

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

УДК 539.120.71

ОТЧЁТ

О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

**Получение интегрального сечения для процесса
ассоциированного рождения Z -бозона с
фотоном на полном наборе данных Run2
протон-протонных столкновений с энергией
 $\sqrt{s} = 13$ ТэВ в эксперименте ATLAS**

Научный руководитель,
к.ф.-м.н., доцент

_____ Е. Ю. Солдатов

Научный руководитель,
инженер

_____ Д. Н. Пятиизбянцева

Студент

_____ К. К. Казакова

Москва 2024

Содержание

Введение	5
1 Устройство детектора ATLAS	6
1.1 Эксперимент ATLAS	6
1.1.1 Система координат детектора ATLAS	6
1.1.2 Внутренний детектор	7
1.1.3 Система калориметров детектора ATLAS	8
1.1.4 Мюонный спектрометр	9
1.1.5 Триггерная система	9
2 Фоновые процессы и отбор событий	10
2.1 Отбор фотонов	10
2.2 Фоновые процессы в $Z\gamma \rightarrow (\nu\bar{\nu})\gamma$	11
2.2.1 Отбор событий	12
3 Статистическая модель	14
3.1 Метод максимального правдоподобия	15
3.2 Процедура фитирования	16
4 Систематические погрешности	19
4.1 Погрешности, связанные с триггером и светимостью	19
4.2 Экспериментальные систематические погрешности	19
4.3 Теоретические систематические погрешности	20
4.3.1 Погрешности, связанные с вариацией структурных функций и константы сильного взаимодействия	20
4.3.2 Погрешности, связанные с вариацией масштабов ренормировки и факторизации	21
4.3.3 Погрешности, связанные с моделированием партонных ливней	22

5 Результаты фитирования	23
5.1 Фитирование в контрольных областях	23
5.2 Фитирование с использованием данных Азимова	26
5.3 Фитирование в контрольных и сигнальной областях	27
Заключение	31
Список используемых источников	35

Введение

Стандартная модель (СМ) – наиболее тщательно проработанная теория в физике элементарных частиц, которая наилучшим образом согласуется с экспериментальными данными. Хиггсовский механизм [1] описывает то, как переносчики слабого взаимодействия W^\pm и Z^0 бозоны приобретают массу посредством взаимодействия с бозоном Хиггса. Эта частица была открыта в 2012 году [2; 3] на Большом адронном коллайдере (БАК) [4], что позволило завершить построение СМ. Однако СМ объясняет не все наблюдаемые явления. Она не включает в себя массу нейтрино и гравитационное взаимодействие, также не объясняет барионную асимметрию Вселенной. В дополнение, СМ имеет около 19 свободных параметров, что ставит под сомнение её фундаментальность. Поэтому необходимо расширять СМ для построения более универсальной модели, проверяя новые теории с помощью экспериментальных данных.

Исследуя процессы с помощью СМ и сравнивая экспериментальные результаты с теоретическими предсказаниями, можно проверять параметры СМ и искать проявления «новой физики» – отклонения от СМ. В данной работе был исследован процесс ассоциированного рождения Z -бозона с фотоном в протон-протонных столкновениях. Рассматриваемый процесс является чувствительным к отклонениям от СМ.

Z -бозон является нестабильной частицей, поэтому он не может быть зарегистрирован детектором непосредственно. Нейтральный бозон регистрируют по продуктам распада. Он может распадаться на пару заряженных или нейтральных лептонов, а также на адроны [5]. В работе был выбран нейтринный канал распада Z -бозона ($Z \rightarrow \nu\bar{\nu}$) из-за его большей вероятности ($\approx 20\%$) по сравнению с лептонным каналом ($\approx 6.7\%$). Однако выбор нейтринного канала распада включает в себя множество фонов, так как нейтрино не регистрируются детектором напрямую, а восстанавливаются по потеряному поперечному импульсу. На рисунке 1 показаны диаграммы Фейнмана этого процесса, первая из которых предсказывается СМ. Вторая диаграмма на рисунке 1 имеет аномальную тройную вершину и запрещена СМ на дре-

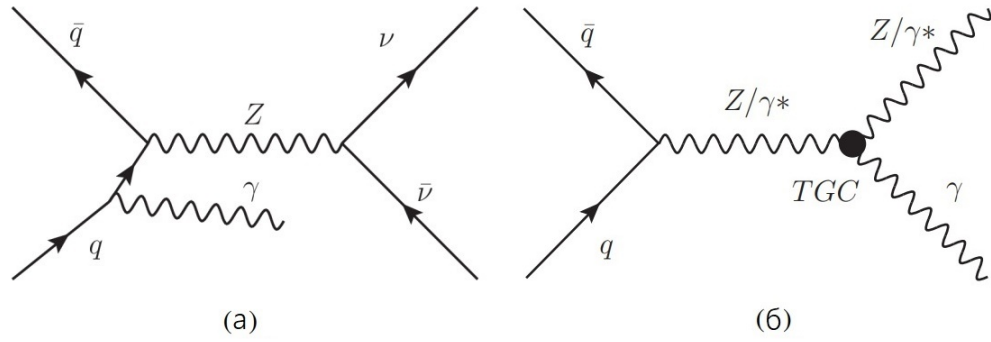


Рисунок 1 — Диаграммы Фейнмана ассоциированного рождения Z -бозона с фотоном. Диаграмма (а) предсказывается СМ. Диаграмма (б) имеет аномальную тройную вершину и выходит за рамки СМ

весном уровне [6]. Поэтому, если удастся найти отклонения величин частот образования частиц или отношений вероятностей распада по разным каналам, то это будет косвенно указывать на процессы, выходящие за рамки СМ, то есть указывать на «новую физику».

Цель работы.

Целью работы является получение интегрального сечения для процесса ассоциированного рождения Z -бозона с фотоном в протон-протонных столкновениях на полном наборе данных Run2.

Задачи исследования.

1. Оценка числа событий фоновых процессов $W(l\nu)\gamma$, $tt\gamma$ и γ +струи.
2. Оценка силы сигнала $Z\gamma$.
3. Построение стабильной статистической модели.
4. Осуществление процедуры фитирования с учетом экспериментальных и теоретических систематических погрешностей.

1 Устройство детектора ATLAS

1.1 Эксперимент ATLAS

Эксперимент ATLAS [7; 8] – это многоцелевой детектор, предназначенный для исследования протон-протонных столкновений и столкновений тяжелых ионов. Схема детектора ATLAS показана на рисунке 2. Детектор радиально симметричен и состоит из разных подсистем, наложенных друг на друга концентрическими слоями. Детектор состоит из внутренней трековой системы, которая окружена сверхпроводящим соленоидом, адронного и электромагнитного калориметров, а также мюонного спектрометра.

1.1.1 Система координат детектора ATLAS

В детекторе используется несколько основных систем отсчёта, одной из которых является прямоугольная система координат. Начало отсчёта выбирается в точке взаимодействия, оси расположены так, что ось x направлена к центру БАКа, ось z направлена вдоль движения пучка, а ось y направлена вверх. В цилиндрической системе координат вводятся полярный угол θ , отсчитываемый от положительного направления оси z , и азимутальный угол ϕ , определяемый в плоскости $0xy$ вокруг оси пучка. Псевдобыстрота задается формулой 1.1:

$$\eta = -\ln \left(\operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \right). \quad (1.1)$$

Угловое расстояние между частицами определяется формулой 1.2:

