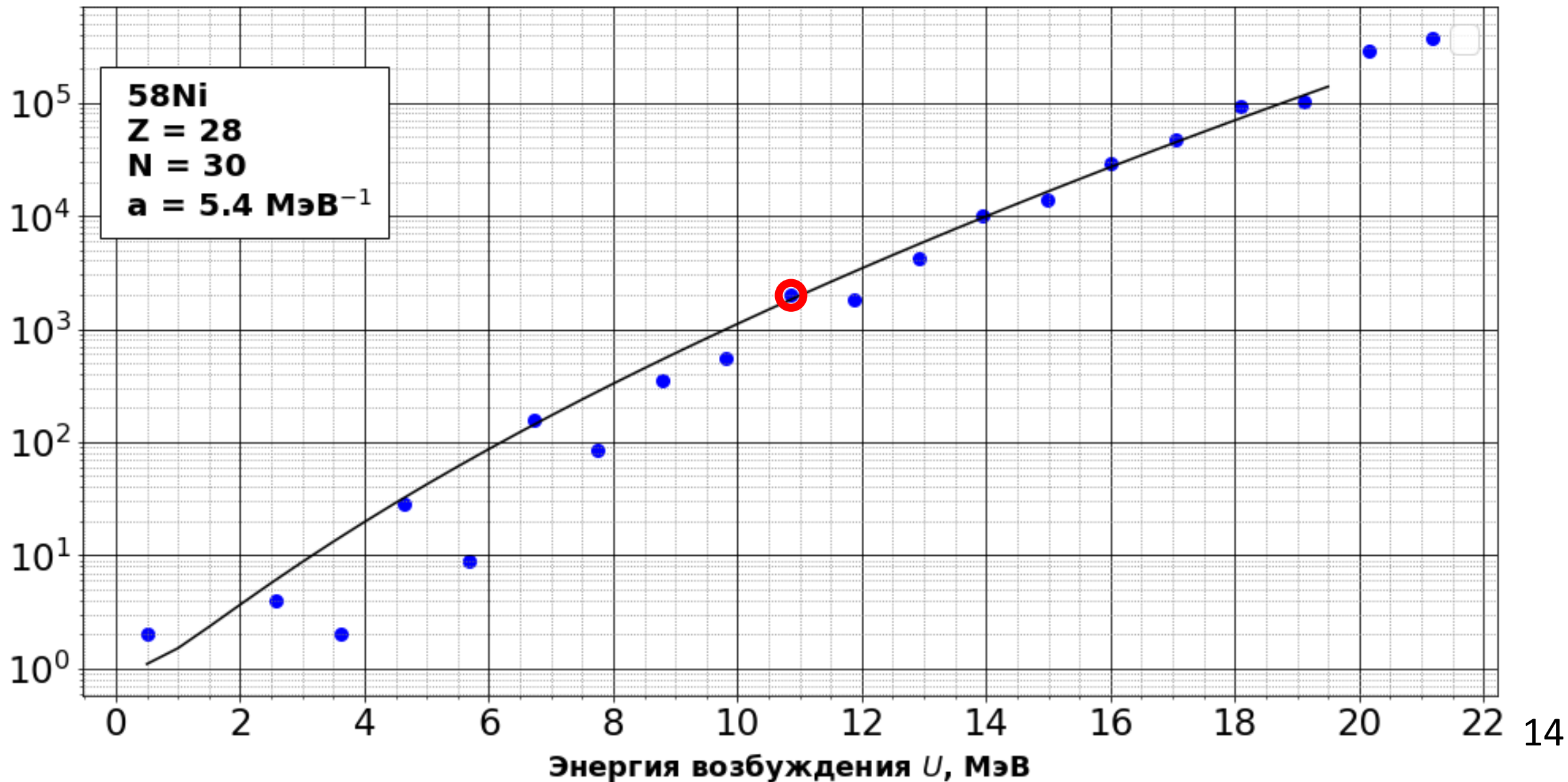
Плотность состояний $\omega(U)$ для $Z = 28, N = 30$ (^{58}Ni)



