

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

УДК 539.1.01

ОТЧЁТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

**Моделирование фрагментации начально-протяжённых релятивистских
струн Намбу-Гото**

Научный руководитель
проф., д.ф.-м.н.

_____ А. А. Петрухин

Студент

_____ Р. В. Николаенко

Москва 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Цель работы	7
1 Теория релятивистской струны Намбу-Гото	9
1.1 Вывод уравнений движения релятивистской струны	9
1.2 Решение задачи Коши о движении релятивистской струны .	12
2 Определение калибровки и начальных условий для началь- но протяжённых кварк-глюонных релятивистских струн	14
2.1 Статическая калибровка	14
2.2 Квадратичная калибровка	18
3 Генератор адронизации ATROPOS	23
3.1 Структура программы	23
3.2 Рождение частиц	25
3.2.1 Генерация точек разрыва струны	25
3.2.2 Переход струна-адрон	28
3.2.3 Сохранение полного углового момента струны	31
4 Моделирование фрагментации струн и настройка парамет- ров модели	34
Заключение	40
Список использованных источников	41

ВВЕДЕНИЕ

ЧТО ТАКОЕ АДРОНИЗАЦИЯ

Рассмотрим событие адронного взаимодействия при высокой энергии, например, нуклон-нуклонное столкновение. Каждый нуклон имеет сложную внутреннюю структуру: он состоит из трех валентных кварков, «одетых в шубу» из глюонов и морских кварков и антикварков. Коллективно частицы, из которых состоят адроны, называются партонами. Если переданный при взаимодействии импульс достаточно велик, то взаимодействие двух нуклонов необходимо рассматривать как сложный процесс, в котором происходят множественные элементарные взаимодействия партонов (рисунок 1а). Партоны, рожденные в этих взаимодействиях обычно являются виртуальными (не на массовой поверхности), что приводит к дополнительному излучению новых партонов (так называемые «партонные лестницы»). Осколки взаимодействующих адронов (remnants) тоже представляют собой возбужденные состояния, которые дают вклад в общее множество партонов, хотя они при этом кинематически разделены от «внутренних» вкладов от жестких процессов. Картина при взаимодействии ядер может быть еще более сложной.

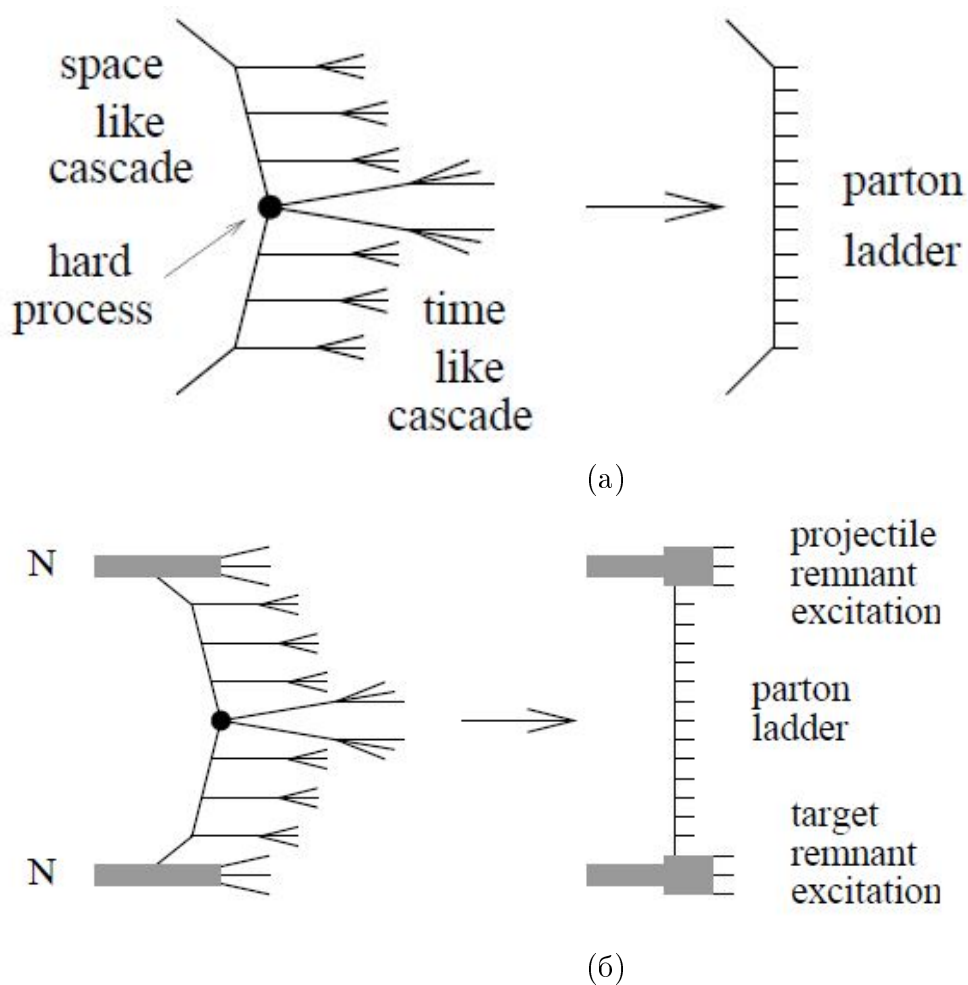


Рисунок 1 — (а) Элементарное партон-партонное рассеяние: жесткому рассеянию в центре предшествуют излучения партонов (пространственноподобный каскад начального состояния), эти партоны сами излучают новые партоны (временноподобный каскад конечного состояния). Для всего этого используют партонную лестницу; (б) Полная картина, включающая осколки. Они являются важными источниками частиц при высоких энергиях

Однако в эксперименте регистрируются не партоны, а цветовые синглеты, адроны. Это суть закона конфайнмента: кварки и глюоны не существуют в свободном состоянии. Поэтому любая модель взаимодействий, претендующая на описание наблюдаемых зависимостей, должна обладать механизмом соединения партонных состояний в адроны. Переход от образованных кварков и глюонов к регистрируемым детектором стабильным адронам и называется адронизацией. Явление адронизации, по своей природе, является мягким процессом, в связи с чем возникают существенные трудности в теоретическом описании. Ни одна существующая модель адронизации не описывает все наблюдаемые эффекты.

В последние годы данные ряда экспериментов в физике высоких и

сверхвысоких энергий указывают на наличие отклонений экспериментально измеренных величин от предсказаний расчётов. Измеренные инвариантные сечения рождения π^0 -мезонов в протон-протонных столкновениях при $\sqrt{s} = 8$ ТэВ коллаборацией ALICE [1] свидетельствуют о наличии дефицита π^0 в эксперименте в сравнении с предсказаниями моделей в области поперечных импульсов 1-10 ГэВ, рисунок 2.

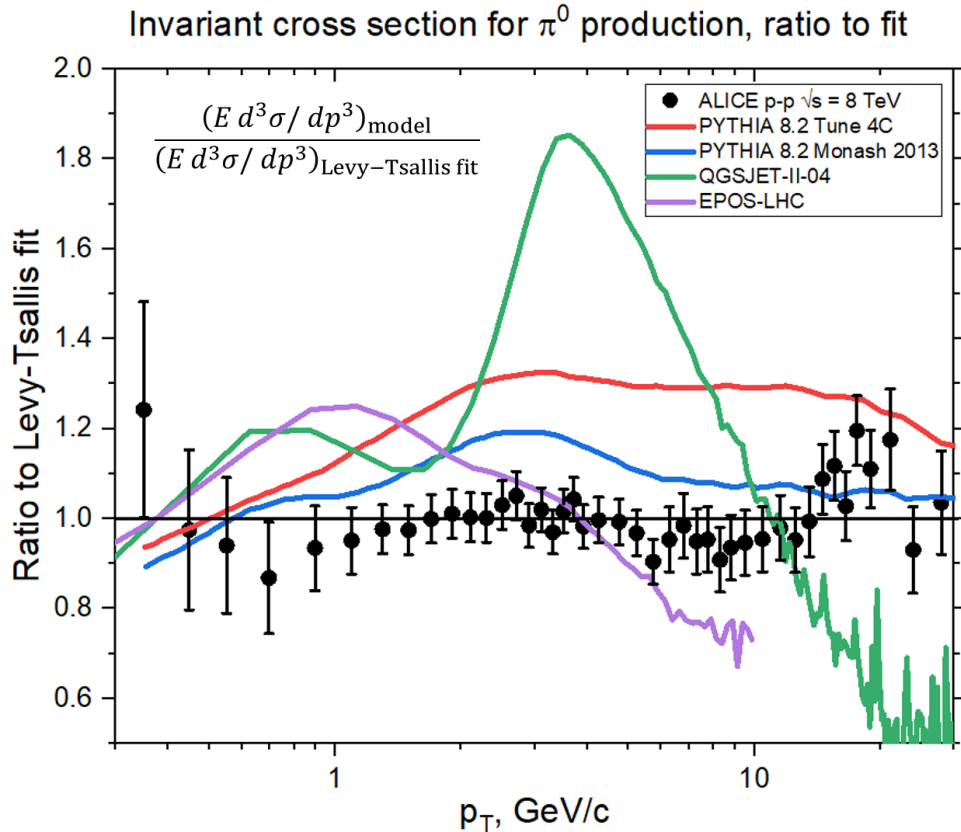


Рисунок 2 — Сравнение дифференциального сечения рождения π^0 -мезонов в столкновениях протонов с $\sqrt{s} = 8$ ТэВ с результатами моделирования

Как видно из рисунка, в области средних значений поперечного импульса ожидание согласно моделям завышено на 10%-40%.

Данные эксперимента NA61 [2] по столкновениям пионных пучков с углеродной мишенью демонстрируют неспособность моделей адронных взаимодействий, используемых в программах моделирования широких атмосферных ливней (ШАЛ) [3], описывать рождение векторных ρ^0 -мезонов во всём интервале значений переменной x_F , рисунок 3.

Видно, что ни одна из моделей даже качественно не повторяет форму экспериментальных спектров. Модели сильно завышают множественность при малых x_F и занижают при больших.

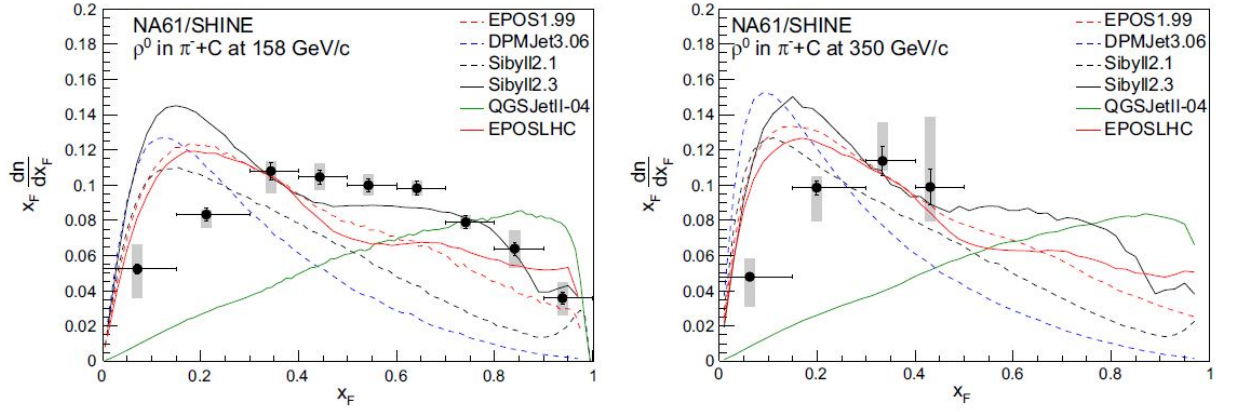


Рисунок 3 — Масштабированные спектры ρ^0 -мезонов в столкновениях $\pi^- + C$ при 158 ГэВ (слева) и 350 ГэВ (справа)

Эксперименты по регистрации мюонной компоненты ШАЛ также демонстрируют наличие расхождений между предсказаниями моделей адронных взаимодействий и экспериментальными данными, что приводит к проблеме избытка мюонов в космических лучах сверхвысоких энергий, т.н. «мюонная загадка» [4-6].

