Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ОТЧЁТ О
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

О БФКЛ спектре в КХД и $N = 4$ суперсимметричной теории Янг-Миллса

Научный руководитель ________ к. ф. - м. н. М.Н. Алфимов

Студент ________ В.О. Юшин

Москва 2024

Содержание

1 Введение

$N = 4$ Теория Супер-Янга-Миллса играет важную роль в нашем понимании квантовых теорий поля, особенно в контексте AdS/CFT. Благодаря принципу максимальной трансцендентности Котикова-Липатова некоторые результаты, полученные в этой теории, могут быть напрямую экспортированы в более реалистичную планарную КХД.

2 Рассеяние при высоких энергиях

Полное сечение $\sigma(s)$ высокоэнергетического рассеяния двух бесцветных частиц A и B может быть записано в терминах факторы адронизации $\Phi_i(q_i)$ как

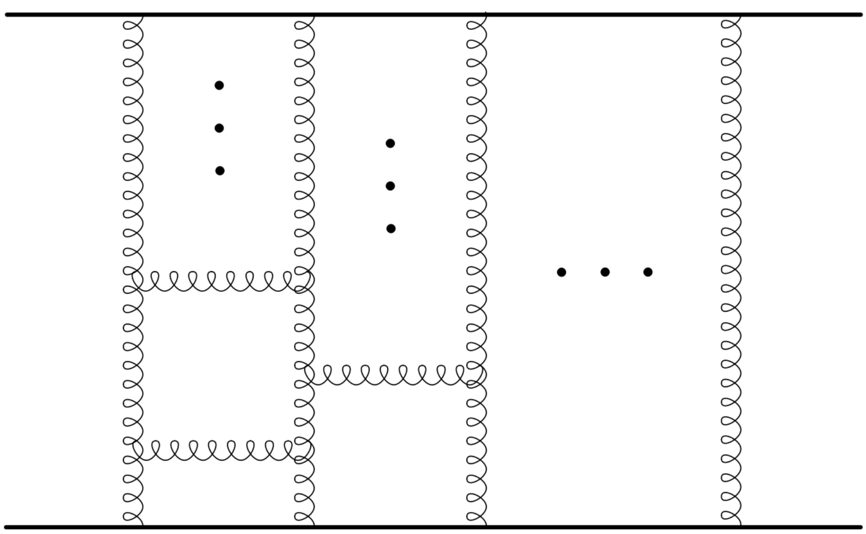
$$\sigma(s) = \int \frac{d^2q\ d^2q'}{(2\pi)^2\ q^2\ q'^2}\ \Phi_A(q)\ \Phi_B(q') \int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty} \frac{d\omega}{2\pi i} \left(\frac{s}{s_0}\right)^{\omega} G_\omega(q,q'), \tag{1}$$

где $G_\omega(q,q')$ – t-канальная парциальная волна глюон-глюонного рассеяния, $s_0 = |q||q'|$ и зависит от поперечных импульсов и $s = 2p_Ap_B$, где p_A и p_B – 4-импульсы частиц A и B соответственно. Для парциальной волны t-канала справедливо следующее уравнение Бете-Салпитера

$$\omega\ G_\omega(q,q_1) = \delta^{D-2}(q-q_1) + \int d^{D-2}q_2\ K(q,q_2)\ G_\omega(q_2,q_1), \tag{2}$$

где $K(q_1,q_2)$ – ядро интегрального уравнения.

Уравнение (2) на G_ω связано с лестницами из глюонов, показанных на рисунке ниже.



3 Померон и Оддерон

Собственные значения уравнения (2) зависят от ω, которые в свою очередь классифицируются набором чисел. Есть разные классы решений уравнения Бете-Салпитера.

Первый класс классифицируется двумя квантовыми числами: $\omega = \omega(n, \nu)$, целое n (конформный спин) и вещественное ν. Этот класс решений называется – Померон. Значение ω при $n = 0$ и $\nu = 0$ определяет поведение $\sigma(s)$ при $s \to \infty$.

Второй класс решений зависит от трёх квантовых чисел – Оддерон. Аналогично, значения квантовых чисел из ω влияет на поведение сечения.

Вычислить эти величины в рамках КХД при высоких порядках по константе связи сложно (у нас есть только диаграммная техника). Но у нас есть принцип максимальной трансцендентальности, который утверждает, что определенная часть ответа из КХД совпадает с ответом в $N = 4$ SYM.

4 Квантовая Спектральная Кривая и БФКЛ режим в $N = 4$ SYM

Локальные операторы в $N = 4$ SYM имеют квантовые числа $(J_1, J_2, J_3, \Delta, S_1, S_2)$.

Задача вычисления ω для Померона эквивалентна вычисления $S_1 + 1$ при квантовых числах $J_1 = 2$, $J_2 = J_3 = 0$ и $S_2 = n$. Числа ν и Δ связаны формулой: $\nu = -i\Delta/2$. Т.е. аналогом нахождения $\omega(n, \nu)$ в рамках высокоэнергетического рассеяния в КХД будет являться нахождение $S_1(\Delta, S_2)$ в $N = 4$ SYM.

Аналогичная связь существует для ω в случае Оддеронного состояния.

Одним из основных аспектов интегрируемости N=4 SYM является описание плоского спектра в терминах конечного набора функциональных уравнений, известных как Квантовая Спектральная Кривая (QSC).

