О БФКЛ спектре в КХД и $N = 4$ суперсимметричной теории Янг-Миллса

ОТЧЁТ О
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

Студент: Юшин В.О.
Руководитель: Алфимов М.Н.

29 января, 2024 г.

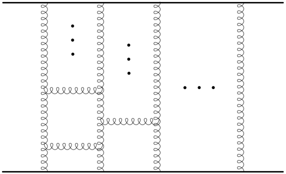
Полное сечение высокоэнергетического рассеяния двух бесцветных частиц A и B может быть записано в терминах факторов адронизации $\Phi_i(q_i)$ как (Kotikov, Lipatov'2000)

- $$\sigma(s) = \int \frac{d^2q\; d^2q'}{(2\pi)^2\; q^2\; q'^2}\, \Phi_A(q)\, \Phi_B(q') \int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{d\omega}{2\pi i} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\omega} G_\omega(q,q'),$$

где $s_0 = |q|\,|q'|$ и $s = 2\, p_A\, p_B$.

Для парциальной волны t-канала справедливо следующее уравнение Бете-Салпитера

$$\begin{aligned} \omega\; G_\omega(q,q_1) &= \delta^{D-2}(q-q_1) + \\ &+ \int d^{D-2}q_2\; K(q,q_2)\; G_\omega(q_2,q_1), \end{aligned}$$



где $K(q_1,q_2)$ – ядро интегрального уравнения.

Померон и Оддерон

Собственные значения уравнения зависят от ω, которые в свою очередь классифицируются набором чисел. Есть разные классы решений уравнения Бете-Салпитера.

- Первый класс классифицируется двумя квантовыми числами: $\omega = \omega(n, \nu)$, целое n (конформный спин) и вещественное ν.

  Этот класс решений называется – Померон.

  Значение ω при $n = 0$ и $\nu = 0$ определяет поведение $\sigma(s)$ при $s \to \infty$.

- Второй класс решений зависит от трёх квантовых чисел – Оддерон. Аналогично, значения квантовых чисел из ω влияет на поведение сечения.

Вычислить эти величины в рамках КХД при высоких порядках по константе связи сложно (у нас есть только диаграммная техника). Но у нас есть принцип максимальной трансцендентальности, который утверждает, что определенная часть ответа из КХД совпадает с ответом в $N = 4$ SYM.

Квантовая Спектральная Кривая

Локальные операторы в $N = 4$ SYM имеют квантовые числа $(J_1, J_2, J_3, \Delta, S_1, S_2)$.

Задача вычисления ω для Померона эквивалентна вычисления $S_1 + 1$ при квантовых числах $J_1 = 2$, $J_2 = J_3 = 0$ и $S_2 = n$. Числа ν и Δ связаны формулой: $\nu = -i\Delta/2$. Т.е. аналогом нахождения $\omega(n, \nu)$ в рамках высокоэнергетического рассеяния в КХД будет являться нахождение $S_1(\Delta, S_2)$ в $N = 4$ SYM.

Аналогичная связь существует для ω в случае Оддеронного состояния.

Одним из основных аспектов интегрируемости N=4 SYM является описание плоского спектра в терминах конечного набора функциональных уравнений, известных как Квантовая Спектральная Кривая (QSC).

QSC сопоставлен уникальный набор функций $\boldsymbol{P}_a(u)$ и $\boldsymbol{Q}_i(u)$ (с $a, i = 1, ..., 4$), которые имеют фиксированную аналитическую структуру и удовлетворяют множеству связанных разностных уравнений, называемых QQ-системой.

БФКЛ режим в $N = 4$ SYM

Режим БФКЛ определяется когда:

- Для Померона спин $S_1 \to -1$, константа связи $g \equiv \sqrt{\lambda}/(4\pi) \to 0$ и отношение $\Lambda \equiv g^2/(S_1 + 1)$ является конечным. Приближение БФКЛ в лидирующем порядке соответствует суммированию всех степеней $\left[g^2/(S_1+1)\right]^n$. Приведенная выше λ – константа 'т Хофта.

  Результат связи S_1 и Δ в $N = 4$ SYM (Lipatov'1993):

  $$S_1 + 1 = 4g^2 \left[-\psi\left(\frac{1}{2} - \frac{\Delta}{2}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\Delta}{2}\right) + 2\psi(1) + \mathcal{O}(g^2) \right],$$

  где $\psi(x) = \Gamma'(x)/\Gamma(x)$.

- Для Оддерона подобно, но $S_1 \to -2$, $\Lambda \equiv g^2/(S_1 + 2)$ и $\left[g^2/(S_1+2)\right]^n$.

Асимптотика и аналитические свойства основных Q-функций

Для физических состояний все Q-функции имеют степенную асимптотику при больших u:

$$\mathbf{P}_a \sim A_a\, u^{-\tilde{M}_a}, \qquad \mathbf{P}^a \sim A^a\, u^{\tilde{M}_a - 1}, \qquad \mathbf{Q}_i \sim B_i\, u^{\hat{M}_i - 1}, \qquad \mathbf{Q}^i \sim B^i\, u^{-\hat{M}_i},$$

где

$$\tilde{M}_a = \left\{ \frac{J_{1+2-3}}{2} + 1, \frac{J_{1-2+3}}{2}, -\frac{J_{1-2-3}}{2} + 1, -\frac{J_{1+2+3}}{2} \right\},$$

$$\hat{M}_i = \left\{ \frac{\Delta - S_{1+2}}{2} + 1, \frac{\Delta + S_{1+2}}{2}, -\frac{\Delta + S_{1-2}}{2} + 1, -\frac{\Delta - S_{1-2}}{2} \right\}.$$

$\mathbf{P}$- и $\mathbf{Q}$-функции по крайней мере имеют квадратичные точки ветвления при $u = \pm 2g$. Естественное предположение об их аналитической структуре на определяющем листе:

Заключение и дальнейшая работа

Уравнение на две Q-функции (при $j = 1, 3$) (Alfimov'2018; Klabbers, Preti, Szecsenyi'2023):

- для случая Померона

$$\left(\frac{\Delta^2 - 1 - 8u^2}{4u^2} + \frac{g^2}{\Lambda} \cdot \frac{(\Delta^2 - 1)\Lambda - u^2}{2u^4}\right) \boldsymbol{Q}_j(u) + \\ + \left(1 - \frac{ig^2}{2(u-i)\Lambda}\right) \boldsymbol{Q}_j(u-i) + \left(1 + \frac{ig^2}{2(u+i)\Lambda}\right) \boldsymbol{Q}_j(u+i) = 0,$$

- для случая Оддерона

$$-\frac{1 + 8u^2 - \Delta^2 + 2gI_1}{2u^{5/2}} \boldsymbol{Q}_j(u) + \\ + \frac{2(u-i) - igI_1}{(u-i)^{3/2}} \boldsymbol{Q}_j(u-i) + \frac{2(u+i) + igI_1}{(u+i)^{3/2}} \boldsymbol{Q}_j(u+i) = 0.$$

$I_1 = I_1(\Delta)$ – модифицированная функция Бесселя.

В дальнейшем планируется найти поправки к уравнению для Оддерона по степеням g.