

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 531.3, 539.1.05

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
К БАКАЛАВРСКОЙ ДИПЛОМНОЙ РАБОТЕ
КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ НА ПАРАМЕТР
КИНЕТИЧЕСКОГО СМЕШИВАНИЯ В МОДЕЛЯХ С
ЗЕРКАЛЬНОЙ СКРЫТОЙ МАССОЙ**

Студент

_____ К. М. Зуев

Научный руководитель,
д.ф.-м.н., проф.

_____ М. Ю. Хлопов

Москва 2023

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

**КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ НА ПАРАМЕТР
КИНЕТИЧЕСКОГО СМЕШИВАНИЯ В МОДЕЛЯХ С
ЗЕРКАЛЬНОЙ СКРЫТОЙ МАССОЙ**

Студент _____ К. М. Зуев

Научный руководитель,
д.ф.-м.н., проф. _____ М. Ю. Хлопов

Рецензент,
д.ф.-м.н. _____ Ю. Н. Ерошенко

Секретарь ГЭК,
к.ф.-м.н. _____ А. А. Кириллов

Зав. каф. №40,
д.ф.-м.н., проф. _____ М. Д. Скорохватов

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Модель зеркального сектора	5
1.1 Термодинамические аспекты кинетического смешивания . . .	7
1.2 Параметр кинетического смешивания	8
1.3 Цель и актуальность работы	9
2 Уравнения эволюции зеркального сектора	12
2.1 Случай пренебрежения массой электрона	13
2.2 Случай учета массы электрона и усреднения по сечению, скорости Мёллера и передаваемой энергии	17
2.2.1 Решение уравнения эволюции зеркального сектора в случае усреднения по сечению, скорости Мёллера и передаваемой энергии	17
2.3 Случай учета массы электрона и усреднения по сечению и скорости Мёллера	20
2.3.1 Решение уравнения эволюции зеркального сектора в случае усреднения по сечению и скорости Мёллера	21
2.4 Обсуждение вида уравнения эволюции зеркального сектора в случае учета массы электрона и усреднения по сечению и скорости Мёллера	22
Список использованных источников	27

ВВЕДЕНИЕ

Скрытая масса (в дословном переводе с английского языка — темная материя — Dark Matter, DM) — гипотетическая форма материи, которая по современным оценкам составляет порядка четверти плотности вещества всей Вселенной.

Согласно современной космологической модели, существует три вида скрытой массы: холодная, теплая и горячая, которые классифицируются образом, описанным, например, в [1]. Предположим, что изначально гипотетические частицы X скрытой массы находились в термодинамическом равновесии с обычным веществом в ранней Вселенной. При некоторой температуре T_f эти частицы вышли из равновесия и стали распространяться свободно. В случае, если $T_f \ll m_X$, говорят о холодной скрытой массе (Cold Dark Matter, CDM). В этом случае частицы X являются нерелятивистскими. В противоположном случае $T_f \geq m_X$ рассматриваются два варианта: $m_X \geq 1$ эВ и $m_X \leq 1$ эВ, соответствующие теплой и горячей скрытой массе. Разница между ними заключается в том, что при $T \sim 1$ эВ, при которой реализуется RD-MD-переход, т.е. переход от радиационно-доминированной стадии к пылевидной, горячая скрытая масса является релятивистской, а теплая - нерелятивистской.

Наиболее перспективным рассматриваемым вариантом скрытой массы является холодная скрытая масса в рамках модели Λ CDM. Это объясняется тем, что частицы горячей скрытой массы могут составлять лишь небольшую ее часть, что следует из оценок возмущения плотности пространственных размеров ~ 100 Мпк. Современные оценки относительной плотности холодной скрытой массы дают значение $\Omega_c = 0,258$ [2]. При этом, однако, возможность существования теплой и горячей скрытой массы исключать нельзя. Все рассуждения, приведенные выше, основаны на предположении, что в начальный момент времени частицы скрытой массы и обычного вещества находились в термодинамическом равновесии. Если

условиться, что частицы не находятся в равновесии, то оценка массы данных частиц будет существенно слабее.

Впервые гипотеза о существовании скрытой массы была выдвинута еще в 1933 г. Ф. Цвикки в результате исследования скопления галактик Кома в созвездии Волосы Вероники. Цвикки, измерив дисперсии скоростей отдельных галактик, предположил, что для удержания галактик в составе скопления силами гравитации необходимо большое количество невидимой материи [3]. В 1936 г. после публикации статьи А. Эйнштейна о гравитационном линзировании, Цвикки предложил проверять наличие скрытой массы при помощи эффекта гравитационной линзы, что ныне носит название макролинзирования [4].

После этого на протяжении XX в. предпринято множество различных попыток выяснения сущности скрытой массы, ее происхождения и ряда других проблем, остающихся открытыми и на сегодняшний день.

Существуют модели, в которых частицами скрытой массы являются как частицы Стандартной модели, так и выходящие за ее пределы. В данный момент наиболее актуальными теориями в этом вопросе являются:

- Слабовзаимодействующие массивные частицы — вимпы (WIMPs — Weakly Interacting Massive Particles), обладающие подходящими значениями массы и сечения аннигиляции для их выхода из равновесия в ранней Вселенной с плотностью, характерной для скрытой массы.
- Стабильные частицы в суперсимметричных теориях — частицы, часто относящиеся к классу вимпов, являющиеся так называемыми суперпартнерами к обычным частицам. Частица-суперпартнер обладает другой статистикой по сравнению с исходной частицей, но обладает по отношению к ней теми же самыми взаимодействиями.
- Аксионы — электрически нейтральные псевдоскалярные элементарные частицы, введение которых объясняет проблему наблюдаемого на эксперименте сохранения CP -инвариантности в сильных взаимодействиях посредством добавления нового члена в лагранжиан КХД, обеспечивающего инвариантность относительно преобразований группы $U(1)$ [5].

Более подробный обзор перечня кандидатов на роль частиц скрытой массы можно найти, например, в [1] и [3].

1 МОДЕЛЬ ЗЕРКАЛЬНОГО СЕКТОРА

В рамках настоящей работы рассматривается так называемая модель зеркальной скрытой массы, которая, являясь одной из самых первых моделей скрытой массы, была сформулирована в работах Ч. Янга, Ч. Ли [6], а также в работах И. Ю. Кобзарева, Л. Б. Окуня и И. Я. Померанчука [7] в 50-х — 60-х годах прошлого столетия, а также в работах [8] и [9]. В данной модели для каждой известной элементарной частицы (электрона, фотона, позитрона, мюона и т.д.) должен существовать «зеркальный» партнер, т.е. частица, обладающая теми же массой и свойствами взаимодействия, но правой киральностью. Киральность для дираковских частиц определяется как собственное значение матрицы Дирака γ^5 , которые, как известно из квантовой теории поля, равны ± 1 . Данная величина показывает, по какому представлению группы Пуанкаре преобразуется волновая функция частицы. Мотивацией для такого расширения Стандартной модели может служить восстановление симметрии слабых взаимодействий: P -преобразование будет переводить левые частицы в зеркальные правые, что описано, например, в [10]. В таком случае зеркальные частицы — стабильные и массивные — могут служить кандидатами на роль скрытой массы.

Векторные калибровочные теории с безмассовыми фермионами Дирака проявляют киральную симметрию [11]. В этом случае киральности равносильна спиральность — проекция спина частицы на направление ее движения. Как и для более общего понятия киральности, спиральность может быть левой и правой. В экспериментах наблюдаются частицы с обеими видами спиральности.