Ввиду отсутствия полноценной теории адронизации, существует множество моделей, которые используют разные предположения, механизмы и параметризации для её описания. Модели адронизации, не направленные на учёт коллективных эффектов, характерных, в основном, для столкновений тяжёлых ионов, можно разделить на три основных типа. Это модели независимой фрагментации (модель Филда-Фейнмана) [7], кластерные модели, например, модель Веббера [8] и струнные модели [9, 10]. Струнные модели являются наиболее согласованными с точки зрения сохранения квантовых чисел, учета глюонов и описания адронизации коллинеарных партонов. Естественное отсутствие коллинеарных и инфракрасных расходимостей в струнных моделях является серьезным аргументом в пользу выбора такого подхода к описанию адронизации. Отметим еще тот факт, что, поскольку во всех упомянутых моделях процесс адронизации представляет собой последовательную фрагментацию сложных систем партонов, вместо адронизации часто используется термин фрагментация. В этой работе эти два термина будут пониматься эквивалентными друг другу.

Струнная LUND-модель [9], используемая в широко известном Монте-Карло генераторе PYTHIA [11], является полностью скейлинг-инвариантным

подходом и не чувствительна к конфигурации струны. Это является следствием постулатов, используемых при выводе функций фрагментации струны [9]. В связи с этим в рамках данной модели довольно трудно исследовать новые эффекты, связанные с динамикой струн.

Другим серьёзным подходом стала модель адронизации по закону площади, впервые реализованная в Caltech-II [10, 12]. В ней для описания динамики релятивистских струн использовался математический аппарат, построенный на действии Намбу-Гото, который позволяет вычислять инвариантную площадь мирового листа произвольно движущейся релятивистской струны, благодаря чему удаётся рассчитывать процесс фрагментации для любой начальной конфигурации. Данный подход обладает гораздо большим потенциалом, чем LUND-модель, и используется в современных моделях адронных взаимодействий NeXus 2.0 [13] и EPOS LHC [14].

Однако во всех существующих реализациях используется приближение начально-точечных струн, что ограничивает универсальность моделей и возможности для введения новых эффектов. Кроме того, все существующие модели фрагментации обладают одним принципиальным недостатком: ни в одной из них при фрагментации струн или кластеров не учитывается сохранение полного углового момента системы.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Для решения проблемы учёта спиновых характеристик и начальной протяжённости струн в процессе адронизации принято решение разработать Монте-Карло генератор для моделирования фрагментации релятивистских кварк-глюонных струн Намбу-Гото с обобщёнными начальными условиями. Для достижения этой цели необходимо решить следующие задачи:

- 1) Вывод начальных условий для задачи Коши о движении релятивистских струн, сформированных их произвольных партонов;
- 2) Выбор калибровки, фиксирующей параметры теории;
- 3) Разработка программного решения для расчёта всех необходимых характеристик струн;
- 4) Разработка алгоритма фрагментации релятивистских струн и алго-

ритма перехода струна-адрон;

- 5) Отладка и оптимизация программы;
- 6) Подгонка свободных параметров модели в соответствии с экспериментальными данными.

1 ТЕОРИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ СТРУНЫ НАМБУ-ГОТО

1.1 ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ СТРУНЫ

Разумно считать, что уже на ранних стадиях после формирования новых партонов в результате множественных элементарных взаимодействий, происходящих в адронных столкновениях, эти партоны объединяются в цветные синглеты [15]. Цветовое поле между кварками, глюонами и антикварками вытягивается в трубку. Причиной этому является наличие вакуумных полей в КХД, оказывающих внешнее давление на поле между кварками.

Стоит отметить, что в теории релятивистской струны в физике адронов обычно пренебрегают поперечным размером трубки цветового поля. Благодаря этому возможно использование математического аппарата, развитого в теории струн, однако есть указания на необходимость учета поперечного расширения поля для описания взаимодействия струн в плотной среде [16].

Действие Намбу-Гото для релятивистской струны имеет вид [17]

$$S_{\text{string}} = -\kappa \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma \int_{\tau_1(\sigma)}^{\tau_2(\sigma)} d\tau \sqrt{(x' \dot{x})^2 - x'^2 \dot{x}^2}, \quad (1.1)$$

где

$$\dot{x}_\mu = \frac{\partial x_\mu}{\partial \tau}, \quad x'_\mu = \frac{\partial x_\mu}{\partial \sigma}. \quad (1.2)$$

Здесь $x_\mu(\tau, \sigma)$ – четырёхмерный вектор координат струны, τ – эволюционный параметр теории, σ – параметр, нумерующий точки струны, κ – размерный параметр теории, отождествляемый с натяжением струны (используется система единиц $\hbar = c = 1$).

Артру и Меннесье [18] предложили простой закон для фрагментации струн: он приписывает постоянную вероятность P_0 разрыва струны на единицу площади мирового листа

$$dP_{\text{break}} = P_0 dA \quad (1.3)$$

за счёт образования пары кварк-антикварк (дикварк-антидикварк) из вакуума. Этот закон, который обычно называют законом площади, является обобщением закона радиоактивного распада, где вероятность распада точечной частицы пропорциональна интервалу её собственного времени, только здесь роль собственного времени играет инвариантная площадь A .

Для реализации закона площади необходимо вычислить координаты струны и их производные. Сначала получим уравнения движения релятивистской струны, следующие из действия (1.1). Определим Лагранжиан струны

$$\mathcal{L} = -\kappa \sqrt{(x'\dot{x})^2 - x'^2 \dot{x}^2}. \quad (1.4)$$

Приравнивая к нулю вариацию действия (1.1), получаем уравнения движения (уравнения Эйлера-Лагранжа)

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x'^\mu} \right) = 0, \quad \tau, \sigma \in \Omega, \quad (1.5)$$

где Ω - область изменения параметров τ, σ , и граничные условия

$$\int_{C_1+C_2} \delta x^\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} d\sigma - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x'^\mu} d\tau \right) = 0. \quad (1.6)$$

Здесь $C_1(\tau), C_2(\tau)$ - границы области Ω , определяющие пределы изменения параметра σ . Подстановка Лагранжиана (1.4) в (1.5) даёт выражение

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{(\dot{x}x') x'_\mu - x'^2 \dot{x}_\mu}{\sqrt{(\dot{x}x')^2 - \dot{x}^2 x'^2}} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{(\dot{x}x') \dot{x}_\mu - \dot{x}^2 x'_\mu}{\sqrt{(\dot{x}x')^2 - \dot{x}^2 x'^2}} \right) = 0. \quad (1.7)$$

Пытаться разрешить уравнения (1.7) в лоб, разумеется, неразумно. Вместо этого используют тот факт, что действие релятивистской струны (1.1) инвариантно относительно произвольных преобразований параметров

τ, σ . Такой произвол позволяет наложить на решения системы уравнений (1.7) два дополнительных условия. Обычно они выбираются в следующем виде:

$$\dot{x}^2 + x'^2 = 0, \quad \dot{x}x' = 0. \quad (1.8)$$

С геометрической точки зрения условия (1.8) означают, что на мировой поверхности струны выбрана изометрическая или конформная система криволинейных координат τ, σ . В теории релятивистской струны эти условия называют ортонормальной калибровкой (ОНК).

Использование ОНК сильно упрощает уравнения движения (1.7)

$$\ddot{x}_\mu - x''_\mu = 0 \quad (1.9)$$

и граничные условия (1.6)

$$x'_\mu + \dot{x}_\mu \dot{\sigma}(\tau), \quad \tau, \sigma \in C_i, \quad i = 1, 2. \quad (1.10)$$

Обычно в теории релятивистской струны выбирают, что $\sigma \in [0, \pi]$. Тогда граничные условия (1.10) приобретают привычный вид граничных условий для струны со свободными концами

$$x'_\mu(\tau, 0) = x'_\mu(\tau, \pi) = 0. \quad (1.11)$$

1.2 РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ О ДВИЖЕНИИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ СТРУНЫ

Предположим теперь, что известны функции $x_\mu(0, \sigma) = \rho_\mu(\sigma)$, $\dot{x}_\mu(0, \sigma) = v_\mu(\sigma)$, $\sigma \in [0, \pi]$ (здесь и далее будут использоваться такие же обозначения и вид формул, как в трудах Б. М. Барбашова и В. В. Нестеренко [19]). Тогда получаем следующую постановку задачи на координаты конечной открытой релятивистской струны со свободными концами:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_\mu - x''_\mu &= 0, \quad \sigma \in [0, \pi], \quad \tau > 0; \\ x'_\mu(\tau, 0) &= x'_\mu(\tau, \pi) = 0; \\ x_\mu(0, \sigma) &= \rho_\mu(\sigma), \quad \dot{x}_\mu(0, \sigma) = v_\mu(\sigma). \end{aligned} \quad (1.12)$$

Решение задачи Коши рядами Фурье даёт [19]

$$x_\mu(\tau, \sigma) = Q_\mu + P_\mu \frac{\tau}{\pi\kappa} + \frac{i}{\sqrt{\pi\kappa}} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{+\infty} e^{-in\tau} \frac{\alpha_{n\mu}}{n} \cos(n\sigma), \quad (1.13)$$

где P_μ и Q_μ - нулевые члены в разложении. P_μ в ОНК (1.8) определяется формулой

$$P_\mu = \kappa \int_0^\pi \dot{x}_\mu(0, \sigma) d\sigma = \kappa \int_0^\pi v_\mu(\sigma) d\sigma \quad (1.14)$$

и, в случае, если область Ω ограничена кривыми $\tau_i(\sigma) = \tau_i = \text{const}$, $i = 1, 2$, он равен сохраняющемуся полному импульсу струны. Q_μ есть координаты центра масс струны в момент $\tau = 0$,

$$Q_\mu = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi x_\mu(0, \sigma) d\sigma = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \rho_\mu(\sigma) d\sigma. \quad (1.15)$$

Фурье-амплитуды $\alpha_{n\mu}$ вычисляются следующим образом

$$\alpha_{n\mu} = \sqrt{\frac{\kappa}{\pi}} \int_0^\pi d\sigma \cos(n\sigma) (v_\mu(\sigma) - in\rho_\mu(\sigma)), \quad n > 0, \quad \alpha_{-n\mu} = (\alpha_{n\mu})^*. \quad (1.16)$$

Отметим, что величина $x_\mu(\tau, \sigma)$ является действительной. Поэтому

формулу для вычисления координат струны (1.13) можно переписать как

$$x_\mu(\tau, \sigma) = Q_\mu + P_\mu \frac{\tau}{\pi\kappa} + \frac{2}{\sqrt{\pi\kappa}} \sum_{n=1}^{+\infty} (\sin(n\tau)\text{Re}\alpha_{n\mu} - \cos(n\tau)\text{Im}\alpha_{n\mu}). \quad (1.17)$$

Мы избавились от мнимых величин в этой формуле и, кроме того, от необходимости суммировать по отрицательным значениям n .

Отметим некоторые формулы для основных характеристик струны. Масса релятивистской струны определяется как

$$M^2 = P_\mu P^\mu. \quad (1.18)$$

Классическое выражение для спина струны имеет вид

$$J^2 = \frac{1}{2} \left(S_{\mu\nu} S^{\mu\nu} - \frac{2}{M^2} P_\nu S^{\nu\rho} P^\sigma S_{\sigma\rho} \right), \quad (1.19)$$

где

$$S_{\mu\nu} = -\frac{i}{2} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{+\infty} \frac{\alpha_{-n\mu} \alpha_{n\nu} - \alpha_{-n\nu} \alpha_{n\mu}}{n} \quad (1.20)$$

есть часть углового момента струны, обусловленная внутренним движением. Эти величины определяются, исходя лишь из начальных условий и, разумеется, сохраняются. Стоит обратить отдельное внимание на то, что, если струна не обладает начальным растяжением, величина J по определению обязана быть нулевой.

2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАЛИБРОВКИ И НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ НАЧАЛЬНО ПРОТЯЖЁННЫХ КВАРК-ГЛЮОННЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ СТРУН

2.1 СТАТИЧЕСКАЯ КАЛИБРОВКА

Теория релятивистской струны, приводящая к уравнениям движения (1.9) и граничным условиям (1.11), не даёт, однако, представления о виде начальных условий задачи Коши для релятивистской струны, формируемой из партонов в процессе адронизации. Функции, задающие начальные условия, являются модельным произволом и тесно связаны с вопросом калибровки в теории струны.

