МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 531.3, 539.1.05

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА К БАКАЛАВРСКОЙ ДИПЛОМНОЙ РАБОТЕ "ПРОЯВЛЕНИЕ АКСИОНОПОДОБНЫХ МОДЕЛЕЙ"

Студент ________ Э. М. Ульмаскулов

Научный руководитель,
проф., д.ф.-м.н. ________ М. Ю. Хлопов

Москва 2023

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

ПРОЯВЛЕНИЕ АКСИОНОПОДОБНЫХ МОДЕЛЕЙ

Студент	________ Э. М. Ульмаскулов
Научный руководитель, д.ф.-м.н., проф.	________ М. Ю. Хлопов
Рецензент, д.ф.-м.н.	________ Ю. Н. Ерошенко
Секретарь ГЭК, к.ф.-м.н.	________ А. А. Кириллов
Зав. каф. №40, д.ф.-м.н., проф.	________ М. Д. Скорохватов

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Инфляционная теория — один из главных кандидатов на роль теории, описывающей эволюцию ранней Вселенной. Она предполагает, что во время $\approx 10^{-36}$с после Большого взрыва Вселенная претерпела короткий период экспоненциального расширения, в котором ее масштаб увеличился в 40–60 e-folds. [1]

Модель горячего Большого Взрыва, используемая для описания Вселенной, имеет некоторые трудности. Они заключаются в несогласованности определённых теоретических предсказаний с наблюдаемыми: например проблема космологического горизонта или проблема магнитных монополей; а также необходимость задать определенные начальные условия для космологической эволюции, которые имеют определенный и специфический вид: например весьма большое $\sim 10^{88}$ значение энтропии видимой вселенной или существование начальных возмущений плотности $\dfrac{\delta\rho}{\rho} \sim 10^{-5}$. Более подробное описание этих проблем можно найти в [2], [3] и [4].

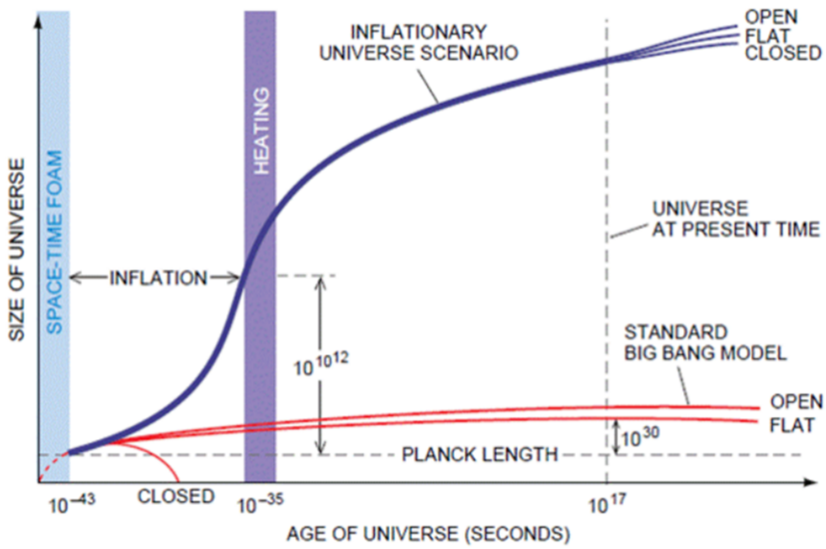


Рис. 1: Иллюстрация моделей эволюции Вселенной

В инфляционной теории находятся решения этих проблем. Согласно данной теории, Вселенную, на начальном этапе своего развития, сопровождала стадия экспоненциального расширения. В результате это также является объяснением однородности, изотропии и плоскостности наблюдаемой Вселенной.

Для реализации экспоненциального расширения, необходимо условие на плотность энергии во Вселенной - она должна слабо зависеть от времени. Плотность энергии для материи и для излучения таким условиям не удовлетворяют(для обоих случаев $\rho \sim t^{-2}$). Поэтому для описания инфляции вводиться новое поле.

1 ТЕОРИЯ ИНФЛЯЦИИ

1.1 ИНФЛАТОН

В качестве гипотетического поля, благодаря которому происходит инфляция, вводится скалярное поле, называемое инфлатоном. Действие для такого поля записывается как[4]:

$$S = \int d^4x\,\sqrt{-g}\,\left(\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi)\right) \tag{1.1}$$

Считаем, что Вселенная пространственно-плоская, и соответствует метрике:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)dx^2 \text{ где a(t)- заданная функция времени} \tag{1.2}$$

Тогда варьирование действия по полю ϕ, получаем уравнение Эйлера — Лагранжа:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -\frac{\partial V}{\partial \phi} \tag{1.3}$$

Это уравнение можно проинтерпретировать как скатывание частицы в потенциале $V(\phi)$, которому противодействует трение $\sim H\dot{\phi}$. Условием медленного скатывания будет являться

$$H\dot{\phi} \sim V' \tag{1.4}$$

За время H^{-1} значение поля изменяется на :

$$\delta\phi \sim \dot{\phi} H^{-1} \sim \frac{V'}{H^2} \ll \phi$$

$$\text{Получаем условие} \quad \frac{V'}{\phi} \ll H^2$$

Для степенного потенциала с учетом последних 2-х неравенств получим условие:

$$\left(\dot{\phi}\right)^2 \ll V(\phi) \tag{1.5}$$

Для такого поля плотность энергии и давления имеют вид:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{2}\left(\dot{\phi}\right)^2 + V(\phi) \\ p &= \frac{1}{2}\left(\dot{\phi}\right)^2 - V(\phi) \end{aligned} \tag{1.6}$$

И с учетом условия 1.5, получается уравнение состояния: В качестве 2-го уравнения для описания системы возьмем 1-е уравнение Фридмана (с учетом плоской Вселенной):

$$H^2 = \frac{8\pi\rho}{3M_{pl}^2} = \frac{8\pi}{3M_{pl}^2}\left(\frac{1}{2}\left(\dot{\phi}\right)^2 + V(\phi)\right) \tag{1.7}$$

Тогда используя уравнения 1.3, 1.7, 1.5, получим ограничения на потенциал скалярного поля:

$$\begin{aligned} \epsilon_V &= \frac{M_{pl}^2}{16\pi}\left(\frac{V'}{V}\right)^2 \ll 1 \\ \eta &= \frac{M_{pl}^2}{8\pi}\frac{V"}{V} \ll 1 \end{aligned} \tag{1.8}$$

где ϵ и η называют параметрами медленного скатывания.