В случае, если рассматривается фермион Дирака, имеющий массу, киральность и спиральность следует различать, поскольку такие частицы не проявляют киральной симметрии в силу наличия массового члена в лагранжиане, что будет рассмотрено ниже.

На языке теории групп поля взаимодействий во Вселенной в рамках

данной модели могут быть описаны как

$$[SU(3) \times SU(2) \times U(1)] \times [SU(3)' \times SU(2)' \times U(1)'] \quad (1.1)$$

или, с точки зрения теории Великого объединения, $SU(5) \times SU(5)'$, где штрих означает группы симметрии в зеркальном секторе [12].

Предполагается, что зеркальным частицам соответствует тривиальное представление обычной калибровочной группы, а обычным частицам — тривиальное представление зеркальной калибровочной группы. Это приводит к тому, что частицы определенной зеркальности (т.е. обычные или зеркальные) являются стерильными по отношению к взаимодействиям другой зеркальности. Таким образом, например, фотоны обычного сектора могут взаимодействовать с фотонами зеркального, обычные нейтрино — с зеркальными и т.д., однако зеркальный электрон не может взаимодействовать с обычным фотоном, равно как и обычный электрон не может вступать во взаимодействие с зеркальным.

При этом состояния, соответствующие нетривиальному представлению калибровочных групп обеих зеркальностей, должны соответствовать определенным гипотетическим частицам. Например, состояние

$$X(2, 1/3, 1; 1, 1, 3)$$

гипотетического X -лептона, отвечающее представлению группы (1.1), имеет свойства обычного лептона и зеркального кварка. Оно является дублетом по обычной электрослабой калибровочной группе и триплетом относительно зеркальных цветовых преобразований. Вследствие конфайнмента по зеркальному цвету такое состояние должно связываться с другими цветовыми зеркальными состояниями, что дает состояния, выглядящие как аномальный лептон. Подобные состояния ведут себя как бесцветные частицы с дробными электрическими зарядами в обычных электромагнитных взаимодействиях и носят название фрактонов.

Фрактоны также возникают как состояния

$$X(1, 1, 3; 2, 1/3, 1)$$

X -кварков, соответствующих представлению калибровочной группы (1.1). Они имеют дробный зеркальный электрический заряд и нейтральны относительно обычного электромагнитного взаимодействия [13; 14].

1.1 ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ КИНЕТИЧЕСКОГО СМЕШИВАНИЯ

В рамках модели допускается, что в условиях ранней Вселенной существовала асимметрия между температурой T обычного сектора и температурой T' зеркального сектора, причем температура зеркального сектора должна быть мала по сравнению с температурой обычного сектора на момент начала периода первичного нуклеосинтеза (ограничение будет определено ниже). Первичный нуклеосинтез чувствителен к плотности энергии Вселенной при $T \sim 1$ МэВ, которая обычно параметризуется в терминах эффективного числа степеней свободы $g_{*T} = g_{*T}^{st} + \Delta g_{*T}$, где Δg_{*T} — вклад любых дополнительных видов частиц в дополнение к стандартному значению $g_{*T}^{st} = 10,75$, вносимый фотонами, электронами, позитронами и тремя сортами нейтрино при указанной температуре. Вклад зеркальных партнеров к данным частицам приводит к соотношению

$$\frac{\rho'}{\rho} \propto \left(\frac{T'}{T} \right)^4. \quad (1.2)$$

Разность температур T и T' в ходе космологической эволюции может возникнуть, если после инфляции обычный и зеркальный секторы нагреваются при разной температуре; затем они расширяются адиабатически с расширением Вселенной, без фазовых переходов первого рода, так что в обоих секторах энтропии сохраняются по отдельности. Поэтому соотношение T'/T должно быть постоянным во времени. Это выполняется, если во время и после инфляции нет существенного изменения энтропии. Если между двумя секторами существует взаимодействие, то оно должно быть достаточно слабым, чтобы не привести два сектора в тепловое равновесие между собой [12].

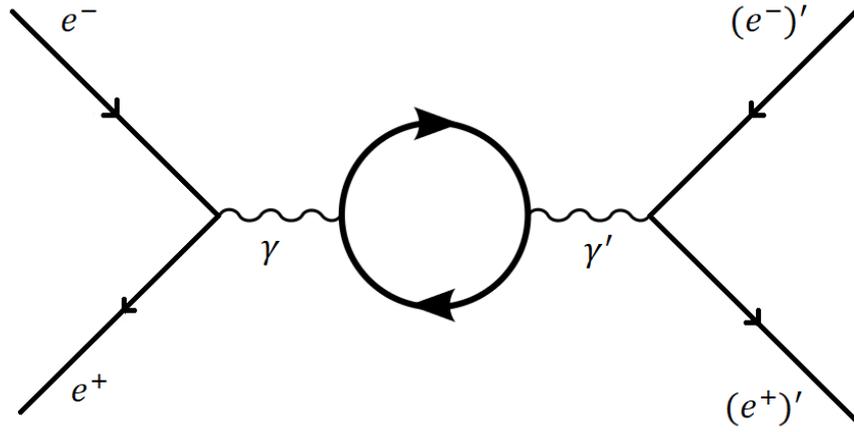


Рисунок 1.1 — Диаграмма Фейнмана для аннигиляции электрон-позитронной пары с последующим переходом продуктов распада в зеркальный сектор

1.2 ПАРАМЕТР КИНЕТИЧЕСКОГО СМЕШИВАНИЯ

Простейшей возможностью обнаружить взаимодействие частиц обычного сектора с зеркальным является кинетическое смешивание фотонов и зеркальных фотонов. С использованием диаграммной техники данный процесс может быть продемонстрирован однопетлевой диаграммой, представленной на рис. 1.1.

Вопрос о том, посредством каких частиц осуществляется данный процесс, чему соответствует петля на представленной диаграмме, вообще говоря, является дискуссионным и выводит за рамки рассматриваемой в настоящей работе задачи. Попытки ответить на него приводят к более фундаментальному вопросу о том, за счет какого именно взаимодействия осуществляется переход частиц из обычного сектора в зеркальный. Носителями такого взаимодействия могут выступать, к примеру, фрактоны, речь о которых шла выше.

Кинетический член лагранжиана электромагнитного поля, ответственный за такое взаимодействие, записывается в виде

$$\mathcal{L}_{mix} = \frac{\epsilon}{2} F^{\mu\nu} F'_{\mu\nu}, \quad (1.3)$$

где ϵ — параметр кинетического смешивания, $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ — тензор электромагнитного поля, $F'^{\mu\nu} = \partial^\mu A'^\nu - \partial^\nu A'^\mu$. Полное выражение для лагранжиана имеет вид

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + F'_{\mu\nu}F'^{\mu\nu} + 2\epsilon F_{\mu\nu}F'^{\mu\nu}) - eq_f A_\mu(\bar{f}\gamma^\mu f) - eq'_f A'_\mu(\bar{f}'\gamma^\mu f'), \quad (1.4)$$

где f и f' обозначают частицы обычного и зеркального секторов соответственно; A_μ , A'_μ — векторные потенциалы в обычном и зеркальном секторах. Путем несложных преобразований этого лагранжиана, описанных в [12], показывается, что за счет кинетического смешивания зеркальные частицы с зеркальным электрическим зарядом q'_f приобретают также дополнительный заряд, равный ϵq_f . Таким образом сечение данного процесса определяется именно параметром кинетического смешивания ϵ .

