

# Ядерные реакции, деление и структурные особенности деформированных ядер

Исполнитель темы

студент группы М23-114

Д. А. Ситьков

Научный руководитель

д-р физ.-мат. наук, доц.

А. Л. Барабанов

НИЯУ «МИФИ»

25 декабря 2023 г.

# Расчёты по TALYS-1.9: реакция $^{91}\text{Zr}(n, p)^{91m}\text{Y}$

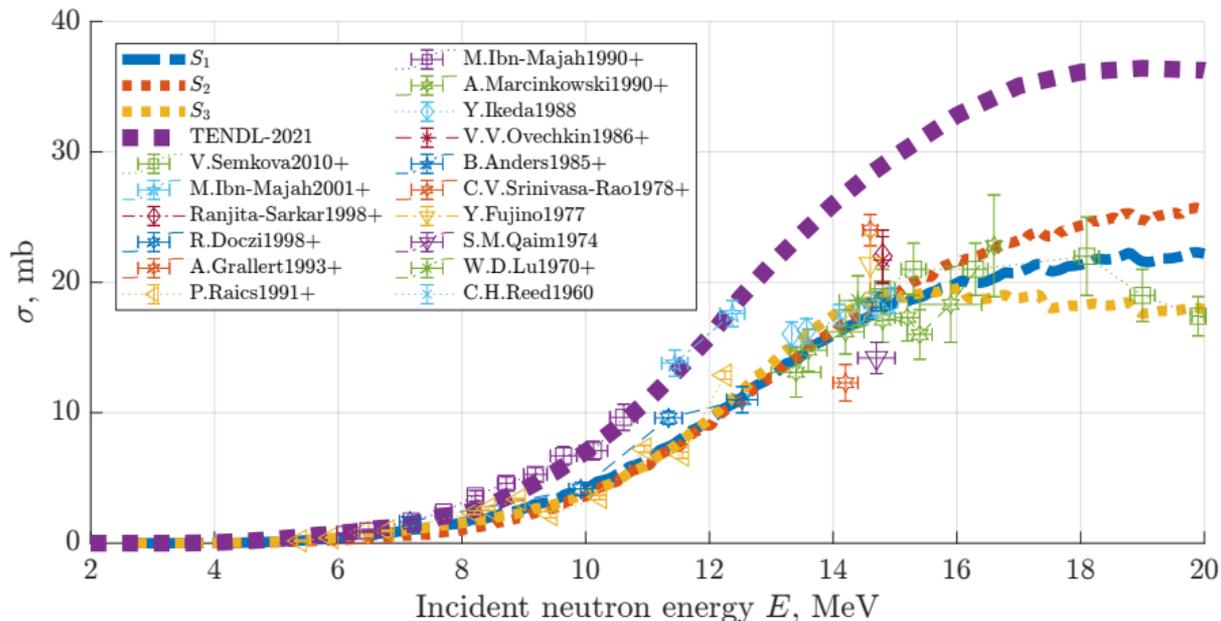


Рисунок 1 — Сечения выхода изомерного состояния ядра 91-иттрия в зависимости от выбранной модели плотности уровней.