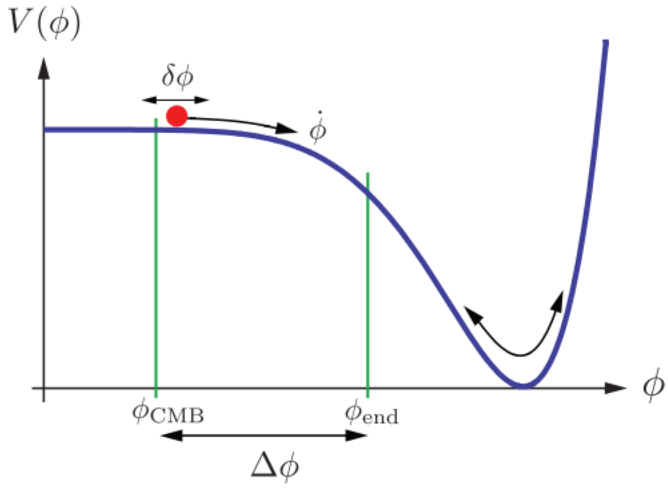


Рис. 1.1: Пример потенциала инфлатона

1.2 АКСИОН

В лагранжиане стандартной модели появляеться , так называемое, θ слагаемое (обусловленное инстантонными эффектами и квантовых эффектов, обусловленных кварками)[3]:

$$\Delta L = \frac{\alpha_s}{8\,\pi}\theta\, G_{\mu\nu}\tilde{G}_{\mu\nu} \tag{1.9}$$

Этот вклад в лагранжиан является инвариантным относительно калибровочной группы стандартной модели, однако он нарушает CP-симметрию(в общем случае величина параметра может быть порядка единицы). Одно из нетривиальных следтвий являеться оценка электрического дипольного момента нейтрона[3]:

$$d_n \sim \theta \cdot 10^{-16}\ \cdot\ e\ \cdot\ \text{см} \tag{1.10}$$

На данный момент существующие данные позволяют установить верхний предел на эту величину[5]:

$$d_n \lesssim 3\ \cdot\ 10^{-26}\ \cdot e\ \cdot\ \text{см} \tag{1.11}$$

Соответственно появляеться ограничение на θ:

$$|\theta| \lesssim 0.3\ \cdot 10^{-9}$$

Необходимость объяснить столь малую величину параметра θ называется проблемой сильного CP-нарушения[3]. Новое поле - аксион, являеться решением этой проблемы.

Идея аксиона, в следствии особенностей потенциала нового поля, находит возможность физического обоснования в моделях, где он является инфлатоном. Такие модели являются аксионоподобными.

1.3 ПЕРВИЧНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ

Свойства, которыми обладают первичные скалярные возмущения, хорошо изучены и проверены экспериментально. Однако тензорные возмущения, которые являются первичными гравитационными волнами, до сих пор не наблюдались, и в данный момент их характеристики основаны только на теоретическом представлении. Для описания возмущений используют спектр мощности. Для скалярных возмущений он выглядит следующим образом[6],[4]:

$$P_s = A_s \left(\frac{k}{k_*}\right)^{n_s - 1 + \frac{d\,n_s}{d\,ln\,k}\,ln\left(\frac{k}{k_*}\right)} \tag{1.12}$$

Где A_s является амплитудой спектра, k - конформным импульсом, $k_* = aH$, а показатель определяет наклон спектра.

Спектр мощности гравитационных вол же с хорошей точностью является степенным и задается формулой[6],[4]:

$$P_t = A_t \left(\frac{k}{k_*}\right)^{n_t} \tag{1.13}$$

Чтобы связать тензорный и скалярный спектры используют характеристику r, равную

$$r = \frac{A_t}{A_s} \tag{1.14}$$

Более подробный вывод можно найти в [6] и [4]. Величины r, n_s, и n_t можно вычислить через параметры медленного скатывания[2].

2 РАССМАТРИВАЕМАЯ МОДЕЛЬ

2.0.1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является рассмотрение модели, где аксион относится к скрытому сектору физики элементарных частиц. В данной модели он выполняет роль инфлатона, обеспечивающего инфляцию. В скрытом секторе присутствуют аналоги u и d кварков, которые не имеют зарядов, характерных u и d кваркам стандартной модели.

2.0.2 ПОТЕНЦИАЛ ПОЛЯ

Рассмотрим потенциал данного поля[7],[8]:

$$V(a) = -m_\pi^2 f_\pi^2 \sqrt{1 - \frac{4m_u m_d}{(m_u+m_d)^2} sin^2\left(\frac{a}{2f_a}\right)} \tag{2.1}$$

где m_u- Массы u и d кварков
m_d- скрытого сектора
соответственно

m_π-
f_π- Параметры пионного поля

Переход к обычному аксиону осуществляется при условии $m_u \ll m_d$, а именно:

$$V(a) = -m_\pi^2\, f_\pi^2 \sqrt{1 - \frac{4m_u m_d}{(m_u + m_d)^2}\, sin^2\left(\frac{a}{2f_a}\right)} =$$

$$= -m_\pi^2\, f_\pi^2 \sqrt{1 - \frac{4m_u}{m_d(\dfrac{m_u}{m_d} + 1)^2}\, sin^2\left(\frac{a}{2f_a}\right)} =$$

||Разложим $\dfrac{m_u}{m_d(\dfrac{m_u}{m_d} + 1)^2}$ По малому параметру $\dfrac{m_u}{m_d}$ до первого порядка||

$$= -m_\pi^2\, f_\pi^2 \sqrt{1 - \left(\frac{m_u}{m_d} - 2\left(\frac{m_u}{m_d}\right)^2\right)\, sin^2\left(\frac{a}{2f_a}\right)} =$$

||Вторым слогаемым в скобках пренебрежем по 2-му порядку малости||

$$= -m_\pi^2\, f_\pi^2 \sqrt{1 - \frac{4m_u}{m_d}\, sin^2\left(\frac{a}{2f_a}\right)} =$$

||Разложим корень до 1-го порядка||=

$$= -m_\pi^2\, f_\pi^2 \left(1 - 2\frac{m_u}{m_d}\, sin^2\left(\frac{a}{2f_a}\right)\right) = m_\pi^2\, f_\pi^2 \left(-1 + \frac{m_u}{m_d}\, \left(1 - cos\left(\frac{a}{f_a}\right)\right)\right) =$$

$$= m_\pi^2\, f_\pi^2 \left(-1 + \frac{m_u}{m_d} - \frac{m_u}{m_d}\, cos\left(\frac{a}{f_a}\right)\right) = -m_\pi^2\, f_\pi^2 + m_\pi^2\, f_\pi^2\, \frac{m_u}{m_d}\left(1 - cos\left(\frac{a}{f_a}\right)\right) =$$

$$= C + \Lambda\left(1 - cos\left(\frac{a}{f_a}\right)\right)$$

Возвращаясь к нашему потенциалу, переопределим (для удобства) аргументы:

$$V(a) \longrightarrow \frac{V(a)}{m_\pi^2\, f_\pi^2} = \widetilde{V}(a),\ a \longrightarrow \frac{a}{2f_a} = \widetilde{a},\ R = \frac{m_u}{m_d}$$