1.3 ЦЕЛЬ И АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ

Несмотря на то что модель зеркальной скрытой массы была введена еще в 60-х годах прошлого века, она остается актуальной и на сегодняшний день. Результаты некоторых крупных экспериментов, таких как DAMA/Libra, DAMA/NaI, CDMS и XENON10, можно интерпретировать в терминах существования зеркального сектора, т.е. введения зеркальных частиц, предполагая их кинетическое смешивание с частицами обычного сектора с параметром ϵ . При этом как в экспериментальных, так и теоретических работах, посвященных данной тематике, значения ϵ сильно различаются (вплоть до разницы в порядке данной величины). Так, например, в [15] рассматривается вопрос распада ортопозитрония как связующей реакции между обычным и зеркальным секторами. Диаграмма такого процесса приведена на рис. 2.1 [16]. Ожидается, что в случае, когда в результате эксперимента отсутствуют продукты распада, существует вероятность того, что они перешли в зеркальный сектор. В результате описанного эксперимента на параметр кинетического смешивания установлено ограничение $\epsilon < 3,1 \cdot 10^{-7}$. В [16] показано, что значение параметра смешивания, устанавливаемое в результате экспериментов, может быть уточнено до $\epsilon \sim 10^{-9}$. При таком же порядке ϵ в терминах рассеяния зеркальных ядер можно объ-

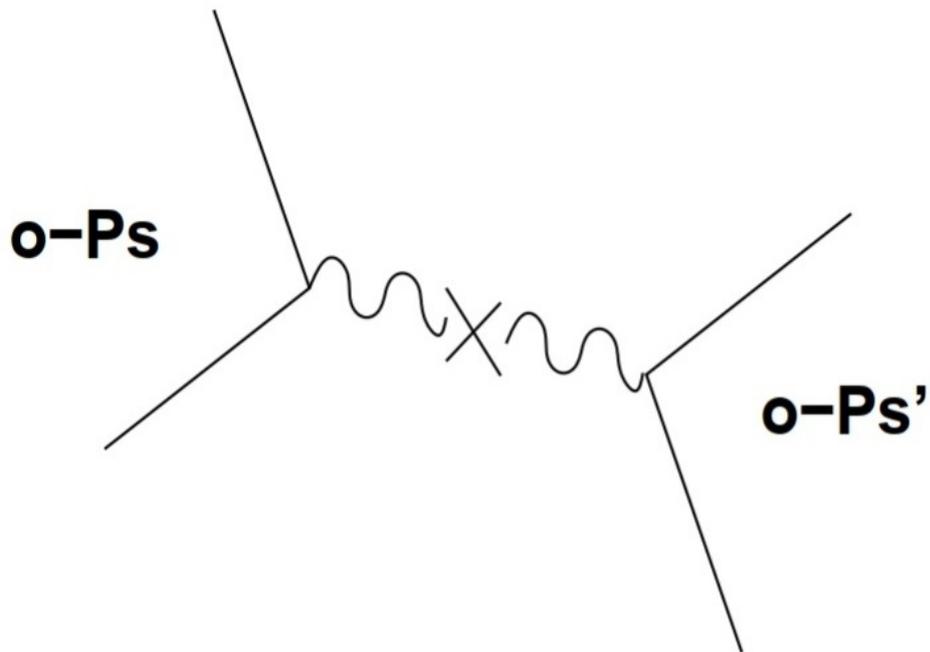


Рисунок 1.2 — Распад ортопозитрония с последующим переходом в зеркальный сектор

яснить результаты эксперимента DAMA/NaI, посвященного обнаружению частиц скрытой массы.

Кроме того, анализ результатов экспериментов DAMA/Libra, CDMS, XENON10 и DAMA/NaI, приведенный в [17], показывает, что результаты экспериментов DAMA могут быть интерпретированы именно как рассеяние зеркальных ядер с зарядом $\propto \epsilon$, на частицах вещества обычного сектора. В частности, лучшим кандидатом на воспроизведение результатов DAMA является зеркальный кислород. Разброс масс зеркального кислорода приводит к разбросу в допустимых значениях параметра смешивания:

$$\epsilon \sim 10^{-8} \div 10^{-9}.$$

Наконец, в [18] на основании ограничений, обеспеченных первичным нуклеосинтезом, приведена верхняя оценка параметра кинетического смешивания: $\epsilon < 3 \cdot 10^{-8}$.

На основании приведенных фактов можно заключить, что на сегодняшний день в значениях параметра смешивания присутствует неопределенность, которая, быть может, отрицательно влияет на экспериментальные возможности обнаружения зеркального сектора. По этой причине наиболее точная оценка ϵ представляет собой особенно важную как теоретиче-

скую, так и экспериментальную задачу. Коррекция описанных выше ограничений важна для интерпретации результатов уже проведенных экспериментов в рамках рассматриваемой модели зеркального вещества, а также для будущих экспериментов в этой области.

Целью настоящей работы является уточнение космологических ограничений на параметр кинетического смешивания на основании [12], где приведена оценка $\epsilon = 3 \cdot 10^{-10}$, и [19], где $\epsilon = 8,5 \cdot 10^{-10}$ в рамках ограничения температур обычного и зеркального секторов, установленного ниже. Данные параметры получены на основании теоретических расчетов, воспроизведенных ниже. Видно, что представленные в данных работах значения параметра смешивания отличаются почти в три раза, что имеет под собой определенные причины с точки зрения расчета, которые будут рассмотрены далее. Как уже было сказано, подобное различие в оценке параметра недопустимо с точки зрения постановки экспериментов, направленных на обнаружение скрытой массы, а также анализа их результатов.

2 УРАВНЕНИЯ ЭВОЛЮЦИИ ЗЕРКАЛЬНОГО СЕКТОРА

Простейшая возможность обнаружить взаимодействие зеркального вещества с частицами обычного сектора заключается в рассмотрении реакции аннигиляции электрон-позитронной пары с последующим переходом продуктов в зеркальный сектор, т.е. кинетическое смешивание фотонов может заполнить зеркальный сектор в ранней Вселенной посредством процесса [19]

$$e\bar{e} \rightarrow e'\bar{e}'.$$

В настоящей работе рассматривается именно такой процесс заполнения зеркального сектора. В лагранжиане электромагнитного поля (1.4) за реализацию этого процесса отвечает кинетический член (1.3). В этих терминах процесс аннигиляции приводит к обмену энергией между секторами, причем эффективность данного процесса $\propto \epsilon^2$. В таком случае зеркальный сектор нагревается, т.е. соотношение температур T'/T растет. По этой причине можно установить космологические ограничения на параметр смешивания ϵ [12].

Как уже было упомянуто выше, в условиях ранней Вселенной для температур обычного и зеркального секторов должно выполняться соотношение $T > T'$. Ограничение отношения данных температур, обусловленное первичным нуклеосинтезом, имеет вид $T'/T \lesssim 0.6$ [20]. Кроме того, анализы, базирующиеся на основе математического моделирования реликтового излучения с применением численных методов, устанавливают другое его значение:

$$\frac{T'}{T} \lesssim 0.3, \quad (2.1)$$

что подробнее описано в [21] и [22]. Ограничение (2.1) является классическим в рамках рассматриваемой модели и будет неоднократно использова-

но в дальнейшем.