Дело в том, что наложение условий ОНК (1.8) не фиксирует окончательно параметры τ , σ . Действительно, какие значения параметра τ нужно подставлять в формулу (1.17)? Наиболее наглядно движение релятивистской струны представляется, если параметр τ пропорционален времени t . Такую калибровку называют статической и записывают обычно в следующем виде:

$$(nx) = \lambda\tau, \quad n_\mu = (1, 0, 0, 0), \quad (2.1)$$

где λ – коэффициент пропорциональности, а n_μ – единичный времениподобный вектор.

Статическая калибровка разумна из соображений выполнения законов сохранения в той системе отсчёта, в которой определены импульсы партонов (будем называть её лабораторной, ЛСО). Действительно, полный импульс и угловой момент струны обязаны сохраняться в каждый момент времени t в ЛСО. Но из действия (1.1) следуют законы сохранения для величин, зависящих от параметра τ . Если начальные данные заданы так,

что согласно (1.17) время в точке струны не зависит от её расположения на струне, то есть $t = x_0(\tau, \sigma) = x_0(\tau)$, то каждому моменту времени t будет соответствовать единственное значение параметра τ . Тогда, фиксирование момента времени в лабораторной системе отсчёта эквивалентно фиксированию момента τ , а значит, законы сохранения будут естественным образом выполняться в любой момент времени t . В случае статической калибровки время в ЛСО t и параметр τ связаны линейным образом.

Очевидно, что это накладывает серьёзные ограничения на вид начальных данных задачи Коши: функция $v_0(\lambda)$ обязана быть постоянной величиной. Поскольку распределённый импульс струны $p_\mu(\tau, \sigma)$ есть

$$p_\mu(\tau, \sigma) = \kappa \dot{x}_\mu(\tau, \sigma), \quad (2.2)$$

начальные данные в импульсном виде представляют собой

$$\tilde{p}_\mu(\sigma) = p_\mu(0, \sigma) = \kappa \dot{x}_\mu(0, \sigma) = \kappa v_\mu(\sigma). \quad (2.3)$$

Распределённая энергия струны $p_0(0, \sigma)$ является постоянной величиной и есть полная энергия струны, делённая на π .

Обычно считают, что в статической калибровке распределённый импульс струны является кусочно-постоянной функцией. Вдобавок к этому, модели оперируют начально-точечными струнами, постулируя $\rho_\mu(\sigma) = 0$, $\mu = 0, \dots, 3$. Это позволяет трактовать партоны на струне как «кинки» (точечно приложенные импульсы), приписывая постоянное значение скорости v_i , приходящееся на условный отрезок $[\sigma_i, \sigma_{i+1}]$.

Возникает вопрос о применимости такого предположения. Во-первых, неясно, что представляет собой точечная релятивистская струна. Потенциал цветового поля между партонами, приводящий к конфайнменту, преобладает начиная лишь с определённых пространственных масштабов. Поэтому открытым вопросом остаётся применимость действия Намбу-Гото (1.1) и уравнений движений (1.9) для описания бесцветной системы партонов на малых расстояниях.

Во-вторых, представление о струне, как о разлетающихся из одной точки в противоположных направлениях кварке и антикварке, хорошо моделирует электрон-позитронные столкновения, которые удалось успешно

описать ранними струнными моделями [9]. Однако пространственная картина адронных взаимодействий высоких энергий предполагает более сложное размещение партонов на струне и их относительное движение, как показано на рисунке 2.1.

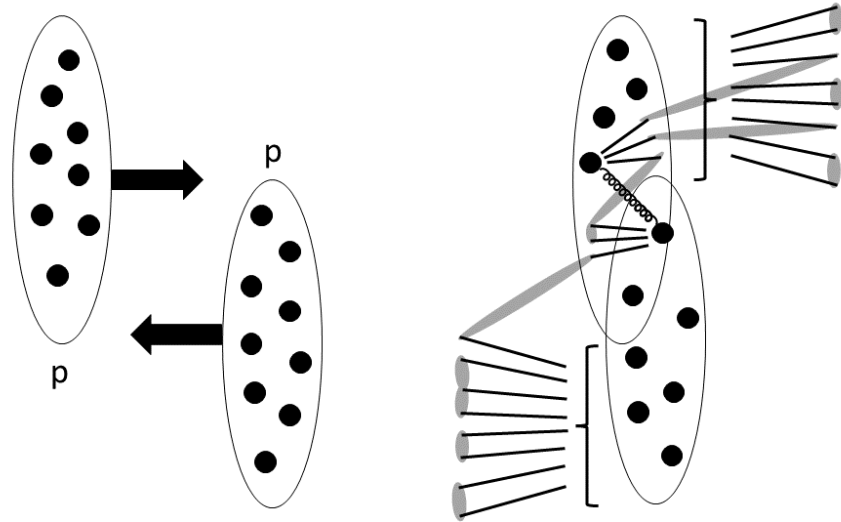


Рисунок 2.1 — Схематичная картина высокоэнергетического протон-протонного взаимодействия. Закрашенными кружочками показаны партоны – валентные кварки, кварки, антикварки и глюоны моря. Линии обозначают партоны, образовавшиеся в результате развития партонного ливня, серыми областями изображены трубки цветового поля, соединяющие партоны в струны

Для пространственно-протяжённых струн задание начального распределённого импульса в виде кусочно-постоянной функции приводит к тому, что бесконечно близкие точки трубки цветового поля изначально движутся с разными скоростями, как будто между ними нет взаимодействия. Реалистичным является задание струны с переменной плотностью импульса $\tilde{p}_\mu(\sigma)$. Кроме того, поскольку дочерние струны образуются в случайный момент времени и начальными данными для них служит конфигурация струны в момент разрыва, удовлетворять приближению точечных струн с кинками они не могут.

Обобщим способ задания начальных условий в статической калибровке для начально-протяжённых релятивистских струн. Для возможно-

сти нанесения произвольного количества глюонов на струну разумно использовать кусочно-линейные функции: тогда функция $\tilde{p}^j(\sigma)$, $j = 1, 2, 3$, задающая начальный распределённый импульс струны, будет непрерывна на всём интервале $[0, \pi]$. Появляется необходимость учитывать потенциальную энергию цветового поля между разнесёнными партонами; это приходится учитывать в начальном условии на нулевую компоненту $\tilde{p}^0(\sigma)$. В итоге, получаем следующий вид начальных данных:

$$\begin{aligned}
\tilde{p}^j(\sigma) &= \cup \tilde{p}_i^j(\sigma); \\
\tilde{p}_i^j(\sigma) &= \frac{2(N-1)}{\pi} \left(\frac{p_{i+1}^j \xi_{i+1} - p_i^j \xi_i}{\sigma_{i+1} - \sigma_i} (\sigma - \sigma_i) + p_i^j \xi_i \right), \quad \sigma \in [\sigma_i, \sigma_{i+1}]; \\
\tilde{p}^0(\sigma) &= \frac{1}{\pi} \left(\sum_{i=1}^{N-1} (p_i^0 + \kappa |\tilde{x}_i - \tilde{x}_{i+1}|) + p_N^0 \right); \\
\tilde{\rho}^j(\sigma) &= \cup \tilde{\rho}_i^j(\sigma); \\
\tilde{\rho}_i^j(\sigma) &= \frac{\tilde{x}_{i+1}^j - \tilde{x}_i^j}{\sigma_{i+1} - \sigma_i} (\sigma - \sigma_i) + \tilde{x}_i^j, \quad \sigma \in [\sigma_i, \sigma_{i+1}]; \\
\rho^0(\sigma) &= 0; \\
\sigma_i &= \frac{\pi}{N-1} (i-1), \quad i = 1, \dots, N; \\
\xi_i &= 1, i = 1, N, \quad \xi_i = \frac{1}{2}, \quad i = 2, \dots, N-1.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Здесь N – число партонов на струне, $N \geq 2$, p_i^μ , $\mu = 0, \dots, 3$, – импульсы партонов, \tilde{x}_i^j , $j = 1, 2, 3$ – их координаты, индекс i нумерует партоны на струне, $i = 1, \dots, N$. Функции $\tilde{p}^j(\sigma)$, $\tilde{\rho}^j(\sigma)$, заданные на всём интервале значений $\sigma \in [0, \pi]$ получаются объединением функций $\tilde{p}_i^j(\sigma)$, $\tilde{\rho}_i^j(\sigma)$, заданных на интервале $\sigma \in [\sigma_i, \sigma_{i+1}]$.

При задании начального импульса согласно (2.4) скорость точек струны линейно меняется от партона к партону и выполняется условие

$$\int_0^\pi \tilde{p}_j(\sigma) d\sigma = P^j = \sum_{i=1}^N p_i^j, \quad j = 1, 2, 3. \tag{2.5}$$

2.2 КВАДРАТИЧНАЯ КАЛИБРОВКА

Несмотря на свою наглядность, статическая калибровка с кусочно-линейными начальными данными (2.4) имеет один существенный недостаток. Дело в том, что хотя для струны, заданной таким образом выполняется условие

$$M_{\text{string}}^2 = E_{\text{string}}^2 - P_{\text{string}}^2 = \left(\int_0^\pi p_\mu(\tau, \sigma) \right)^2 \geq 0, \quad (2.6)$$

оно вовсе не обязано выполняться для фрагментов струны, т.е. выражение

$$M_{\text{fragm}}^2 = \left(\int_{\sigma_1}^{\sigma_2} p_\mu(\tau, \sigma) \right)^2 \quad (2.7)$$

может принимать любой знак. Это легко продемонстрировать на простейшей струне, состоящей из трёх безмассовых партонов: кварка, глюона и антикварка, разлетающихся из одной точки. Пусть кварк летит вдоль оси z с импульсом 1 ГэВ, а антикварк - с импульсом -1 ГэВ. Глюон вылетает с импульсом 1 ГэВ вдоль оси x . Тогда характеристики струны следующие: полный импульс струны $\vec{P} = (1, 0, 0)$ ГэВ, $E_{\text{string}} = 3$ ГэВ, $M_{\text{string}} = \sqrt{8}$ ГэВ. Функциональный вид распределённого начального импульса $\tilde{p}^j(\sigma)$ и энергии $\tilde{p}^0(\sigma)$ показаны на рисунке 2.2.

Видно, что при малых σ величина распределённого импульса по модулю больше, чем распределённой энергии из-за коэффициента $\frac{2(N-1)}{\pi}$ в (2.4), который нужен для нормировки на полный импульс струны. Значит, величина (2.7) вычисленная в этих пределах, будет пространственноподобной, то есть $M_{\text{fragm}}^2 < 0$. Такой фрагмент не может быть отождествлён с новой струной, образовавшейся после разрыва исходной.

Поскольку нет физических соображений, из которых следовало бы такое ограничение на возможную точку разрыва струны, не остаётся ничего, кроме как признать такую калибровку иррелевантной. Конечно, можно попытаться обойти эту проблему, перераспределяя импульс вдоль струны, так, чтобы значение квадрата распределённого 3-импульса струны не превышало квадрат распределённой энергии на всём интервале значений параметра σ . Однако, физические основания для такого трюка, опять-таки, отсутствуют, поэтому необходимо перейти к другому способу задания на-

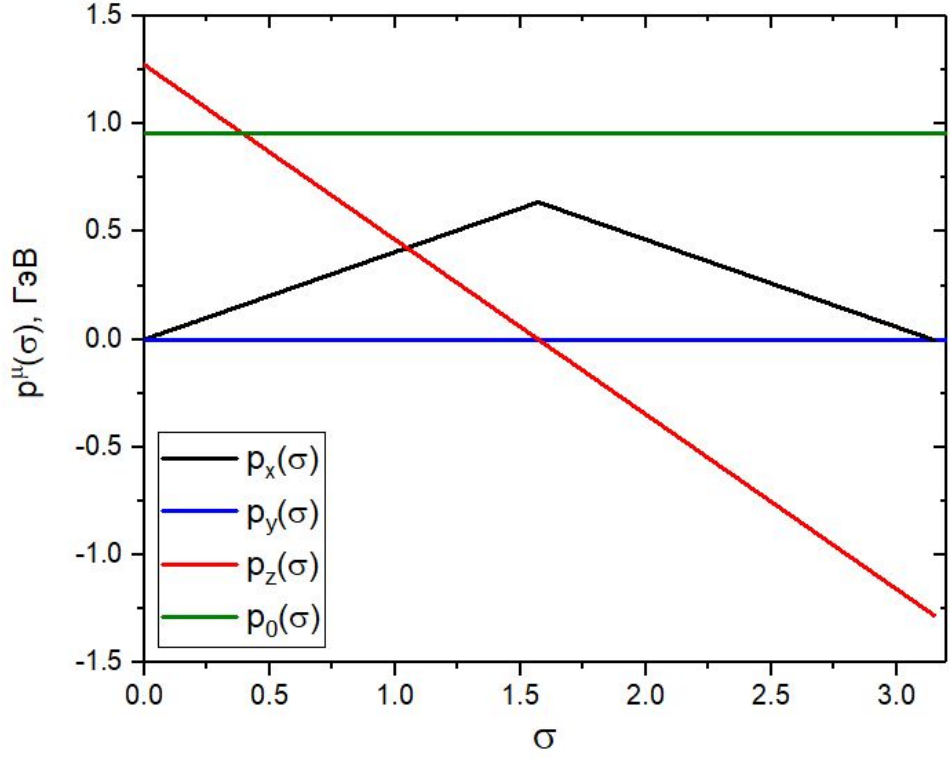


Рисунок 2.2 — Графики распределённого начального импульса и энергии струны

чальных условий.

