

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕЛЕНИЯ ЯДЕР И
ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ**

научный руководитель

доцент, доктор физико-
математических наук

Барабанов Алексей Леонидович

студент

Мико Сотер

Москва 2023

Содержание

1	Введение	2
1.1	Определения и аббревиатуры	2
1.2	Различие между процессом первого шанса и процессом с несколькими шансами	2
2	Модель BROSA (MM-RNRM)	3
2.1	Поверхность потенциальной энергии	3
2.2	Обобщенные формы Лоуренса	3
3	Ядерная деформация	7
4	Заключение	7

1 Введение

1.1 Определения и аббревиатуры

Реакция ядерного деления - Процесс расщепления атомных ядер на два (редко на три) ядра с одинаковыми массами – осколками деления. В результате реакций могут образовываться и другие продукты: легкие ядра (в основном альфа-частицы), нейтроны и гамма-кванты. Деление может быть самопроизвольным и вынужденным (в результате взаимодействия с другими частицами, особенно с нейтронами). Деление тяжелых ядер — экзоэнергетический процесс, в результате которого высвобождается большое количество энергии в виде кинетической энергии продуктов реакции, а также излучения.

Барьер деления - Энергия активации, необходимая для того, чтобы ядро атома подверглось делению.

MM-RNRM: Multi-Mode Random Neck-Rupture Model

ADS: Accelerator Driven Systems

При делении при промежуточных энергиях возникают два фактора, которые усложняют описание по сравнению с низкоэнергетическим делением: **деление с несколькими шансами** и **изменяющиеся характеристики деления при высокой энергии**.

1.2 Различие между процессом первого шанса и процессом с несколькими шансами

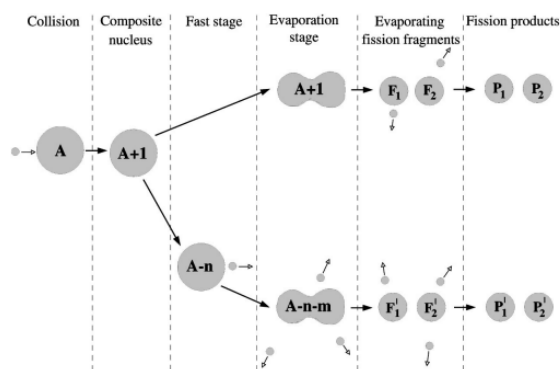


Рис. 1: Схематический рисунок, иллюстрирующий процесс деления [1]

- Если энергия возбуждения ядра мала, и оно делится на два осколка, то это деление первого шанса. Образуются два возбужденных фрагмента F_1, F_2 . Осколки теряют свою энергию, испуская нейтроны и гамма-кванты. В конце концов остаются два продукта деления P_1, P_2 .
- Если энергия возбуждения ядра достаточно высока, то ядро может испустить n нейтронов на первой стадии реакции, m нейтронов в процессе деления, и образуются два возбужденных фрагмента F'_1, F'_2 .
испускание частиц $\rightarrow P_1, P_2$

2 Модель BROSA (MM-RNRM)

Модель BROSA состоит из двух элементов: многоканальной эволюции к этапу разрыва ядра на осколки и модели случайного разрыва шейки между осколками. На этапе разрыва вытянутое ядро состоит из двух предварительно сформированных фрагментов, соединенных шейкой. Согласно модели RNRM (Random Neck Rupture Model) разрыв шейки происходит в случайном месте. В результате образуются два фрагмента деления [1].

При делении ядро эволюционирует от деформации основного состояния к предразрывной деформации. Ключевой вопрос заключается в том, каковы оптимальные траектории? В частности, какова максимальная энергия вдоль оптимальной траектории (высота барьера), каковы симметрия ядра на барьере (в седловой точке) и какова плотность уровней на барьере? С момента открытия деления принято рассчитывать потенциальную энергию ядра в зависимости от формы в терминах модели жидкой капли, в которой потенциальная энергия представляет собой сумму поверхностной и кулоновской энергий. Это описание было впервые использовано Мейтнером и Фришем, но вскоре поставлено на более количественную основу в основополагающей статье Бора и Уилера

2.1 Поверхность потенциальной энергии

Энергия деформации может быть получена макроскопически-микроскопическим методом Струтинского. Основными составляющими являются энергия капли жидкости и оболочечная поправка.

В принципе, потенциальная энергия ядра также может быть получена непосредственно с помощью микроскопического подхода.