Существование ограничений на соотношение температур в конечном итоге приводит к увеличению плотности энергии ρ' в зеркальном секторе. Таким образом, можно говорить об эволюции зеркального сектора, которая в самом общем случае описывается уравнением

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = \xi(T), \quad (2.2)$$

где $\xi(T)$ — некоторая известная функция, конкретная для каждого случая, характеризующая процесс заполнения зеркального сектора. Далее в настоящей работе будут рассматриваться различные частные случаи уравнения (2.2), которое мы будем зачастую называть уравнением эволюции (заполнения зеркального сектора).

2.1 СЛУЧАЙ ПРЕНЕБРЕЖЕНИЯ МАССОЙ ЭЛЕКТРОНА

Для того чтобы определить вид функции $\xi(T)$ из уравнения (2.2), можно исходить из следующих соображений. Вполне очевидно, что скорость заполнения зеркального сектора определяется количеством взаимодействий в единицу времени. Последнее, в свою очередь, определяется изначальным числом n_{e^-} и n_{e^+} взаимодействующих в данном случае электронов и позитронов. Пусть данный процесс имеет сечение σ , и в его результате зеркальному сектору передается энергия \mathcal{E} , которая представляет собой сумму энергий E_1 и E_2 налетающих частиц в рассматриваемой двухчастичной реакции аннигиляции. Тогда уравнение эволюции (2.2) может быть записано в виде

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = n_{e^+} n_{e^-} \langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle, \quad (2.3)$$

который является общим при рассмотрении [19]. Здесь

$$v_{Mol} = \sqrt{|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|^2 - |\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2|^2}$$

называется скоростью Мёллера и является относительной релятивистской скоростью столкновения двух налетающих потоков частиц, обладающих скоростями \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 [23; 24]. В общем случае выражение $\langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle$ имеет вид

$$\langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle = \frac{\int \sigma v_{Mol}(E_1 + E_2) e^{-E_1/T} e^{-E_2/T} d^3 p_1 d^3 p_2}{\int e^{-E_1/T} e^{-E_2/T} d^3 p_1 d^3 p_2}, \quad (2.4)$$

где p_1 и p_2 — 3-импульсы взаимодействующих частиц. Подобная структура появляется при расчете сечения аннигиляции двухчастичных реакций с последующим переходом к тепловому среднему в выражении для интеграла столкновений, возникающего при рассмотрении кинетического уравнения Больцмана. При этом учитывается, что функция распределения частиц при температуре T является максвелловско-больцмановской, т.е. имеет вид $f(T) \propto \exp(-E/T)$ [24].

В дальнейшем в уравнении (2.3), используя закон Стефана-Больцмана для ультрарелятивистских частиц с нулевым химическим потенциалом

$$\rho = \frac{\pi^2 g T^4}{30},$$

удобнее перейти к величине ρ'/ρ , чтобы исключить временную зависимость вследствие расширения Вселенной, а также использовать связь, полученную на основании известного выражения для параметра Хаббла:

$$t = 0.3 g^{-1/2} \frac{M_{Pl}}{T^2},$$

где $M_{Pl} \approx 1.22 \cdot 10^{22}$ МэВ — масса Планка. В таком случае имеем

$$\frac{\partial \rho'/\rho}{\partial T} = \frac{-n_{e^+} n_{e^-} \langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle}{\pi^2 g T^4 / 30} \cdot \frac{0.6 M_{Pl}}{\sqrt{g} T^3}. \quad (2.5)$$

Рассмотрим уравнение (2.5), используя статистику Максвелла и игнорируя принцип запрета Паули. Тогда, пренебрегая в пределе массой электрона, имеем релятивистский предел рассматриваемой модели. В этом случае

$$n_{e^+} \approx n_{e^-} \approx \frac{3\zeta(3)}{2\pi^2} T^3,$$

где $\zeta(3)$ — постоянная Аперри. В релятивистском случае сечение аннигиляции имеет вид

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2\epsilon^2}{3s}.$$

С учетом этого, выражение для $\langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle$ принимает форму

$$\langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle = \frac{2\pi\alpha^2\epsilon^2}{3T}, \quad (2.6)$$

где $\alpha = 1/137$ — электромагнитная константа связи. Более подробный вывод данного соотношения, основанный на кинематических соображениях, представлен в [19]. С учетом описанных выше преобразований уравнение (2.5) может быть записано в виде

$$\frac{\partial \rho' / \rho}{\partial T} = -\frac{A}{T^2}, \quad (2.7)$$

где

$$A = \frac{27\zeta(3)^2\alpha^2\epsilon^2 M_{Pl}}{\pi^5 g \sqrt{g}}.$$

Большая часть зеркальных фотонов и электронов рождается в области низких температур ($T' \lesssim 5$ МэВ), следовательно, слабое взаимодействие в зеркальном секторе не сможет обеспечить его заполнение тремя сортами зеркальных нейтрино. Поэтому в достаточно хорошем приближении радиационная составляющая зеркального сектора состоит из зеркальных электронов, позитронов и фотонов. Это приводит к значению $g' = 11/2$ и, следовательно, к преобразованию выражения (1.2) для перехода от соотношения плотностей зеркального и обычного секторов к соотношению их температур к виду

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{g'}{g} \left(\frac{T'}{T} \right)^4, \quad (2.8)$$

где $g'/g = 22/43$.

Видно, что в релятивистском пределе уравнение (2.3), преобразованное в уравнение (2.7), является уравнением с разделяющимися переменными и, следовательно, имеет аналитическое решение, которое описывается

формулой

$$\frac{T'}{T} = \left(\frac{g}{g' A} \right)^{1/4} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_i} \right)^{1/4} \quad (2.9)$$

и является решением задачи для дифференциального уравнения (2.7) с начальным условием $T'(T_i) = 0$, где T_i — начальная температура. График этого решения представлен на рис. 2.1.