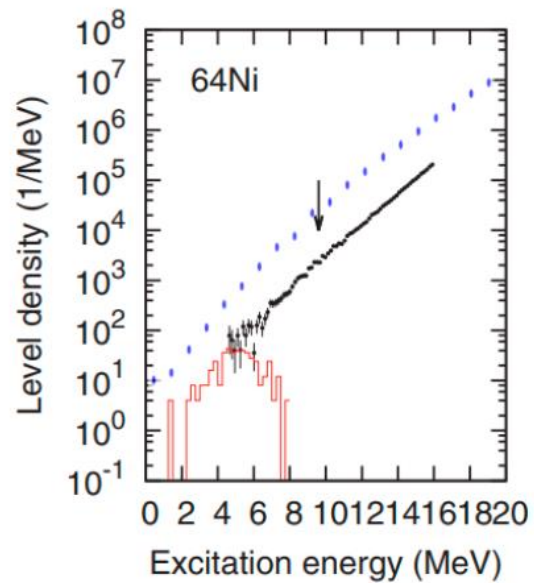
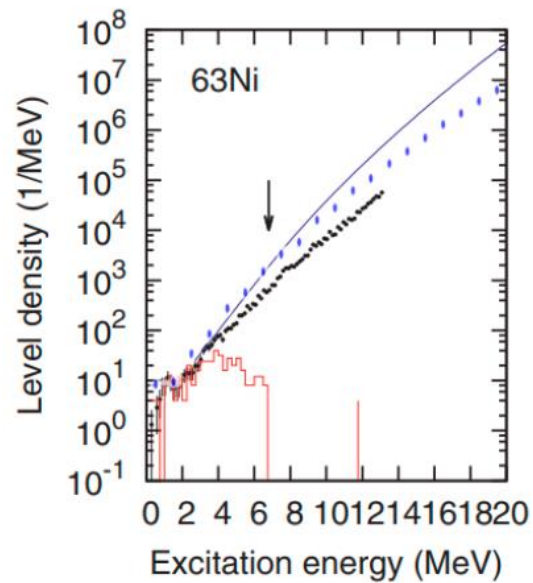
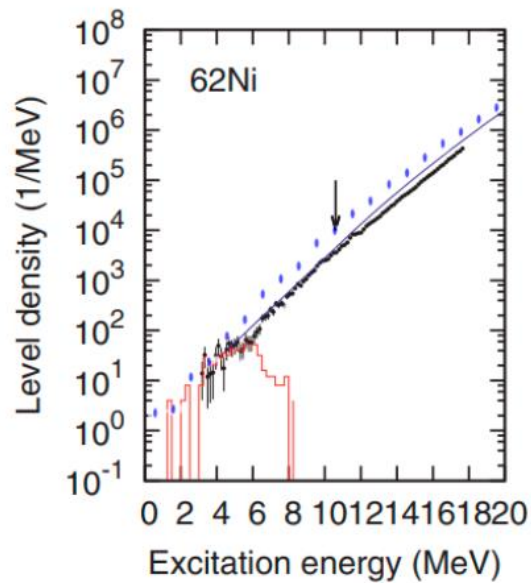
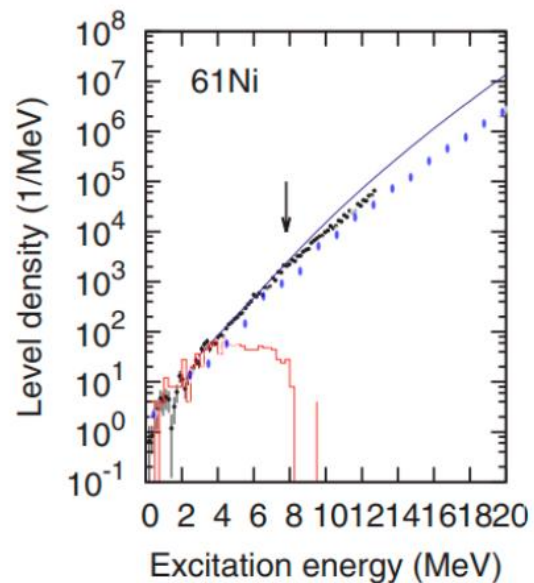
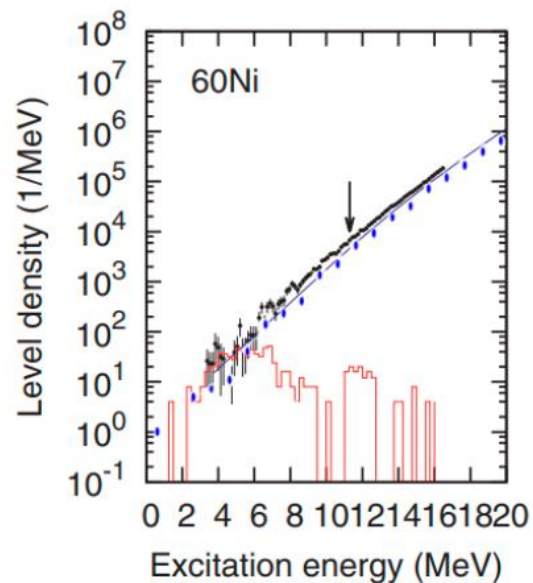
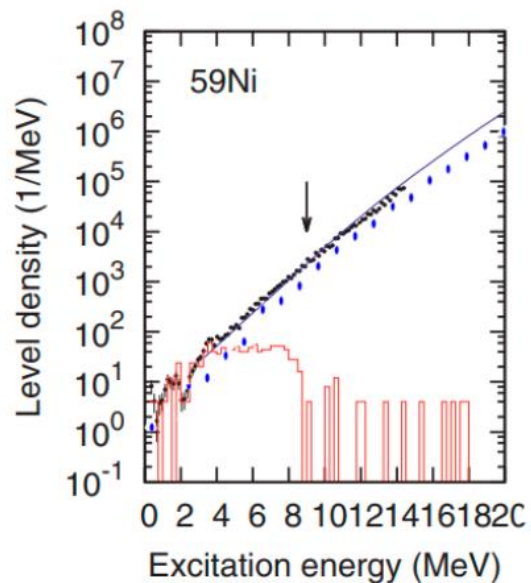
Плотность уровней $\rho(U, I, P)$ для $Z = 28, N = 30$ (^{58}Ni)