# Расчёты по TALYS-1.9: реакция $^{91}\text{Zr}(n, p)^{91m}\text{Y}$ (2)

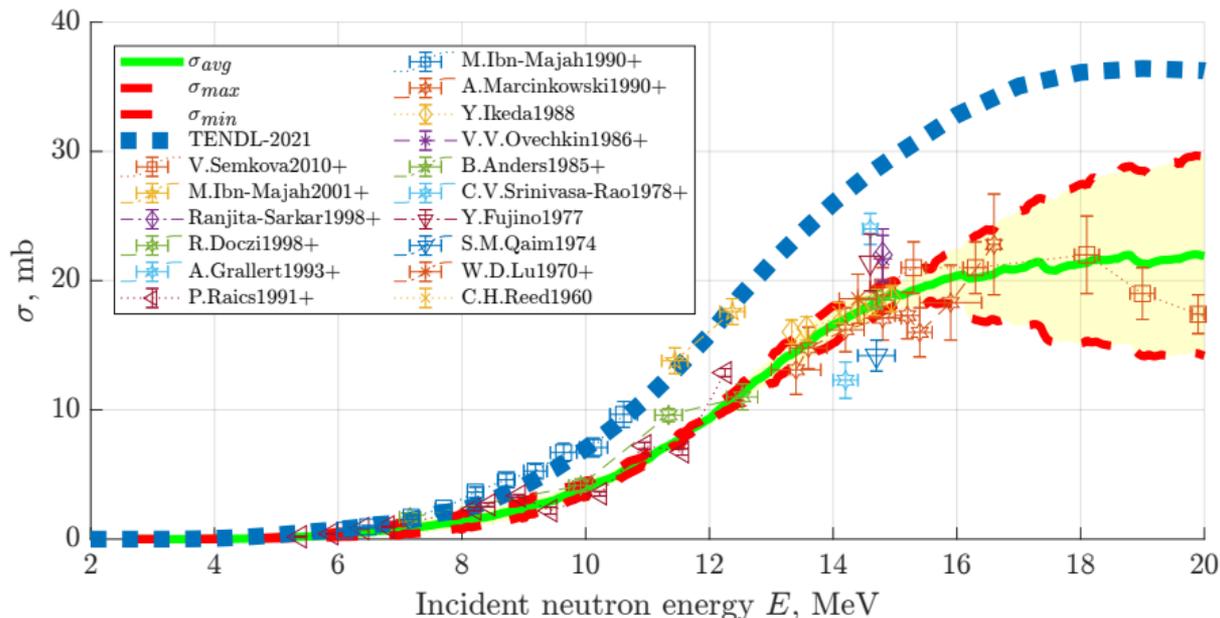


Рисунок 2 — Сечения выхода изомерного состояния ядра  $^{91}\text{Y}$  в зависимости от энергии налетающего нейтрона.

## Модель двухцентрового осциллятора

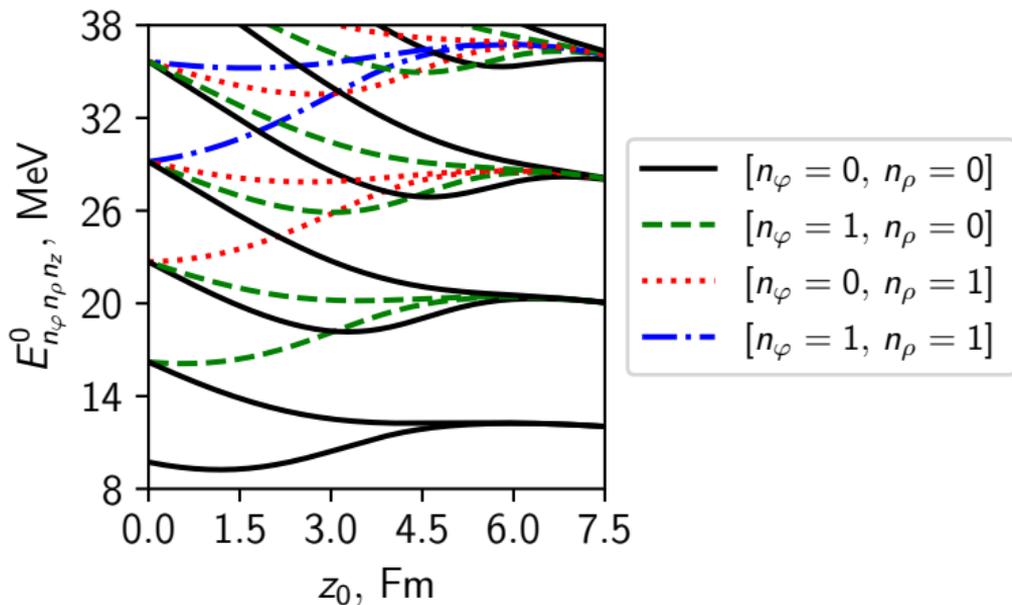


Рисунок 3 — Расщепление энергетических уровней двухцентрового осциллятора при его деформации.