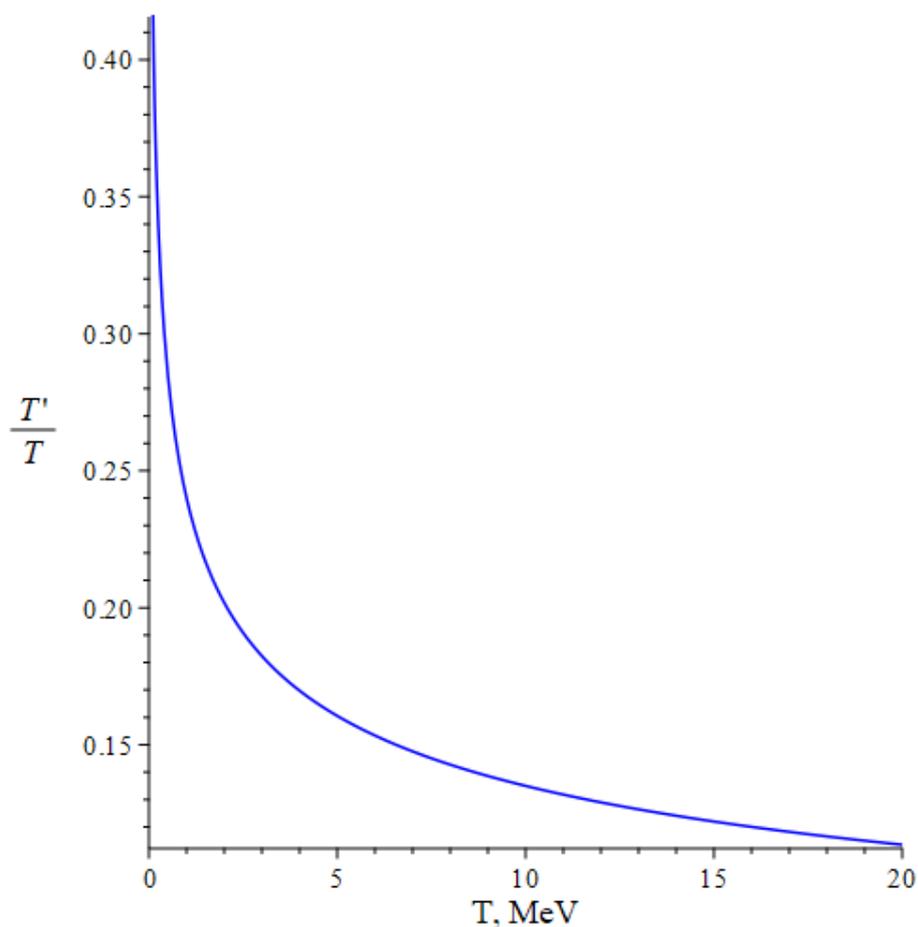


Рисунок 2.1 — График зависимости отношения температур в зеркальном и обычном секторах от температуры в пренебрежении массой электрона

2.2 СЛУЧАЙ УЧЕТА МАССЫ ЭЛЕКТРОНА И УСРЕДНЕНИЯ ПО СЕЧЕНИЮ, СКОРОСТИ МЁЛЛЕРА И ПЕРЕДАВАЕМОЙ ЭНЕРГИИ

С учетом массы электрона выражение для концентрации электронов и позитронов приобретает вид распределения Ферми-Дирака

$$n_{e^+} \approx n_{e^-} \approx \frac{1}{\pi^2} \int_{m_e}^{\infty} \frac{\sqrt{E^2 - m_e^2} E}{1 + e^{E/T}} dE. \quad (2.10)$$

Рассмотрим теперь величину, характеризующую скорость заполнения зеркального сектора (2.4), учитывая массу электрона. В этом случае выражение для нее приобретает более сложный вид

$$\langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle = \frac{1}{8m_e^4 T^2 K_2^2(m_e/T)} \int_{4m_e^2}^{\infty} ds \sigma(s - 4m_e^2) \sqrt{s} \int_{\sqrt{s}}^{\infty} dE_+ e^{-E_+/T} E_+ \sqrt{\frac{E_+^2}{s} - 1}, \quad (2.11)$$

где $K_2(m_e/T)$ — модифицированная функция Бесселя 2-го рода 2-го порядка. Сечение здесь

$$\sigma = \frac{4\pi}{3} \alpha^2 \epsilon^2 \frac{1}{s^3} (s + 2m_e^2)^2.$$

Вывод данного выражения аналогичен выводу (2.6) (с учетом массы электрона) и представлен в [19]. С учетом вида величины (2.11), становится ясным, что уравнение (2.5) в данном случае не может быть решено аналитически.

2.2.1 РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ЭВОЛЮЦИИ ЗЕРКАЛЬНОГО СЕКТОРА В СЛУЧАЕ УСРЕДНЕНИЯ ПО СЕЧЕНИЮ, СКОРОСТИ МЁЛЛЕРА И ПЕРЕДАВАЕМОЙ ЭНЕРГИИ

Рассмотрим более подробно вопрос о решении уравнения (2.5). Как уже было упомянуто, данное уравнение не может быть решено аналитиче-

ски, поэтому для его решения использованы численные методы, заключающиеся в аппроксимации правой части уравнения интегрируемыми функциями. При этом для решения данного уравнения в переменных температуры должно выполняться ограничение $T'/T \lesssim 0.3$, а также должна иметь место асимптотика $\propto T^{-1/4}$ при больших значениях температуры, т.е. с некоторой точностью сходиться с решением в релятивистском случае пренебрежения массой электрона.

Все действия по решению уравнения (2.5) произведены в программном пакете Maple. Видно, что правая часть имеет сложную структуру с точки зрения решения дифференциального уравнения (2.5), по причине чего возникает вопрос выбора наилучшей аппроксимирующей функции.

Возьмем в качестве аппроксимирующей функции правой части уравнения эволюции кусочно-непрерывную функцию вида

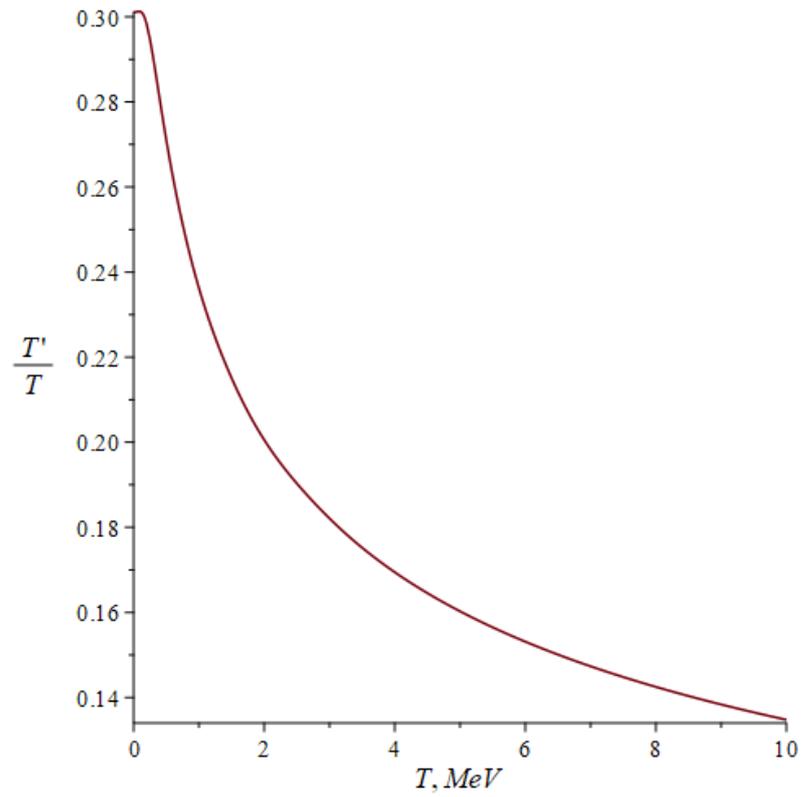
$$F_n(T) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{100} C_n e^{-20T} T^{-1/4}, & T < 4 \\ \frac{a}{T^2}, & T \geq 4 \end{cases} \quad (2.12)$$

Здесь a - параметр. При интегрировании уравнения с подобной правой частью получено решение, представленное на рис. 2.2а и 2.2б. Видно, что в данном случае решение обладает требуемой асимптотикой, т.е. стремится к релятивистскому случаю.