$$\Delta R = \sqrt{(\Delta\eta^2 + \Delta\phi^2)}. \quad (1.2)$$

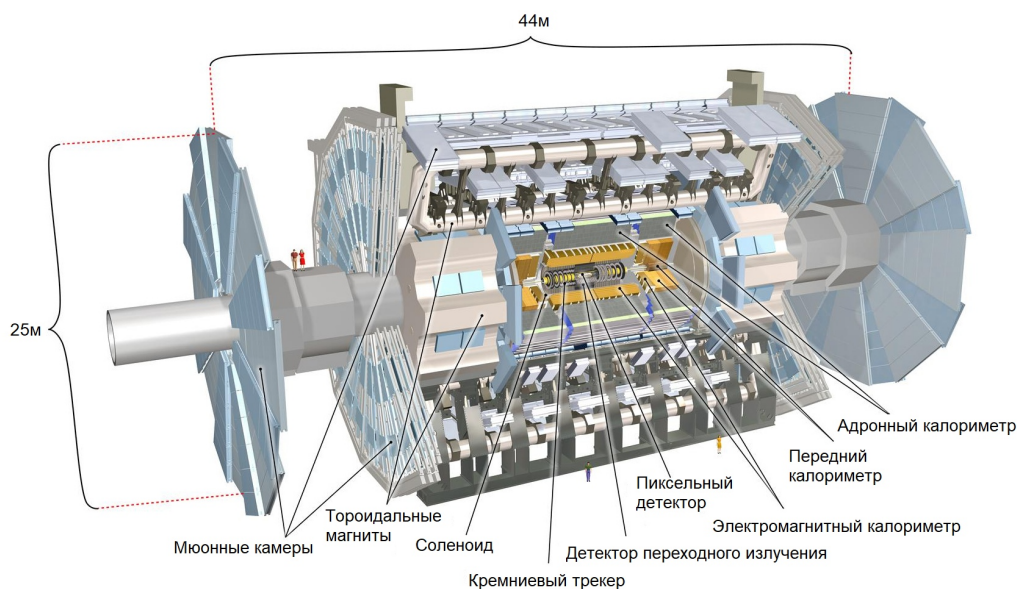


Рисунок 2 — Схема детектора ATLAS и его подсистем

1.1.2 Внутренний детектор

Внутренний детектор – это ближайшая к оси пучка часть детектора ATLAS, регистрирующая треки продуктов распада. Он относительно компактный и очень устойчив к радиационным воздействиям. Детектор состоит из трех подсистем: пиксельный детектор (pixel detector), полупроводниковый трековый детектор (semi-conductor tracker, SCT) и трековый детектор переходного излучения (transition radiation tracker, TRT). Составляющие внутреннего детектора перечислены в порядке удаления от трубы БАКа и изображены на рисунке 2. Полупроводниковый и пиксельный детекторы охватывают диапазон псевдобыстрот $|\eta| < 2.5$, TRT охватывает диапазон псевдобыстрот $|\eta| < 2.0$. Пиксельный детектор находится ближе всего к точке столкновения протонов и состоит из 3-х слоёв в баррельной¹ части, закрытой с торцов эндкапами² с каждой стороны. На слои и диски нанесены кремниевые матрицы, состоящие из пикселей размером $50 \text{ мкм} \times 400 \text{ мкм}$. При прохождении заряженной частицы через пиксель в нем образуются свободные носители заряда. Под действием приложенной разности потенциалов, свободные носители заряда движутся к электродам, в следствие чего электроника фиксирует сигнал. Так как эта часть внутреннего детектора наиболее подвержена ради-

¹Центральная часть детектора, представляющая форму цилиндра

²Торцевая часть детектора

ации, при работе детектор охлаждается до -10 градусов Цельсия.

Далее расположен кремниевый стриповый детектор, который состоит из 4-х двухсторонних слоёв в барреле и 9-и дисков в эндкапе. SCT восстанавливает треки частиц на расстоянии от 0.3 м до 0.5 м от оси пучка. Функционал SCT детектора схож с пиксельным детектором и также охлаждается до низких температур.

Наиболее удаленная от оси пучка часть внутреннего детектора – детектор TRT. Данный детектор состоит из трубочек диаметром 4 мм, расположенных параллельно оси z в барреле и поперечно направлению оси z в эндкапе. TRT регистрирует фотоны переходного излучения, которые возникают при пересечении заряженной частицей границы раздела двух сред с различными показателями преломления.

За внутренним детектором располагается соленоид, по которому течёт ток, в результате чего создается магнитное поле в 2 Тл. Магнитное поле соленоида искривляет треки заряженных частиц, что позволяет определить их заряд и импульс. Таким образом, внутренний детектор выполняет функцию восстановления треков частиц.

1.1.3 Система калориметров детектора ATLAS

Система калориметров охватывает диапазон псевдобыстрот $|\eta| < 4.9$ и состоит из двух компонент: электромагнитного и адронного калориметров. Их основная задача – измерение энергии попавших в него частиц путем их полного поглощения. Также система калориметров позволяет определить потерянную поперечную энергию E_T^{miss} . В разделе 2.2.1 дано более подробное описание определения этой переменной. Калориметры состоят из чередующихся слоёв поглотителя, где частица порождает ливень и теряет энергию, и чувствительных слоёв, которые регистрируют ионизацию вещества, измеряя тем самым потерянную частицей энергию. Калориметры сконструированы так, чтобы обеспечивать надежную защиту мюонной системы от проникновения в неё электромагнитных и адронных ливней. Электромагнитный калориметр, окружающий внутренний детектор, оптимизирован для измерения энергии фотонов и электронов. Адронный калориметр окружает электромаг-

нитный калориметр и позволяет измерить энергосодержание адронов.

1.1.4 Мюонный спектрометр

Мюоны проходят через систему калориметров почти без потерь, поэтому главными задачами мюонного спектрометра являются измерение импульсов и идентификация мюонов высоких энергий. Он разработан для обнаружения заряженных частиц и измерения их импульса в пределах значений псевдобыстрот $|\eta| < 2.7$. Мюонный спектрометр состоит из камеры прецессионного слежения и триггерных камер. Камеры слежения измеряют и восстанавливают импульс мюона по кривизне трека, создаваемой магнитным полем тороидальных магнитов.

1.1.5 Триггерная система

Триггерная система ATLAS имеет несколько различных подсистем: триггер первого уровня и триггер высокого уровня. Главная задача триггерной системы заключается в фильтрации интересных событий от всех остальных. Также триггерная система должна уменьшать частоту событий, которые могут использоваться для обработки и записи данных. Триггер первого уровня позволяет уменьшить поток данных примерно с 40 МГц до 100 кГц, отбирая объекты с большим поперечным импульсом, а также с большим потерянными поперечным импульсом. Триггер высокого уровня реализован программным обеспечением и позволяет уменьшить поток данных до 1 кГц.

2 Фоновые процессы и отбор событий

В данной работе использовались наборы, сгенерированные методом Монте-Карло (МК), прошедшие полное моделирование и реконструкцию для геометрии детектора ATLAS. Также в анализе использовались реальные данные с БАКа, полученные в результате протон-протонных столкновений с энергией в системе центра масс $\sqrt{s} = 13$ ТэВ и интегральной светимостью $\int \mathcal{L} dt = 140$ фб $^{-1}$, набранные с 2015 по 2018 гг..

2.1 Отбор фотонов

После реконструкции событий производится классификация всех фотонов, после которой фотон будет идентифицироваться как «жесткий» (*tight*) или как «мягкий» (*loose'*). Фотон идентифицируется как «мягкий», если он удовлетворяет не всем критериям формы электромагнитного ливня [9]. Поэтому задаются несколько типов «мягкого» фотона, называемые рабочими точками (*loose'*), в которых, по крайней мере, один из следующих критериев должен нарушаться:

- *loose'2* : w_{s3} , F_{side} ;
- *loose'3* : w_{s3} , F_{side} , ΔE ;
- *loose'4* : w_{s3} , F_{side} , ΔE , E_{ratio} ;
- *loose'5* : w_{s3} , F_{side} , ΔE , E_{ratio} , w_{tot} ,

где w_{s3} – ширина электромагнитного ливня с использованием трёх стриповых слоёв вокруг стрипового слоя с максимальной энергией; F_{side} – доля энергии вне трёх стриповых слоёв, но внутри семи слоёв; ΔE – разница энергий стриповых слоёв, где в одном слое выделилась вторая по величине энергия, и слоя, где выделилась наименьшая энергия; E_{ratio} – отношение разности энергий, ассоциированных с наиболее высоким и вторым по величине выделением энергии к сумме этих энергий; w_{tot} – полная поперечная ширина

ливня. «Жесткий» фотон удовлетворяет всем перечисленным выше критериям. Также из-за особенностей калориметра накладываются ограничения на псевдобыстроту фотона: $|\eta| < 2.37$ за исключением $1.37 < |\eta| < 1.52$, соответствующей переходной области¹ ЭМ калориметра.

В работе использовалась изоляционная рабочая точка FixedCutLoose [10], для которой наблюдается наибольшая значимость сигнала. Информация об изоляционной рабочей точке приведена в таблице 1. Переменная p_T^γ определяет поперечный импульс фотона. Калориметрическая изоляция опре-

Таблица 1 — Определение изоляционной рабочей точки FixedCutLoose

Изоляционная рабочая точка	Калориметрическая изоляция	Трековая изоляция
FixedCutLoose	$E_T^{\text{cone20}} - 0.065 \cdot p_T^\gamma < 0$ ГэВ	$p_T^{\text{cone20}}/p_T^\gamma < 0.05$

деляется отбором $E_T^{\text{cone20}} - 0.065 \cdot p_T^\gamma < 0$ ГэВ, где переменная E_T^{cone20} задает энерговыделение в калориметре внутри конуса раствором $\Delta R = 0.2$ вокруг трека кандидата в фотон соответственно. Трековая изоляция определяется отбором $p_T^{\text{cone20}}/p_T^\gamma < 0.05$, где переменная p_T^{cone20} есть сумма поперечных импульсов в конусе с раствором $\Delta R = 0.2$, а угловое расстояние между объектами ΔR определяется как $\Delta R = \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\phi^2}$.

