

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ» (НИЯУ МИФИ)

УДК 539.1

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

**ОПТИМИЗАЦИЯ МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ЭФФЕКТА
МИКРОЛИНЗИРОВАНИЯ НА КЛАСТЕРЕ ПЧД**

Научный руководитель _____ Е. С. Шлепкина

Студент Б20-102 _____ Б. Ю. Мучкинова

Консультант _____ К. М. Белоцкий

Москва 2023

Содержание

1	Введение	3
2	Задача	3
2.1	Постановка задачи	3
2.2	Параметры кластера	3
2.3	Константа ρ_0	4
2.4	Период	4
2.5	Оптическая толщина и прозрачность неба для кластерной структуры ПЧД	5
2.6	Прозрачность неба для одиночных ПЧД	5
2.7	Количество звезд для одного кластера	6
2.8	Количество звезд для всех кластеров	6
3	Заключение	7

1 Введение

Открытие LIGO/Virgo гравитационных волн от слияний десятков черных дыр солнечной массы привело к повышенному интересу к первичным черным дырам (ПЧД) как кандидатам в скрытую массу.

ПЧД — это черные дыры, которые образуются в ранней Вселенной. Наиболее часто изучаемым механизмом образования является коллапс больших возмущений плотности, вызванных инфляцией. ПЧД могут формировать скопления. Это может происходить за счет случайного (пуассоновского) пространственного распределения одиночных ПЧД или за счет специфики самого механизма их рождения (например, коллапс доменных стенок, образованных в результате фазовых переходов на стадии инфляции) ([1], [2], [3]).

Одним из наблюдательных проявлений ЧД может являться эффект гравитационного микролинзирования удаленных светил (звезд, квазаров и др.).

Звездное микролинзирование — это временное усиление светимости, которое возникает, когда компактный объект (линза) проходит близко к лучу зрения звезды. Различные обзоры микролинзирования наложили жесткие ограничения на количество компактных объектов в гало Млечного Пути.

При исследовании гравитационных линз часто оказывается достаточным рассмотрение эффекта в приближение тонкой линзы. Это сильно упрощает вычисления, и оправдано тем, что характерные масштабы (расстояние от наблюдателя до источника и линзы) много больше, чем характерный размер линзы (т. е. области, где преимущественно происходит отклонение лучей света).

2 Задача

2.1 Постановка задачи

Конечной целью исследования является пересмотр результатов экспериментов MACHO, OGLE и др, в рамках представления о кластерной структуре первичных черных дыр. Мы используем термин «кластер» по отношению ПЧД во избежание путаницы с термином «скопление», преимущественно использующееся для звезд. В течение текущего семестра в рамках данной задачи выполнялась оценка частоты событий микролинзирования звезды при прохождении по лучу зрения кластера ПЧД при заданных параметрах.

2.2 Параметры кластера

Параметры кластера брались, следуя работе [4]

$R = 1$ пк — радиус кластера

$M = 10^4 M_{\odot}$ — масса кластера

$r_0 = 0.1R$ — радиус ядра кластера ("кора")

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{r_0^3}{(r + r_0)^3}, \quad 0 < r < R$$

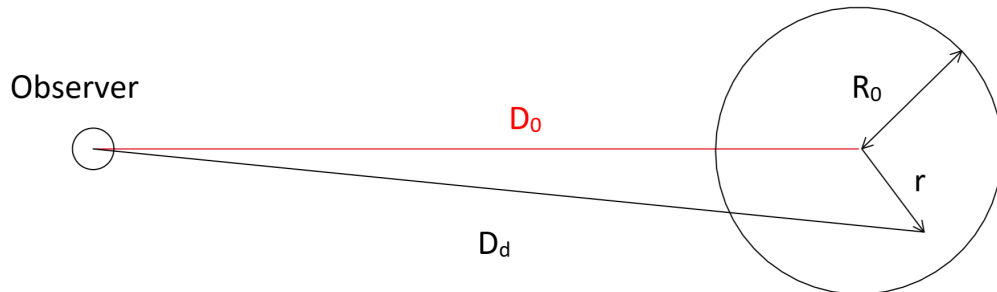


Рисунок 1 — Пояснительный рисунок

2.3 Константа ρ_0

Константу ρ_0 найдем из соотношения:

$$M = \int \rho dV = 10^4 M_\odot, \quad dV = 4\pi r^2 dr$$

$$M = \int_0^{R_0} \rho_0 \frac{r_0^3}{(r+r_0)^3} 4\pi r^2 dr = 4\pi r_0^3 \rho_0 \int_0^R \frac{r^2}{(r+r_0)^3} dr = |R = 1 \text{ пк}, r_0 = 0.1R| = 4\pi r_0^3 \rho_0 \cdot 1.075677$$