тогда наш потенциал преобразуется следующим образом:

$$\widetilde{V}(\widetilde{a}) = -\sqrt{1 - \frac{4R}{(R+1)^2}\, sin^2\left(\widetilde{a}\right)} \tag{2.2}$$

2.1 АНАЛИЗ ВОЗМУЩЕНИЙ СКАЛЯРНОЙ ПЛОТНОСТИ И ТЕНЗОРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

2.1.1 ХАРАКТЕРИСТИКИ МОДЕЛИ

Инфляционные модели предсказывают генерацию скалярных возмущений в ранней Вселенной, а также существование фона первичных гравитационных волн (ПГВ). Величина этих ПГВ может быть параметризована тензорно-скалярным отношением r.[2]

$$
\begin{gathered}
n_s = 1 - 6\epsilon + 2\eta \\
r = 16\epsilon \\
\text{где:} \\
\epsilon = \frac{M_p^2}{2}\left(\frac{V_a(a)}{V(a)}\right)^2 = \frac{M_p^2}{2}\left(\frac{1}{2f_a}\right)^2\left(\frac{\widetilde{V}_{\widetilde{a}}(\widetilde{a})}{\widetilde{V}(\widetilde{a})}\right)^2 < 1 \\
\eta = M_p^2\frac{V_{aa}}{V} = M_p^2\left(\frac{1}{2f_a}\right)^2\frac{\widetilde{V}_{\widetilde{a}\widetilde{a}}}{\widetilde{V}}
\end{gathered}
\tag{2.3}
$$

Таким образом, основной задачей для оценки ПГВ и скалярных возмущений является вычисление производных от потенциала поля. Вычислим 1-ю производную:

$$
\widetilde{V}_{\widetilde{a}} = \frac{2R}{(R+1)^2}\frac{sin(2\widetilde{a})}{\sqrt{1 - \frac{4R}{(R+1)^2}sin^2\widetilde{a}}}
$$

Вычислим 2-ю производную:

$$\widetilde{V}_{\widetilde{a}\widetilde{a}} = \frac{2R}{(R+1)^2}\frac{2cos(2\widetilde{a})\sqrt{--//--} + \frac{2R}{(R+1)^2}\frac{sin(2\widetilde{a})\,sin(2\widetilde{a})}{\sqrt{--//--}}}{1-\frac{4R}{(R+1)^2}\,sin^2\widetilde{a}} =$$

$$= \frac{2R}{(R+1)^2}\frac{2cos(2\widetilde{a}) - \frac{8R}{(R+1)^2}\,cos(2\widetilde{a})sin^2\widetilde{a} + \frac{2R}{(R+1)^2}\,sin^2(2\widetilde{a})}{\left(1-\frac{4R}{(R+1)^2}\,sin^2\widetilde{a}\right)^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \frac{2R}{(R+1)^2}\frac{2cos(2\widetilde{a}) - \frac{4R}{(R+1)^2}\,\left(2cos(2\widetilde{a})sin^2\widetilde{a} + \frac{1}{2}\,sin^2(2\widetilde{a})\right)}{\left(1-\frac{4R}{(R+1)^2}\,sin^2\widetilde{a}\right)^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \frac{2R}{(R+1)^2}\frac{2cos(2\widetilde{a}) - \frac{4R}{(R+1)^2}\,\left(cos(2\widetilde{a}) - cos^2(2\widetilde{a}) + \frac{1}{2}\,sin^2(2\widetilde{a})\right)}{\left(1-\frac{4R}{(R+1)^2}\,sin^2\widetilde{a}\right)^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \frac{2R}{(R+1)^2}\frac{2cos(2\widetilde{a}) + \frac{2R}{(R+1)^2}\,\left(1-cos(2\widetilde{a})\right)^2}{\left(1-\frac{4R}{(R+1)^2}\,sin^2\widetilde{a}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

Теперь используем полученные выражения для определения числа возрастаний масштабного фактора в процессе инфляции[2],[6]:

$$N(a) = \int_{a_{end}}^{a}\frac{d(a')}{\sqrt{2\epsilon}} = \frac{(R+1)^2}{R}\,\frac{f_a}{M_{pl}}\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}}\frac{da}{sin2a}\left(1-\frac{4R}{(R+1)^2}sin^2a\right) =$$

$$= \frac{(R+1)^2}{R}\,\frac{f_a}{M_{pl}}\left(\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}}\frac{da}{sin2a} - \frac{4R}{(R+1)^2}\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}}\frac{sin^2a}{sin2a}da\right)$$

Для удобства вычисления, обозначим первое слагаемое за A, второе за B, а внешний множитель за N_0. Тогда получим уравнение:

$$N(\widetilde{a}) = N_0\left(A(\widetilde{a}) - B(\widetilde{a})\right) \tag{2.4}$$

Теперь вычислим интегралы A и B:

$$A = \int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}}\frac{da}{sin2a} = \frac{1}{2}\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}}\frac{da}{sina\,cosa} = \frac{1}{2}\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}}\frac{sin^2a+cos^2a}{sina\,cosa}da =$$

$$= \frac{1}{2}\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}}\left(\frac{sina}{cosa}+\frac{cosa}{sina}\right)da = \frac{1}{2}\left(ln\frac{sin\widetilde{a}}{sin\widetilde{a}_{end}} - ln\frac{cos\widetilde{a}}{cos\widetilde{a}_{end}}\right)$$

$$B = \frac{4R}{(R+1)^2}\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}} \frac{sin^2 a}{sin 2a} da =$$
$$\left|\left|\text{Определим коээфициенты как } B_0 = \frac{4R}{(R+1)^2}; N_0 = \frac{4 f_a}{B_0\, M_{pl}}\right|\right|$$
$$= B_0 \int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}} \frac{sin^2 a}{2\, sina\, cosa} da = \frac{B_0}{2}\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}} \frac{sina}{cosa} da = \left(-\frac{B_0}{2}\right) ln\frac{cos\widetilde{a}}{cos\widetilde{a}_{end}}$$

