

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)
ИНСТИТУ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 539.1.05

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
**ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПЕРЕСМОТРА
ОГРАНИЧЕНИЯ ДОЛИ ПЕРВИЧНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР В СКРЫТОЙ
МАССЕ ДЛЯ КАРЛИКОВЫХ ГАЛАКТИК**

Студент Б21-102

_____ Кузнецова К.М.

Научный руководитель,
д.ф.-м.н.

_____ Белоцкий К.М.

Москва 2023

СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ.....	2
1 ВВЕДЕНИЕ.....	3
2 ПЕРВИЧНЫЕ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ.....	4
2.1 РОЛЬ ПЧД.....	4
2.2 ОГРАНИЧЕНИЕ ДОЛИ ПЧД	4
3 КЛАСТЕРЫ ПЕРВИЧНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР	6
3.1 ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА КЛАСТЕРИЗАЦИИ НА ОГРАНИЧЕНИЯ ДОЛИ ПЧД В СМ.....	6
4 ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ С ПЧД.....	7
5 ШАРОВЫЕ СКОПЛЕНИЯ И КАРЛИКОВЫЕ ГАЛАКТИКИ	8
5.1 ШАРОВЫЕ СКОПЛЕНИЯ	8
5.2 КАРЛИКОВЫЕ ГАЛАКТИКИ	8
6 ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПЕРЕСМОТРА ОГРАНИЧЕНИЯ ДОЛИ ПЧД В СМ ДЛЯ КГ.....	9
7 ПЕРЕСМОТР ОГРАНИЧЕНИЯ ДОЛИ ПЧД В СМ В СЛУЧАИ ИХ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ДЛЯ КГ	12
8 ЗАКЛЮЧЕНИЕ	16
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	18

1 ВВЕДЕНИЕ

По состоянию на сегодняшний день существование скрытой массы (СМ) было установлено только благодаря её гравитационному взаимодействию. Следовательно, о природе СМ известно немного, кроме того факта, что она небарионная, нерелятивистская, слабо взаимодействующая и составляет около 26,8% от общей энергии Вселенной [1]. В научной литературе рассматриваются различные кандидаты на роль СМ. Одним из них являются первичные черные дыры (ПЧД) [2–4].

2 ПЕРВИЧНЫЕ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ

2.1 РОЛЬ ПЧД

В ранней Вселенной некоторые флуктуации плотности могли коллапсировать, произведя определенное количество черных дыр, называемых первичными. Эти ПЧД обладают свойствами, которые делают их подходящими кандидатами на роль СМ: они являются нерелятивистскими и имеют размеры (гравитационный радиус) порядка 10^{-8} см ($m_{\text{ПЧД}}/10^{20}$ г), что делает их практически бесстолкновительными объектами. основополагающей работой по ПЧД считается статья Зельдовича и Новикова 1966 года [5], в которой было впервые выдвинуто предположение о существовании объектов, которые сегодня называют ПЧД. В следующие несколько лет, в начале 1970-х годов, вышли работы за авторством Хокинга и Карра, а также их совместная статья [6]. Впоследствии было понято, что ПЧД могут представлять собой (возможно, большую часть) СМ [7].

2.2 ОГРАНИЧЕНИЕ ДОЛИ ПЧД

Существует ряд наблюдательных ограничений на долю ПЧД в общем количестве СМ. Эти ограничения кратко изложены на рисунке 1.