$$\rho_0 r_0^3 = 740 M_\odot$$

2.4 Период

Вычислим время между событиями микролинзирования, период T для следующих параметров кластера: массы ПЧД в кластере постоянны, $m = M_\odot$, $r_0 = 0.1R$

$$T(b, m) = \frac{R_E}{v\tau} = \frac{R_E}{v \int \pi R_E^2 \frac{\rho(r)}{m} dx} = \frac{1}{v\pi \left(2r_\odot \frac{D_{ds} D_d}{D_s}\right)^{1/2} \left(\frac{m}{M_\odot}\right)^{1/2} \frac{1}{m} \rho_0 r_0^3 \int_{-\sqrt{R^2-b^2}}^{\sqrt{R^2-b^2}} \frac{1}{(\sqrt{x^2+b^2+r_0})^3} dx}$$

Считаем параметры следующими:

- $v = 200 \text{ км/с} = 2 \cdot 10^5 \text{ м/с}$
- $D_{ds} = 40 \text{ кпк}, D_d = 10 \text{ кпк}, D_s = 50 \text{ кпк}$
- $\rho_0 r_0^3 = 740 M_\odot$
- $m = 0.1 M_\odot, M_\odot, 10 M_\odot$

$$T(b, m) = 1.626 \cdot 10^{12} \cdot \sqrt{\frac{m}{M_\odot}} \cdot \frac{1}{\int_{-y_1}^{y_1} \frac{dy}{(\sqrt{y^2 + (b/R)^2 + r_0/R})^3}} \text{ сек,}$$

где $y = \frac{x}{R}$, $y_1 = \sqrt{1 - (b^2/R^2)}$

Были построены графики зависимости периода T от прицельного параметра b при различных массах ПЧД m

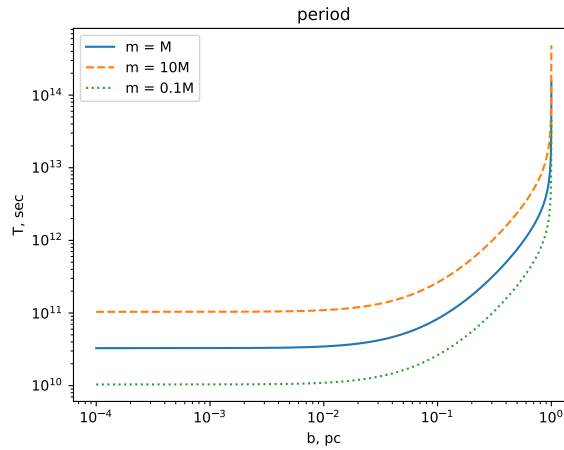


Рисунок 2 — Зависимость периода от прицельного параметра

2.5 Оптическая толщина и прозрачность неба для кластерной структуры ПЧД

Вычислим оптическую толщину $\tau_{\text{кл}}$ для кластерной структуры ПЧД.

$$\tau_{\text{кл}} = \frac{\int_0^{R/D_d} \tau(\tilde{b})n \cdot 2\pi\tilde{b}d\tilde{b}}{\pi(R/D_d)^2},$$

где \tilde{b} – прицельный параметр в угловых единицах, $\tilde{b} = \frac{b}{D_d}$

$$\begin{aligned} \tau_{\text{кл}} &= 4\pi^2 r_{\odot} \frac{1}{\pi(R/D_d)^2} \frac{D_d D_{ds}}{D_s} \frac{\rho_0 r_0^3}{M_{\odot}} \int_{-x_1}^{x_1} \int_0^{R/D_d} \frac{1}{(r+r_0)^3} \cdot \tilde{b} d\tilde{b} dx = 4\pi^2 r_{\odot} \frac{1}{\pi(R/D_d)^2} \frac{D_d D_{ds}}{D_s D_d^2} \frac{\rho_0 r_0^3}{M_{\odot}} \cdot 2.15 = \\ &= \frac{4 \cdot 10 \cdot 10^{-13} \cdot 40 \cdot 740 M_{\odot} \cdot 2.15}{\pi(1/10^4)^2 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot M_{\odot}} = 1.59 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

Домножив $\tau_{\text{кл}}$ на долю неба, покрываемую кластерами, получим прозрачность неба $\langle \tau_{\text{кл}} \rangle$ для ПЧД, собранных в кластеры на расстоянии D_d

$$\langle \tau_{\text{кл}} \rangle = \tau_{\text{кл}} \cdot N_{\text{кл}} \cdot \frac{\pi R_{\text{кл}}^2}{4\pi D_d^2} = \tau_{\text{кл}} \cdot \frac{M_{\text{Гал}}}{M} \cdot \frac{\pi R_{\text{кл}}^2}{4\pi D_d^2} = 1.59 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{10^{12}}{10^4} \cdot \frac{1}{4 \cdot 100 \cdot 10^6} = 3.98 \cdot 10^{-6}$$

При данной модели кластера ПЧД получается, что $\frac{1}{4}$ неба покрыта кластерами. Поэтому стоит рассмотреть другие модельные случаи с точки зрения их большей реализуемости и присутствия эффекта.