Подставим полученные интегралы в формулу (2.4):

$$N(\widetilde{a}) = N_0 \left[\frac{1}{2}\left(ln\frac{sin\widetilde{a}}{sin\widetilde{a}_{end}} - ln\frac{cos\widetilde{a}}{cos\widetilde{a}_{end}}\right) + \left(\frac{B_0}{2}\right) ln\frac{cos\widetilde{a}}{cos\widetilde{a}_{end}}\right] =$$
$$= \frac{N_0}{2}\left(ln\frac{sin\widetilde{a}}{sin\widetilde{a}_{end}} - (1-B_0) ln\frac{cos\widetilde{a}}{cos\widetilde{a}_{end}}\right) = \frac{N_0}{4}\left(ln\frac{sin^2\widetilde{a}}{sin^2\widetilde{a}_{end}} - (1-B_0) ln\frac{cos^2\widetilde{a}}{cos^2\widetilde{a}_{end}}\right)$$
$$= \frac{N_0}{4}\left(ln\frac{sin^2\widetilde{a}}{sin^2\widetilde{a}_{end}} + ln\frac{cos^{2(B_0-1)}\widetilde{a}}{cos^{2(B_0-1)}\widetilde{a}_{end}}\right) = \frac{N_0}{4} ln\frac{sin^2\widetilde{a}\, cos^{2(B_0-1)}\widetilde{a}}{sin^2\widetilde{a}_{end}\, cos^{2(B_0-1)}\widetilde{a}_{end}} =$$
$$= \frac{N_0}{4} ln\frac{sin^2\widetilde{a}}{sin^2\widetilde{a}_{end}} \frac{(1-sin^2\widetilde{a})^{B_0-1}}{(1-sin^2\widetilde{a}_{end})^{B_0-1}} = \frac{f_a}{B_0\, M_{pl}} ln\frac{sin^2\widetilde{a}}{sin^2\widetilde{a}_{end}} \frac{(1-sin^2\widetilde{a})^{B_0-1}}{(1-sin^2\widetilde{a}_{end})^{B_0-1}} \tag{2.5}$$

Флуктуации реликтового излучения создаются примерно в 60 e-folds до окончания инфляции[2]. Тогда

$$N_{tot} = \frac{N_0}{4} ln\frac{sin^2\widetilde{a}_{cmd}}{sin^2\widetilde{a}_{end}} \frac{(1-sin^2\widetilde{a}_{cmd})^{B_0-1}}{(1-sin^2\widetilde{a}_{end})^{B_0-1}} \approx 50 \div 60 \tag{2.6}$$

Условие окончания инфляции [2], получаем уравнение на $\widetilde{a}_{end}$:

$$\epsilon(\widetilde{a}_{end}) = 1 = \frac{M_{pl}^2}{2 f_a^2}\frac{R^2}{(R+1)^4}\frac{sin^2 2\widetilde{a}_{end}}{\left(1 - \frac{4R}{(R+1)^2} sin^2\widetilde{a}_{end}\right)^2} = \frac{1}{2N_0^2}\frac{sin^2 2\widetilde{a}_{end}}{(1 - B_0\, sin^2\widetilde{a}_{end})^2} =$$
$$= \left|\left|\text{Переопределим аргумент: } sin^2\widetilde{a}_{end} = u\right|\right| =$$
$$= \frac{1}{2N_0^2}\frac{4\, u(1-u)}{(1-B_0\, u)^2} \tag{2.7}$$

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} n_s|_{cmb} = 1 - 6\epsilon_{cmb} + 2\eta_{cmb} \\ r_{cmb} = 16\epsilon_{cmb} \\ \frac{N_0}{4} ln \frac{sin^2\widetilde{a}_{cmd}}{sin^2\widetilde{a}_{end}} \frac{(1-sin^2\widetilde{a}_{cmd})^{B_0-1}}{(1-sin^2\widetilde{a}_{end})^{B_0-1}} \approx 60 \\ \frac{M_{pl}^2}{2f_a^2} \frac{R^2}{(R+1)^4} \frac{sin^2 2\widetilde{a}_{end}}{\left(1-\frac{4R}{(R+1)^2} sin^2\widetilde{a}_{end}\right)^2} = 1 \end{cases}$$

Полученная система уравнений позволяет получить оценку на искомые параметры 2.3 для дальнейшего анализа рассматриваемой модели и сравнения с экспериментальными данными.

2.1.2 АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ СВОЙСТВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПАРАМЕТРА МОДЕЛИ

Решая последние уравнение системы для u(переобозначили квадрат синуса) получается следующим:

$$\begin{gathered} 2N_0^2 - 2\,N_0^2 B_0 u + N_0^2 (B_0 u)^2 = 4u - 4u^2 \\ u^2(N_0^2 B_0^2 + 4) - 2(N_0^2 B_0 + 2)u + 2N_0^2 = 0 \\ \text{Решение уравнения следующее:} \\ u = \frac{N_0^2 B_0 + 2 \pm \sqrt{(N_0^2 B_0 + 2)^2 - (N_0^2 B_0^2 + 4) 2 N_0^2}}{N_0^2 B_0^2 + 4} \end{gathered} \tag{2.8}$$

Также получаем ограничение на параметр R для того, чтобы система уравнений имела решение:

$$\begin{gathered} (N_0^2 B_0 + 2)^2 - (N_0^2 B_0^2 + 4) N_0^2 \geqslant 0 \\ N_0^2 B_0 + 2 \geqslant N_0 \sqrt{N_0^2 B_0^2 + 4} \\ \left(\frac{4\sqrt{2} f_a}{M_{pl}}\right)^2 \frac{1}{B_0} + 2 \geqslant \frac{4\sqrt{2} f_a}{B_0\, M_{pl}} \sqrt{\left(\frac{4\sqrt{2} f_a}{M_{pl}}\right)^2 + 4} \\ B_0 = \frac{4R}{(R+1)^2} \geqslant \frac{2\sqrt{2} f_a}{M_{pl}} \left(\sqrt{\left(\left(\frac{4\sqrt{2} f_a}{M_{pl}}\right)^2 + 4\right)} - \frac{4\sqrt{2} f_a}{M_{pl}} \right) \end{gathered} \tag{2.9}$$

Далее из 3-го уравнения системы получены значения поля, соответствующие началу инфляционной стадии. По соответствующим данным посчитан спектральный индекс и тензорно-скалярное отношение.