Описанная проблема исчезает, если начальная распределённая энергия струны тоже задаётся кусочно-линейной функцией:

$$\begin{aligned}
 \tilde{p}^\mu(\sigma) &= \cup \tilde{p}_i^\mu(\sigma); \\
 \tilde{p}_i^\mu(\sigma) &= \frac{2(N-1)}{\pi} \left(\frac{p_{i+1}^\mu \xi_{i+1} - p_i^\mu \xi_i}{\sigma_{i+1} - \sigma_i} (\sigma - \sigma_i) + p_i^\mu \xi_i \right), \quad \sigma \in [\sigma_i, \sigma_{i+1}]; \\
 \tilde{\rho}^j(\sigma) &= \cup \tilde{\rho}_i^j(\sigma); \\
 \tilde{\rho}_i^j(\sigma) &= \frac{\tilde{x}_{i+1}^j - \tilde{x}_i^j}{\sigma_{i+1} - \sigma_i} (\sigma - \sigma_i) + \tilde{x}_i^j, \quad \sigma \in [\sigma_i, \sigma_{i+1}]; \\
 \rho^0(\sigma) &= 0; \\
 \sigma_i &= \frac{\pi}{N-1} (i-1), \quad i = 1, \dots, N; \\
 \xi_i &= 1, i = 1, N, \quad \xi_i = \frac{1}{2}, \quad i = 2, \dots, N-1.
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Здесь используются те же обозначения, что и для (2.4), $p_i^0 = p_{\text{parton},i}^0 + p_{\text{QCD},i}^0$. Поскольку такой вид начальных условий приводит к тому, что время t в

ЛСО зависит от τ как $t \propto \tau^2$, такую калибровку можно назвать квадратичной.

Здесь, однако, возникают трудности с расчётом сохраняющихся величин. Дело в том, что теперь время в ЛСО зависит от параметра σ : $t = x_0(\tau, \sigma)$. Это значит, что фиксированному времени в ЛСО соответствует не единственное значение параметра τ , а определённая функция $\tau(t, \sigma)$, которая есть обратная функция координаты $x_0(\tau, \sigma)$ (1.17).

Как следствие, величина P_μ , определённая в (1.14), больше не является сохраняющимся во времени полным импульсом струны. Чтобы заново определить сохраняющиеся величины, вновь обратимся к действию (1.1). Инвариантность действия (1.1) по отношению к преобразованиям Пуанкаре приводит к наличию сохраняющихся величин [19]: полного импульса струны

$$\mathcal{P}_\mu = - \int_T \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} d\sigma - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x'^\mu} d\tau \right) \quad (2.9)$$

и тензора полного углового момента движения струны

$$\mathcal{M}_{\mu\nu} = - \int_T \left[x_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\nu} d\sigma - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x'^\nu} d\tau \right) - x_\nu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} d\sigma - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x'^\mu} d\tau \right) \right]. \quad (2.10)$$

В ортонормальной калибровке (1.8)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} = -\kappa \dot{x}_\mu, \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x'^\mu} = \kappa x'_\mu.$$

Поэтому получаем следующие выражения

$$\mathcal{P}_\mu = \kappa \int_T (\dot{x}_\mu d\sigma + x'_\mu d\tau), \quad (2.12)$$

$$\mathcal{M}_{\mu\nu} = \kappa \int_T [(x_\mu \dot{x}_\nu - \dot{x}_\mu x_\nu) d\sigma + (x_\mu x'_\nu - x'_\mu x_\nu) d\tau]. \quad (2.13)$$

Пусть граница T задана функцией $\tau = \tau(t, \sigma)$, которая определяется условием $\tau(t, \sigma) = x_0^{-1}(t, \sigma)$ при фиксированном времени в ЛСО. Тогда,

окончательно

$$\mathcal{P}_\mu = \kappa \int_0^\pi (\dot{x}_\mu + x'_\mu \tau'(\sigma)) d\sigma, \quad (2.14)$$

$$\mathcal{M}_{\mu\nu} = \kappa \int_0^\pi [(x_\mu \dot{x}_\nu - \dot{x}_\mu x_\nu) + (x_\mu x'_\nu - x'_\mu x_\nu) \tau'(\sigma)] d\sigma. \quad (2.15)$$

Вычисление величин согласно (2.14), (2.15) более трудоёмкая, но по-прежнему поддающаяся автоматизации задача. Кроме того, осталась возможность несколько упростить расчёты благодаря следующему приёму. Поскольку функция $\rho_0(\sigma)$ задаётся произвольным образом и определяет, по сути, соответствие между параметром τ и временем t в момент $t = 0$, без потери общности можно задавать $\rho_0(\sigma) = 0$. Благодаря этому в момент времени $t = 0$ формулы (2.14), (2.15) принимают вид как в случае статической калибровки. Поэтому, все характеристики струны, которые необходимо вычислить лишь один раз, удобно вычислять в начальном момент времени.

Таким образом, масса струны M_{string} по-прежнему определяется формулой (1.18), а угловой момент струны формулами (1.19), (1.20). Необходимость использовать формулы (2.14), (2.15) возникает при расчёте параметров фрагментов струны перед их созданием.

Отметим, что при использовании квадратичной калибровки меняется способ определения начальных условий для струн-фрагментов. В случае статической калибровки начальные условия для струн-фрагментов $\tilde{\rho}_i^\mu(\sigma)$, $\tilde{v}_i^\mu(\sigma)$, $i = 1, 2$ определяются из функций координат и импульса материнской струны $x^\mu(\tau, \sigma)$, $\dot{x}^\mu(\tau, \sigma)$:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_1^\mu(\sigma) &= x^\mu(\tau(t_{\text{break}}, \sigma'_1), \sigma'_1), \\ \tilde{\rho}_2^\mu(\sigma) &= x^\mu(\tau(t_{\text{break}}, \sigma'_2), \sigma'_2), \\ \tilde{v}_1^\mu(\sigma) &= \frac{\sigma_{\text{break}}}{\pi} \dot{x}^\mu(\tau(t_{\text{break}}, \sigma'_1), \sigma'_1), \\ \tilde{v}_2^\mu(\sigma) &= \frac{\pi - \sigma_{\text{break}}}{\pi} \dot{x}^\mu(\tau(t_{\text{break}}, \sigma'_2), \sigma'_2), \\ \sigma'_1 &= \frac{\sigma_{\text{break}}}{\pi} \sigma, \\ \sigma'_2 &= \frac{\pi - \sigma_{\text{break}}}{\pi} \sigma + \sigma_{\text{break}}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Здесь t_{break} - время разрыва струны в ЛСО, σ_{break} - координата точки раз-

рыва струны. Коэффициенты в функциях $\tilde{v}_i^\mu(\sigma)$, $i = 1, 2$ подбираются так, чтобы сохранить нормировку на полный 4-импульс струны.

Для квадратичной калибровки требуется использовать усложнённые выражения:

$$\begin{aligned}
\tilde{\rho}_1^\mu(\sigma) &= x^\mu(\tau(t_{\text{break}}, \sigma'_1), \sigma'_1), \\
\tilde{\rho}_2^\mu(\sigma) &= x^\mu(\tau(t_{\text{break}}, \sigma'_2), \sigma'_2), \\
\tilde{v}_1^\mu(\sigma) &= \frac{\sigma_{\text{break}}}{\pi} [\dot{x}^\mu(\tau(t_{\text{break}}, \sigma'_1), \sigma'_1) + x'^\mu(\tau(t_{\text{break}}, \sigma'_1), \sigma'_1) \tau'(\sigma'_1)], \\
\tilde{v}_2^\mu(\sigma) &= \frac{\pi - \sigma_{\text{break}}}{\pi} [\dot{x}^\mu(\tau(t_{\text{break}}, \sigma'_2), \sigma'_2) + x'^\mu(\tau(t_{\text{break}}, \sigma'_2), \sigma'_2) \tau'(\sigma'_2)], \\
\sigma'_1 &= \frac{\sigma_{\text{break}}}{\pi} \sigma, \\
\sigma'_2 &= \frac{\pi - \sigma_{\text{break}}}{\pi} \sigma + \sigma_{\text{break}}.
\end{aligned} \tag{2.17}$$

3 ГЕНЕРАТОР АДРОНИЗАЦИИ ATROPOS

3.1 СТРУКТУРА ПРОГРАММЫ

Программа для фрагментации релятивистских кварк-глюонных струн была названа ATROPOS в честь старшей из трёх сестёр мойр в древнегреческой мифологии. Программа реализована на языке C++ на базе программного пакета ROOT [20].

В качестве входных данных генератор ATROPOS принимает партонные состояния, то есть набор кварков, антикварков, глюонов и осколков взаимодействия. На данный момент разработан интерфейс для сшивки с программой PYTHIA, которая применяется не только для генерирования партонных конфигураций, но и для осуществления распадов резонансов.

В пространстве имён ATROPOS определён класс Parton, олицетворяющий любой объект, который может восприниматься как партонное состояние. Для удобства и единообразия дикварк также существует в программе как объект класса Parton. Конструктор класса в общем случае выглядит следующим образом:

```
namespace ATROPOS
{
    class Parton
    {
    public:
        Parton(Double_t e, Double_t q, Int_t color,
              Int_t anticolor, Int_t flavour1, Int_t flavour2,
              Double_t px, Double_t py, Double_t pz,
              Double_t x, Double_t y, Double_t z);
    };
}
```

Любой объект класса `Parton` обладает цветом, антицветом, ароматом, зарядом, а также определённым 4-импульсом и вектором координат точки рождения. В программе используется условие количества цветов в КХД $N_c = 3$, обозначенных $\{r, g, b\} = \{1, 2, 3\}$. Антицвета отличаются знаком, значение 0 используется для обозначения бесцветного объекта либо как указание на отсутствие данного квантового числа. Например, для красного кварка параметр `color = 1`, а `anticolor = 0`. Ароматы в программе обозначены в соответствии с общепринятой нотацией $\{g, d, u, s, c, b, t\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Для возможности определения дикварка как партона, существует характеристика `flavour2`, которая содержит аромат второго кварка. Для остальных партонов эта величина равна 0.

Релятивистская струна в ATROPOS представлена классом `RString`. При создании объекта класса `RString` необходимо передать в функцию-конструктор список партонов, которые соединяются КХД полем в струну. Для струн первого поколения (то есть тех, которые образовались из начальных партонных конфигураций, а не в результате фрагментации) начальные условия определяются согласно (2.8) на основании параметров партонов. Начальные условия для дочерних струн определяются согласно (2.17) после генерации точки разрыва. Все параметры струны, включая фурье-амплитуды, коэффициенты в функциях $x_\mu(\tau, \sigma)$, $\dot{x}_\mu(\tau, \sigma)$, $x'_\mu(\tau, \sigma)$, полный 4-импульс P_μ и угловой момент J , вычисляются с помощью метода `RString::Initialize()`.