2.6 Прозрачность неба для одиночных ПЧД

Вычислим прозрачность неба для одиночных ПЧД, собранных на расстоянии D_d двумя способами, таким образом проведя перекрестную проверку.

Первый способ: Взят из непрофильного учебника

$$\langle \tau \rangle = \int_0^1 \frac{4\pi G \rho}{c^2} \frac{D_d(D_s - D_d)}{D_s} dD_d = \frac{4\pi G}{c^2} D_s^2 \int_0^1 \rho(x)x(1-x)dx,$$

где $x = D_d/D_s$.

$$\rho = \frac{M_{\text{Гал}}}{4\pi D_d^2} \delta(D_d - \bar{D}_d) = |x = D_d/D_s| = \frac{M_{\text{Гал}}}{4\pi x^2 D_s^2} \delta(D_s(x - \frac{\bar{D}_d}{D_s})) = \frac{M_{\text{Гал}}}{4\pi x^2 D_s^3} \delta(x - \bar{x}), \bar{x} = 0.2$$

Тогда

$$\begin{aligned} \langle \tau \rangle &= \frac{4\pi G}{c^2} D_s^2 \frac{M_{\text{Гал}}}{4\pi D_s^3} \int_0^1 \frac{\delta(x - \bar{x})x(1-x)}{x^2} dx = \frac{GM_{\text{Гал}}}{c^2 D_s} \int_0^1 \delta(x - \bar{x}) \frac{(1-x)}{x} = \frac{GM_{\text{Гал}}}{c^2 D_s} \cdot 4 = \\ &= \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{12} \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 4}{9 \cdot 10^{16} \cdot 50 \cdot 3 \cdot 10^{19}} = 3.95 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

Второй способ: более простая формула

$$\langle \tau \rangle = \frac{M_{\text{Гал}}}{m} \frac{\pi R_E^2}{4\pi D_d^2} = \frac{M_{\text{Гал}}}{m} \frac{2\pi r_{\odot} D_d D_{ds} m}{4\pi D_s D_d^2 M_{\odot}} = \frac{M_{\text{Гал}}}{M_{\odot}} \frac{r_{\odot} D_{ds}}{2D_s D_d} = 10^{12} \cdot \frac{3 \cdot 10^5 / 3 \cdot 10^{21} \cdot 40}{2 \cdot 50 \cdot 10} = 4 \cdot 10^{-6}$$

Все формулы дают одинаковые результаты.

2.7 Количество звезд для одного кластера

Вычислим количество звезд \mathcal{N} , испытавших эффект микролинзирования от одного кластера.

$$\mathcal{N} = \int_0^R \tau(b)n \cdot 2\pi b db$$

где n – средняя концентрация звезд на участке площади, заматаемой кластером.

Среднюю концентрацию звезд можно взять из карты БМО, построенной на данных эксперимента МАСНО 3. Оттуда видно, что $n \approx 80 \frac{\text{звезд}}{\text{ед. пл.}}$. За единицу площади на рис.3 взята площадь квадрата со стороной, равной диаметру кластера. Таким образом, $n \approx 80 \frac{\text{звезд}}{4 \text{ пк}^2} = 20 \frac{\text{звезд}}{\text{пк}^2}$