В данной модели f_a является свободным параметром модели, поэтому может принимать любые значения. Соответственно произведены вычисления для различных значений f_a, взятых в единицах массы планка M_{pl} .

Для значений f_a меньших M_{pl} условие (2.7) выполняется для значений поля, не больших $1.5\, f_a$. Здесь и далее значения поля даны в единицах массы Планка. С уменьшением f_a, значение поля, удовлетворяющее (2.7) будет уменьшаться из-за того в знаменателе стоит квадрат f_a. Это продемонстрированно на Рис.2.2. Тогда для таких значений параметра f_a значения спектрального индекса n_s получаются положительными только при малых R, но при таких R может не выполняться условие окончание инфляции: рис.2.1.

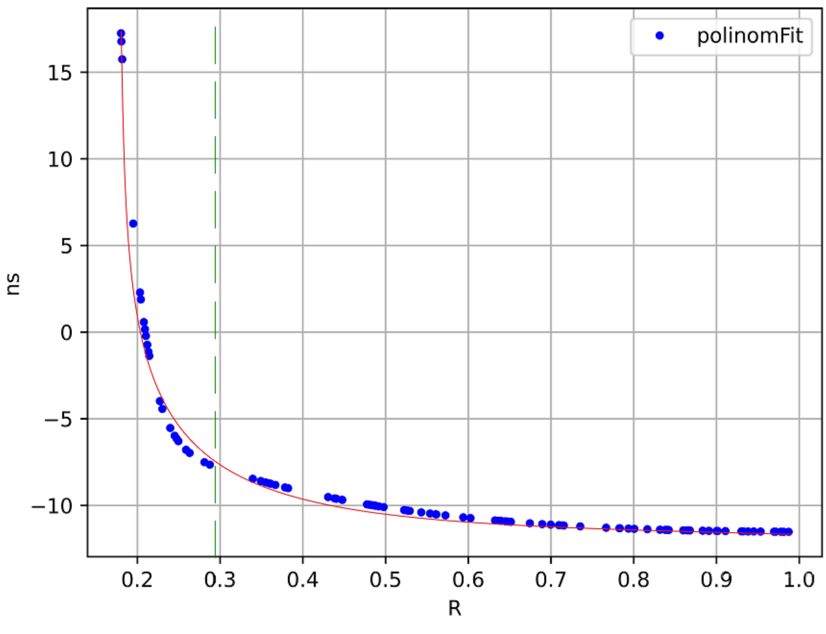
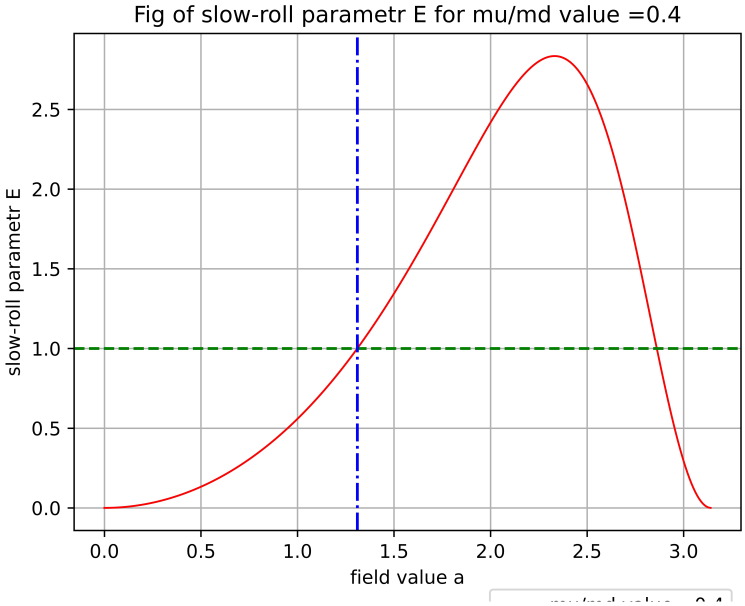
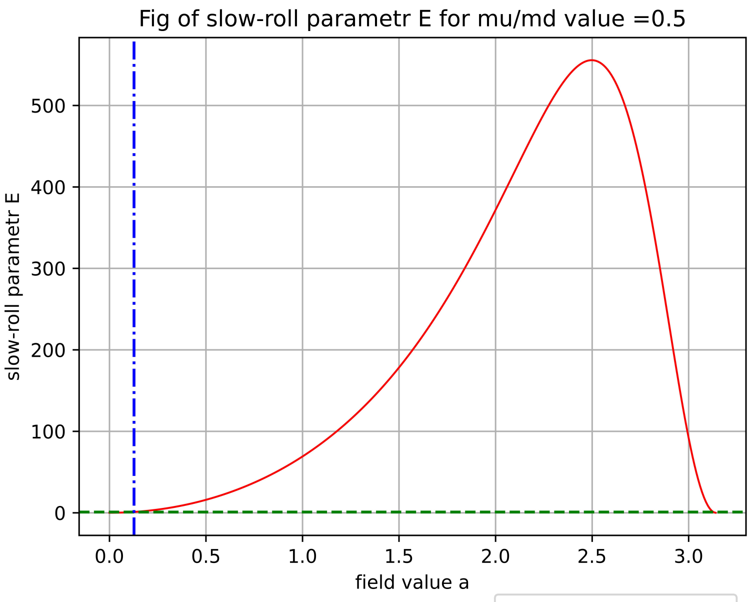


Рис. 2.1: Расчет для $\mathrm{f}_a = 0.3\ \mathrm{M}_{pl}$. Зеленой линей обоначена граница для значений R, ниже которой не выполняется уравнение (2.7).

Это обусловлено тем, что выражение с синусом в знаменателе рассматриваемого равенства становится сравнимым с единицей, и все выражение может равняться единице только при выборе значений fa меньшими по сравнению с M_{pl} более чем на 2 порядка. Но такое решение вызывает чрезвычайно большие трудности с нахождением результата a_{cmd} в выражении



(a) Параметр медленного скатывания ϵ для $f_a = 0.2\ M_{pl}$.