2.2 Фоновые процессы в $Z\gamma \rightarrow (\nu\bar{\nu})\gamma$

Исследуемый процесс рождения Z -бозона с фотоном обладает конечным состоянием, которое может быть воспроизведено в ряде других процессов, являющимися фоновыми. Такими процессами являются:

- конечные состояния $\tau\nu\gamma$ и $l\nu\gamma$ от КХД и электрослабого рождения $W\gamma$, где τ распадается на адроны, или где электрон или мюон от распада τ или W не регистрируются детектором;
- события $\gamma +$ струя, в которых большой E_T^{miss} возникает из комбинации реального E_T^{miss} от нейтрино в распадах тяжелых кварков и от неверно измеренной энергии струй;

¹Область перехода от барреля к эндкапам

- события $W(e\nu)$, t -кварк и $t\bar{t}$, где электрон в конечном состоянии неверно идентифицируется как фотон ($e \rightarrow \gamma$);
- события от рождения $t\bar{t}\gamma$, когда один или оба W -бозона от распада t -кварка распадаются на лептоны. Эти лептоны либо распадаются на τ -лептоны, которые либо распадаются на адроны, либо не реконструируются;
- $Z(\nu\bar{\nu}) +$ струя, многоструйные события и адронный канал распада $W(\tau\nu)$, где одна из струй неверно идентифицируется как фотон ($jet \rightarrow \gamma$);
- события $Z(ll) + \gamma$ (преимущественно τ -лептоны), где τ распадается на адроны или когда электрон или мюон от распада τ или Z не регистрируется.

МК генератор Sherpa показал хорошее согласие данных и моделирования, поэтому он использовался для сигнального КХД процесса $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$. Также генератор Sherpa использовался для КХД процесса $W\gamma$, $Z(ll)\gamma$, $\gamma +$ струя, $Z(\nu\bar{\nu})j$ и многоструйных событий. Электрослабые процессы $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ и $W\gamma$ были смоделированы с помощью генератора MadGraph. События с топ-кварками смоделированы генератором Powheg [11]. Также для оценки систематических погрешностей использовались различные модели партонных ливней: Pythia8 и Herwig7 [12]. Количества событий в МК нормированы на данные.

2.2.1 Отбор событий

В работе использовались оптимизированные отборы событий. Условия на число фотонов и струй соответствует конечному состоянию $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$. Вето на электроны и мюоны отсеивает процессы с этими лептонами в конечном состоянии. Угловые ограничения оптимизированы таким образом, чтобы максимально подавлять прочие фоны. В таблице 2 приведены отборы, которые применялись в анализе, где E_T^{miss} – потерянная поперечная энергия, величина которой есть модуль вектора потерянного поперечного импульса $|\vec{p}_T^{\text{miss}}|$ [13]. Недостающий поперечный импульс \vec{p}_T^{miss} – незарегистрированная составляющая импульса в поперечной плоскости, определяемая как сумма поперечных импульсов частиц в конечном состоянии со знаком минус: $\vec{p}_T^{\text{miss}} = -\sum \vec{p}_T^f$.

Переменная	Ограничение
E_T^{miss}	> 130 ГэВ
E_T^γ	> 150 ГэВ
Число жёстких изолированных фотонов	$N_\gamma = 1$
Число лептонов	$N_e = 0, N_\mu = 0,$ $N_\tau = 0$
Значимость E_T^{miss}	> 11
$ \Delta\phi(\vec{p}_T^{\text{miss}}, \gamma) $	> 0.6
$ \Delta\phi(\vec{p}_T^{\text{miss}}, j_1) $	> 0.3

Таблица 2 — Критерии отбора событий для сигнального процесса с конечным состоянием $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$

Потерянная поперечная энергия определяется как сумма следующих слагаемых:

$$E_{x(y)}^{\text{miss}} = E_{x(y)}^{\text{miss, e}} + E_{x(y)}^{\text{miss, } \gamma} + E_{x(y)}^{\text{miss, jets}} + E_{x(y)}^{\text{miss, soft}} + E_{x(y)}^{\text{miss, } \mu}, \quad (2.1)$$

где каждое слагаемое определяется как отрицательная сумма потерянных поперечных энергий реконструированных объектов, а также софттерма (т.н. мягкое слагаемое), спроецированных на оси x и y . Значимость измерения потерянного поперечного импульса E_T^{miss} — это величина, отделяющая события с правдивой величиной от событий с ложной величиной потерянного поперечного импульса. Значимость E_T^{miss} определяется как $E_T^{\text{miss}^2}/(\sigma_L^2(1 - \rho_{LT}^2))$, где σ_L — дисперсия измерения потерянного поперечного импульса в продольном направлении, ρ_{LT} — корреляционный фактор измерения продольной и поперечной компонент потерянного поперечного импульса [14]. Переменные $|\Delta\phi(\vec{p}_T^{\text{miss}}, \gamma)|$ и $|\Delta\phi(\vec{p}_T^{\text{miss}}, j_1)|$ есть модули разностей азимутальных углов между \vec{p}_T^{miss} и фотоном и \vec{p}_T^{miss} и первой по величине поперечного импульса адронной струей соответственно. Ограничение на поперечный импульс фотона E_T^γ устанавливается > 150 ГэВ, так как используется однофотонный триггер $E_T^\gamma > 140$ ГэВ. Для подавления фона от первичных фотонов, обусловленных конфигурацией пучка, применен отбор по координатной переменной $|\Delta z| < 250$ мм, где переменная Δz определяется как $\Delta z = z_\gamma - z_{vtx}$ ².

² z_γ и z_{vtx} — координаты кандидата в фотоны и первичной вершины соответственно

3 Статистическая модель

Для получения сечения процесса $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ необходимо точно оценить фоновые процессы. Большинство фоновых процессов плохо моделируются с помощью МК. Такие фоны, как $e \rightarrow \gamma$ и $jet \rightarrow \gamma$, оцениваются с помощью метода, основанного на данных. Фоновые процессы $W(l\nu)\gamma$, $tt\gamma$ и γ +струи наиболее эффективно оценивать в контрольных областях, а именно в $W\gamma$ и γj . Контрольная область $W\gamma$ определяется аналогично сигнальной области из 2, за исключением отбора на количество лептонов $N_{lep} > 0$. Контрольная область γj определяется аналогично сигнальной области из 2, за исключением отбора по значимости $E_T^{miss} < 11$. Схематическая иллюстрация разделения фазового пространства на области представлена на рисунке 3.

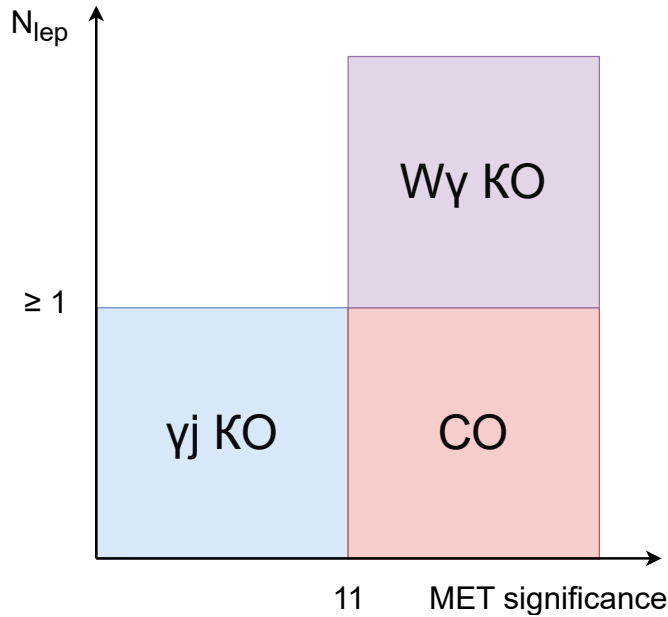


Рисунок 3 — Схематическая иллюстрация разделения фазового пространства на сигнальную и две контрольные области

Для оценки фоновых процессов $W(l\nu)\gamma$, $tt\gamma$ и γ +струи и для дальнейшего получения сечения процесса $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ осуществлена процедура фитирования на основе метода максимального правдоподобия в контрольных областях (КО) $W\gamma$ и γj и сигнальной области (СО).

Для реализации процедуры фитирования вводятся три свободных параметра: сила сигнала $\mu_{Z\gamma}$, применяемый к сигнальным процессам, норми-

ровочный коэффициент $\mu_{W\gamma}$, применяемый к фоновым процессам $W(l\nu)\gamma$ и $tt\gamma$, и нормировочный коэффициент $\mu_{\gamma j}$, применяемый к фоновому процессу $\gamma+$ струи.

3.1 Метод максимального правдоподобия

Измерение поперечного сечения сигнального процесса осуществляется путем оценки параметра силы сигнала $\mu_{Z\gamma}$, который также является параметром интереса, и определяется как:

$$\mu_{Z\gamma} = \mu = \frac{\nu_{\text{meas.}}^s}{\nu_{\text{SM}}^s} = \frac{\sigma_{\text{fid, meas.}}^s}{\sigma_{\text{fid, SM}}^s}, \quad (3.1)$$

где ν_{SM}^s есть число сигнальных $Z\gamma$ событий, предсказанных СМ, а $\nu_{\text{meas.}}^s$ есть число измеренных сигнальных $Z\gamma$ событий.

Для учета систематических неопределенностей и ограничений на нормировку фоновых процессов в статистическую модель включается набор подстроечных параметров (ПП) θ (nuisance parameters).

