

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»  
(НИЯУ МИФИ) ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 539.1.07

**ОТЧЕТ**  
**О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ**  
**ПОТЕНЦИАЛ В МОДЕЛИ "ТЯЖЕЛОГО" КВАРКОНИЯ**

Студент \_\_\_\_\_ Е. А. Завидов

Научный руководитель

д.ф-м.н. \_\_\_\_\_ С. Р. Слабоспицкий

Москва 2024

# Содержание

|   |                       |   |
|---|-----------------------|---|
| 1 | Введение              | 3 |
| 2 | Кулоновский потенциал | 4 |
| 3 | Потенциал Корнелла    | 5 |
| 4 | Заключение            | 6 |

# 1 Введение

Кварконий - мезон, состоящий из кварка и антикварка одного "аромата". Наиболее известными примерами таких мезонов являются  $J/\psi$  и  $\Upsilon$  мезоны, которые являются  $1S$  состояниями чармония  $c\bar{c}$  и боттомония  $b\bar{b}$  соответственно.

Из-за того, что скорости  $c$  и  $b$  кварков в соответствующих мезонах приблизительно равны  $0.3c$  и  $0.1c$ , расчет параметров чармония и боттомония допускает использование модели эффективного потенциала и потому сводится к решению стационарного уравнения Шредингера.

$$-\frac{1}{2\mu} \frac{d^2u}{dr^2} + \left( \frac{l(l+1)}{2\mu r^2} + V(r) \right) u(r) = Eu(r) \quad (1)$$

Здесь  $\mu = \frac{m_c m_{\bar{c}}}{m_c + m_{\bar{c}}}$  приведенная масса пары кварк-антикварк,  $l$  относительный орбитальный момент.

В данной работе рассматриваются модели чармония с эффективными потенциалами вида:

$$V(r) = -\frac{a_1}{r} \quad (2)$$

$$V(r) = -\frac{a_2}{r} + b_2 r \quad (3)$$

Для каждого потенциала находятся значения параметров, при которых полученный спектр энергий связанных состояний лучше всего совпадает с экспериментальным.

## 2 Кулоновский потенциал

Самым простым потенциалом, учитывающим взаимодействие между кварками, является кулоновский потенциал вида (2). Уравнение (1) принимает вид

$$-\frac{1}{2\mu} \frac{d^2 u}{dr^2} + \left( \frac{l(l+1)}{2\mu r^2} - \frac{a_1}{r} \right) u(r) = Eu(r) \quad (4)$$

Вводя безразмерный параметр длины  $\rho = r\mu$ , уравнение (4) переписывается в следующей форме

$$\frac{d^2 u}{d\rho^2} + \left( -\frac{l(l+1)}{\rho^2} + \frac{2a_1}{r} + \epsilon \right) u = 0 \quad (5)$$
$$\epsilon = \frac{2E}{\mu}$$

Численное решение уравнения (5) для положительных энергий связи в области эффективного радиуса кварконицевого состояния дает значение параметра  $a_1 = -11.605$  и  $\chi^2 = 0.5667$ .

Полученное значение параметра означает отталкивание кварков или, что то же самое, равенство зарядов  $s$  и  $\bar{c}$  кварков, что является прямым противоречием экспериментальным данным. Поэтому кулоновский потенциал не может объяснить спектр масс состояний чармония.

### 3 Потенциал Корнелла

Самым большим недостатком потенциала вида (2) является пренебрежение сильным взаимодействием кварков. Для исправления этого недостатка вводится линейное по  $r$  слагаемое, которое отвечает за эффект конфайнмента кварков. Полученный потенциал (3) получил название потенциала Корнелла и его детальному изучению посвящены [1, 2, 3].

Используя данный потенциал, уравнение (1) принимает вид

$$-\frac{1}{2\mu} \frac{d^2 u}{dr^2} + \left( \frac{l(l+1)}{2\mu r^2} - \frac{a_2}{r} + b_2 r \right) u(r) = E u(r) \quad (6)$$

Вводя безразмерные параметры

$$\begin{aligned} \rho &= (b\mu)^{\frac{1}{3}} r \\ \lambda &= \frac{a\mu^{\frac{2}{3}}}{b^{\frac{1}{3}}} \\ \epsilon &= \frac{2E\mu^{\frac{1}{3}}}{b^{\frac{2}{3}}} \end{aligned}$$

Уравнение (6) переписывается в форме

$$-\frac{d^2 u}{d\rho^2} + \left( \frac{l(l+1)}{\rho^2} - \frac{2\lambda}{\rho} + 2\rho \right) u = \epsilon u \quad (7)$$

Для численного решения уравнения используется метод Нумерова, подробности которого изложены в [4, 5]

Наилучшее соответствие достигается при  $a = 0.2$   $b = 0.17 \text{ GeV}^2$ . При этом параметр хи-квадрат равен  $\chi^2 = 0.1254$ .