QSC сопоставлен уникальный набор функций $\boldsymbol{P}_a(u)$ и $\boldsymbol{Q}_i(u)$ (с $a, i = 1, ..., 4$), которые имеют фиксированную аналитическую структуру и удовлетворяют множеству связанных разностных уравнений, называемых QQ-системой.

Режим БФКЛ для Померона определяется, когда спин $S_1 \to -1$, константа связи $g \equiv \sqrt{\lambda}/(4\pi) \to 0$ и отношение $\Lambda \equiv g^2/(S_1 + 1)$ является конечным. Приближение БФКЛ в лидирующем порядке соответствует суммированию всех степеней $\left[g^2/(S_1 + 1)\right]^n$. Приведенная выше λ – константа ‘т Хофта.

Результат связи S_1 и Δ в $N = 4$ SYM:

$$S_1 + 1 = 4g^2 \left[-\psi\left(\frac{1}{2} - \frac{\Delta}{2}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\Delta}{2}\right) + 2\psi(1) + \mathcal{O}(g^2) \right], \qquad (3)$$

где $\psi(x) = \Gamma'(x)/\Gamma(x)$.

Для Оддерона подобно, но $S_1 \to -2$, $\Lambda \equiv g^2/(S_1 + 2)$ и $\left[g^2/(S_1 + 2)\right]^n$.

5 Асимптотика и аналитические свойства основных Q-функций

Для физических состояний все Q-функции имеют степенную асимптотику при больших u:

$$\boldsymbol{P}_a \sim A_a\, u^{-\tilde{M}_a}, \qquad \boldsymbol{P}^a \sim A^a\, u^{\tilde{M}_a - 1}, \qquad \boldsymbol{Q}_i \sim B_i\, u^{\hat{M}_i - 1}, \qquad \boldsymbol{Q}^i \sim B^i\, u^{-\hat{M}_i},$$

где

$$\tilde{M}_a = \left\{ \frac{J_{1+2-3}}{2} + 1, \frac{J_{1-2+3}}{2}, -\frac{J_{1-2-3}}{2} + 1, -\frac{J_{1+2+3}}{2} \right\}, \tag{4}$$

$$\hat{M}_i = \left\{ \frac{\Delta - S_{1+2}}{2} + 1, \frac{\Delta + S_{1+2}}{2}, -\frac{\Delta + S_{1-2}}{2} + 1, -\frac{\Delta - S_{1-2}}{2} \right\}, \tag{5}$$

с коэффициентами фиксируемыми приведенными соотношениями (без суммирования по a и j)

$$A^a\, A_a = i\, \frac{\prod_j (\tilde{M}_a - \hat{M}_j)}{\prod_{b \neq a} (\tilde{M}_a - \tilde{M}_b)}, \qquad B^j\, B_j = i\, \frac{\prod_a (\hat{M}_j - \tilde{M}_a)}{\prod_{k \neq j} (\hat{M}_j - \hat{M}_k)}. \tag{6}$$

$\boldsymbol{P}$- и $\boldsymbol{Q}$-функции по крайней мере имеют квадратичные точки ветвления при $u = \pm 2g$. Естественное предположение об их аналитической структуре на определяющем листе:

$\boldsymbol{P}_a$ и $\boldsymbol{Q}_i$ функции могут быть связаны через дифференциальное уравнение четвертого порядка для функций $\boldsymbol{Q}_i$ с коэффициентами построенными из $\boldsymbol{P}_a$.

6 Заключение и дальнейшая работа

Уравнение на Q-функции (при $j = 1, 3$):

- для случая Померона

$$\left(\frac{\Delta^2 - 1 - 8u^2}{4u^2} + \frac{g^2}{\Lambda} \cdot \frac{(\Delta^2 - 1)\Lambda - u^2}{2u^4}\right) \boldsymbol{Q}_j(u) + \\ + \left(1 - \frac{ig^2}{2(u-i)\Lambda}\right) \boldsymbol{Q}_j(u-i) + \left(1 + \frac{ig^2}{2(u+i)\Lambda}\right) \boldsymbol{Q}_j(u+i) = 0,$$

- для случая Оддерона

$$-\frac{1 + 8u^2 - \Delta^2 + 2gI_1}{2u^{5/2}} \boldsymbol{Q}_j(u) + \\ + \frac{2(u-i) - igI_1}{(u-i)^{3/2}} \boldsymbol{Q}_j(u-i) + \frac{2(u+i) + igI_1}{(u+i)^{3/2}} \boldsymbol{Q}_j(u+i) = 0.$$

$I_1 = I_1(\Delta)$ – модифицированная функция Бесселя.

В дальнейшем планируется найти поправки к уравнению для Оддерона по степеням g.

7 Литература

1. A. Kotikov and L. Lipatov, NLO corrections to the BFKL equation in QCD and in supersymmetric gauge theories, Nucl.Phys. B582 (2000) 19–43

2. L. N. Lipatov, Phys. Lett. B309 (1993) 394, preprint DFPD/93/TH/70

3. M. Alfimov, N. Gromov, and G. Sizov, JHEP 07, 181 (2018)

4. R. Klabbers, M. Preti, and I. M. Szécsényi, Regge spectroscopy of higher twist states in N = 4 supersymmetric Yang-Mills theory (2023)