Таким образом, функция правдоподобия имеет вид:

$$\mathcal{L}(\mu, \theta) = \prod_r^{\text{regions}} \left[\prod_i^{\text{bins} \in r} \text{Pois}(N_i^{\text{data}} | \mu \nu_i^s \eta^s(\theta) + \nu_i^b \eta^b(\theta)) \right] \cdot \prod_i^{\text{nuis. par.}} \mathcal{L}(\theta_i), \quad (3.2)$$

где

- N_i^{data} есть количество наблюдаемых событий в данных в бине;
- ν_i есть ожидаемое количество сигнальных или фоновых событий в бине ($\nu_i^s = \nu_{\text{SM}}^s$ из 3.1);
- $\eta(\theta_i)$ есть функция отклика, отражающая влияние систематических неопределенностей и ограничений нормировки на количество событий в бине с помощью набора ПП θ ;
- $\mathcal{L}(\theta_i)$ есть функция правдоподобия «вспомогательного измерения», отражающая природу систематических неопределенностей. С точки зрения статистической модели – это «ограничивающий» множитель, умень-

шающий значение правдоподобия и не позволяющий принимать ей любые значения.

Измерение параметров интереса μ и подстроечных параметров θ выполняется путем минимизации функции « $-\ln \mathcal{L}(\mu, \theta)$ ». Соответствующие полученные значения обозначаются как $\hat{\mu}$ и $\hat{\theta}$.

Функция $q(\mu, \hat{\mu}, \hat{\theta})$ используется для вычисления значимости измерения и неопределенностей оценок $\hat{\mu}$ и $\hat{\theta}$ и определяется как:

$$q(\mu, \hat{\mu}, \hat{\theta}) = -2 \ln \lambda(\mu, \hat{\mu}, \hat{\theta}) = -2 \ln \frac{\mathcal{L}(\mu, \hat{\theta}(\mu))}{\mathcal{L}(\hat{\mu}, \hat{\theta})}, \quad (3.3)$$

где $\lambda(\mu, \hat{\mu}, \hat{\theta})$ есть профиль правдоподобия (profile likelihood ratio), $\mathcal{L}(\mu, \hat{\theta}(\mu))$ есть максимизированная функция правдоподобия с фиксированным значением параметра μ , $\mathcal{L}(\hat{\mu}, \hat{\theta})$ есть максимизированная функция правдоподобия без условий. Значения μ , при которых $-2 \ln \lambda(\mu, \hat{\mu}, \hat{\theta}) = 2\Delta(\mu, \hat{\mu}, \hat{\theta})$ отличается от минимума на 1, 4 и 9 (т.е. $\Delta(\mu, \hat{\mu}, \hat{\theta})$ отличается от минимума на 0.5, 2 и 4.5), соответствуют ошибке $\hat{\mu}$ в $\pm\sigma$, $\pm 2\sigma$ и $\pm 3\sigma$ соответственно.

В соответствии с [15], измеренная и ожидаемая статистические значимости определяются как:

$$Z_{\text{disc}}^{\text{meas.}} = \sqrt{q(\mu = 0)}, \quad (3.4)$$

$$Z_{\text{disc}}^{\text{exp.}} = \sqrt{q(\mu = 1)_A}, \quad (3.5)$$

где $q(\mu = 1)_A$ вычисляется на основе данных Азимова.

3.2 Процедура фитирования

Процедура фитирования осуществляется в двух КО, $W\gamma$ и γj , схематическая иллюстрация которых представлена на рисунке 3, и в сигнальной, которая определена в разделе 2.2.1. Во всех трех областях для процедуры фитирования используется переменная поперечной энергии фотона E_T^γ .

Форма распределения сигнального процесса $Z\gamma$ берется из МК моделирования. Форма распределения фоновых процессов $W\gamma$, $tt\gamma$ и $\gamma +$ струи

	СО	$W\gamma$ КО	γj КО
$\mu_{Z\gamma}$	✓		
$\mu_{W\gamma}$	✓	✓	✓
$\mu_{\gamma j}$	✓	✓	✓

Таблица 3 — Таблица регионов, в которых коэффициенты нормализации используются для расчета функции правдоподобия.

также берется из МК моделирования, а их нормализация оценивается путем присвоения им коэффициентов нормализации $\mu_{W\gamma}$ и $\mu_{\gamma j}$ соответственно. В таблице 3 приведены используемые коэффициенты нормализации.

Фоновый процесс, обусловленный неверной идентификацией электрона как фотона ($e \rightarrow \gamma$), оценивается с помощью метода меченой и пробной частиц, основанного на данных [16]. Число фоновых событий, обусловленный неверной идентификацией адронной струи как фотона ($jet \rightarrow \gamma$), оценивается с помощью двумерного метода боковых интервалов [17; 18]. Форма $jet \rightarrow \gamma$ фона оценивается в неизолированной контрольной области на основе метода слайсов [19]. Форма и нормировка фонового процесса $Z(l\ell)\gamma$ берется из МК моделирования.

Для получения результатов используется двухэтапная процедура фитирования для получения ожидаемых значений ПИ и значимости. На первом этапе выполняется процедура фитирования в КО к наблюдаемым данным без учета СО (background only fit) для получения оценки нормировок фоновых процессов и подстроечных параметров.

На втором шаге производится процедура фитирования как в КО, так и в СО с использованием ПИ $\mu_{Z\gamma}$. Поскольку СО «ослепляется» во время извлечения ожидаемых результатов, вместо наблюдаемых данных используется так называемый набор данных Азимова. Набор данных Азимова — это такой набор данных, при использовании которого получают истинные значения параметров. Этот набор создается путем суммирования всех ожидаемых событий с учетом влияния коэффициентов нормализации фонов и систематических ПП, которые были оценены только в КО [15]. Основываясь на определении данных Азимова можно утверждать, что на втором этапе процедуры фитирования будут получены те же результаты, что и на первом этапе. Однако процедура фитирования с использованием данных Азимова позволит

также оценить значимость и погрешность для ПИ.

На третьем шаге производится процедура фитирования как в КО, так и в СО с использованием ПИ $\mu_{Z\gamma}$ и с использованием наблюдаемых данных, что позволит получить наблюдаемые значения фоновых и сигнального процессов.

4 Систематические погрешности

4.1 Погрешности, связанные с триггером и светимостью

Погрешность интегральной светимости комбинированного набора данных Run-2 составляет 0.83%. Она была получена с использованием детектора LUCID-2 [20] для первичных измерений яркости.

Эффективность однофотонного триггера `NLT_g140_loose` измерялась как функция откалиброванного p_T лидирующего изолированного фотона, удовлетворяющего «жесткому» идентификационному критерию и имеющего $|\eta| < 2.37$ (за исключением крэк-региона), как описано в работе [21]. Это исследование показывает, что эффективность триггера составляет как минимум 98.5% для всех фотонов. Поэтому можно считать триггер эффективным на 100% с погрешностью 1.5%.

4.2 Экспериментальные систематические погрешности

Экспериментальные источники систематической погрешности включают погрешности энергии электронов и фотонов, погрешности масштаба и разрешения импульса мюонов, таонов, энергии адронных струй и потерянного поперечного импульса, а также погрешности масштабирующих коэффициентов, применяемых к моделированию для воспроизведения измеренных в данных эффективностей реконструкции, идентификации и изоляции.

В работе были рассмотрены основные погрешности ($>1\%$) как функции поперечной энергии фотона. Было обнаружено, что некоторые из погрешностей имеют нелинейную зависимость от кинематической переменной. Такие погрешности изменяют форму распределения. Другая часть систематических погрешностей имеют линейную зависимость, и, следовательно не изменяют форму распределения, а рассматриваются только как нормировка.

4.3 Теоретические систематические погрешности

Моделирование сильно зависит от выбранных значений параметров модели. Поэтому необходимо оценить теоретические погрешности, связанные с вариацией структурных функций и константы сильного взаимодействия ($\text{PDF} + \alpha_s$), вариацией масштабов ренормировки μ_R и μ_F и вариацией моделирования партонных ливней.

4.3.1 Погрешности, связанные с вариацией структурных функций и константы сильного взаимодействия

В соответствии с рекомендациями PDF4LHC [22] учитываются внутренние PDF и α_s компоненты для NNPDF3.0 NLO PDF набора. Для вычисления погрешности используется ансамбль из NNPDF3.0 PDF наборов (100 параметров в сумме). Для получения погрешности числа событий применяется следующий порядок действий:

1. Получение числа событий в бине X_i для $i = 100$ вариаций NNPDF набора.
2. Замена отрицательных значений на 0 (если $X_i < 0$, $X_i = 0$).
3. Расстановка всех значений в порядке возрастания

$$X^1 \leq X^2 \leq \dots \leq X^{99} \leq X^{100}. \quad (4.1)$$

4. Выбор значений, соответствующих границам 68% доверительного интервала, и получение погрешности:

$$\delta^{\text{PDF}} X = \frac{X^{84} - X^{16}}{2}. \quad (4.2)$$

Для получения погрешности на константу сильного взаимодействия α_s использовались верхняя и нижняя вариации: $\alpha_s = 0.1180 \pm 0.0015$. Погрешность вычисляется по формуле:

$$\delta^{\alpha_s} X = \frac{X(\alpha_s = 0.1195) - X(\alpha_s = 0.1165)}{2}. \quad (4.3)$$

Итоговая погрешность PDF+ α_s определяется суммой в квадратурах:

$$\delta^{\text{PDF}+\alpha_s} X = \sqrt{(\delta^{\text{PDF}} X)^2 + (\delta^{\alpha_s} X)^2}. \quad (4.4)$$

Погрешность, связанная с вариацией между наборами, вычисляется путем определения числа событий при использовании весов, которые соответствуют центральным значениям в альтернативных наборах CT14 и MMHT2014 и взятия наибольшего отклонения от номинального значения количества событий, соответствующего набору NNPDF.