2.2 Обобщенные формы Лоуренса

При отслеживании ядра на его пути к расщеплению требуется параметризация его формы, которая способна описать все возможные деформации между основным (сферическим) состоянием и удлинённой (вообще говоря, асимметричной) формой ядра. Ядро состоит из двух предварительно сформированных фрагментов, соединенных шейкой. Модель BROSA использует обобщенные формы Лоуренса для параметризации деформированного ядра:

$$\rho^2(\xi) = (l^2 - \xi^2) \sum_{n=0}^N a_n (\xi - z)^n \quad (1)$$

Форма ядра задается формулой, определяющей зависимость параметра ρ от параметра ξ (см. рисунок 2), а также пятью параметрами:

l - мера удлинения ядра

r - радиус шейки

z - положение самого тонкого места на шейке или самого толстого места, если шейки нет

c - кривизна шейки

s - положение центра масс.

Коэффициенты a_n ($n=0..4$) выражаются через эти пять параметров с помощью следующих условий: радиус шейки должен быть равен r при $\xi = z$, первая производная должна быть равна нулю при $\xi = z$, вторая производная связана с кривизной при $\xi = z$, объем сохраняется, и центр масс покоится.

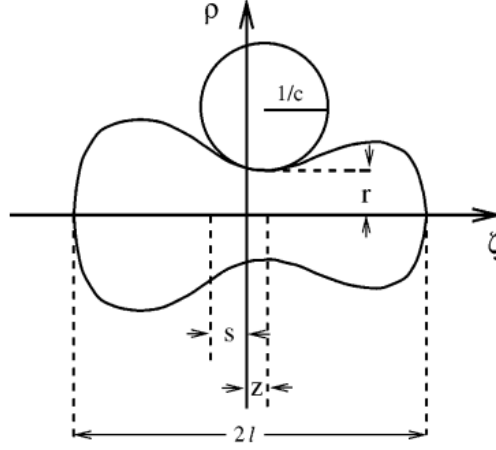


Рис. 2: Геометрический смысл пяти степеней свободы l , r , z , s , and c .

Если $\xi = z$ то

$$\rho^2 = (l^2 - z^2)(a_0 + a_1(\xi - z) + a_2(\xi - z)^2 + a_3(\xi - z)^3 + a_4(\xi - z)^4) = (l^2 - z^2)^2 a_0 = r^2 \quad (2)$$

откуда получаем

$$a_0 = \frac{r^2}{(l^2 - z^2)} \quad (3)$$

Радиус кривизны определяется кривизной окружности, уравнение которой имеет вид

$$(\xi - z)^2 + \left(\rho - \left(r + \frac{1}{c}\right)\right)^2 = \left(\frac{1}{c}\right)^2 \quad (4)$$

поскольку поведение кривизны окружности такое же, как кривизна шейки ядра при $\xi = z$, следовательно, производные одинаковы в этой точке, то есть:

$$\rho'|_{\xi=z} = 0 \quad (5)$$

$$2\rho\rho' = (-2\xi)\left(\sum_{n=0}^4 a_n(\xi - z)^n\right) + (l^2 - z^2)(a_1 + 2a_2(\xi - z) + 3a_3(\xi - z)^2 + 4a_4(\xi - z)^3) \quad (6)$$

Решая уравнение (6), получим,

$$a_1 = \frac{2za_0}{(l^2 - z^2)} \quad (7)$$

Вторая производная функции, описывающей окружность шейки ядра, равна c . Поскольку радиус шейки при $\xi = z$ ведет себя как окружность, кривизна которой равна c , то

$$\rho''|_{\xi=z} = c \quad (8)$$

$$2\rho'^2 + 2\rho\rho'' = -4\xi(a_1 + 2a_2(\xi - z) + 3a_3(\xi - z)^2 + 4a_4(\xi - z)^3) - 2\left(\sum_{n=0}^4 a_n(\xi - z)^n\right) + (l^2 - z^2)(2a_2 + 6a_3(\xi - z) + 12a_4(\xi - z)^2) \quad (9)$$

Решая уравнение, получим:

$$a_2 = \frac{rc}{(l^2 - z^2)} + \frac{l^2 + 3z^2}{(l^2 - z^2)^2} a_0 \quad (10)$$

Исходя из сохранения объема и постоянства положения центра масс, мы можем определить два других коэффициента. Для простоты будем считать, что в основном состоянии объем ядра сферический. Параметр z определяет положение самой тонкой точки на шейке или самой толстой точки фигуры, если шейка отсутствует. Пятый параметр s обозначает положение центра тяжести. Плоскость $\xi = 0$ определяется путем разрезания ядра на две части равной длины l . В случае сферического основного состояния l и r совпадают с радиусом составного ядра r_{CN} .