# Метод Хартри-Фока-Боголюбова-Скирма

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^N \hat{v}_i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^N \hat{v}_{ij}, \quad \Psi_N(x_1, \dots, x_N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \det\{\psi_i(x_j)\}_{i,j=1}^N. \quad (1a)$$

Условия

$$\langle \Psi_N | \hat{H} | \Psi_N \rangle \rightarrow \min_{\psi_i}, \quad \langle \psi_i | \psi_j \rangle = \delta_{ij} \quad (1b)$$

дают уравнения Хартри-Фока:

$$\hat{v}_i \psi_i(x_i) + \sum_{j \neq i} \langle \psi_j | \hat{v}_{ij} | \psi_j \rangle \psi_i(x_i) - \sum_{j \neq i} \langle \psi_j | \hat{v}_{ij} | \psi_i \rangle \psi_j(x_i) = \epsilon_i^{\min} \psi_i(x_i). \quad (1c)$$

## Метод Хартри-Фока-Боголюбова-Скирма (2)

Можно показать [Ring P., Schuck P. The Nuclear Many-Body Problem. — 1980], что

$$\hat{H} = \sum_{\nu\nu'} e_{\nu\nu'} \hat{a}_{\nu}^{\dagger} \hat{a}_{\nu'} + \frac{1}{4} \sum_{\mu\nu\mu'\nu'} \tilde{v}_{\mu\nu\mu'\nu'} \hat{a}_{\mu}^{\dagger} \hat{a}_{\nu}^{\dagger} \hat{a}_{\nu'} \hat{a}_{\mu'}, \quad (2)$$

Преобразованием Боголюбова

$$\hat{\beta}_{\nu}^{\dagger} = \sum_{\mu=1}^N V_{\mu\nu} \hat{a}_{\mu} + U_{\mu\nu} \hat{a}_{\mu}^{\dagger}, \quad \hat{\beta}_{\nu} = \sum_{\mu=1}^N U_{\mu\nu}^* \hat{a}_{\mu} + V_{\mu\nu}^* \hat{a}_{\mu}^{\dagger}. \quad (3)$$

переходим к квазичастицам.

Основное состояние  $|\Omega\rangle$  системы будет вакуумным для квазичастиц:

$$\hat{\beta}_{\nu} |\Omega\rangle = 0, \quad \nu = 1, \dots, N. \quad (4)$$

## Метод Хартри-Фока-Боголюбова-Скирма (3)

Уравнения Хартри-Фока-Боголюбова:

$$\langle \Omega | \hat{H} | \Omega \rangle \rightarrow \min_{U, V}, \quad W^\dagger W = \text{diag} \{I, I\}. \quad (5)$$

Для близкодействующих сил Скирма [*Skyrme T. H. R. The effective nuclear potential // Nuclear Physics. — 1958*]

$$U = U(E, \mathbf{r}, \sigma, \tau), \quad V = V(E, \mathbf{r}, \sigma, \tau). \quad (6)$$

# Программный комплекс HFВТНО

Функции  $U$  и  $V$  разлагаются по базису гармонического осциллятора  
[Stoitsov M. V., Dobaczewski J., Nazarewicz W., Ring P. The program  
HFВТНО (v1.66p) // Comp. Phys. Comm. — 2005].

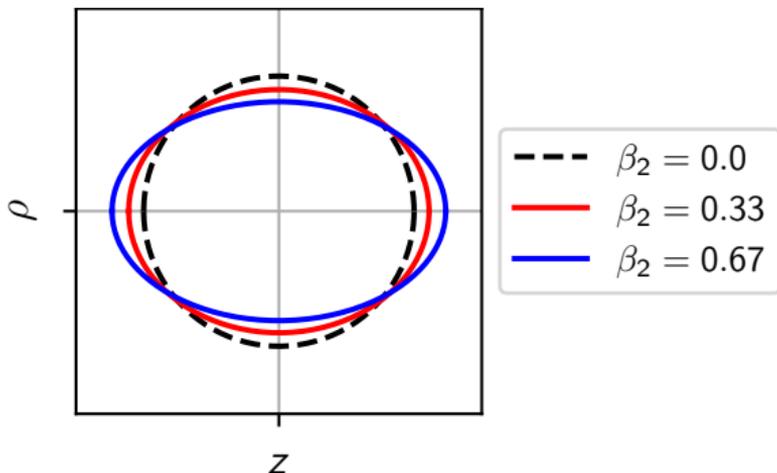


Рисунок 4 — Потенциал деформированного гармонического осциллятора.