4.3.2 Погрешности, связанные с вариацией масштабов ренормировки и факторизации

Погрешности, связанные с вариацией масштабов ренормировки и факторизации, оцениваются путем варьирования шкалы ренормировки μ_R и шкалы факторизации μ_F . Рассматриваются шесть комбинаций:

- $\mu_F = \mu_R = 0.5\mu_0$;
- $\mu_F = \mu_0, \mu_R = 0.5\mu_0$;
- $\mu_R = \mu_0, \mu_F = 0.5\mu_0$;
- $\mu_F = \mu_R = 2\mu_0$;
- $\mu_F = 2\mu_0, \mu_R = \mu_0$;
- $\mu_F = \mu_0, \mu_R = 2\mu_0$.

Максимальное отклонение от номинального числа событий взято в качестве систематической погрешности.

4.3.3 Погрешности, связанные с моделированием партонных ливней

Погрешность моделирования оценивается как разница между номинальным и альтернативным выходами событий:

$$\delta^{\text{model. } X} = |X^{\text{altern.}} - X^{\text{nominal}}|. \quad (4.5)$$

Для сигнального процесса $Z\gamma$ QCD в качестве номинального генератора используется Sherpa 2.1, в качестве альтернативного генератора и модели партонного ливня используется MadGraph+Pythia8. Для сигнального процесса $Z\gamma$ EWK и фонового процесса $tt\gamma$ в качестве номинального генератора и модели партонного ливня используется MadGraph+Pythia8, в качестве альтернативной модели используется Herwig7.

5 Результаты фитирования

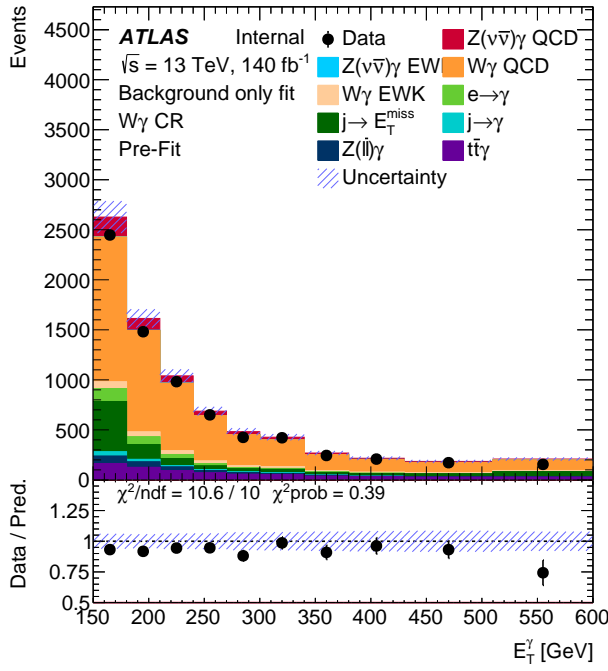
Процедура фитирования осуществлялась с помощью пакета `TRExFitter` [23; 24], который основан на пакете `HistFactory` [25] из `ROOT` [26]. Для оценки фонового процесса $W\gamma$ QCD не учитывается теоретическая погрешность, связанная с вариацией масштабов ренормировки и факторизации в связи с некорректным поведением фита при её использовании.

5.1 Фитирование в контрольных областях

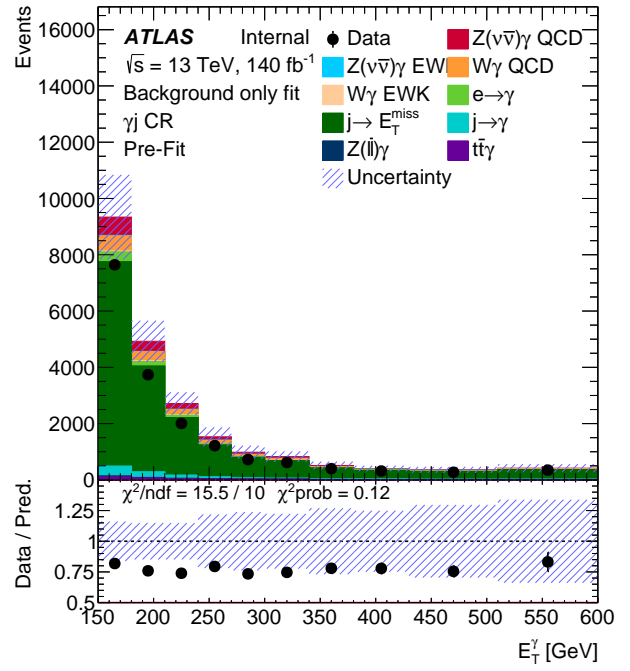
Согласно разделу 3.2, для получения нормировочных коэффициентов и ожидаемых систематических погрешностей производится процедура фитирования в КО. Фитирование осуществлено по переменной поперечной энергии фотона E_T^γ с использованием ПИ $\mu_{\gamma j}$. Рисунок 4 иллюстрирует распределение по E_T^γ до фитирования в КО и СО. Рисунок 5 иллюстрирует распределение по E_T^γ после фитирования в КО и СО. В таблице 4 приведены значения количества событий для сигнала и фона в КО и СО до фита. В таблице 5 приведены значения количества событий для сигнала и фона в КО и СО после фита в контрольных регионах.

	$W\gamma$ КО	γj КО	СО
$Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ QCD	540 ± 150	1600 ± 700	10700 ± 1600
$Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ EWK	12.4 ± 1.9	85 ± 15	170 ± 30
$W\gamma$ QCD	4660 ± 190	1430 ± 90	3310 ± 140
$W\gamma$ EWK	260 ± 20	101 ± 9	109 ± 9
$e \rightarrow \gamma$	310 ± 19	680 ± 40	2610 ± 160
$j \rightarrow E_T^{miss}$	950 ± 120	17000 ± 4000	8100 ± 1100
$j \rightarrow \gamma$	120 ± 20	850 ± 150	1800 ± 300
$Z(\ell\bar{\ell})\gamma$	240 ± 20	73 ± 11	211 ± 16
$t\bar{t}\gamma$	700 ± 300	330 ± 150	180 ± 80
Total	7800 ± 500	22000 ± 4000	27000 ± 2000
Data	7186	17277	23375

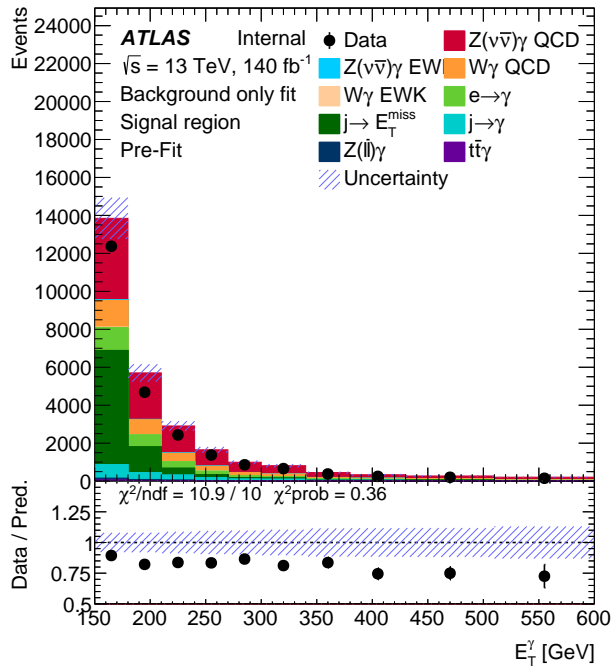
Таблица 4 — Значения количества событий сигнала и фонов в КО $W\gamma$ и γj и СО до процедуры фитирования. Погрешность соответствует сумме статической и систематической погрешностей.