Чтобы определить объем ядра в процессе деления, мы предположим, что для любой точки поперечное сечение ядра представляет собой окружность с радиусом ρ . Тогда объем V ядра определяется выражением:

$$V = \sum_i \pi \rho_i^2 \Delta \xi = \int_{-l}^l \pi \rho^2(\xi) d\xi = \frac{4}{3} \pi l^3 \quad (11)$$

положение центра масс определяется на основе классического определения центра масс

$$R_c = \frac{\sum_i \eta \pi \rho_i^2 \Delta \xi \xi_i}{\sum_i \eta \pi \rho_i^2 \Delta \xi} = \frac{\int_{-l}^l \rho^2(\xi) \xi d\xi}{\int_{-l}^l \rho^2(\xi) d\xi} = s \quad (12)$$

Интегрируя выражения (11) и (12) при $z = 0$, получаем

$$V = \frac{4a_0 \pi l^3}{3} + \frac{16\pi a_2 l^5}{15} + \frac{72l^7 \pi a_4}{105} = \frac{4\pi l^3}{3} \quad (13)$$

$$R_c = \frac{12l^7 a_3 + 28l^5 a_1}{12l^7 a_4 + 28l^5 a_2 + 140l^3 a_0} = s \quad (14)$$

Решая систему уравнений (13) и (14) получаем

$$a_4 = \frac{35(l^2 - z^2) - 28l^2 rc}{18l^4(l^2 - z^2)} - \frac{63l^4 + 14l^2 z^2 + 35z^4}{18l^4(l^2 - z^2)^2} a_0 \quad (15)$$

$$a_3 = sa_4 + \frac{7s}{3l^2} a_2 - \frac{7}{3l^2} a_1 + \frac{35s}{3l^4} a_0 \quad (16)$$

Мы получили приближенные формулы для постоянных a_{0-4} через параметры, определяющие степени свободы:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{r^2}{(l^2 - z^2)}; & a_1 &= \frac{2za_0}{(l^2 - z^2)} \\ a_2 &= \frac{rc}{(l^2 - z^2)} + \frac{l^2 + 3z^2}{(l^2 - z^2)^2} a_0 \\ a_4 &= \frac{35(l^2 - z^2) - 28l^2 rc}{18l^4(l^2 - z^2)} - \frac{63l^4 + 14l^2 z^2 + 35z^4}{18l^4(l^2 - z^2)^2} a_0 \\ a_3 &= sa_4 + \frac{7s}{3l^2} a_2 - \frac{7}{3l^2} a_1 + \frac{35s}{3l^4} a_0 \end{aligned}$$

Важно подчеркнуть, что этот подход удобен для описания формы делящегося ядра [4]. Чтобы учесть более высокие компоненты деформации, мы должны принять во внимание различные другие факторы, такие как зарядовые коэффициенты, масса фрагментов, температура и т.д.

Пример 1: Вот несколько примеров, иллюстрирующих изменение формы ядра при различных значениях параметров, отвечающих за степени свободы — см. рисунок 3.