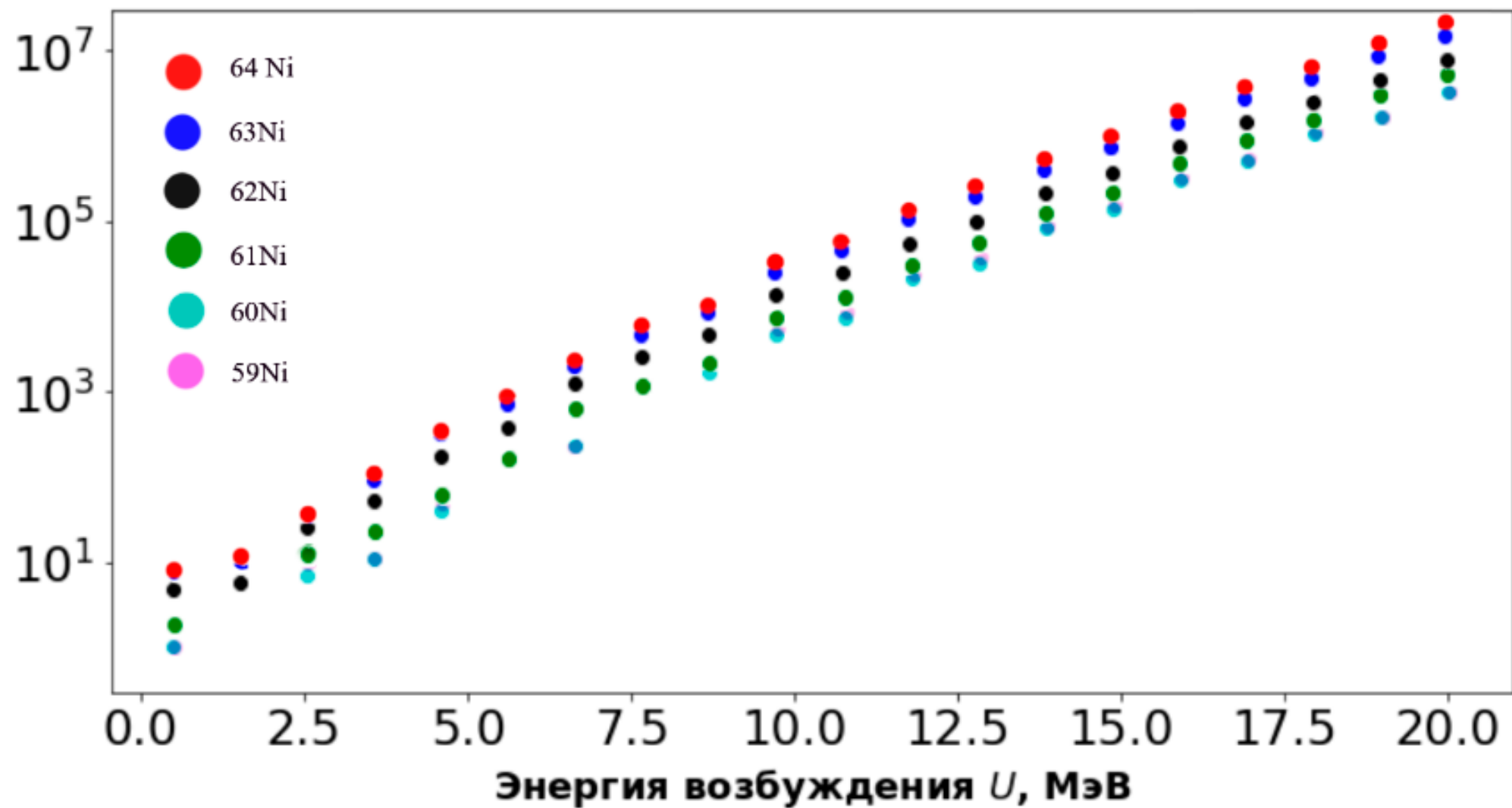
Плотность уровней $\rho(U)$ для $Z = 28, N = 30$ (^{58}Ni)