(a)



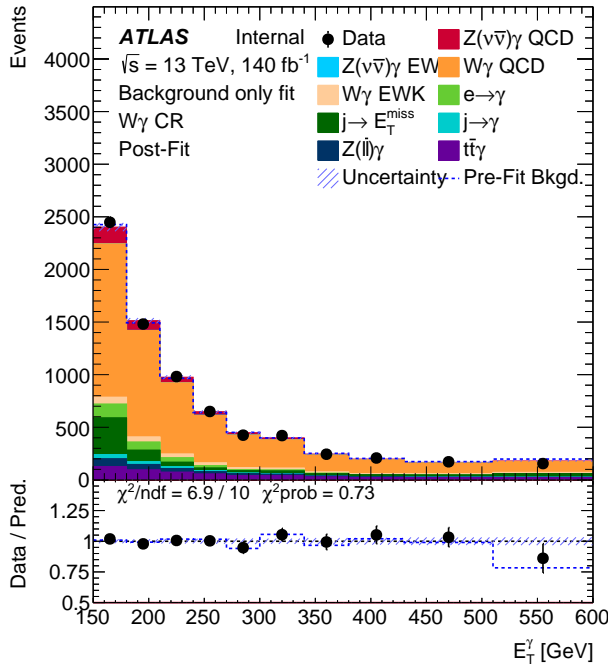
(б)



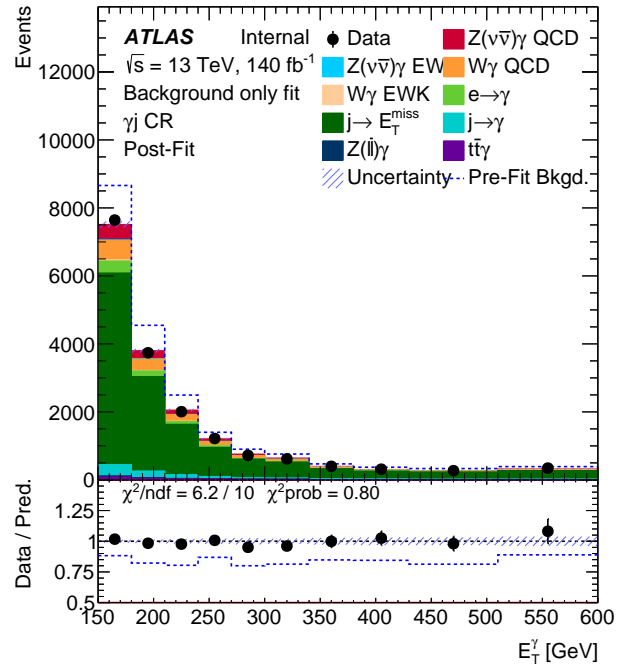
(в)

Рисунок 4 — Распределение по переменной E_T^γ до фитирования в КО $W\gamma$ (4a), в КО γj (4б) и в СО (5в). Вертикальные погрешности данных соответствуют статистической погрешности. Штрихованная область соответствует сумме статистической погрешности МК и систематической погрешности

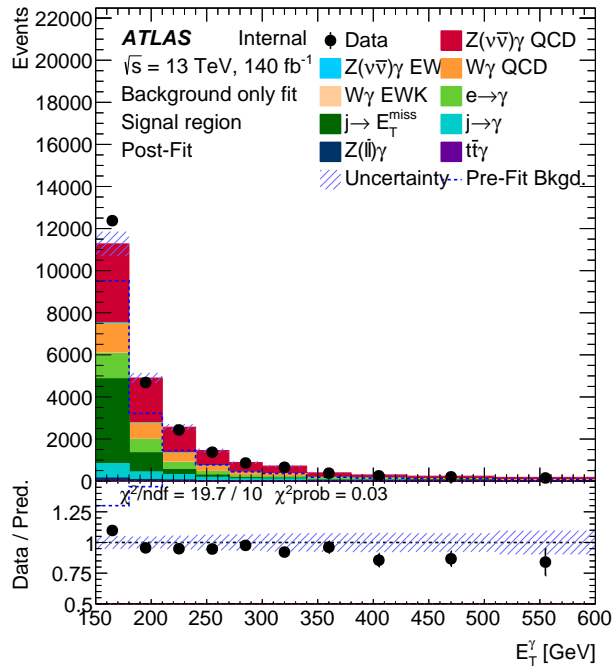
Полученные значения нормировочных коэффициентов $\mu_{W\gamma}$ и $\mu_{\gamma j}$ равны $\mu_{W\gamma} = 1.00 \pm 0.06$ (стат. \oplus сист.) и $\mu_{\gamma j} = 0.70 \pm 0.07$ (стат. \oplus сист.) соответственно. Значения и погрешности ПП соответствующих систематик,



(a)



(б)



(v)

Рисунок 5 — Распределение по переменной E_T^γ после фитирования в КО $W\gamma$ (5a), в КО γj (5б) и в СО (5в). Вертикальные погрешности данных соответствуют статистической погрешности. Штрихованная область соответствует сумме статистической погрешности МК и систематической погрешности

полученных в результате фита только в КО, представлены на рисунке 6.

	$W\gamma$ KO	γj KO	CO
$Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ QCD	420 ± 90	1000 ± 400	9200 ± 1000
$Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ EWK	12.4 ± 1.9	86 ± 14	160 ± 30
$W\gamma$ QCD	4700 ± 200	1500 ± 100	3280 ± 180
$W\gamma$ EWK	250 ± 20	100 ± 10	110 ± 10
$e \rightarrow \gamma$	310 ± 20	680 ± 40	2620 ± 160
$j \rightarrow E_T^{miss}$	660 ± 80	13000 ± 400	5400 ± 700
$j \rightarrow \gamma$	110 ± 20	830 ± 150	1700 ± 300
$Z(\ell\bar{\ell})\gamma$	240 ± 20	73 ± 11	209 ± 15
$t\bar{t}\gamma$	510 ± 170	250 ± 80	140 ± 40
Total	7180 ± 90	17290 ± 160	22900 ± 1100
Data	7186	17277	23375

Таблица 5 — Значения количества событий сигнала и фонов в КО $W\gamma$ и γj и CO после процедуры фитирования только в КО. Погрешность соответствует сумме статистической и систематической погрешностей.

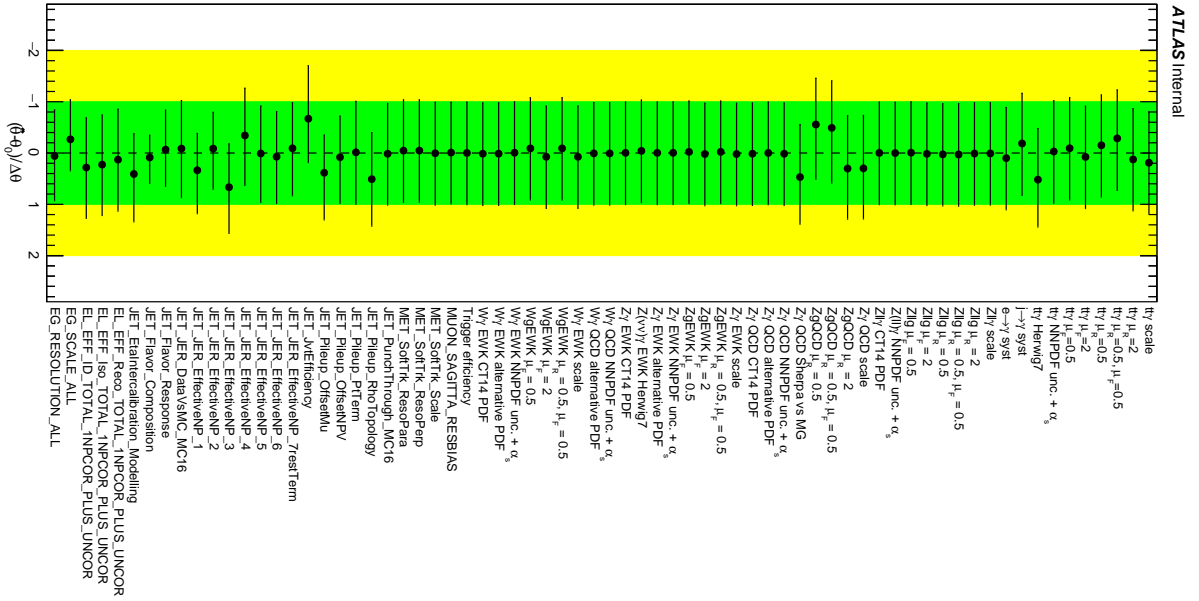


Рисунок 6 — Значения и погрешности ПП соответствующих систематик, полученных в результате фита только в КО

5.2 Фитирование с использованием данных Азимова

Согласно разделу 3.2, для получения ожидаемой погрешности ПИ $\mu_{Z\gamma}$ и ожидаемой значимости, производится процедура фитирования на данных Азимова. Полученные значения для ПИ равны $\mu_{Z\gamma} = 1.00 \pm 0.07$ (стат. \oplus

сист.), $\mu_{W\gamma} = 1.00 \pm 0.18$ (стат. \oplus сист.) и $\mu_{\gamma j} = 0.70 \pm 0.06$ (стат. \oplus сист.). Ожидаемая значимость составляет 69σ .

На рисунке 7 представлены оценки вклада систематических погрешностей в общую систематическую погрешность ПИ для случаев до фита и после фита для фита Азимова.