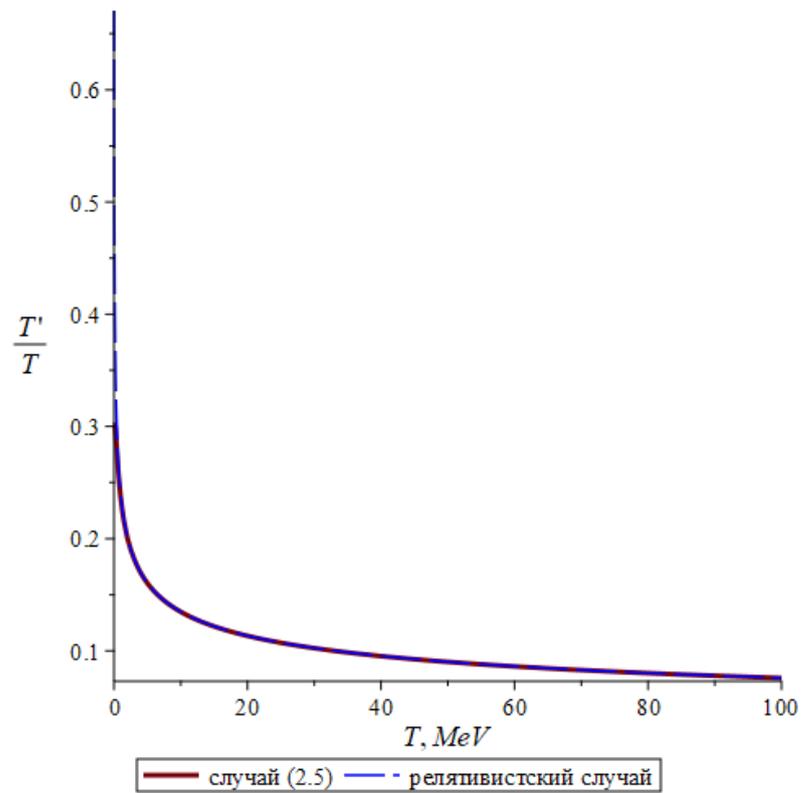
Полученная при помощи описанного расчета оценка составила

$$\epsilon \approx 8,5 \cdot 10^{-10},$$

что совпадает с приведенной в [19].



(а) решение уравнения (2.5) с правой частью в виде (2.12) в интервале $0 < T < 10$



(б) решение уравнения (2.5) с правой частью в виде (2.12) в интервале $0 < T < 100$; видно, что решение обладает требуемой на бесконечности асимптотикой

Рисунок 2.2 — Решение уравнения эволюции из [19]

2.3 СЛУЧАЙ УЧЕТА МАССЫ ЭЛЕКТРОНА И УСРЕДНЕНИЯ ПО СЕЧЕНИЮ И СКОРОСТИ МЁЛЛЕРА

Как уже упоминалось во введении к работе, интерес представляет расхождение значений параметров кинетического смешивания в [12] и [19].

Обратимся к результатам, представленным в [12]. В данном случае уравнение эволюции имеет вид

$$\frac{\partial \rho' / \rho}{\partial T} = \frac{-n_e(T)\rho_e(T) \langle \sigma v_{Mol} \rangle}{\pi^2 g T^4 / 30} \cdot \frac{0.6 M_{Pl}}{\sqrt{g} T^3}, \quad (2.13)$$

где

$$n_e(T) = \frac{2}{\pi^2} \int_{m_e}^{\infty} \frac{\sqrt{E^2 - m_e^2} E}{1 + e^{E/T}} dE, \quad (2.14)$$

$$\rho_e(T) = \frac{2}{\pi^2} \int_{m_e}^{\infty} \frac{\sqrt{E^2 - m_e^2} E^2}{1 + e^{E/T}} dE. \quad (2.15)$$

В отличие от (2.5), в уравнении (2.13) рассматриваются функции распределения электронов и плотности энергии. Также в этом случае выражение для параметра, отвечающего за скорость заполнения зеркального сектора, имеет иную структуру, чем в [19], в силу того, что тепловое среднее в данном случае берется по сечению взаимодействия σ и скорости Мёллера v_{Mol} :

$$\langle \sigma v_{Mol} \rangle = \frac{1}{8m_e^4 T^2 K_2^2(m_e/T)} \int_{4m_e^2}^{\infty} \sigma(s - 4m_e^2) \sqrt{s} K_1\left(\frac{\sqrt{s}}{T}\right) ds, \quad (2.16)$$

где $K_1(\sqrt{s}/T)$ — модифицированная функция Бесселя 2-го рода 1-го порядка. Вывод данного соотношения также полностью аналогичен (2.11) и представлен в [23].

2.3.1 РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ЭВОЛЮЦИИ ЗЕРКАЛЬНОГО СЕКТОРА В СЛУЧАЕ УСРЕДНЕНИЯ ПО СЕЧЕНИЮ И СКОРОСТИ МЁЛЛЕРА

Аналогично уравнению (2.5), уравнение (2.13) решается с помощью метода аппроксимации его правой части. Однако здесь аппроксимирующая функция имеет вид

$$G(T) = \begin{cases} S_3(T), & T < 6 \\ \frac{b}{T^2}, & T \geq 6 \end{cases}$$

Здесь $S_3(T)$ - сплайн третьего порядка, b - параметр.

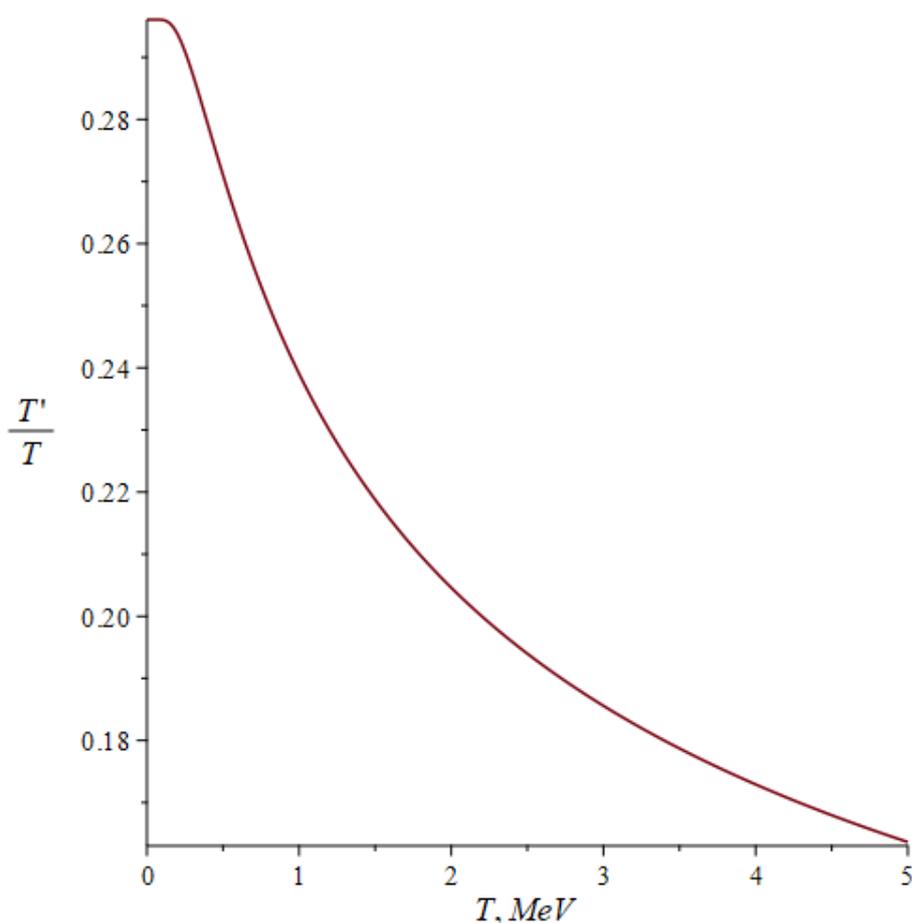


Рисунок 2.3 — Решение уравнения эволюции в случае [12]

Решение уравнения с правой частью в виде $G(T)$ представлено на рис. 2.3. В [12] приведено решение в координатах $\rho'/\rho(T)$, однако для дальнейшего анализа необходимо получить решение уравнения (2.13) в координатах $T'/T(T)$. Для этого данное уравнение преобразовано с помощью связи

соотношения плотностей и температур (1.2). Как и в предыдущем случае, ограничение на T'/T описывается формулой (2.1). Видно, что представленный график удовлетворяет указанному ограничению и имеет требуемую асимптотику. Численный расчет дает значение параметра кинетического смешивания $\epsilon \approx 3 \cdot 10^{-10}$, которое также совпадает с указанным в [12].