Функция инвариантной площади мировой поверхности струны, которая в ОНК (1.8) принимает вид

$$A(\tau) = \kappa \int_0^\tau d\tau' \int_0^\pi d\sigma (\dot{x}_\mu(\tau', \sigma))^2, \quad (3.1)$$

требует значительных вычислительных затрат, поскольку её значение в каждый момент τ получается в результате двумерного интегрирования функции $(\dot{x}_\mu(\tau', \sigma))^2$, которая сама представляет собой числовой ряд. Поскольку для генерации случайной точки разрыва струны требуется многократно вычислять $A(\tau)$, вместо функции (3.1) на практике используется интерполяция, вычисленная в подходящем интервале значений τ .

Для осуществления процедур подготовки, инициализации, фрагмен-

тации струн и расчёта переходов струна-адрон используется класс `FragmentationManager`. Он обладает двумя основными методами: `FragmentationManager::RunFragmentation()` и `FragmentationManager::Hadronize()`. Первый отвечает за описание последовательной фрагментации струн, второй - за расчёт перехода от струны к адрону для дочерних струн. Класс `FragmentationManager` также руководит вводом-выводом в программе и хранит список адронов, образованных в событии.

Адроны в программе представлены классом `Hadron`, который содержит информацию об идентификационном коде частицы в соответствии со стандартом PDG [21], 4-импульсе адрона, его массе и кварковом составе. При инициализации программы создаётся таблица известных адронов, которые могут образоваться в результате адронизации. Полный список адронов и их параметры взяты из таблиц генератора PYTHIA и включает 271 частицу без учёта античастиц.

Поскольку генератор ATROPOS не обладает встроенной процедурой для осуществления распадов резонансов, он использует интерфейс с PYTHIA для получения спектров стабильных частиц.

3.2 РОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ

3.2.1 ГЕНЕРАЦИЯ ТОЧЕК РАЗРЫВА СТРУНЫ

Как уже говорилось выше, в основу модели фрагментации релятивистских кварк-глюонных струн Намбу-Гото ставится закон площади

$$\frac{dP_{\text{break}}}{dA} = P_0 = \text{const.} \quad (3.2)$$

Действуя по аналогии с законом радиоактивного распада, легко получить, что вероятность струны не распасться к моменту τ есть

$$1 - P_{\text{break}}(\tau) = e^{-P_0 A(\tau)} = P_{\text{alive}}(\tau), \quad (3.3)$$

где $A(\tau)$ вычисляется по формуле (3.1). Если разыграть случайное число по закону, определённым функцией $P_{\text{alive}}(\tau)$, получим случайное значение параметра τ_r , соответствующее моменту разрыва, $\tau_r \equiv \tau_{\text{break}}$.

Для функций класса TF1, определённых в ROOT, существует встроенный метод розыгрыша случайной величины $\text{TF1::Random}()$. Благодаря этому в программе достаточно задать функцию $P_{\text{alive}}(\tau)$ согласно (3.3), а затем применить метод $\text{Random}()$ для получения значения τ_{break} .

На следующем этапе разыгрывается случайная точка, в которой порвалась струна, определяемая координатой σ_{break} . Поскольку в закон площади координата σ не входит явно, каждая точка струны равнозначна. Поэтому можно воспользоваться равномерным распределением в пределах $[0, \pi]$.

Теперь можно определить время разрыва струны в ЛСО: $t_{\text{break}} = x_0(\tau_{\text{break}}, \sigma_{\text{break}})$. Координаты и скорости точек струны в момент разрыва определяются формулами

$$\begin{aligned}\vec{x}_{\text{break}}(\sigma) &= \vec{x}(\tau(t_{\text{break}}, \sigma), \sigma), \\ \dot{x}_{\text{break}}^\mu(\sigma) &= \dot{x}^\mu(\tau(t_{\text{break}}, \sigma), \sigma).\end{aligned}\tag{3.4}$$

Здесь $\tau(t_{\text{break}}, \sigma) = (x^0(\tau_{\text{break}}, \sigma))^{-1}$ - обратная функция координаты $x^0(\tau, \sigma)$.

Итак, процедура генерации четырёхмерной координаты точки разрыва определена. Однако, поскольку в данном случае рассматриваются кварк глюонные-струны, обладающие партонами на концах и образующие в конечном итоге адроны с дискретным массовым спектром, в реальности процедура разрыва струны несколько сложнее.

Во-первых, струны-фрагменты не должны быть слишком лёгкими, чтобы стать адронами. Поэтому программа проверяет, не является ли масса потенциальной струны-фрагмента меньше, чем масса самого лёгкого адрона, содержащего кварк, который находится на конце струны. Дочерние струны должны унаследовать кварки на концах материнской струны, каждая по одному со своего конца. Если масса фрагмента оказывается слишком малой для того, чтобы стать хоть каким-то адроном, процедура генерации координаты разрыва σ_{break} запускается снова до тех пор, пока масса фрагментов не будет удовлетворять требуемому условию

Однако кварк-глюонная струна рвётся за счёт рождения пары кварк-

антикварк либо дикварк-антидикварк из КХД вакуума. А значит, необходимо сгенерировать случайную пару партон-антипартон, а затем разместить на концы дочерних струн, не занятые кварками от материнской струны, по одному партону из пары.

В модели задаются соответствующие вероятности для рождения той или иной пары: $P_{u\bar{u}}$, $P_{d\bar{d}}$, $P_{s\bar{s}}$, $P_{uu\bar{u}\bar{u}}$, $P_{ddd\bar{d}\bar{d}}$, $P_{ud\bar{u}\bar{d}}$, $P_{su\bar{s}\bar{u}}$, $P_{sd\bar{s}\bar{d}}$ и $P_{ss\bar{s}\bar{s}}$. Эти вероятности являются свободными параметрами модели и настраиваются под экспериментально измеренные выходы частиц.

В соответствии с вероятностями разыгрывается пара партон-антипартон. Однако, масса струны может оказаться недостаточной для того, чтобы образовать даже самый лёгкий адрон с данным кварковым составом. В этом случае приходится генерировать пару заново, пока не будут подобраны подходящие ароматы кварков.

Лишь после этого создаются и инициализируются дочерние струны. Они передаются в процедуру `Hadronize()`, в которой алгоритм попытается отождествить образованные струны с адронами. Если у него это не получится, вся процедура генерации разрыва струны повторяется вновь. Алгоритм пытается осуществить фрагментацию до тех пор, пока количество попыток не превысит максимальное допустимое, после чего программа прервёт попытки фрагментировать струну должным образом и принудительно сделает двхчастичный распад струны на два самых лёгких допустимых адрона.

Общая схема алгоритма генерации точки разрыва струны представлена на рисунке 3.1. Через m_h^{\min} и m_H^{\min} обозначены масса самого лёгкого адрона, содержащего кварк от материнской струны, и масса самого лёгкого адрона с тем же кварковым составом, что и у дочерней струны после розыгрыша пары кварк-антикварк. n_{tries}^{\max} - параметр, ограничивающий количество попыток на фрагментацию. В программе он взят $n_{\text{tries}}^{\max} = 100$.

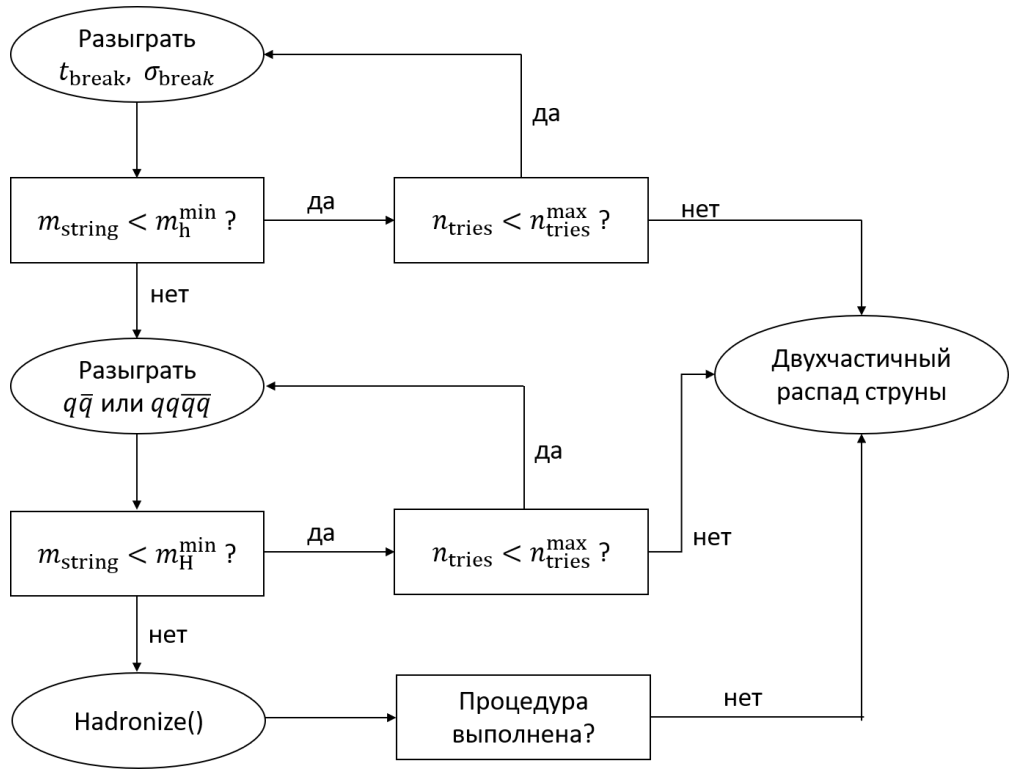


Рисунок 3.1 — Схема алгоритма фрагментации струны в генераторе ATROPOS

3.2.2 ПЕРЕХОД СТРУНА-АДРОН

Полноценная реализация перехода струна-адрон требует квантования теории релятивистской струны. Завершенной и согласованной процедуры для квантования масс струны не существует. Поэтому модель будет неизбежно содержать некоторую параметризацию, описывающую рождение наблюдаемых адронов. Цель – ввести наиболее фундаментальный механизм рождения частиц с наименьшим количеством параметров и с как можно более слабой функциональной зависимостью от параметров, чтобы как можно меньше физики оказалось «спрятанной» внутри параметризации.

В генераторе ATROPOS в роли параметра, отвечающего за переход из состояния струны в адрон, выступает «допуск» на массу при переходе струна-адрон ε , $0 < \varepsilon < 1$, (String-to-Hadron Mass Tolerance, SHMT). Параметризация работает просто: если масса струны лежит в диапазоне $(1 - \varepsilon)m_h \leq m_{\text{string}} \leq (1 + \varepsilon)m_h$, где m_h - наиболее близкая масса адрона с тем же кварковым составом, то она может стать этим адроном.

Возникает определённая трудность. Поскольку адроны в генераторе ATROPOS рождаются на массовой оболочке, переход от струны к адрону не будет удовлетворять сохранению энергии. Чтобы это исправить, в программе используется механизм «hadron-string shoving», то есть перераспределение энергии между образовавшимся адроном и второй струной-фрагментом через взаимодействие.

Коррекция энергии и импульсов адрона и струны осуществляется в три этапа. Первый - переход в систему центра масс (СЦМ) двух струн-фрагментов до отождествления одной из них с адроном, что эквивалентно переходу в систему частицы, двигающейся с импульсом $\vec{p}_0 = \vec{P}_{\text{string},1} + \vec{P}_{\text{string},2}$, энергией $\omega_0 = \omega_{\text{string},1} + \omega_{\text{string},2}$ и массой $m_0 = \sqrt{\omega_0^2 - p_0^2}$. Преобразования Лоренца для перехода в СЦМ для частицы можно записать так:

$$\begin{aligned}\omega_h^* &= \frac{\omega_0 \omega_h - \vec{p}_0 \vec{p}_h}{m_0}, \\ \vec{p}_h^* &= \vec{p}_h - \vec{p}_0 \frac{\omega_h + \omega_h^*}{\omega_0 + m_0}.\end{aligned}\tag{3.5}$$

Для релятивистской струны можно записать преобразования схожим образом:

$$\begin{aligned}\omega_{\text{string}}^*(\sigma) &= \frac{\omega_0 \omega_{\text{string}}(\sigma) - \vec{p}_0 \vec{p}_{\text{string}}(\sigma)}{m_0}, \\ \vec{p}_{\text{string}}^*(\sigma) &= \vec{p}_{\text{string}}(\sigma) - \vec{p}_0 \frac{\omega_{\text{string}}(\sigma) + \omega_{\text{string}}^*(\sigma)}{\omega_0 + m_0}.\end{aligned}\tag{3.6}$$

Здесь $\omega_{\text{string}}(\sigma)$ - распределённая энергия струны, $\vec{p}_{\text{string}}(\sigma)$ - распределённый импульс, $\sigma \in [0, \pi]$.