Плотность уровней $\rho(U)$ для изотопов Ni



Плотность уровней $\rho(U)$ для изотопов Ni



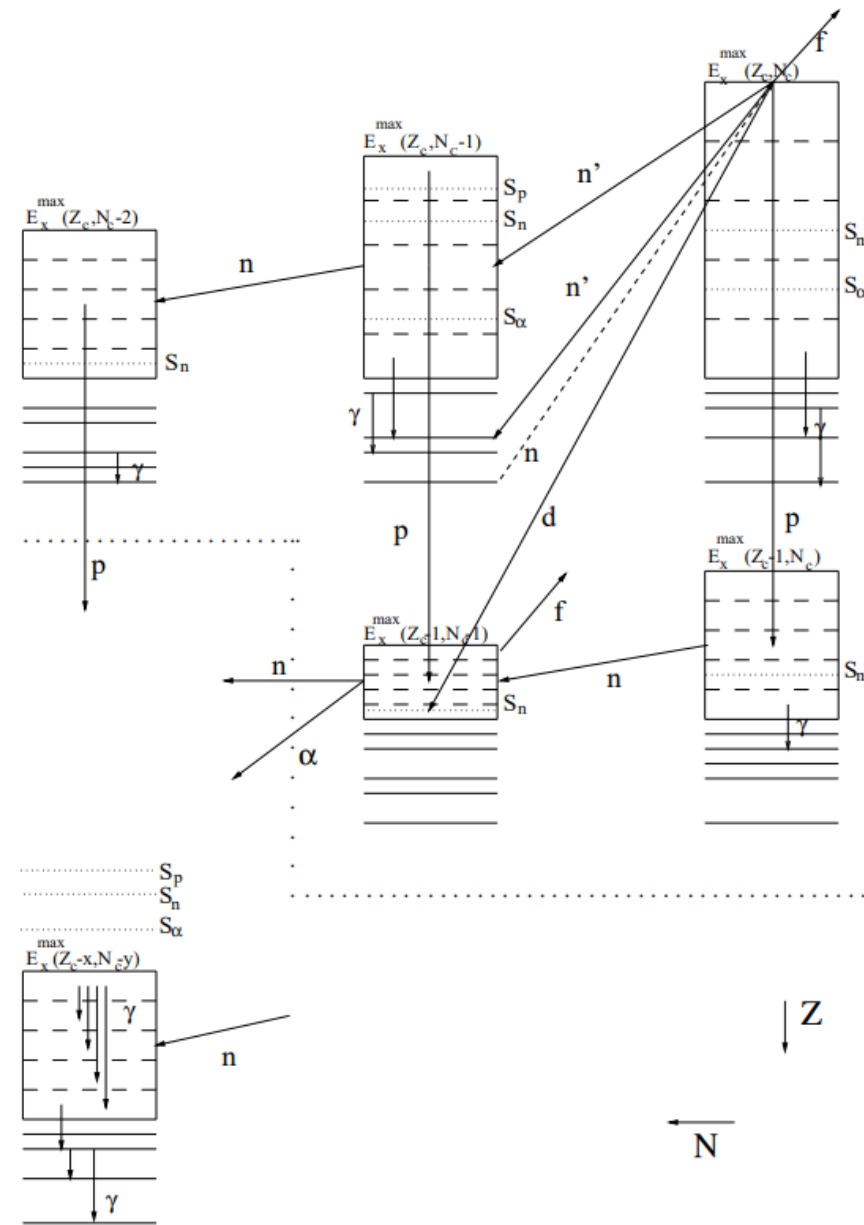
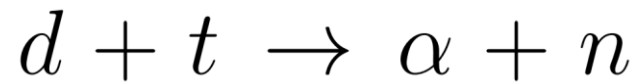
Talys