2.4 ОБСУЖДЕНИЕ ВИДА УРАВНЕНИЯ ЭВОЛЮЦИИ ЗЕРКАЛЬНОГО СЕКТОРА В СЛУЧАЕ УЧЕТА МАССЫ ЭЛЕКТРОНА И УСРЕДНЕНИЯ ПО СЕЧЕНИЮ И СКОРОСТИ МЁЛЛЕРА

Рассмотрим структуру уравнения (2.13), в частности - соотношения (2.14) и (2.15) для концентрации электронов и плотности их энергии. В общем случае вывод данных выражений базируется на интегрировании функции распределения Ферми-Дирака

$$f(\mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{(E(\mathbf{p})-\mu)/T} + 1},$$

где

$$E(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2},$$

по импульсам в локально-лоренцевой системе координат:

$$n_e = g_e \int f(\mathbf{p}) d^3\mathbf{p} = 4\pi g_e \int f(E) \sqrt{E^2 - m_e^2} E dE, \quad (2.17)$$

$$\rho_e = g_e \int f(\mathbf{p}) E(\mathbf{p}) d^3\mathbf{p} = 4\pi g_e \int f(E) \sqrt{E^2 - m_e^2} E^2 dE. \quad (2.18)$$

В выражениях (2.17) и (2.18) во вторых равенствах происходит интегрирование по углам с использованием соотношения $E dE = |\mathbf{p}| d|\mathbf{p}|$; g_e — число спиновых состояний электрона, $g_e = 2$ [1].

С учетом приведенных рассуждений формулы (2.14) и (2.15) приоб-

ретают вид (с точностью до пренебрежения химическими потенциалами):

$$n_e(T) = \frac{g_e}{2\pi^2} \int_{m_e}^{\infty} \frac{\sqrt{E^2 - m_e^2} E}{1 + e^{E/T}} dE = \frac{1}{\pi^2} \int_{m_e}^{\infty} \frac{\sqrt{E^2 - m_e^2} E}{1 + e^{E/T}} dE, \quad (2.19)$$

$$\rho_e(T) = \frac{g_e}{2\pi^2} \int_{m_e}^{\infty} \frac{\sqrt{E^2 - m_e^2} E^2}{1 + e^{E/T}} dE = \frac{1}{\pi^2} \int_{m_e}^{\infty} \frac{\sqrt{E^2 - m_e^2} E^2}{1 + e^{E/T}} dE. \quad (2.20)$$

Решим теперь уравнение (2.13), принимая во внимание соотношения (2.19) и (2.20), а также тот факт, что при изменении вида распределений требование (2.1) для соотношения температур, вообще говоря, не обязано выполняться. В свою очередь несохранение этого требования приводит к тому, что значение параметра кинетического смешивания становится неопределенным, что, впрочем, вполне естественно. Заметим также, что решение должно с точностью до нормировки совпадать со случаем, когда для данного уравнения используются соотношения (2.14) и (2.15), поскольку математическая структура уравнения не изменилась. Из этого естественно вытекает, что и структура аппроксимирующей функции $G(T)$ также не изменяется, поэтому ее использование для решения уравнения (2.13) также оправдано. Ключевым этапом решения является получение параметра кинетического смешивания, значение которого определяется посредством нормировки решения с учетом классического требования (2.1). Очевидно, что данное решение должно сохранять асимптотику, определенную для решения уравнения (2.13) с распределениями в виде (2.14) и (2.15).

Полученное для данного решения оценочное значение параметра кинетического смешивания (с точностью до десятых) составляет

$$\epsilon \approx 10,3 \cdot 10^{-10}.$$

Видно, что это значение не совпадает с приведенным в [19].

Процесс решения уравнения (2.13) заключается в задании сеточной функции для его правой части и ее последующей аппроксимации кусочно-непрерывной функцией $G(T)$ на двух промежутках. Путем задания дополнительных узлов для сеточной функции в окрестности нуля получено другое решение указанного уравнения, график которого представлен на рис.

2.4. В результате процесса нормировки графика аналогично предыдущим

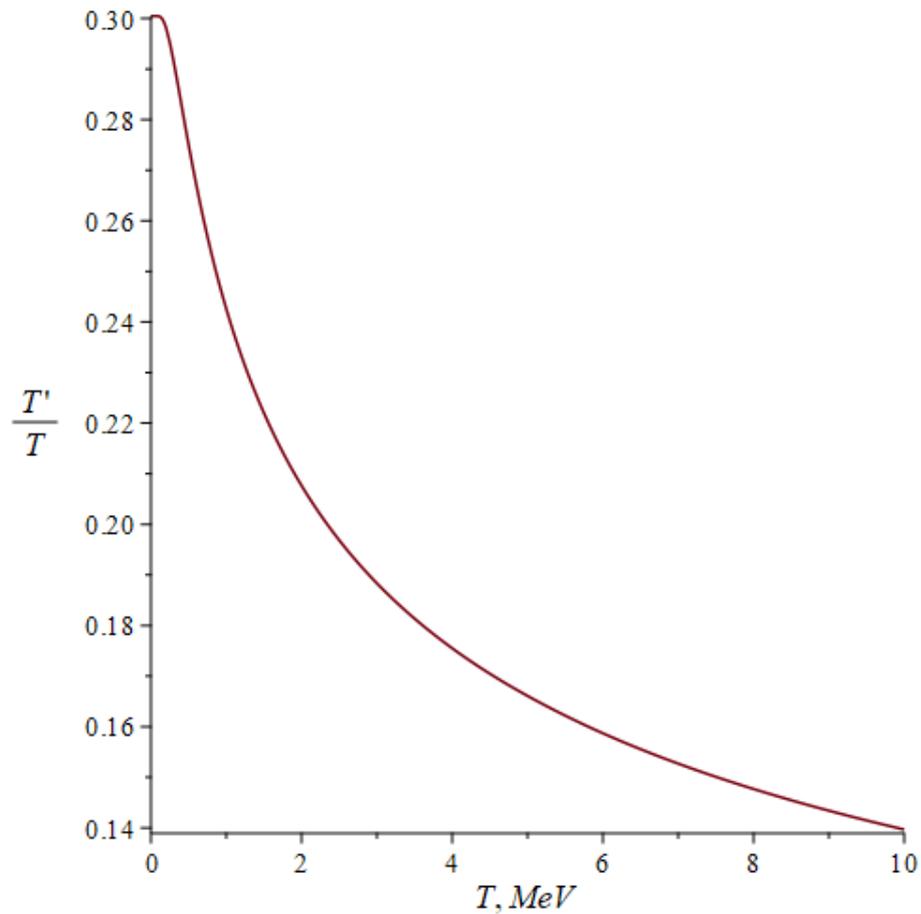


Рисунок 2.4 — Решение уравнения эволюции (2.13) в случае переопределения распределений в виде (2.19) и (2.20)

случаям решения уравнения эволюции получена новая оценка параметра кинетического смешивания, значение которой составляет

$$\epsilon \approx 8,7 \cdot 10^{-10}.$$

Исходные значения параметров различаются в $\epsilon_F/\epsilon_B \approx 2,83$ раза. Произведенные же вычисления сокращают расхождение до $\epsilon_B/\epsilon_F \approx 1,02$. В свою очередь итоговое расхождение обуславливается следующими основными факторами:

- конечная расчетная точность пакета Maple, заключающаяся в программной сложности обработки сеточной функции при добавлении дополнительных узлов сетки;
- погрешность аппроксимации сеточной функции функцией $G_m(T)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы рассмотрена модель зеркальной скрытой массы, изучены основные теоретические положения, лежащие в основе данной модели; рассмотрены эксперименты, проводимые в рамках данного направления.