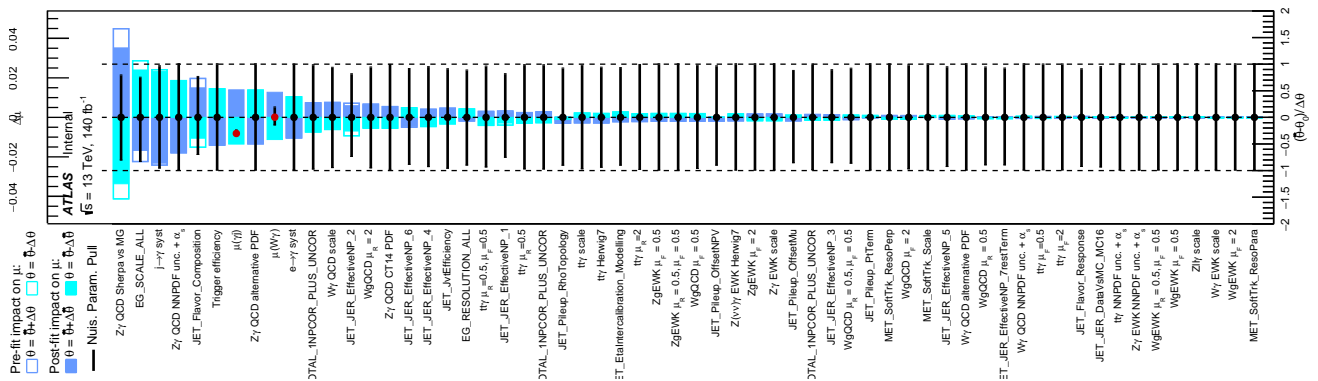
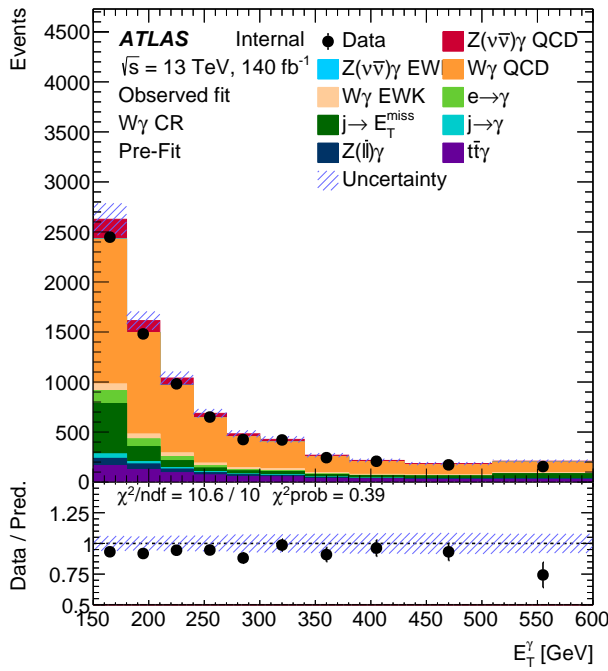


Рисунок 7 — Оценки вклада систематических погрешностей в общую систематическую погрешность ПИ для случаев до фита и после фита для фита Азимова

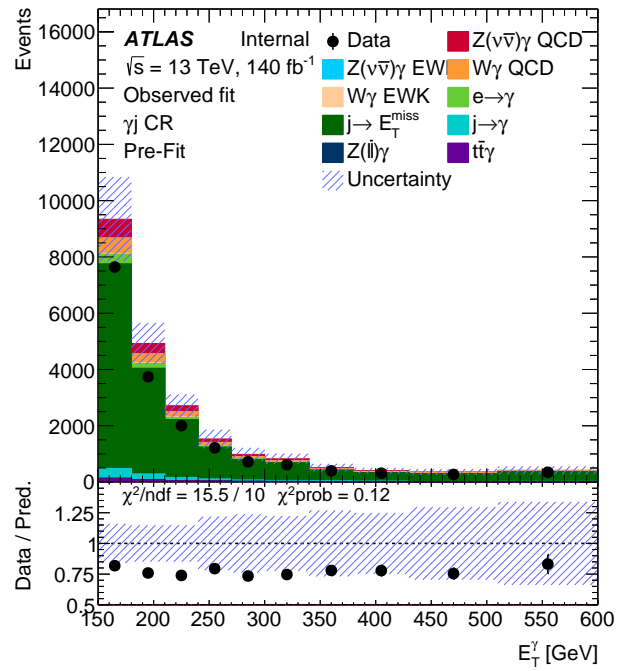
5.3 Фитирование в контрольных и сигнальной областях

Для получения нормировочных коэффициентов для фоновых процессов $W(l\nu)\gamma$, $tt\gamma$ и γ +струи и для получения силы сигнала производится процедура фитирования во всех КО и СО с использованием наблюдаемых данных. Рисунок 8 иллюстрирует распределение по E_T^γ до фитирования в КО и СО с использованием наблюдаемых данных. Рисунок 9 иллюстрирует распределение по E_T^γ после фитирования в КО и СО с использованием наблюдаемых данных. В таблице 6 приведены значения количества событий для сигнала и фона в КО и СО после фита с использованием наблюдаемых данных.

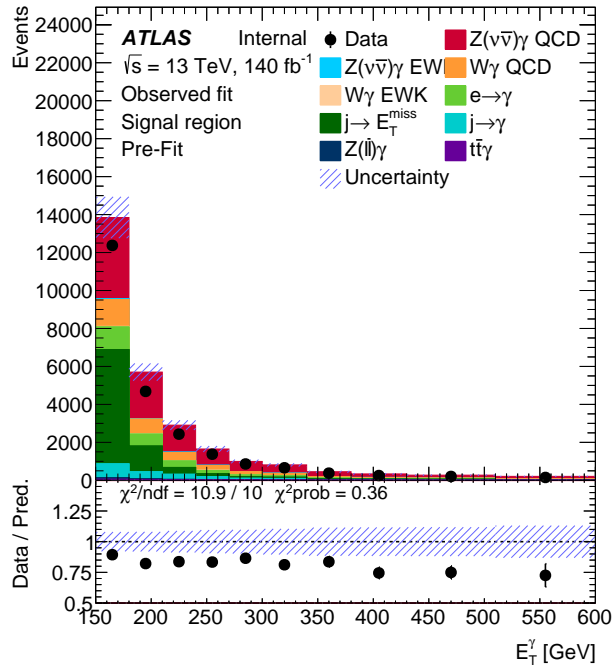
Полученные значения для ПИ равны $\mu_{Z\gamma} = 0.90 \pm 0.13$ (стат. \oplus сист.), $\mu_{W\gamma} = 0.97 \pm 0.06$ (стат. \oplus сист.) и $\mu_{\gamma j} = 0.84 \pm 0.05$ (стат. \oplus сист.). Полученная значимость составляет 64σ . На рисунке 10 представлены оценки вклада систематических погрешностей в общую систематическую погрешность ПИ для случаев до фита и после фита с использованием наблюдаемых данных.



(a)

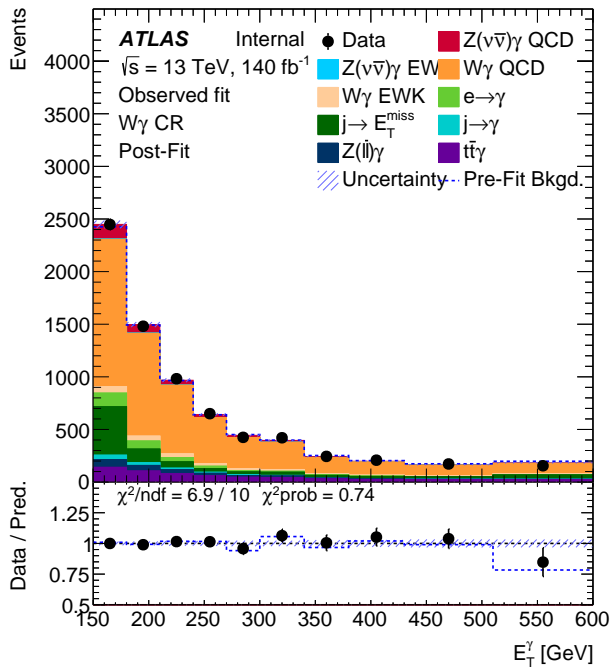


(б)

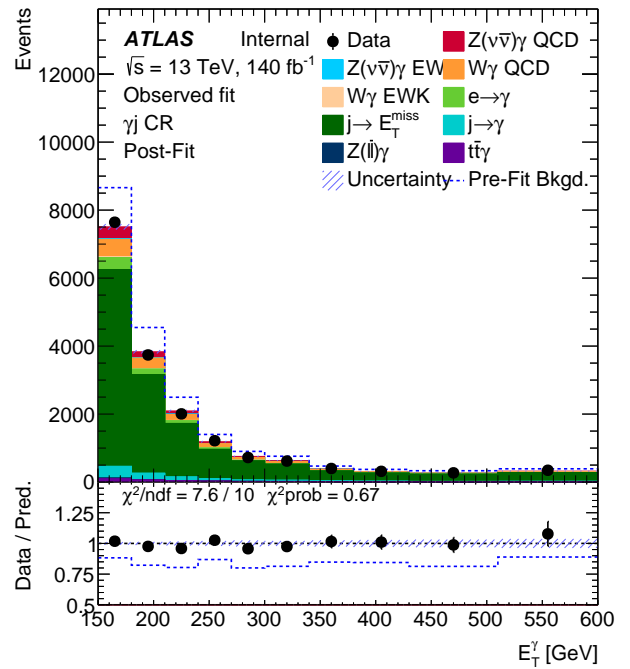


(в)