$^{58}\text{Ni}(n,p)^{58\text{m}}\text{Co}$

$^{59}\text{Co}(n,2n)^{58\text{m}}\text{Co}$

$^{112}\text{Cd}(n,2n)^{111\text{m}}\text{Cd}$

$^{113}\text{In}(n,n')^{113\text{m}}\text{In}$



Talys: модели ядерных уровней

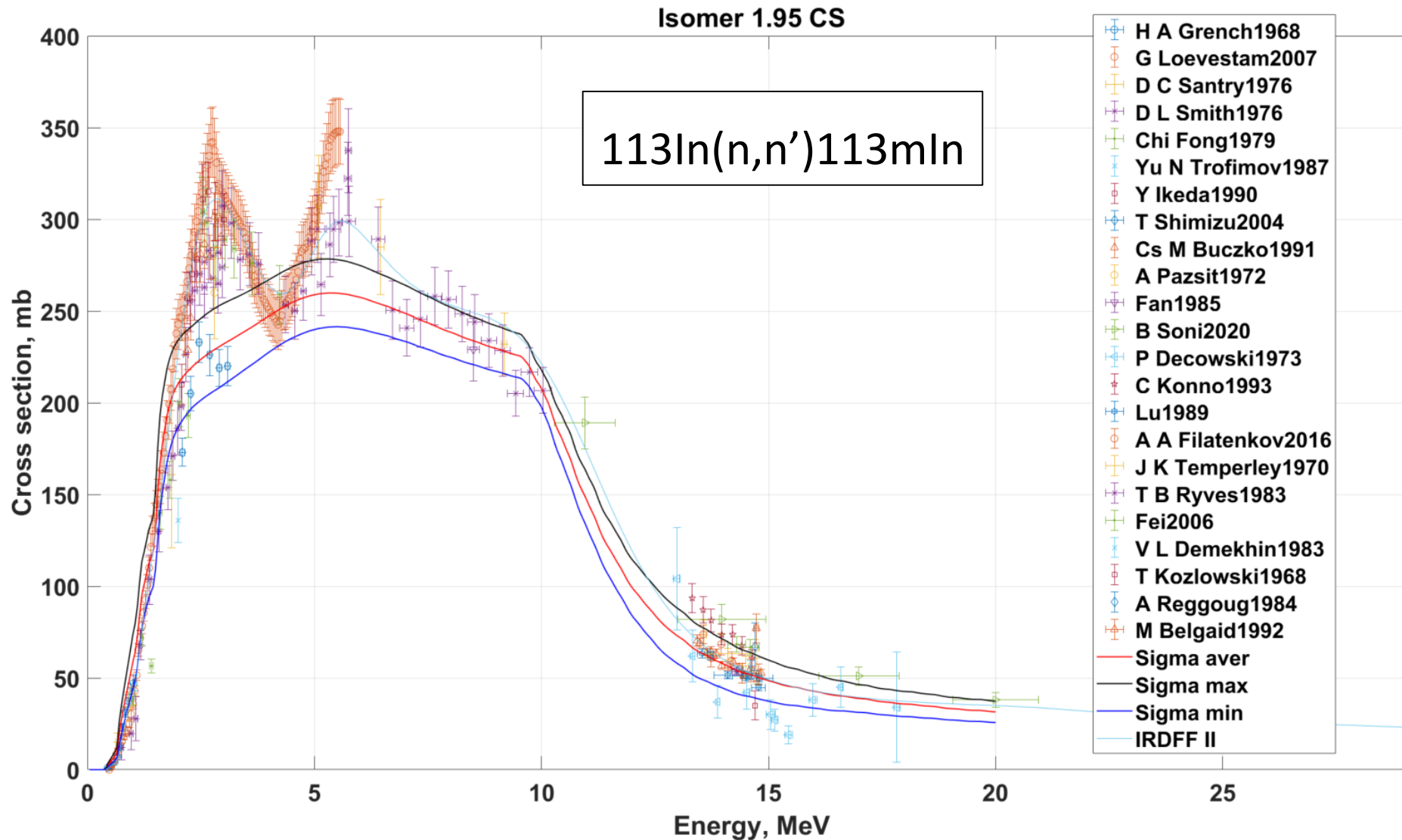
- Модель ферми-газа с постоянной температурой
- Ферми-газ с обратным смещением
- Сверхтекучая модель.

$$\Delta\sigma(E) = \max(|\sigma_1(E) - \sigma_2(E)|, |\sigma_1(E) - \sigma_3(E)|, |\sigma_2(E) - \sigma_3(E)|)$$

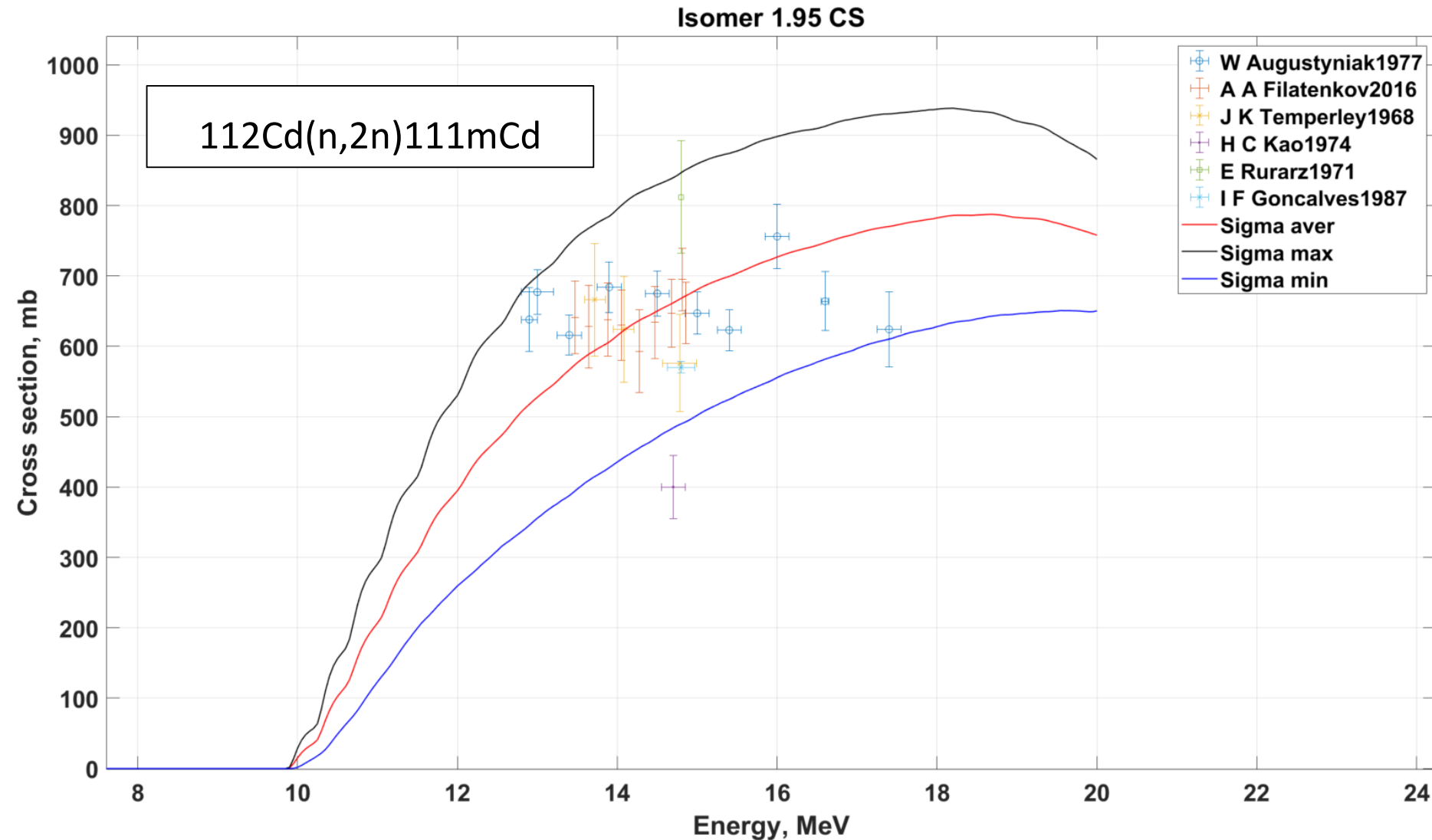
$$\sigma_{\text{av}}(E) = \frac{\sigma_1(E) + \sigma_2(E) + \sigma_3(E)}{3}$$