## 4 Заключение

В ходе данной работы рассматривались модели чармония с эффективными потенциалами вида (2) и (3). Для каждого из них были получены значения феноменологических параметров, определены энергии связанных состояний для потенциала Корнелла и построены радиальные распределения вероятности.

Таблица 1: Значения масс состояний чармония

|      | $\Psi^{1S}$ | $\Psi^{2S}$ | $\Psi^{3S}$ | $\Psi^{1P}$ | $\Psi^{2P}$ | $\Psi^{3P}$ |
|------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Exp  | 3097        | 3686        | 4040        | 3556        | 3927        | 4310        |
| Corn | 3097        | 3626        | 4046        | 3430        | 3874        | 4256        |

В данной работе не учитывались вклады от спин-спинового и спин-орбитального взаимодействий, поэтому дальше планируется скорректировать результаты с учетом вышеназванных поправочных членов.

## Список литературы

- [1] Geoffrey T. Bodwin, Daekyoung Kang, and Jungil Lee. Potential-model calculation of an order- $v^2$  nonrelativistic QCD matrix element. *Physical Review D*, 74, 2006.
- [2] E. Eichten, K. Gottfried, T. Kinoshita, K. D. Lane, and T. M. Yan. Charmonium: The model. *Phys. Rev. D*, 17:3090–3117, 1978.
- [3] Wei-Jun Deng, Hui Liu, Long-Cheng Gui, and Xian-Hui Zhong. Charmonium spectrum and electromagnetic transitions with higher multipole contributions. *Physical Review D*, 95(3), 2017.

- [4] Wei-Jun Deng, Hui Liu, Long-Cheng Gui, and Xian-Hui Zhong. Spectrum and electromagnetic transitions of bottomonium. *Physical Review D*, 95(7), 2017.
- [5] CAI Chong-Hai and LI Lei. Radial equation of bound state and binding energies of  $\xi^-$  hypernuclei. *Chinese Physics C*, 27(11):1005–1008, 2003.