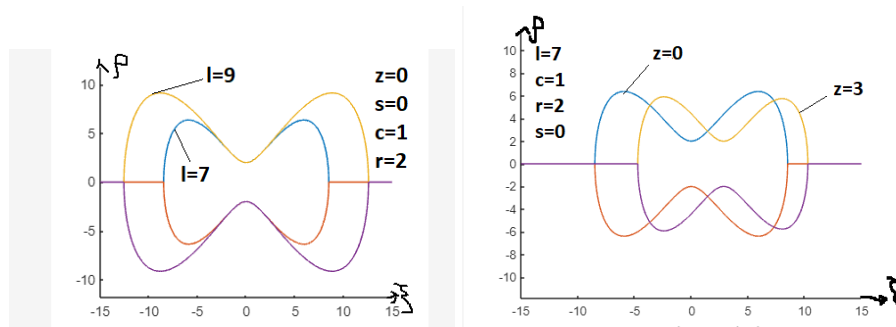


Рис. 3: Различные формы ядра на пути к делению

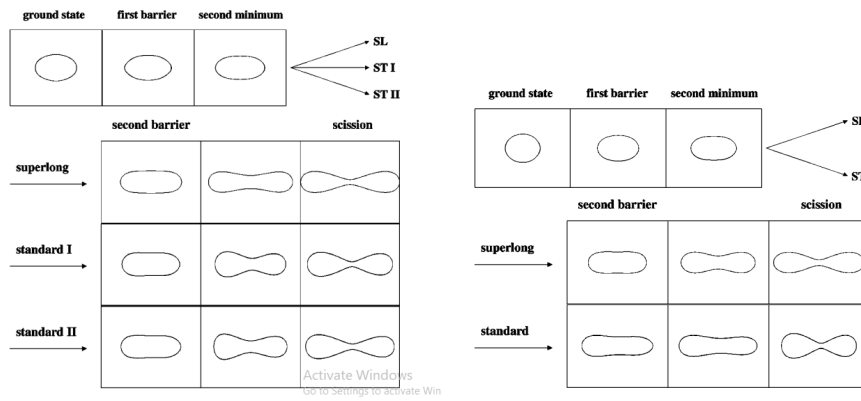


Рис. 4: Эволюция ядерных форм ^{238}U (слева) и ^{208}Pb (справа), начинающаяся в основном состоянии.

Рассмотрим компьютерно сгенерированные формы ядра урана [4] (слева на рис. 4) и свинца (справа на рис. 4). Мы наблюдаем эволюцию формы ядра между основным состоянием и различными формами. Ядро ^{238}U сначала обладает деформацией основного состояния. Далее оно удлиняется на пути к делению. Характерная шейка появляется вскоре после прохождения второго барьера. В сверхдлинной моде ядро более вытянуто, чем в любой другой моде деления [2, 3]. Кроме того, тут имеет место симметричное распределение массы. Для асимметричных режимов стандарта I и II слева находится более тяжелый из двух образующихся фрагментов. Из рисунка видно, что осколки деления, возникающие после разрыва шейки, являются сильно деформированными.

3 Ядерная деформация

На рис. 5 показаны рассчитанные асимметричные и симметричные моды деления ядра ^{243}Am . Видно, что в асимметричной моде происходит деление на большой сферический фрагмент и более мелкий удлинённый деформированный фрагмент.

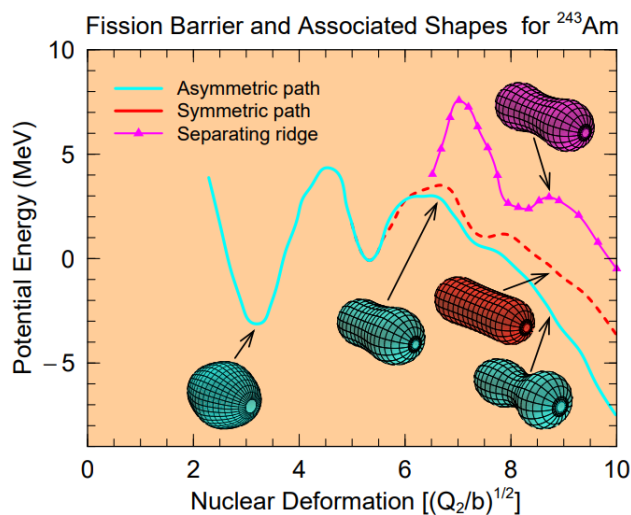


Рис. 5: Барьеры деления ^{243}Am , соответствующие различным модам деления.

4 Заключение

- Изучен ряд современных статей по проблеме деления ядер.
- Выведены формулы для коэффициентов $a_0 - a_4$, входящие в формулу Лоуренса. Эти коэффициенты выражены через 5 параметров, задающих форму деформированного ядра.
- Для некоторых значений параметров, описывающих деформацию ядра, построены формы ядер.

Список литературы

- [1] M. Duijvestijn and Franz-Josef Hambsch. Mass distributions in nucleon-induced fission at intermediate energies. *Phys. Rev. C*, 64, 06 2001.
- [2] Tieshuan Fan, Zhiming Wang, Xin Zhu, Wenjie Zhu, and C. L. Zhong. Study of five-dimensional potential-energy surfaces for actinide isotopes by the macroscopic-microscopic method. *EPJ Web Conf.*, 146:04033, 2017.
- [3] Peter Möller, David G. Madland, Arnold John Sierk, and Akira Iwamoto. Nuclear fission modes and fragment mass asymmetries in a five-dimensional deformation space. *Nature*, 409:785–790, 2001.
- [4] Peter Möller, Arnold J. Sierk, Takatoshi Ichikawa, Akira Iwamoto, Ragnar Bengtsson, Henrik Uhrenholt, and Sven Åberg. Heavy-element fission barriers. *Phys. Rev. C*, 79:064304, Jun 2009.