$$\sigma_{\text{max}}(E) = \sigma_{\text{av}}(E) + \Delta\sigma(E), \quad \sigma_{\text{min}}(E) = \sigma_{\text{av}}(E) - \Delta\sigma(E)$$

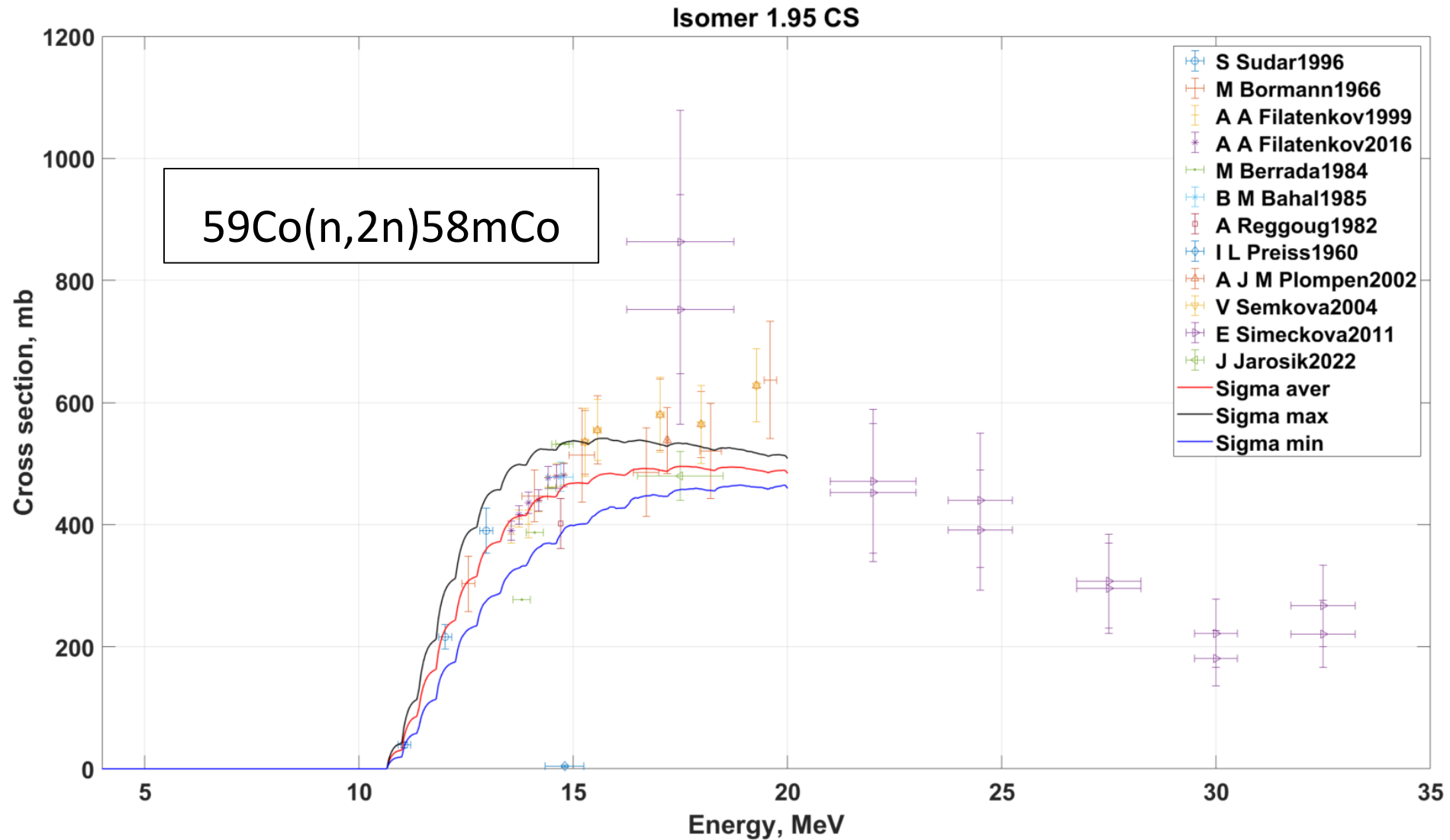
^{113}In , изомерное состояние. σ_{av} , σ_{max} , σ_{min}