(b) Параметр медленного скатывания ϵ для $f_a = 0.02\ M_{pl}$.

Рис. 2.2: Зеленой и синей линиями обозначены условие окочания инфляции и значение, при котором происходит завершение инфляции соответственно.

(2.6), т.к. это выражение дается логарифмической зависимостью: приходиться иметь дело с числами e^{6000} и более. Соответственно такие значения дальше не рассматриваются.

Для значений f_a больших M_{pl} условие (2.7) выполняется только для R близких к единице, т.к. в таком случае выражение с синусом в знаменателе становиться близким к нулю. При других R, условие (2.7) не выполняется, т.к. в знаменателе стоит квадрат f_a. Значения поля, при котором происходит завершение процесса инфляции, сравнимо с 3: рис.2.3 рис.2.4. Экспериментальное значение спектрального индекса [9], [10],[11]:

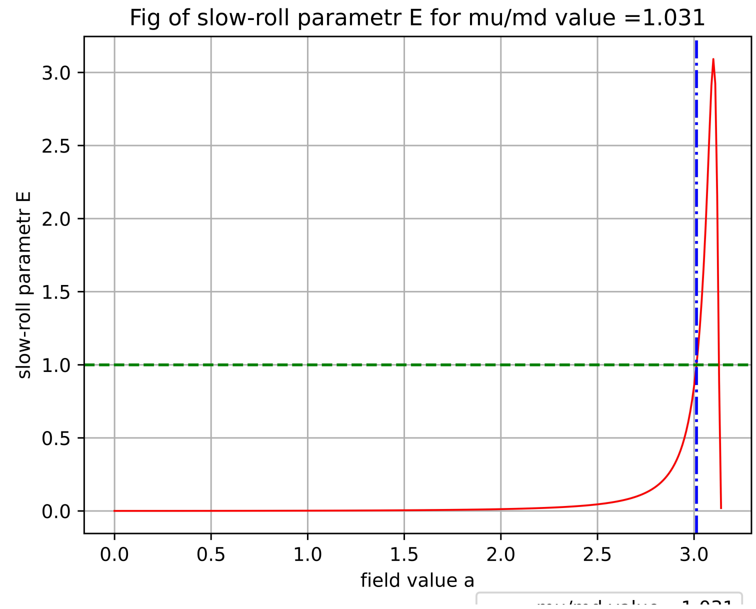


Рис. 2.3: Параметр медленного скатывания ϵ для $f_a = 5\ M_{pl}$.

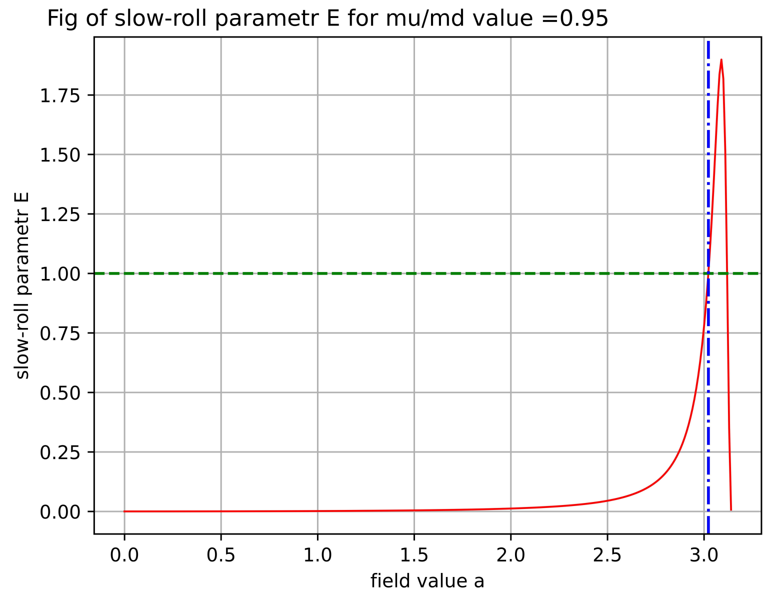


Рис. 2.4: Параметр медленного скатывания ϵ для $f_a = 5\ M_{pl}$.

$n_s = 0.9626 \pm 0.0057$. Рассчитанные значения спектрального индекса скалярных возмущений для f_a больших M_{pl} приведены на рис.2.5, откуда можно сделать вывод, что они совпадают с экспериментальным значением в пределах погрешности последнего.

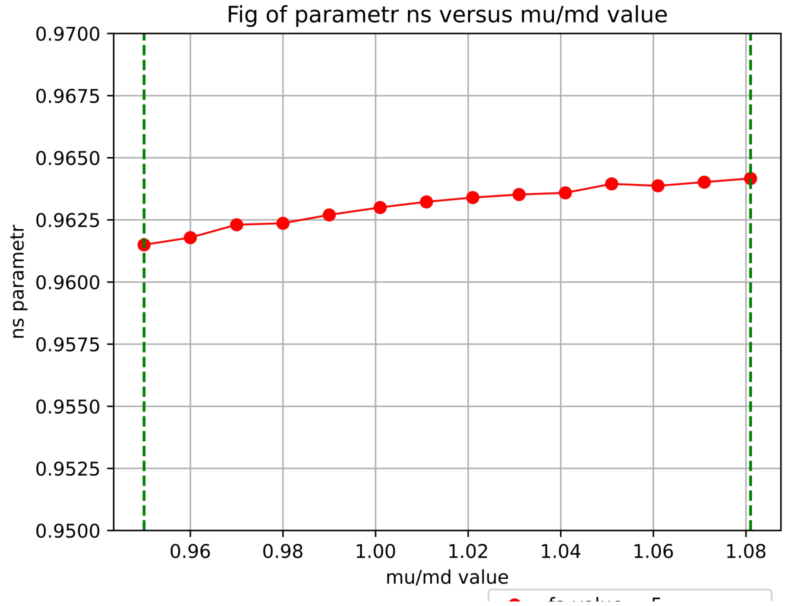


Рис. 2.5: Значения n_s, полученные для $f_a = 5$. Зелеными прямыми обозначены границы значений, при которых выполняеться условие (2.7)

Тензорно-скалярное отношение, соответствующее этим результатам, приведены на рис2.6 Полученные значения спектрального индекса для