На втором этапе, рассматривая систему двух струн как компаунд-частицу, находящуюся в покое, осуществим двухчастичный распад на струну и адрон. Полная энергия струны и адрона есть ни что иное, как

$$\begin{aligned}\omega_{\text{string}}^{\text{new}} &= \frac{m_0^2 + m_{\text{string}}^2 - m_h^2}{2m_0}, \\ \omega_h^{\text{new}} &= \frac{m_0^2 - m_{\text{string}}^2 + m_h^2}{2m_0},\end{aligned}\tag{3.7}$$

а модуль импульса

$$p^{\text{new}} = \frac{1}{2m_0} \sqrt{(m_0^2 - (m_{\text{string}} + m_h)^2)(m_0^2 - (m_{\text{string}} - m_h)^2)}.\tag{3.8}$$

На третьем этапе остаётся только сделать обратное преобразование Лоренца, чтобы перейти в ЛСО.

Ещё одним условием для рождения адрона является выполнение закона сохранения полного углового момента системы. Если спин системы сохраниться не может, переход струна-адрон оказывается запрещённым и не осуществляется.

Если выполнить переход струна-адрон не получилось, алгоритм проверяет, не является ли струна слишком лёгкой, чтобы она сама могла образовать дочерние струны. Делается это так: если масса струны меньше удвоенной суммы масс двух самых лёгких адронов, которые можно образовать из кварков на концах струны, то она распадается по двухчастичному каналу на эти два адрона. Если струна массивная, то она сохраняется в программе для дальнейшей фрагментации.

Общая схема процедуры `Hadronize()`, отвечающей за осуществление перехода струна-адрон, представлена на рисунке 3.2.

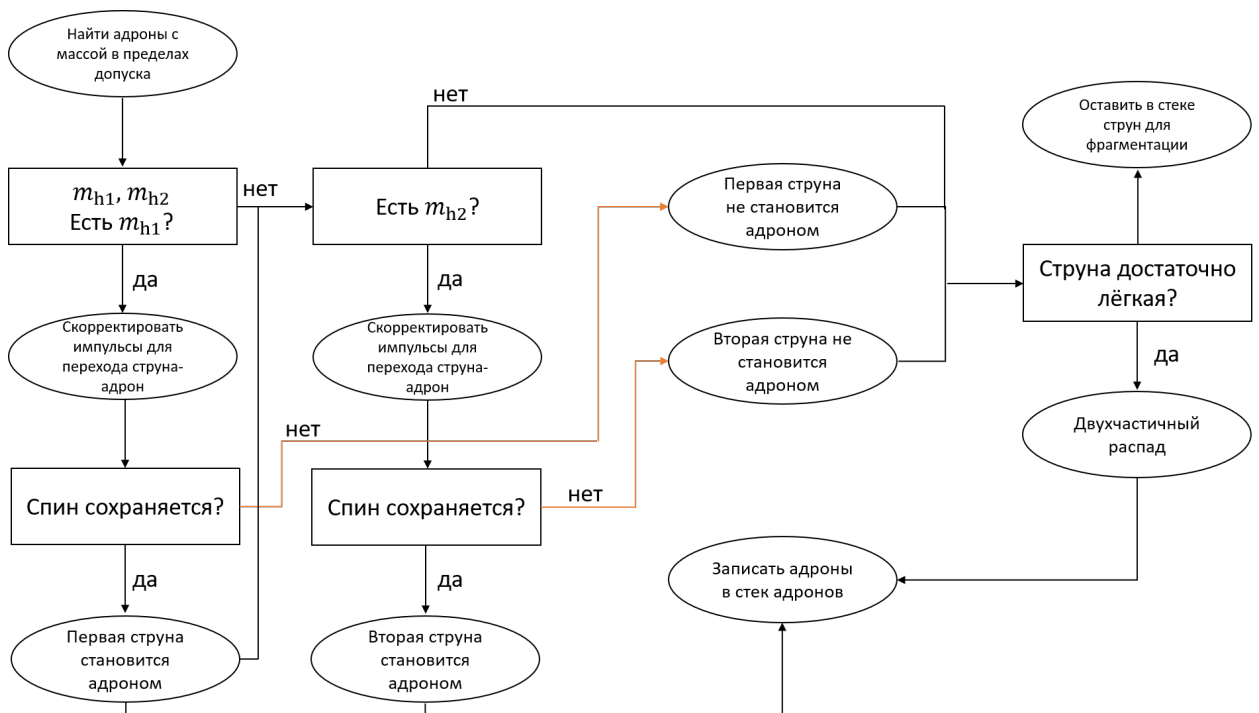


Рисунок 3.2 — Схема алгоритма для перехода струна-адрон в генераторе ATROPOS

3.2.3 СОХРАНЕНИЕ ПОЛНОГО УГЛОВОГО МОМЕНТА СТРУНЫ

Точный переход между струной и адронами требует также выполнения закона сохранения полного углового момента системы. К сожалению, в полной мере реализовать это невозможно из-за проблем с квантованием теории релятивистской струны. Тем не менее, возможно развить модельную классическую интерпретацию этого закона. Можно считать, что полный угловой момент струны (1.19) складывается из спинов образованного адрона и дочерней струны и орбитального углового момента их относительного движения. В результате, сгенерированная точка разрыва струны может отбраковываться в случае, когда пространственного растяжения струны недостаточно для обеспечения выполнения закона сохранения углового момента.

Поскольку масса дочерней струны однозначно определяется точкой фрагментации, данный алгоритм косвенно влияет и на массовый состав вторичных частиц. Удовлетворить закону сохранения углового момента в данном случае проще частицам со спином больше нуля. Так как такие частицы тяжелее пионов, это может приводить к утяжелению массового состава конечных адронов.

Рисунок 3.3 демонстрирует этот механизм для струны между лёгкими кварком и антикварком. Начальные данные задаются следующими импульсами и координатами партонов: $p_q^\mu = \{1, 0, 0, 1\}$ ГэВ, $\tilde{x}_q^\mu = \{0, 1, 0, 0\}$ ГэВ $^{-1}$, $p_{\bar{q}}^\mu = \{1, 0, 0, -1\}$ ГэВ, $\tilde{x}_{\bar{q}}^\mu = \{0, -1, 0, 0\}$ ГэВ $^{-1}$. Пусть условием для отождествления фрагмента струны $[0, \sigma_{\text{break}}]$ или $[\sigma_{\text{break}}, \pi]$ является выполнение неравенства $0.8m_h \leq m_{\text{string}} \leq 1.2m_h$, то есть $\varepsilon = 0.2$. Область значений параметров τ, σ , в которой это условие выполняется, закрашена тёмным цветом.

В качестве критерия для отбора координаты σ_{break} в соответствии с сохранением углового момента, будем считать, что фрагмент струны может быть адроном, если

$$J \leq S_{\text{hadr},1} + J_2 + L, \quad (3.9)$$

где J - спин исходной струны, $S_{\text{hadr},1}$ - спин адрона, который мог бы образоваться из первого фрагмента струны, а J_2 - спин второго фрагмента

струны. Орбитальный угловой момент определяется по формуле

$$L_a^k = \varepsilon_{ijk} Q_a^i P_a^j, \quad i, j, k = 1, 2, 3, \quad a = 1, 2 \quad (3.10)$$

$$L = |\vec{L}_1 + \vec{L}_2|,$$

где ε_{ijk} - абсолютно антисимметричный тензор, Q_a^i - вектор координат центра масс a -ой струны, P_a^j - вектор полного импульса a -ой струны.

Область значений параметров τ , σ , в которой выполняется условие (3.9), на рисунке 3.3 закрашена светлым цветом. Видно, что в случае пиона нет такой конфигурации струны, при которой одновременно выполнялись бы условия на массу и спин. С другой стороны, для ρ -мезона дополнительных ограничений вообще не возникает.

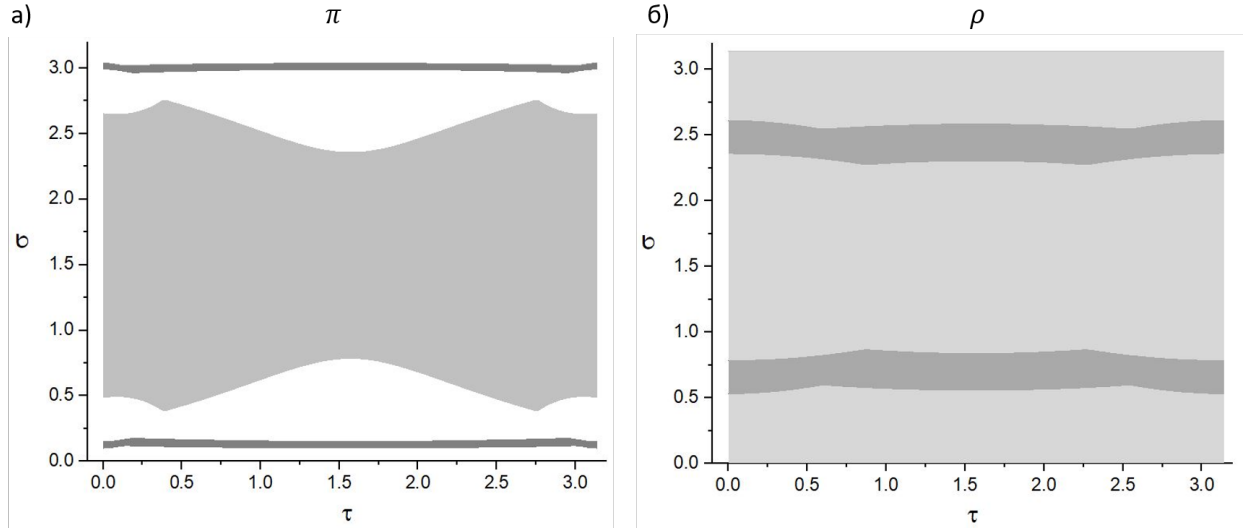


Рисунок 3.3 — Области значений параметров τ , σ , в которых выполняются условия для отождествления фрагмента струны с адроном. Темным цветом показана область, в которой масса фрагмента близка к массе адрона, светлым – область, в которой может удовлетворяться сохранение углового момента заданной струны (см. текст). Рисунок 3.3а демонстрирует результаты для случая, когда адроном является пион, 3.3б – для ρ -мезона

Отметим, что подавление рождения π^0 -мезонов по сравнению с ρ^0 -мезонами при больших x_F , то есть для конфигураций струн с большим угловым моментом, находится в согласии с экспериментальными данными [2]. С точки зрения физики космических лучей, такой механизм мог бы отвечать за уменьшение доли энергии взаимодействия, уносимой π^0 -мезонами в ШАЛ, что способствует увеличению множественности мюонов на уровне

земли. Рождение барионов также усиливается таким механизмом, что тоже может оказаться весьма важным свойством адронных взаимодействий.

4 МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРАГМЕНТАЦИИ СТРУН И НАСТРОЙКА ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ

Всего в модели фрагментации струн, использующейся в генераторе ATROPOS вводится 12 свободных параметров, которые представлены в таблице 4.1 вместе с описанием и стартовыми значениями до начала настройки.

Параметр P_0 из закона площади (3.2) определяет вероятность распада струны к моменту τ . Поскольку движение релятивистской струны периодически, предсказать, как его значение влияет на спектры регистрируемых частиц довольно трудно. Однако его можно связать с характерным размером системы, фрагментирующей на адроны: ≈ 1 Фм. Тогда, в распределении по времени разрыва струны должно наблюдаться значительное подавление для событий с $ct_{\text{break}} \geq 5 \text{ ГэВ}^{-1} - 50 \text{ ГэВ}^{-1} = 1 - 10$ Фм.

Как видно из рисунка 4.1, для значения $P_0 = 10 \text{ ГэВ}^2$, размер системы в среднем сильно меньше характерного размера адрона.

Параметры, определяющие вероятность рождения той или иной пары кварк-антикварк или дикварк-антидикварк, настраиваются по сравнению выходов частиц в моделировании с экспериментом. На рисунке 4.2 показано сравнение рассчитанных выходов мезонов в событиях e^+e^- -аннигиляции с данными эксперимента DELPHI [22] при $\sqrt{s} = 91 \text{ ГэВ}$. На рисунке 4.3 показано аналогичное сравнение для барионов.