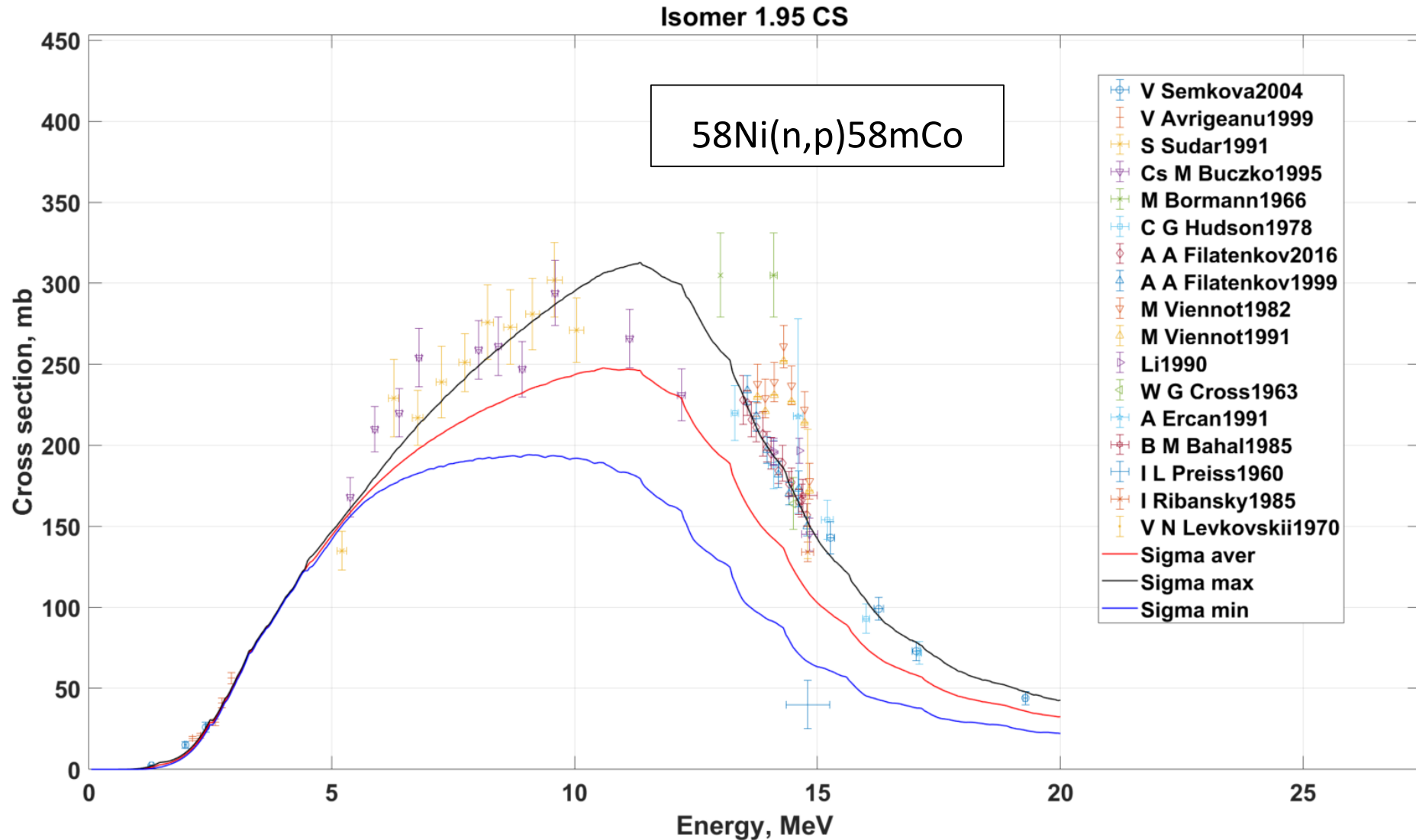
^{112}Cd , изомерное состояние. σ_{av} , σ_{max} , σ_{min}