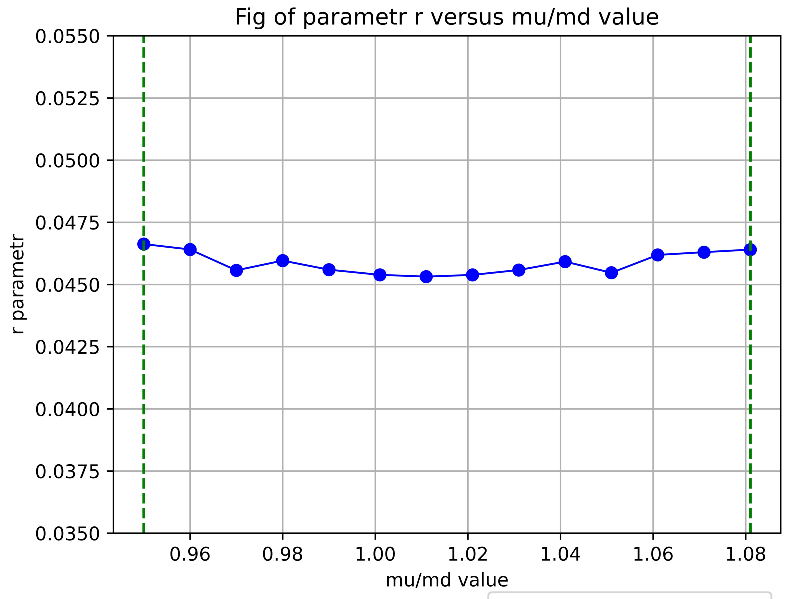


Рис. 2.6: Значения r, полученные для $f_a = 5$. Зелеными прямыми обозначены границы значений, при которых выполняеться условие (2.7)

спектра тензорных возмущений приведены на рис.2.7, что говорит о том, что спектр является "красным т.е. растущим в сторону больших длин волн.

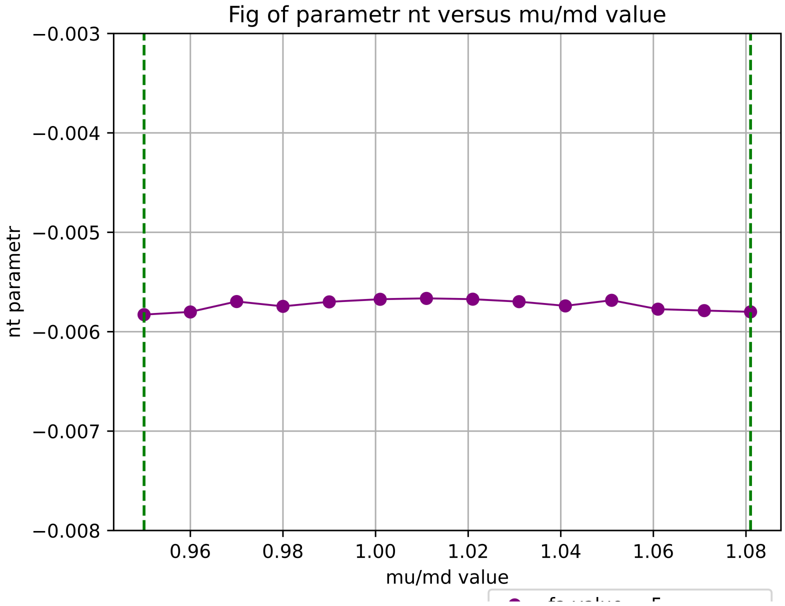


Рис. 2.7: Значение n_t для $\mathrm{f}_a = 5\ \mathrm{M}_{pl}$. Зеленой линей обоначена граница для значений R, ниже которой не выполняется уравнение (2.7).

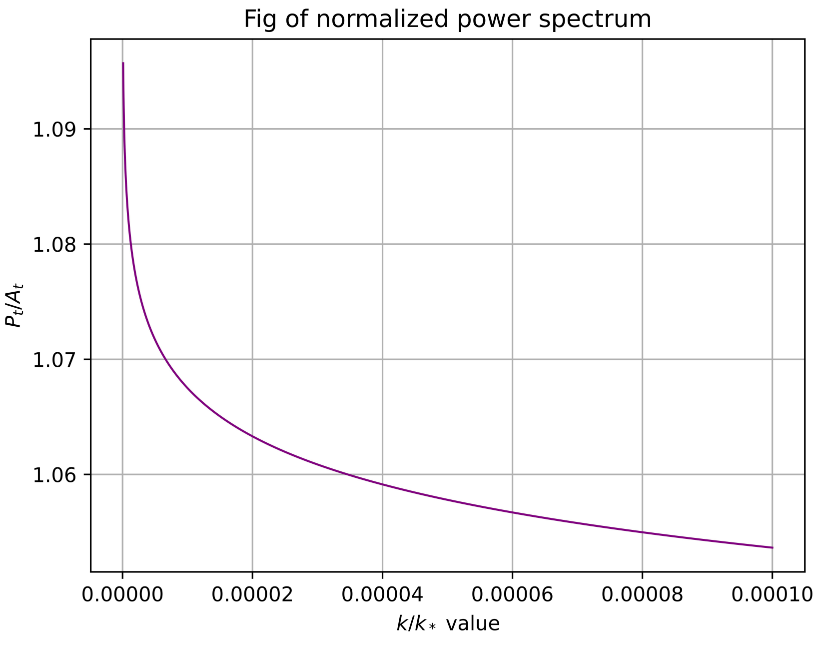


Рис. 2.8: Нормированный спектр мощности гравитационных волн для $f_a = 5M_{pl}$

При приближении f_a к M_{pl} параметры r и n_t будут уменьшаться, Соответственно амплитуда спектра мощности (не нормированного) тензорных возмущений будет уменьшаться, это можно увидеть на рис.2.9, рис.2.10. Тогда спектр мощности будет расти при еще более малых k, т.е. будет еще более смещаться в "красную"сторону. Однако при $f_a \sim 2 \cdot Mpl$ происхо-