## Программный комплекс НФВТНО (2)

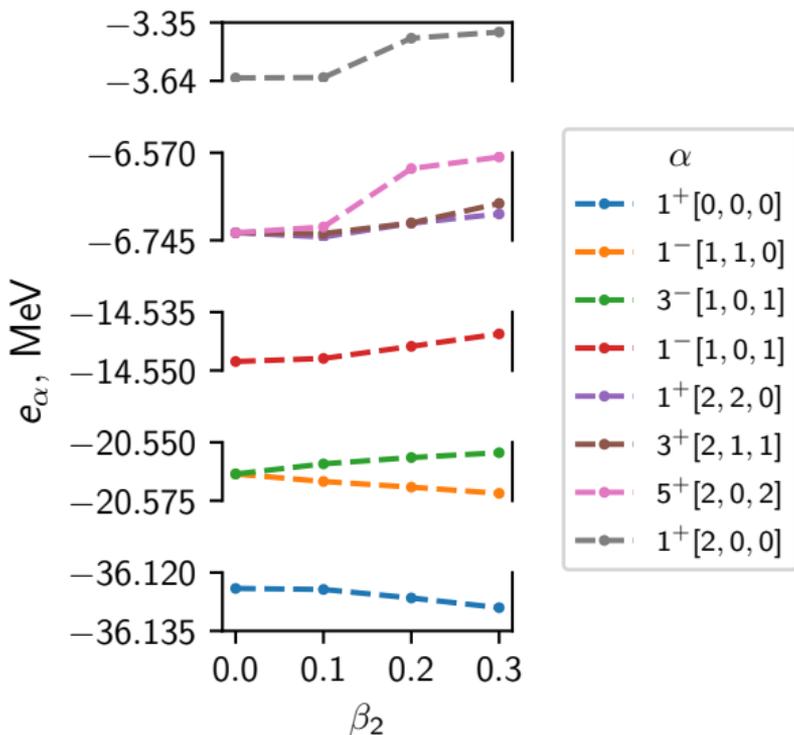


Рисунок 5 — Расщепление уровней нейтронов в ядре  $^{16}\text{O}$  при его деформации.

## Заключение

В работе показано

- соответствие неопределённости сечений, полученных с помощью комплекса TALYS, разбросу экспериментальных данных, что может быть использовано для предсказания сечений реакций с выходом ядер-изомеров, протекающих под действием нейтронов с энергией, близкой к 14 МэВ.
- аналогичное модели двухцентрового осциллятора расщепление уровней при деформации ядра в комплексе HFBTНО, основанном на современном методе Хартри-Фока-Боголюбова.

## Заключение

В работе показано

- соответствие неопределённости сечений, полученных с помощью комплекса TALYS, разбросу экспериментальных данных, что может быть использовано для предсказания сечений реакций с выходом ядер-изомеров, протекающих под действием нейтронов с энергией, близкой к 14 МэВ.
- аналогичное модели двухцентрового осциллятора расщепление уровней при деформации ядра в комплексе HFBTНО, основанном на современном методе Хартри-Фока-Боголюбова.

В дальнейшем

- планируется продолжение освоения программы HFBTНО: исследование барьеров деления, спектров низколежащих возбуждённых состояний ядер на барьерах деления.

## Дополнительные слайды

Двухчастичный оператор системы:

$$\hat{V} = \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu\mu'\nu'} v_{\mu\nu\mu'\nu'} \hat{a}_\mu^\dagger \hat{a}_\nu^\dagger \hat{a}_{\nu'} \hat{a}_{\mu'} = \frac{1}{4} \sum_{\mu\nu\mu'\nu'} \tilde{v}_{\mu\nu\mu'\nu'} \hat{a}_\mu^\dagger \hat{a}_\nu^\dagger \hat{a}_{\nu'} \hat{a}_{\mu'}, \quad (7)$$

где  $\tilde{v}_{\mu\nu\mu'\nu'} = \langle \mu\nu | v | \mu'\nu' \rangle - \langle \mu\nu | v | \nu'\mu' \rangle$  — антисимметризованный матричный элемент.