^{59}Co , изомерное состояние. σ_{av} , σ_{max} , σ_{min}



^{58}Ni , изомерное состояние. σ_{av} , σ_{max} , σ_{min}

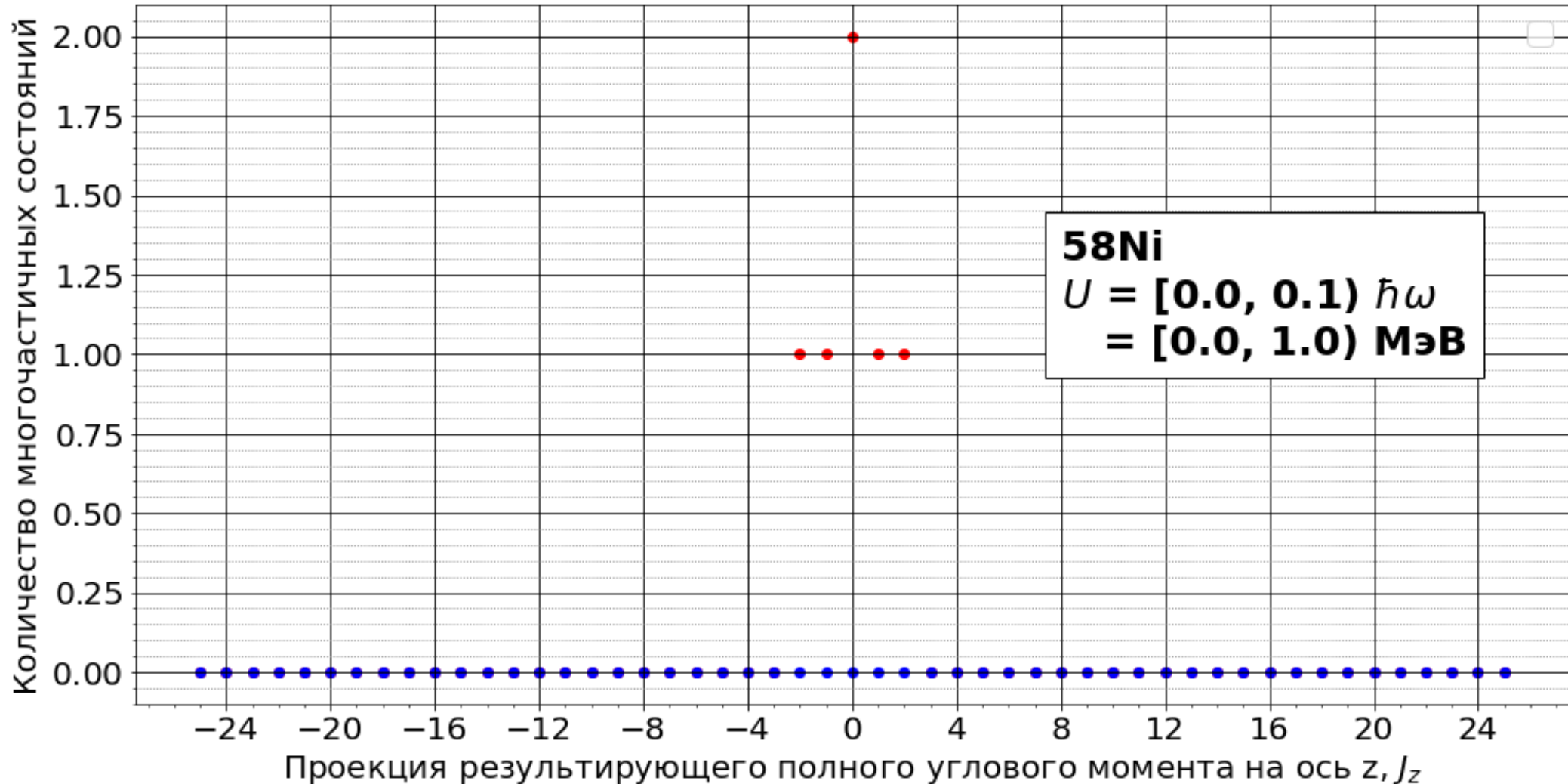


Заключение

- Выполнен вывод аналитических формул для плотности многочастичных состояний и уровней.
- Разработан алгоритм перебора многочастичных состояний с использованием упрощённой модели одночастичных состояний.
- В рамках комбинаторного метода получены зависимости плотности уровней от энергии и полного углового момента, а также плотности многочастичных состояний от энергии и проекции углового момента.
- Сравнение рассчитанной зависимости плотности уровней от энергии возбуждения для ряда изотопов Ni с экспериментальными результатами по этой же плотности уровней продемонстрировало адекватность комбинаторного метода.
- Предложена методика использования программы Talys для оценки сечений реакций с образованием ядер в изомерных (долгоживущих) состояниях.

Приложения

Результаты $\omega(U, M)$ для $Z = 28, N = 30$ (^{58}Ni)



Аналитические формулы

$$\omega(U, M) = \frac{dN(U, M)}{dU} = \frac{1}{12\sqrt{2g\langle m^2 \rangle}} \frac{e^{2\sqrt{a\left(U - \frac{M^2}{2g\langle m^2 \rangle}\right)}}}{\left(U - \frac{M^2}{2g\langle m^2 \rangle}\right)^{3/2}}$$

$$\frac{1}{2g\langle m^2 \rangle} = \frac{\hbar^2}{2J} = \frac{\hbar^2}{\frac{4}{5}mR^2} = \frac{\hbar^2 c^2}{\frac{4}{5}mc^2 R^2}, \quad R = r_0 \cdot A^{1/3}.$$

$$\omega(U, M) = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2J_{\text{TB}}}} \cdot \frac{e^{2\sqrt{a\left(U - \frac{M^2 \hbar^2}{2J_{\text{TB}}}\right)}}}{12 \left(U - \frac{M^2 \hbar^2}{2J_{\text{TB}}}\right)^{3/2}}$$

Результаты $\rho(U, I)$ для $Z = 28, N = 30$ (^{58}Ni)