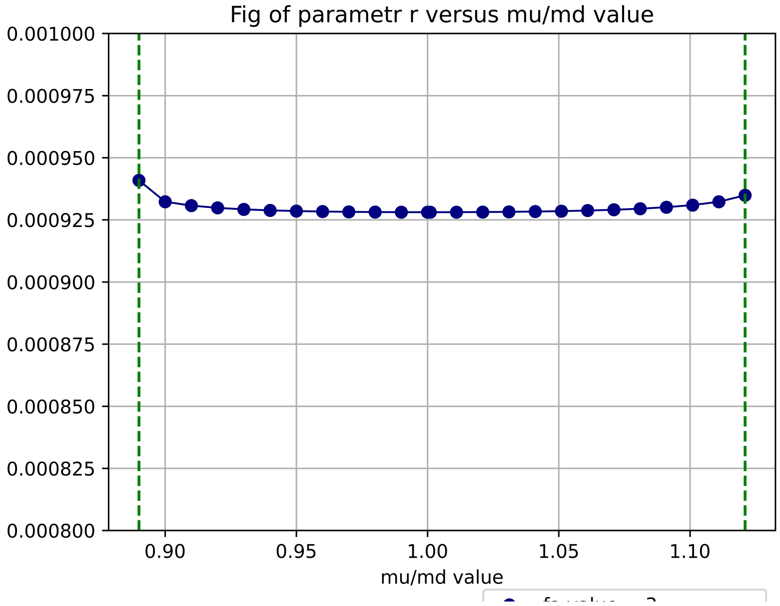


Рис. 2.9: начнения r, полученные для $f_a = 3$. Зелеными прямыми обозначены границы значений, при которых выполняеться условие (2.7)

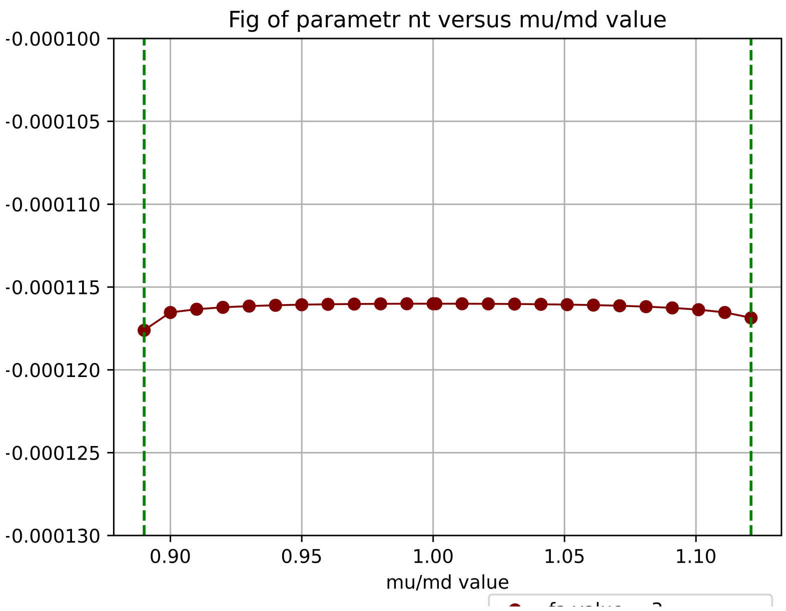


Рис. 2.10: Значение n_t для f$_a$ = 3 M$_{pl}$. Зеленой линей обоначена граница для значений R, ниже которой не выполняется уравнение (2.7).

дит расхождение с экспериментальными данными за рамками погрешности. Таким образом получается нижняя "граница"для параметра модели. При дальнейшем увеличении f_a, r и n_t будут расти, однако спектральный индекс скалярных возмущений выходит за диапазон экспериментальных значений при $f_a \sim 10 \cdot Mpl$. В результате получаем интервал значений параметра f_a.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках научно-исследовательской работы, изучены модель инфлатона и аксионоподобные модели в роли инфлатона, изучены основные теоретические положения, лежащие в основе данных моделей. Также рассмотрены эксперименты, проводимые в данной области.

При выполнении поставленной цели:

- Проанализирована определенная модель аксионоподобного поля, используемого в качестве инфлатона и получены ее основные характеристики (**Раздел 2.1.1**).

- Проведен анализ полученных результатов в зависимости от свободного параметра модели на основании экспериментальных данных (**Раздел 2.1.2**).

Основным источником экспериментальной информации являлся эксперимент "Plank"[10].

Подводя итог можно выделить определенную область значений параметра модели, где результат является схожим с экспериментом:

$$2 \cdot M_{pl} \lesssim fa \lesssim 10 \cdot M_{pl}$$

Полученный ненулевой интервал позволяет конкретнее рассматривать данную модель, и означает, что дальнейший расчет не лишен смысла. Результат спектра мощности гравитационных получается растущим в сторону больших длин волн.

Итоговое решение может быть в дальнейшем использовано для интерпретации выводов экспериментов по поиску первичных гравитационных волн, и, следовательно, весомых оснований к использованию инфляционной теории.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

[1] Anton de la Fuente, Prashant Saraswat и Raman Sundrum. “NDetecting cosmic rays with the LOFAR radio telescope”. В: *Phys.Rev.Lett.* (2015). DOI: 10.48550/arXiv.1311.1399.

[2] Daniel Baumann. “TASI Lectures on Inflation”. В: (2009). DOI: 10.48550/arXiv.0907.5424.

[3] M.Yu.Khlopov. *Fundamentals of Cosmoparticle..M.* 2011.

[4] Д.С.Горбунов и В.А.Рубаков. *Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва.* Москва: URSS, 2008.

[5] C. Abel et al. “Measurement of the Permanent Electric Dipole Moment of the Neutron”. В: *Phys. Rev. Lett.* 124 (2020), 081803(7). DOI: 10.1103/PhysRevLett.124.081803.

[6] Д.С.Горбунов и В.А.Рубаков. *Введение в теорию ранней Вселенной: Космологические возмущения, инфляционная теория.* Москва: URSS, 2010.

[7] Giovanni Grilli di Cortona, Edward Hardy и Javier Pardo Vega. “The QCD axion, precisely”. В: *JHEP 01* (2016). DOI: 10.48550/arXiv.1511.02867.

[8] Steven Weinberg. “A New Light Boson?” В: *Phys. Rev. Lett.* 40.4 (1978), с. 223—226. DOI: 10.1103/PhysRevLett.40.223.

[9] The Bicep/Keck Collaboration и et al. “The Latest Constraints on Inflationary B-modes from the BICEP/Keck Telescopes”. В: *Cosmology and Nongalactic Astrophysics* (2022). DOI: 10.48550/arXiv.2203.16556.

[10] N. Aghanim и et al. “Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters”. В: *Astronomy & Astrophysics manuscript no. ms* (2021). DOI: 10.48550/arXiv.1807.06209.

[11] C. L. Bennett et al. “Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results”. В: *Astrophysical Journal* (2013). DOI: 10.48550/arXiv.1212.5225.