## Дополнительные слайды (2)

Преобразование Боголюбова:

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\beta}^\dagger \end{bmatrix} = W^\dagger \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{a}^\dagger \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} U & V^* \\ V & U^* \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Условие унитарности:

$$W^\dagger W = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}. \quad (9)$$

## Дополнительные слайды (3)

Базис гармонического осциллятора:

$$\Phi_{\tilde{\alpha}}(\mathbf{r}, \sigma) = \psi_{n_r}^{\Lambda}(r) \psi_{n_z}(z) \frac{\exp(i\Lambda\varphi)}{\sqrt{2\pi}} \chi_{\Sigma}(\sigma), \quad (10)$$

где

$$\psi_{n_r}^{\Lambda}(r) \propto r^{|\Lambda|} \exp(-k_{\perp}^2 r^2 / 2) L_{n_r}^{|\Lambda|}(k_{\perp}^2 r^2), \quad k_{\perp} = \frac{1}{b_{\perp}}, \quad (11)$$

$$\psi_{n_z}(z) \propto \exp(-k_z^2 z^2 / 2) H_{n_z}(k_z^2 z^2), \quad k_z = \frac{1}{b_z}. \quad (12)$$

Длины осциллятора параметризуются как

$$b_{\perp} = b_0 q^{-1/6}, \quad b_z = b_0 q^{+1/3}, \quad (13)$$

$$q = \exp\left(-3\beta_2 \sqrt{5/16\pi}\right). \quad (14)$$

## Дополнительные слайды (4)

Трансформированный гармонический осциллятор:

$$r \rightarrow r' = r \frac{f(R)}{R}, \quad z \rightarrow z' = z \frac{f(R)}{R}, \quad (15)$$

$$R = R(r, z) = \sqrt{\frac{r^2}{b_{\perp}^2} + \frac{z^2}{b_z^2}}. \quad (16)$$

Разложение квазичастичных состояний:

$$U(E_k, \mathbf{r}, \sigma, \tau) \equiv U_k = \chi_{q_k}(\tau) \sum_{\tilde{\alpha}} U_{k\tilde{\alpha}} \Phi_{\tilde{\alpha}}(\mathbf{r}, \sigma), \quad (17)$$

$$V(E_k, \mathbf{r}, \sigma, \tau) \equiv V_k = \chi_{q_k}(\tau) \sum_{\tilde{\alpha}} V_{k\tilde{\alpha}} \Phi_{\tilde{\alpha}}(\mathbf{r}, \sigma), \quad (18)$$

где для протонов  $q_k = +1/2$ , для нейтронов  $q_k = -1/2$ .

## Дополнительные слайды (5)

Уравнения ХФБС:

$$h^{(q_k)} \begin{bmatrix} U_k \\ V_k \end{bmatrix} = E_k \begin{bmatrix} U_k \\ V_k \end{bmatrix}, \quad (19)$$

где матрица  $h^{(q_k)} = h^{(q_k)}(U_k, V_k)$ .

[*Stoitsov M. V., Dobaczewski J., Nazarewicz W., Ring P.* Axially deformed solution of the Skyrme-Hartree-Fock-Bogolyubov equations using the transformed harmonic oscillator basis. The program HFBTHO (v1.66p) // *Comp. Phys. Comm.* — 2005.]

## Дополнительные слайды (6)

Комплекс TALYS включает в себя 6 моделей плотности уровней:

- модель Гильберта-Камерона  $\rightarrow S_1(E)$ ,
- модель ферми-газа с обратным смещением  $\rightarrow S_2(E)$ ,
- сверхтекучая модель  $\rightarrow S_3(E)$ ,
- 3 комбинаторно-расчётные модели.

## Дополнительные слайды (7)

Неопределённость теоретического предсказания истинного сечения

$$\Delta\sigma(E) = \max\{\epsilon_{12}(E), \epsilon_{13}(E), \epsilon_{23}(E)\}, \quad (20)$$

где  $\epsilon_{ij}(E) = |S_i(E) - S_j(E)|$ .

Среднее значение

$$\sigma_{avg}(E) = \frac{S_1(E) + S_2(E) + S_3(E)}{3} \quad (21)$$

можно взять в качестве наиболее вероятного прогноза.

Получим коридор от  $\sigma_{min} = \sigma_{avg} - \Delta\sigma$  до  $\sigma_{max} = \sigma_{avg} + \Delta\sigma$  для истинного значения сечения.