Видно, что наибольшую трудность составляют странные частицы, выход которых заметно меньше, чем в эксперименте. Это указывает на необходимость увеличения параметров, связанных с образованием s-кварка относительно легких кварков.

Таблица 4.1 — Свободные параметры генератора ATROPOS

Наименование параметра	Стартовое значение	Описание
P_0	10 ГэВ ²	Постоянная вероятность разрыва струны на единицу площади мировой поверхности
$P_{u\bar{u}} = P_{d\bar{d}}$	0.36	Относительная вероятность образования пары кварк-антикварк
$P_{uu\bar{u}\bar{u}} = P_{dd\bar{d}\bar{d}} = P_{ud\bar{u}\bar{d}}$	0.09	Относительная вероятность образования пары дикварк-антидикварк
$P_{s\bar{s}} = P_{us\bar{u}\bar{s}} = P_{ds\bar{d}\bar{s}}$	0.003	Относительная вероятность образования пары кварк-антикварк/дикварк-антидикварк
$P_{ss\bar{s}\bar{s}}$	0.001	Относительная вероятность образования пары дикварк-антидикварк
ε	0.2	Допуск на массу при переходе струна-адрон (SHMT)
κ	0.2 ГэВ ²	Коэффициент натяжения струны

При этом отмечается весьма хорошее соответствие для пионов и легких барионов. Наблюдается также относительно увеличение выхода ρ -мезонов по сравнению с пионами, однако непосредственно рождение частиц ещё предстоит настроить. Выходы частиц с одним и тем же кварковым составом могут настраиваться как условием сохранения спина системы, так и при помощи SHMT-параметра.

Важным результатом является оценка вклада закона сохранения полного углового момента в механизм рождения частиц. Величины спина струны или орбитального углового момента их движения сами по себе не велики. Это видно из рисунков 4.4 и 4.5. Однако куда важнее разность между

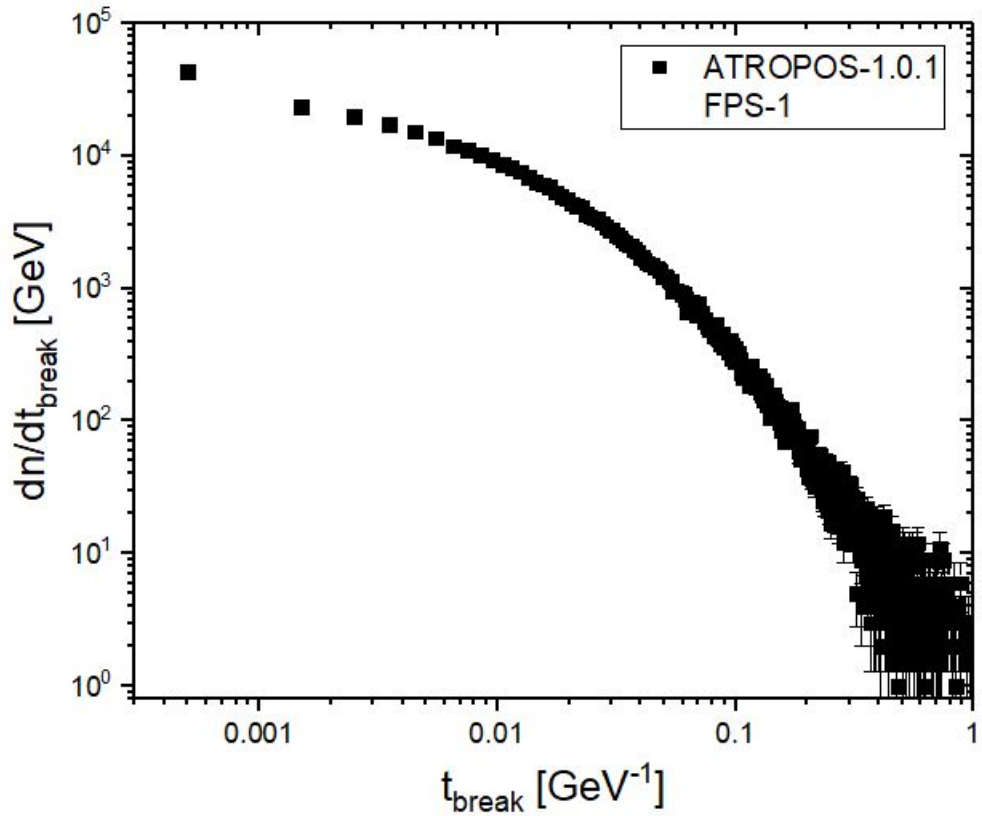


Рисунок 4.1 — Дифференциальное распределение по времени жизни струны

полным угловым моментом системы до потенциального перехода струна-адрон и максимальным угловым моментом системы после перехода, см. формулу (3.9). Распределение по величине $\Delta J = J - (S_{\text{hadr},1} + J_2 + L)$ приведено на рисунке 4.6. Несмотря на малость величины спина струн и орбитального момента их движения, запрещённые переходы (то есть события, для которых $\Delta J > 0$) составляют около 20% всех попыток образовать адрон из струны.

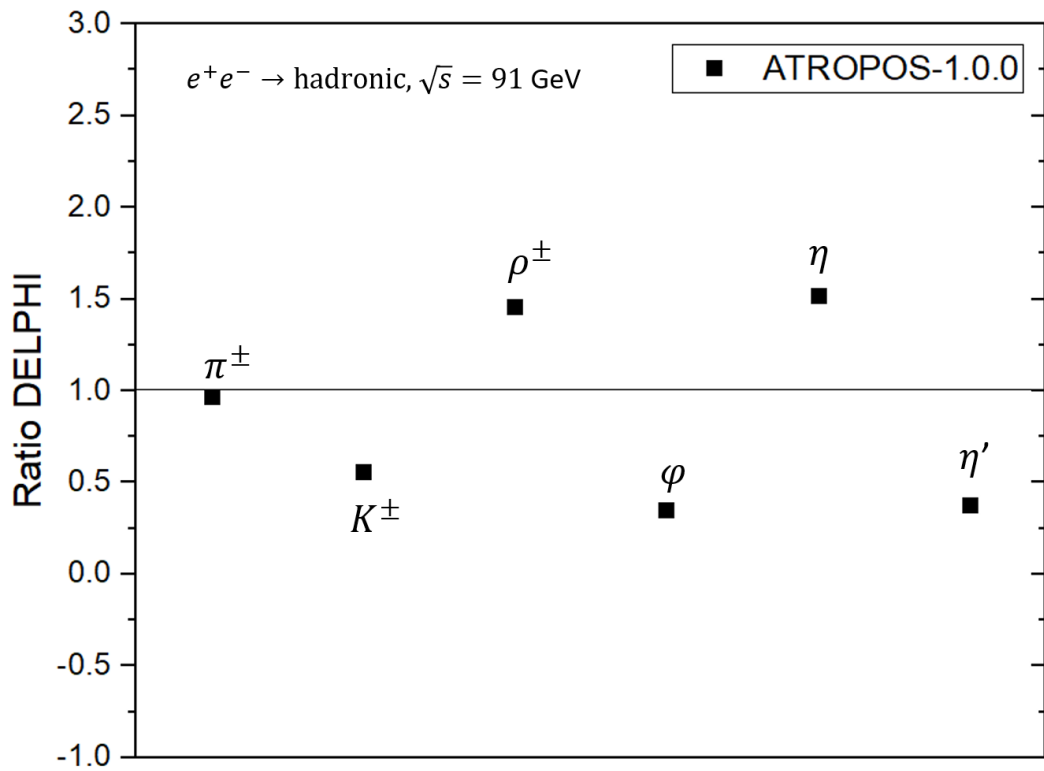


Рисунок 4.2 — Сравнение выходов мезонов в событиях e^+e^- -аннигиляции при энергии $\sqrt{s} = 91$ ГэВ с экспериментом DELPHI

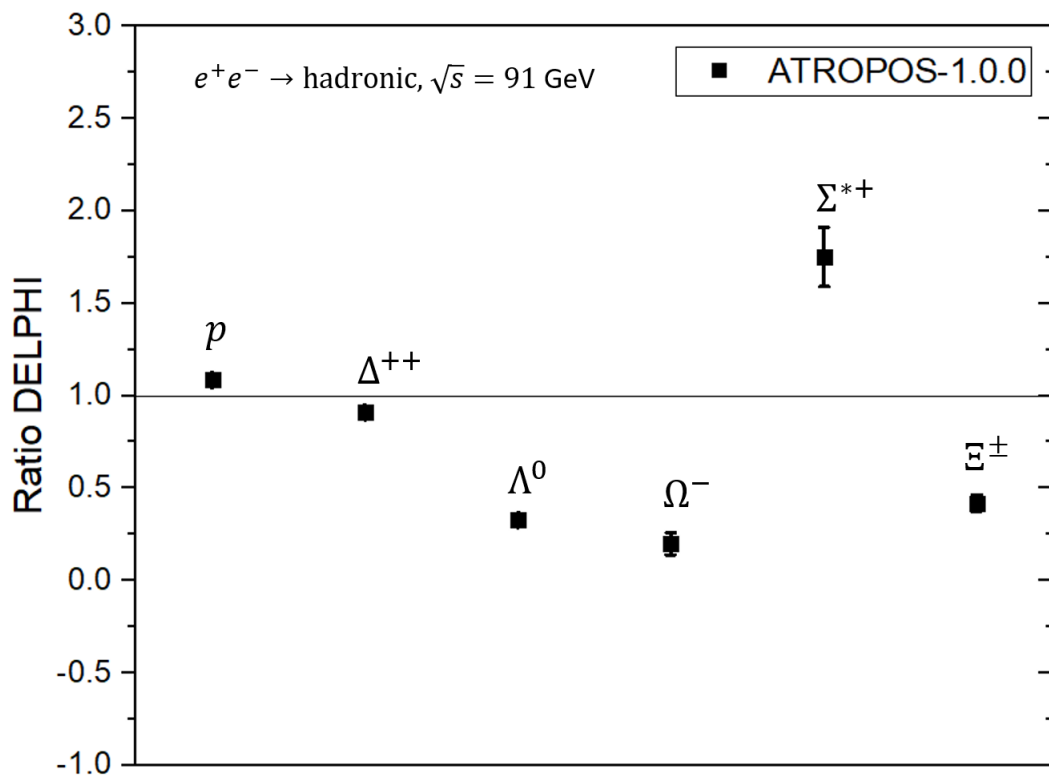


Рисунок 4.3 — Сравнение выходов барионов в событиях e^+e^- -аннигиляции при энергии $\sqrt{s} = 91$ ГэВ с экспериментом DELPHI

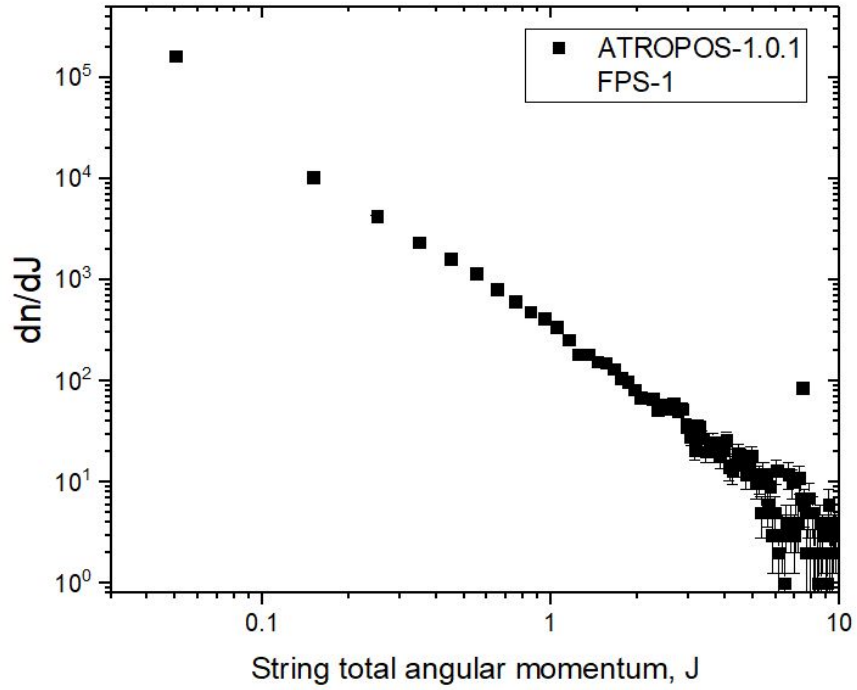


Рисунок 4.4 — Дифференциальное распределение по полному угловому моменту струны для e^+e^- -аннигиляции при энергии $\sqrt{s} = 91$ ГэВ