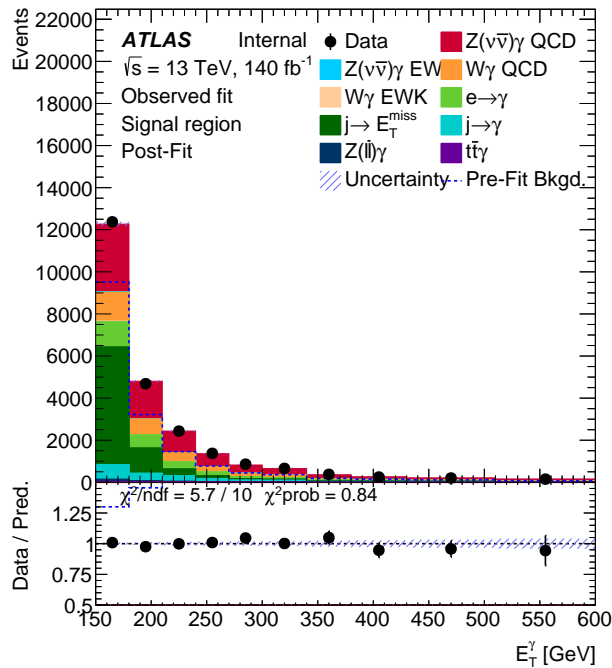
Рисунок 8 — Распределение по переменной E_T^γ до фитирования в КО $W\gamma$ (8a), в КО γj (8б) и в СО (8в). Вертикальные погрешности данных соответствуют статистической погрешности. Штрихованная область соответствует сумме статистической погрешности МК и систематической погрешности



(a)



(б)



(в)

Рисунок 9 — Распределение по переменной E_T^γ после фитирования в КО $W\gamma$ (9a), в КО γj (9б) и в СО (9в). Вертикальные погрешности данных соответствуют статистической погрешности. Штрихованная область соответствует сумме статистической погрешности МК и систематической погрешности

Заключение

Цель работы заключалась в получении интегрального сечения процесса ассоциированного рождения Z -бозона с фотоном. В соответствии с поставленными задачами в результате работы:

- построена статистическая модель;
- добавлены экспериментальные и теоретические погрешности, а также погрешности, связанные с моделированием;
- осуществлена процедура фитирования и получены нормировочные коэффициенты для фоновых процессов, значения которых составили $\mu_{W\gamma} = 0.97 \pm 0.06$ (стат. \oplus сист.) и $\mu_{\gamma j} = 0.84 \pm 0.05$ (стат. \oplus сист.);
- оценена сила сигнала $Z\gamma$, значение которой составило $\mu_{Z\gamma} = 0.90 \pm 0.13$ (стат. \oplus сист.);
- получено значение интегрального сечения, которое составило: $\sigma = 87 \pm 13$ (стат. \oplus сист.) фбн.

В дальнейшем планируется стабилизировать статистическую модель, включающую все систематические погрешности. Также планируется добавить систематическую погрешность на моделирование $W\gamma$ QCD процесса и учесть погрешность от пайлапа.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Higgs P. W.* Broken symmetries, massless particles and gauge fields // Phys. Lett. — 1964. — Vol. 12. — P. 132–133.
2. *Collaboration A.* Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC // Physics Letters B. — 2012. — Sept. — Vol. 716, no. 1. — P. 1–29. — URL: <https://doi.org/10.1016%2Fj.physletb.2012.08.020>.
3. *Collaboration C.* Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC // Physics Letters B. — 2012. — Vol. 716, no. 1. — P. 30–61. — ISSN 0370-2693. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269312008581>.
4. *Evans L., Bryant P.* LHC Machine // Journal of Instrumentation. — 2008. — Aug. — Vol. 3, no. 08. — S08001–S08001. — URL: <https://doi.org/10.1088/1748-0221/3/08/s08001>.
5. *Group P. D.* [et al.]. Review of Particle Physics // Progress of Theoretical and Experimental Physics. — 2020. — Aug. — Vol. 2020, no. 8. — ISSN 2050-3911. — eprint: <https://academic.oup.com/ptep/article-pdf/2020/8/083C01/34673722/ptaa104.pdf>. — URL: <https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa104> ; 083C01.
6. *Collaboration A.* // Physical Review D. — 2016. — June. — Vol. 93, no. 11. — URL: <https://doi.org/10.1103%2Fphysrevd.93.112002>.
7. *Collaboration A.* The performance of ATLAS detector. — Heidelberg : Springer, 2011. — URL: <https://cds.cern.ch/record/1485681> ; Reprinted from The European Physical Journal C (articles published between summer 2010 and spring 2011).
8. *ATLAS Collaboration.* The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider // JINST. — 2008. — Vol. 3. — S08003.

9. Electron and photon performance measurements with the ATLAS detector using the 2015–2017 LHC proton–proton collision data. — 2019. — Dec. — URL: <https://cds.cern.ch/record/2684552>.
10. URL: <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/AtlasProtected/IsolationSelectionTool>.
11. *Frixione S., Nason P., Oleari C.* Matching NLO QCD computations with parton shower simulations: the POWHEG method // Journal of High Energy Physics. — 2007. — Nov. — Vol. 2007, no. 11. — P. 070–070. — ISSN 1029-8479. — URL: <http://dx.doi.org/10.1088/1126-6708/2007/11/070>.
12. *Bellm J.* [et al.]. Herwig 7.0/Herwig++ 3.0 release note // The European Physical Journal C. — 2016. — Apr. — Vol. 76, no. 4. — ISSN 1434-6052. — URL: <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-016-4018-8>.
13. Performance of missing transverse momentum reconstruction for the ATLAS detector in the first proton-proton collisions at $\sqrt{s}=13$ TeV : tech. rep. / CERN. — Geneva, 07/2015. — URL: <https://cds.cern.ch/record/2037904> ; All figures including auxiliary figures are available at <https://atlas.web.cern.ch/Atlas/GROUPS/PHYSICS/PUBNOTES/ATL-PHYS-PUB-2015-027>.
14. Object-based missing transverse momentum significance in the ATLAS detector : tech. rep. / CERN. — Geneva, 07/2018. — URL: <https://cds.cern.ch/record/2630948>.
15. *Cowan G.* [et al.]. Asymptotic formulae for likelihood-based tests of new physics // The European Physical Journal C. — 2011. — Feb. — Vol. 71, no. 2. — ISSN 1434-6052. — URL: <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-011-1554-0>.
16. *Kurova A., Soldatov E., Zubov D.* Estimation of Electron-to-Photon Misidentification Rate in $Z(\nu\nu)\gamma$ Measurements for Conditions of ATLAS Experiment during Run II // Phys. Part. Nucl. — 2023. — Vol. 54, no. 1. — P. 227–231.

17. *Aad G., et al.* // Physics Letters B. — 2011. — Vol. 706, no. 2. — P. 150–167. — URL: <https://doi.org/10.1016%5C%2Fj.physletb.2011.11.010>.
18. *Kazakova K.* [et al.]. Likelihood-Based Approach to the Estimation of the Background Induced by the Misidentification of a Jet as a Photon at pp Collider Experiment // Phys. Part. Nucl. Lett. — 2023. — Vol. 20, no. 5. — P. 1194–1197.
19. *Kazakova K., Pyatiizbyantseva D., Soldatov E.* The Estimation of the Background Induced by the Misidentification of a Jet as a Photon by the Slice Method in *pp* Collider Experiment // Phys. Atom. Nucl. — 2023. — Vol. 86, no. 4. — P. 537–543.
20. *Avoni G.* [et al.]. The new LUCID-2 detector for luminosity measurement and monitoring in ATLAS // Journal of Instrumentation. — 2018. — July. — Vol. 13, no. 07. — P07017. — URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/13/07/P07017>.
21. Luminosity determination in *pp* collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV using the ATLAS detector at the LHC : tech. rep. / CERN. — Geneva, 2019. — URL: <https://cds.cern.ch/record/2677054> ; All figures including auxiliary figures are available at <https://atlas.web.cern.ch/Atlas/GROUPS/PHYSICS/CONF-2019-021>.
22. *Butterworth J.* [et al.]. PDF4LHC recommendations for LHC Run II // Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics. — 2016. — Jan. — Vol. 43, no. 2. — P. 023001. — ISSN 1361-6471. — URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0954-3899/43/2/023001>.
23. *Moneta L.* [et al.]. The RooStats Project. — 2010. — URL: <https://arxiv.org/abs/1009.1003>.
24. *Verkerke W., Kirkby D.* The RooFit toolkit for data modeling. — 2003. — URL: <https://arxiv.org/abs/physics/0306116>.
25. *Cranmer K.* [et al.]. HistFactory: A tool for creating statistical models for use with RooFit and RooStats. — 2012. — June.

26. *Shadura O., Bockelman B., Vassilev V.* Evolution of ROOT package management // Journal of Physics: Conference Series. — 2020. — Apr. — Vol. 1525, no. 1. — P. 012050. — ISSN 1742-6596. — URL: <http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1525/1/012050>.