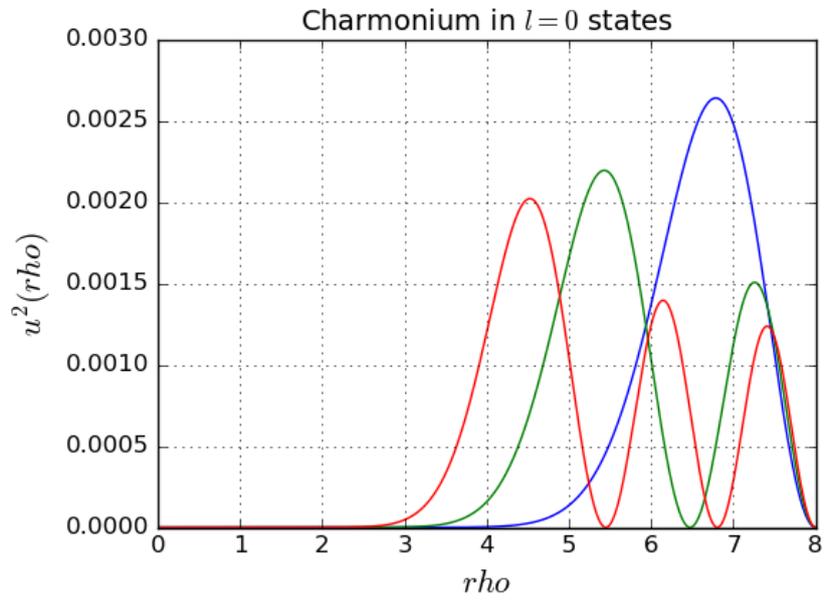


Рис. 1:  $|u(\rho)|^2$  для  $l = 0$  в кулоновском потенциале

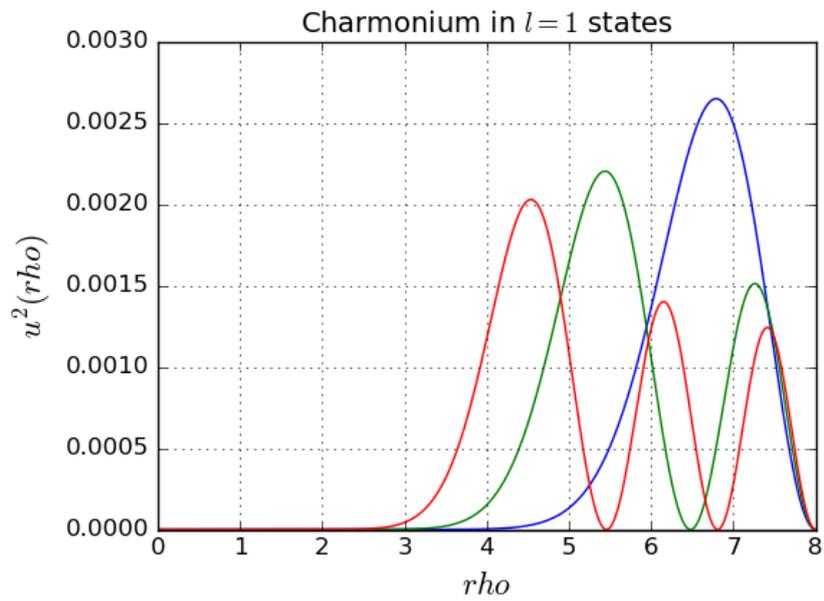


Рис. 2:  $|u(\rho)|^2$  для  $l = 1$  в кулоновском потенциале

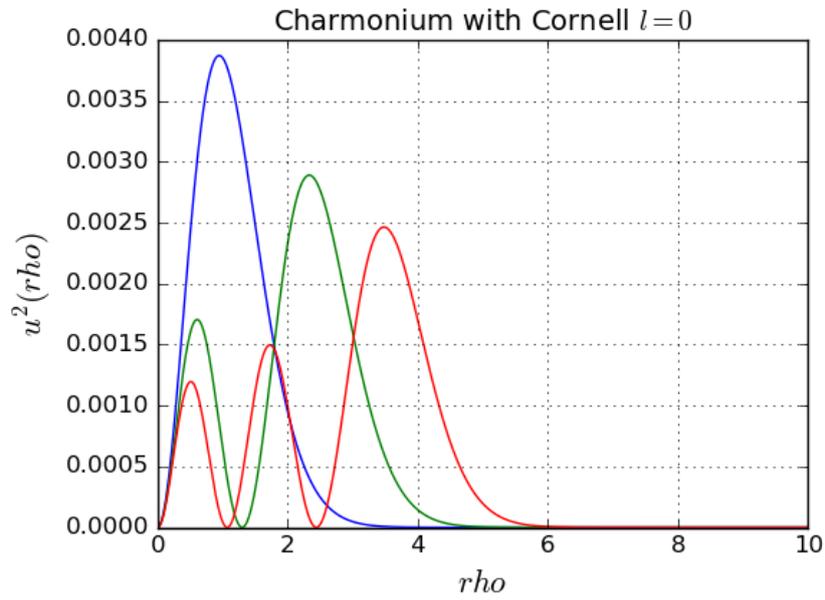


Рис. 3:  $|u(\rho)|^2$  для  $l = 0$  в потенциале Корнелла

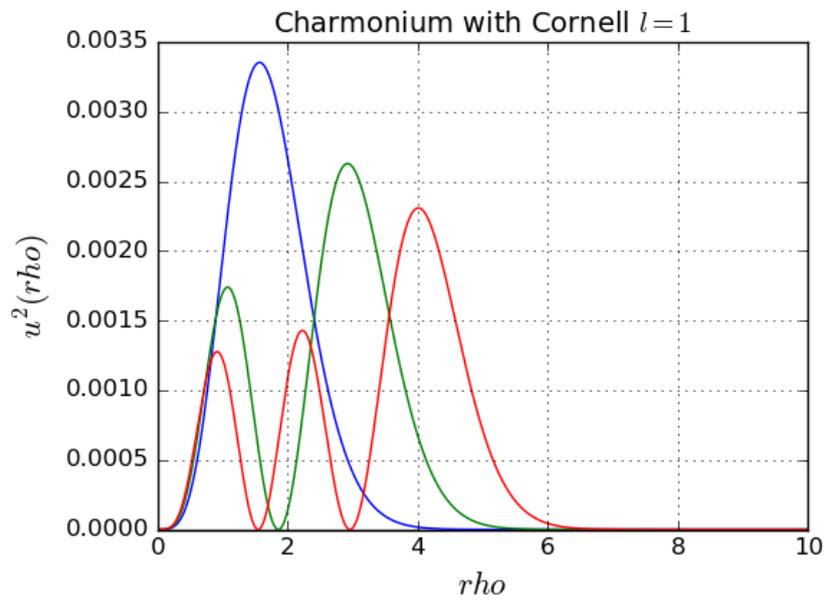


Рис. 4:  $|u(\rho)|^2$  для  $l = 1$  в потенциале Корнелла