В рамках сформулированной цели об уточнении параметра кинетического смешивания в модели зеркальной скрытой массы детально изучены работы [12] и [19], в которых в рамках одного и того же термодинамического ограничения (2.1) указаны различные параметры смешивания: $\epsilon \approx 3 \cdot 10^{-10}$ и $\epsilon \approx 8,5 \cdot 10^{-10}$ соответственно.

Рассмотрены уравнения (2.5) и (2.13), описывающие эволюцию зеркального сектора частиц. Получено решение для релятивистского случая, график которого приведен на рис. 2.1. Получено решение для уравнения (2.5), на основании которого вычислено значение параметра смешивания $\epsilon \approx 8,5 \cdot 10^{-10}$, а также для уравнения (2.13), для которого $\epsilon \approx 3 \cdot 10^{-10}$. Графики полученных решений соответственно представлены на рис. 2.2а, 2.2б.

На основании рассмотрения общих соотношений для концентрации (2.17) и плотности энергии (2.18) из [1] проведен анализ, в результате которого соотношения (2.14) и (2.15) приведены в уравнении к форме (2.19) и (2.20). Решение данного случая продемонстрировано на рис. 2.4. Для данного случая определено значение параметра кинетического смешивания в рамках ограничения (2.1), которое составило

$$\epsilon \approx 8,7 \cdot 10^{-10}.$$

Таким образом, соотношение параметров кинетического смешивания, приведенных в рассмотренных статьях, уточнено с 2,83 до 1,02, что дает возможность судить об отсутствии расхождения параметров в рассматриваемой модели с точностью до сотых.

Погрешность приведенной оценки главным образом складывается из погрешности численных методов, использованных для решения уравнений эволюции, т.е. из погрешности, обусловленной конечным возможным числом узлов сеточной функции, а также из погрешности аппроксимации в программном пакете Maple.

В заключение скажем, что, несмотря на проделанную работу, в которой было принято предположение об электромагнитной природе кинетического смешивания, одной из фундаментальных проблем модели зеркального вещества является выяснение вида взаимодействия, ответственного за смешивание частиц обычной материи с частицами зеркальной. Эта проблема представляет особую важность для понимания природы скрытой массы в целом. Полученное в рамках настоящей работы уточнение параметра кинетического смешивания может быть полезным для трактования уже прошедших экспериментов, а также для будущих экспериментов по поиску частиц скрытой массы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Горбунов Д., Рубаков В.* Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва. — М. : Издательство ЛКИ, 2012. — 552 с.
2. Planck 2015 results / P. A. R. Ade [et al.] // *Astron. Astrophys.* — 2016. — Vol. A13. — P. 63.
3. *Рябов В., Царев В., Цховребов А.* Поиски частиц темной материи // *УФН.* — 2008. — Т. 178, № 11. — С. 1129—1161.
4. *Блинников С.* Зеркальное вещество и другие модели для темной материи // *УФН.* — 2014. — Т. 184, № 2. — С. 194—198.
5. *Ressei R., Quinn H.* CP Conservation in the Presence of Pseudoparticles // *Phys. Rev. Lett.* 38. — 1977. — Vol. 38.
6. *Lee T., Yang C.* Question of Parity Conservation in Weak Interactions // *Phys. Rev.* 104, 254. — 1956. — Vol. 104.
7. *Kobzarev I., Okun L., Pomerenchuk I.* On the Possibility of Experimental Observation of Mirror Particles // *J. Nucl. Phys. (U.S.S.R.)* — 1966. — No. 3. — P. 1154—1160.
8. *Blinnikov S., Khlopov M.* Possible astronomical effects of mirror particles // *Astron. Zh.* 50. — 1983. — P. 632—639.
9. Observational physics of mirror world / M. Khlopov [et al.] // *Astron. Zh.* 69. — 1991.
10. *Foot R., Lew H., Volkas R.* A model with fundamental improper space-time symmetries // *Phys. Lett. B* 272. — 1991. — P. 67—70.
11. *Степаньянц К.* Классическая теория поля. — М. : Физматлит, 2009. — 540 с.

12. *Berezhiani Z., Lepidi A.* Cosmological bounds on the "millicharges" of mirror particles // *Phys.Lett. B* 681. — 2009. — P. 276–281.
13. *Khlopov M.* Fractionally charged particles and quark confinement // *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 33. — 1981. — No. 3. — P. 170–173.
14. *Хлопов М.* Основы космомикрoфизики. — М. : Едиториал УРСС, 2011. — 368 с.
15. First search for invisible decays of ortho-positronium confined in a vacuum cavity / C. Vigo, L. Gerchow, [et al.] // *Phys. Rev. D* 97. — 2018. — arXiv: [1803.05744](https://arxiv.org/abs/1803.05744).
16. An apparatus to search for mirror dark matter via the invisible decay of orthopositronium in vacuum / A. Badertscher [et al.] // *Int.J.Mod.Phys.* — 2004. — P. 3833–3848.
17. *Foot R.* Mirror dark matter and the new DAMA/LIBRA results: A simple explanation for a beautiful experiment // *Phys.Rev.D*78:043529. — 2009.
18. *Carlson E., Glashow S.* Nucleosynthesis versus the mirror universe // *Phys.Lett.B.* — 1987. — Vol. 193. — P. 168–170.
19. *Ciarcelluti P., Foot R.* Early Universe cosmology in the light of the mirror dark matter interpretation of the DAMA/Libra signal // *Phys.Lett.B.* — 2009. — Vol. 679. — arXiv: [0809.4438](https://arxiv.org/abs/0809.4438).
20. *Berezhiani Z., Dolgov A., Mohapatra R.* Asymmetric Inflationary Reheating and the Nature of Mirror Universe // *Phys.Lett.B.* — 1996. — Vol. 375.
21. *Ignatiev A., Volkas R.* Mirror dark matter and large scale structure // *Phys.Rev.D.* — 2003. — Vol. 68.
22. Structure Formation with Mirror Dark Matter: CMB and LSS / Z. Berezhiani [et al.] // *Int.J.Mod.Phys.D.* — 2005. — Vol. 14. — arXiv: [astro-ph/0312605](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0312605).
23. *Cannoni M.* Lorentz invariant relative velocity and relativistic binary collisions // *International Journal of Modern Physics A.* — 2017. — Vol. 32, 02n03. — arXiv: [1605.00569](https://arxiv.org/abs/1605.00569).

24. *Gondolo P., Gelmini G.* Cosmic Abundances of Stable Particles: improved analysis // Nuclear Physics B. — 1991. — Vol. 360(1). — P. 145–179.