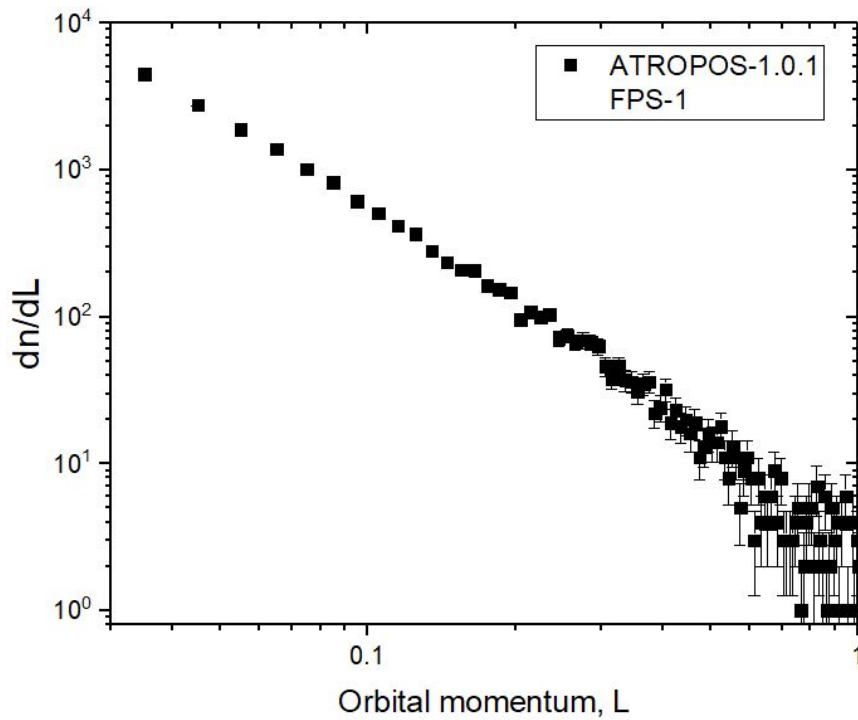


Рисунок 4.5 — Дифференциальное распределение по орбитальному моменту дочерних струн для e^+e^- -аннигиляции при энергии $\sqrt{s} = 91$ ГэВ

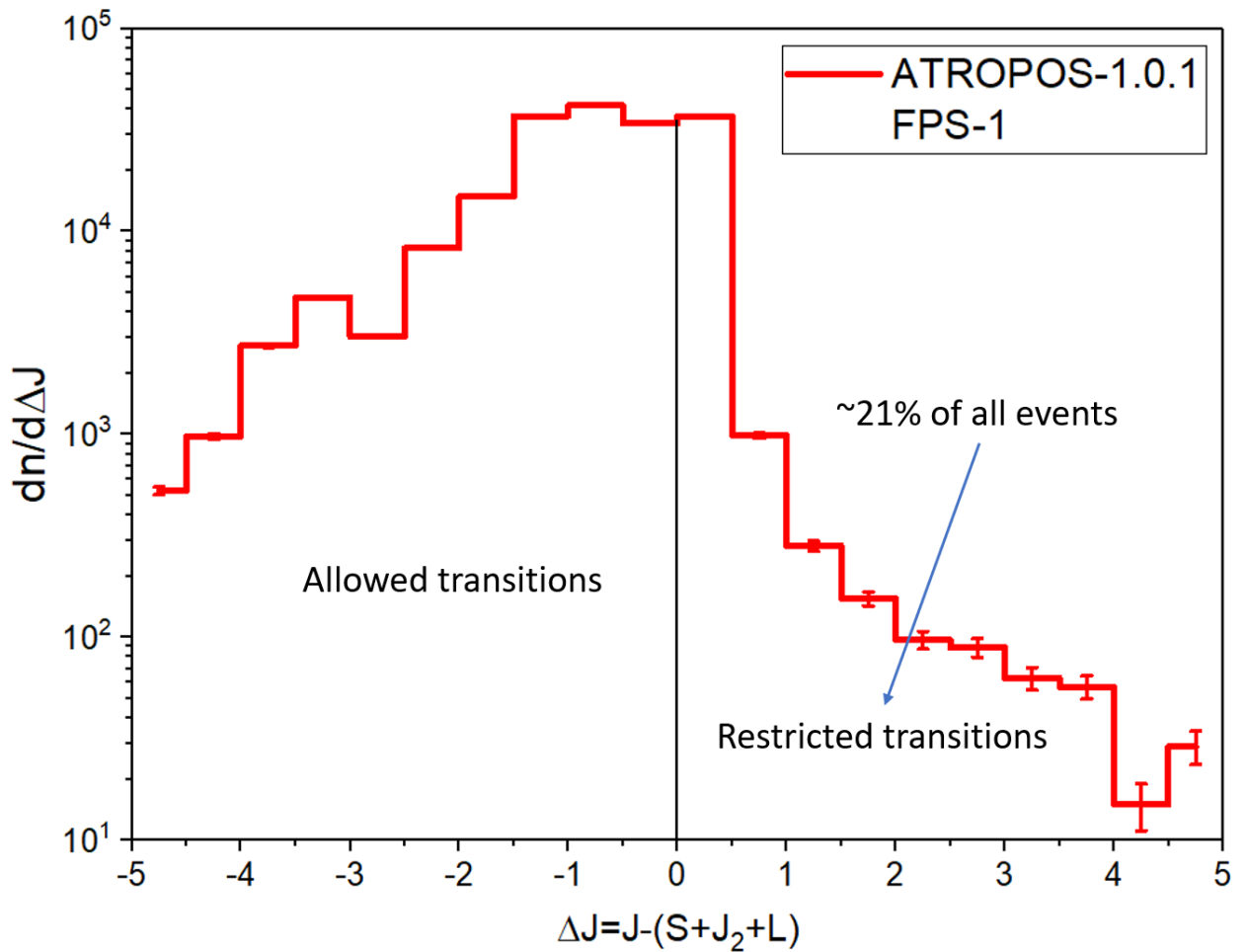


Рисунок 4.6 — Распределение по разности полного углового момента системы до перехода струна-адрон и максимального суммарного момента после для e^+e^- -аннигиляции при энергии $\sqrt{s} = 91$ ГэВ

Полученный результат крайне показателен: сохранение спина, никак не учитываемое в существующих моделях адронизации, может существенно изменять картину рождения адронов. Отметим, что наиболее строгому отбору согласно условию (3.9) подлежат адроны с нулевым спином, из которых подавляюще е количество составляют пионы. Наличие подавления пионов в масштабе порядка 20% может заметно изменить характеристики адронных взаимодействий.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы был разработан и протестирован генератор адронизации по схеме фрагментации релятивистских кварк-глюонных струн Намбу-Гото ATROPOS.

Получена реалистичная калибровка для задания начальных условий задачи о движении релятивистской кварк-глюонной струны. Показано, что наиболее удобно использовать так называемую квадратичную калибровку, в которой все функции начальных импульсов и координат струны задаются кусочно-линейным образом.

Показано, как в квадратичной калибровке формулируются законы сохранения и начальные данные для дочерних струн.

Разработан алгоритм генерации точек разрыва струны с учётом необходимости рождения пары партон-антипартон. Создан алгоритм для осуществления перехода струна-адрон, в котором выполняется закон сохранения энергии-импульса благодаря механизму «hadron-string shoving».

Впервые в модель адронизации введён механизм сохранения полного углового момента системы, благодаря чему возможно определение запрещённых переходов струна-адрон.

Проведён пуск и первичная отладка программы. Проведена тестовая серия моделирования адронизации в адронных событиях e^+e^- -аннигиляции при энергии $\sqrt{s} = 91$ ГэВ. Определены требования к величине некоторых свободных параметров модели.

Несмотря на использование ненастроенных значений параметров, результаты моделирования показывают хорошее соответствие выходов легких адронов экспериментальным данным.

Продемонстрирован эффект появления запрещённых переходов струна-адрон из-за сохранения спина системы. Определено, что доля запрещённых переходов составляет до 20% всех потенциальных случаев рождения адрона из струны.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. ALICE Collaboration, arXiv: 1708.08745 [hep ex], 2017.
2. NA61/SHINE collaboration, arXiv: 1705.08206 [nucl ex], 2017.
3. D. Heck, J. Knapp, J. N. Capdevielle, G. Schatz, T. Thouw CORSIKA: A Monte Carlo Code to Simulate Extensive Air Showers. FZKA 6019 (Forschungszentrum Karlsruhe, 1998).
4. A. A. Petrukhin Muon puzzle in cosmic ray experiments and its possible solution Nucl. Instrum Methods Phys Res A , 742 , 228 231 (2014).
5. H. P. Dembinski , J. C. Arteaga Velázquez, L. Cazon, R. Conceição, J. Gonzalez, Y. Itow, D. Ivanov, N. N. Kalmykov, I. Karpikov, S. Müller, T. Pierog, F. Riehn, M. Roth, T. Sako, D. Soldin, R. Takeishi, et al., Report on tests and measurements of hadronic interaction properties with air showers, EPJ Web Conf. 210, 02004 (2019).
6. T. Pierog, S. Baur, H. Dembinski, M. Perlin, R. Ulrich, K. Werner, When heavy ions meet cosmic rays: potential impact of QGP formation on the muon puzzle, PoS (ICRC2021) 469 (2021).
7. R. D. Field and R. P. Feynman, A parameterization of the properties of quark jets, Nucl. Phys. B 136 (1978).
8. B. R. Webber, A QCD model for jet fragmentation including soft gluon interference, Nucl. Phys. B 238 492 (1984).
9. B. Andersson, G. Gustafson and B. Söderberg, A general Model for Jet Fragmentation, Z. Phys. C 20, 317 (1983).

10. D. A. Morris, A Framework for the Fragmentation of the Massless Relativistic String, *Nuc. Phys. B* 288, 717 (1987).
11. T. Sjöstrand, S. Mrenna, P. Z. Skands, A brief introduction to PYTHIA8.1, *Comput. Phys. Commun.* 178, 852 (2008); arXiv:0710.3820 [hep-ph].
12. D. A. Morris, The Relativistic String in the Caltech-II Model of Hadronization and Electron-Positron Annihilation (PhD thesis, California Institute of Technology 1987).
13. H. J. Drescher, M. Hladik, S. Ostapchenko, T. Pierog, K. Werner, Parton based Gribov-Regge theory, *Phys. Rep.* 350, 93 (2001); arXiv:hep-ph/0007198 [hep-ph].
14. T. Pierog, Iu. Karpenko, J. M. Katzy, E. Yatsenko, and K. Werner, *Phys. Rev. C* 92, 034906 (2015).
15. D. Amati and G. Veneziano, Preconfinement as a property of perturbative QCD, *Phys. Lett. B* 83, 87 (1979).
16. C. Bierlich, G. Gustafson and L. Lönnblad, Collectivity without plasma in hadronic collisions, (Lund University, 2022). arXiv:1710.09725v1.
17. Y. Nambu, Quark model and the factorization of the Veneziano amplitude, In R. Chand, editor, *Symmetries and Quark Models*, Gordon and Breach: New York, 269 (1970).
18. X. Artru, G. Mennessier, String model and multiproduction, *Nucl. Phys. B* 70, 93 (1974).
19. Б. М. Барбашов, В. В. Нестеренко, Модель релятивистской струны в физике адронов (ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ, Москва, 1987).
20. R. Brun, F. Rademakers, ROOT - An Object Oriented Data Analysis Framework, *Proceedings AIHENP'96 Workshop*, Lausanne. 1996.
21. L. Garren, I. G. Knowles, T. Sjöstrand et al, Monte carlo particle numbering scheme. *Eur. Phys. J. C* 15, 205–207 (2000). <https://doi.org/10.1007/BF02683426>

22. DELPHI Collaboration, Tuning and test of fragmentation models based on identified particles and precision event shape data. *Z. Phys. C* 73. 11-60 (1996).