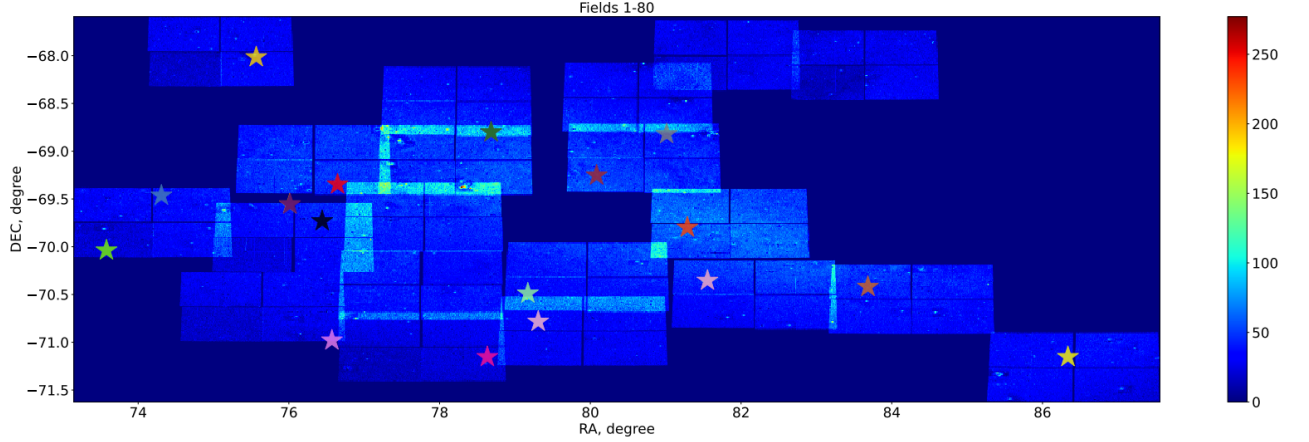


Рисунок 3 — Карта Большого Магелланового Облака

Таким образом, получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{N} &= \int \int \pi R_E^2 \frac{\rho(r)}{m} n \cdot 2\pi b db dx = 4n\pi^2 r_\odot \frac{D_d D_{ds}}{D_s} \frac{m}{M_\odot} \frac{1}{m} \rho_0 r_0^3 \int \int \frac{1}{(r+r_0)^3} \cdot b db dx = \\ &= 4n\pi^2 r_\odot \frac{D_d D_{ds}}{D_s} \frac{\rho_0 r_0^3}{M_\odot} \cdot 2.15116 = 4 \cdot 20 \cdot \pi^2 10^{-13} \frac{10 \cdot 40}{50} \cdot 10^3 \cdot 740 \cdot 2.15116 = 1.006 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

2.8 Количество звезд для всех кластеров

Считая, что вся темная материя сосредоточена в кластерах ПЧД, найдем, количество кластеров

$$N_{\text{clus}} = \frac{M_{\text{Gal}}}{M_{\text{clus}}} = \frac{10^{12} M_\odot}{10^4 M_\odot} = 10^8$$

Найдем, какую часть неба занимает БМО. Угловые размеры БМО следующие: $10.75^\circ \times 9.17^\circ$

$$\text{Таким образом, БМО занимает } \frac{S_{\text{LMC}}}{S_{\text{sky}}} = \frac{98.3025}{41252.96125} = 2.38 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Тогда число кластеров на фоне БМО будет } N_{\text{clus LMC}} = N_{\text{clus}} \frac{S_{\text{LMC}}}{S_{\text{sky}}} = 2.38 \cdot 10^5$$

Таким образом, число звезд, попавших в область всех кластеров на фоне БМО и испытавших эффект микролинзирования равно

$$\mathcal{N}_{\text{DM}} = \mathcal{N} \cdot N_{\text{clus LMC}} = 2.38 \cdot 10^2$$

Следует отметить, что это грубые оценки для количества звезд, испытавших эффект микролинзирования, которые в будущем будут уточнены.

3 Заключение

В данной работе совершенствовалась методика расчета вероятностей эффекта гравитационного микролинзирования фоновой звезды на кластере ПЧД. Были рассмотрены упрощенные модели кластеров для оценки вероятности линзирования фоновых звезд. Для сравнения была оценена аналогичная вероятность для таких же, но одиночных ЧД при таком же упрощенном допущении их массовом и пространственном распределениях в Галактике. В результате получено:

- оценка влияния параметра массы ПЧД на зависимость временного интервала между событиями линзирования одной звезды на кластере от прицельного параметра (см. рис ());
- проведены оценки прозрачности вдоль луча зрения для разных точек кластера, средних прозрачностей всего кластера и всего неба, ими "покрытого"; также проведена оценка прозрачности неба для одиночных ПЧД двумя методами расчета;
- для полученной оценки прозрачности кластеров оценено ожидаемое количество событий линзирования на одном кластере и их множестве.

На основе полученных результатов делается вывод, что развиваемая методика "прошла проверку" по ряду пунктов и указывает на возможность поиска проявлений эффекта, подтверждаемого наблюдениями, или наложения ограничений на модель.

Список литературы

- [1] M.Y. Khlopov, R.V. Konoplich, S.G. Rubin and A.S. Sakharov, *First-order phase transitions as a source of black holes in the early universe*, *Grav. Cosmol.* **6** (2000) 153.
- [2] S.G. Rubin, M.Y. Khlopov and A.S. Sakharov, *Primordial black holes from nonequilibrium second order phase transition*, *Grav. Cosmol.* **6** (2000) 51 [[hep-ph/0005271](#)].
- [3] S.G. Rubin, A.S. Sakharov and M.Y. Khlopov, *The Formation of primary galactic nuclei during phase transitions in the early universe*, *J. Exp. Theor. Phys.* **91** (2001) 921 [[hep-ph/0106187](#)].
- [4] K.M. Belotsky, V.I. Dokuchaev, Y.N. Eroshenko, E.A. Esipova, M.Y. Khlopov, L.A. Khromykh et al., *Clusters of primordial black holes*, *Eur. Phys. J. C* **79** (2019) 246 [[1807.06590](#)].