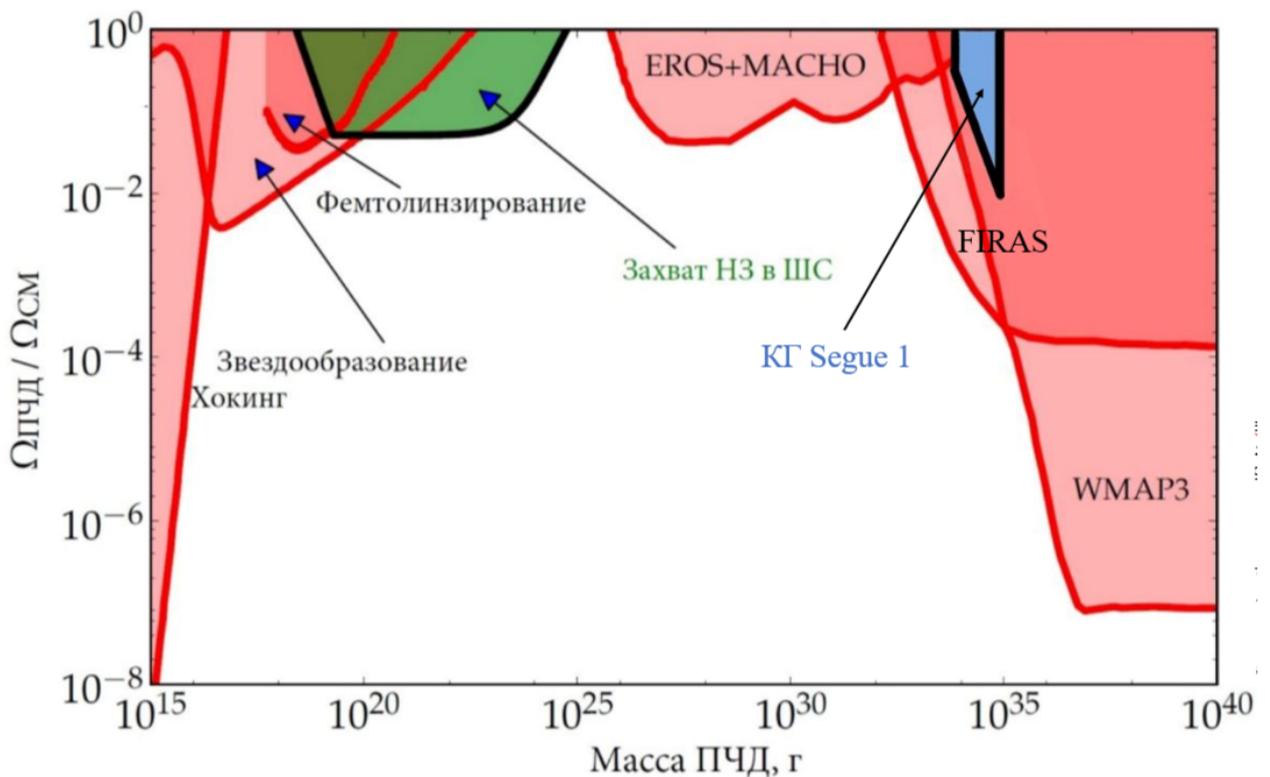


Рисунок 1 — Ограничения на долю ПЧД в общем количестве СМ, полученные из различных наблюдений. В закрашенном зеленом регионе показано ограничение, которое должно следовать из наблюдений НЗ в ядрах шаровых скоплений (ШС), если принять плотность СМ $2 \times 10^3 \text{ ГэВ}^3$, полученную в численных симуляциях в [8]. В закрашенном синем регионе показано ограничение, полученное для КГ Segue 1 [9].

Они оставляют открытыми окна масс в диапазоне $\sim 10^{16} \text{ г} < m_{\text{ПЧД}} < 10^{18} \text{ г}$ и $10^{20} \text{ г} < m_{\text{ПЧД}} < 10^{26} \text{ г}$. Для того, чтобы наложить ограничение на ПЧД в оставшемся допустимом диапазоне масс, в статье [10] рассматривается захват ПЧД звездой во время процесса формирования звезды и их дальнейшее наследование компактным остатком звезды, нейтронной звездой (НЗ) или белым карликом (БК).

3 КЛАСТЕРЫ ПЕРВИЧНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР

3.1 ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА КЛАСТЕРИЗАЦИИ НА ОГРАНИЧЕНИЯ ДОЛИ ПЧД В СМ

Большинство ограничений на долю ПЧД в СМ строятся из предположения об их равномерном пространственном распределении, однако кластеризация ПЧД может существенно повлиять на эти ограничения. В случае, если ПЧД образуют кластеры, они могут либо частично, либо полностью обходить существующие ограничения на плотность равномерно распределенных ПЧД, что позволяет ПЧД стать жизнеспособными кандидатами в СМ. Идея кластеризации ПЧД представляется весьма перспективной [11].

Почти все существующие ограничения на плотность ПЧД с равномерным распределением массы должны быть рассмотрены в случае кластеризации ПЧД [11].

4 ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ С ПЧД

При прохождении ПЧД через БК происходит локализованный нагрев вещества звезды вокруг траектории ПЧД в результате динамического трения. Для достаточно массивных ЧД этот нагрев может инициировать необратимую термоядерную реакцию, в результате чего звезда взрывается в виде сверхновой. Для того, чтобы наложить ограничение на долю ПЧД, в работе [10] рассматривается захват ПЧД нейтронной звездой или белым карликом. Присутствие даже одной ПЧД с соответствующей массой внутри звезды (БК) приводит к быстрому разрушению последней за счет аккреции вещества на ПЧД [12]. Таким образом, простые наблюдения БК в среде, богатой СМ, накладывают ограничение на долю ПЧД в СМ.

5 ШАРОВЫЕ СКОПЛЕНИЯ И КАРЛИКОВЫЕ ГАЛАКТИКИ

5.1 ШАРОВЫЕ СКОПЛЕНИЯ

Шаровые скопления (ШС) – это гравитационно-связанные системы, состоящие из 10^4 – 10^7 звезд с диаметром от 20 до 100 пк. В нашей Галактике известно около 100 ШС. Типичная масса ШС составляет $\sim 10^5 M_{\odot}$, эффективные радиус ~ 40 пк, а радиус ядра – 1-2 пк. Возраст ШС составляет от 8 до 13,5 миллиардов лет, и поэтому они являются самыми старыми выжившими звездными подсистемами в Галактике.

ШС становятся подходящим предметом для рассмотрения в данной работе, так как обладают параметром, значительным в контексте взаимодействий ПЧД с БК, а именно, концентрацией звезд внутри ШС.

5.2 КАРЛИКОВЫЕ ГАЛАКТИКИ

Карликовые галактики (КГ), известные до 2005 года, имеют светимости более $2.5 \times 10^5 L_{\odot}$, где $L_{\odot} = 3.827 \times 10^{33}$ эрг/с – светимость Солнца. Их эффективный радиус, в среднем, составляет 200 пк.

КГ в свою очередь интересны в рамках данной работы, так как обладают высокой долей СМ, приходящейся на объекты внутри КГ [13].

6 ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПЕРЕСМОТРА ОГРАНИЧЕНИЯ ДОЛИ ПЧД В СМ ДЛЯ КГ

Исследование в данном разделе заключается в том, чтобы составить отношение, позволяющее оценить, на сколько ограничение доли ПЧД в СМ для КГ преобладает над этой же характеристикой для ШС или уступает ей. В статье [10] было получено ограничение доли ПЧД в случае равномерного распределения ПЧД в ядре ШС (2).

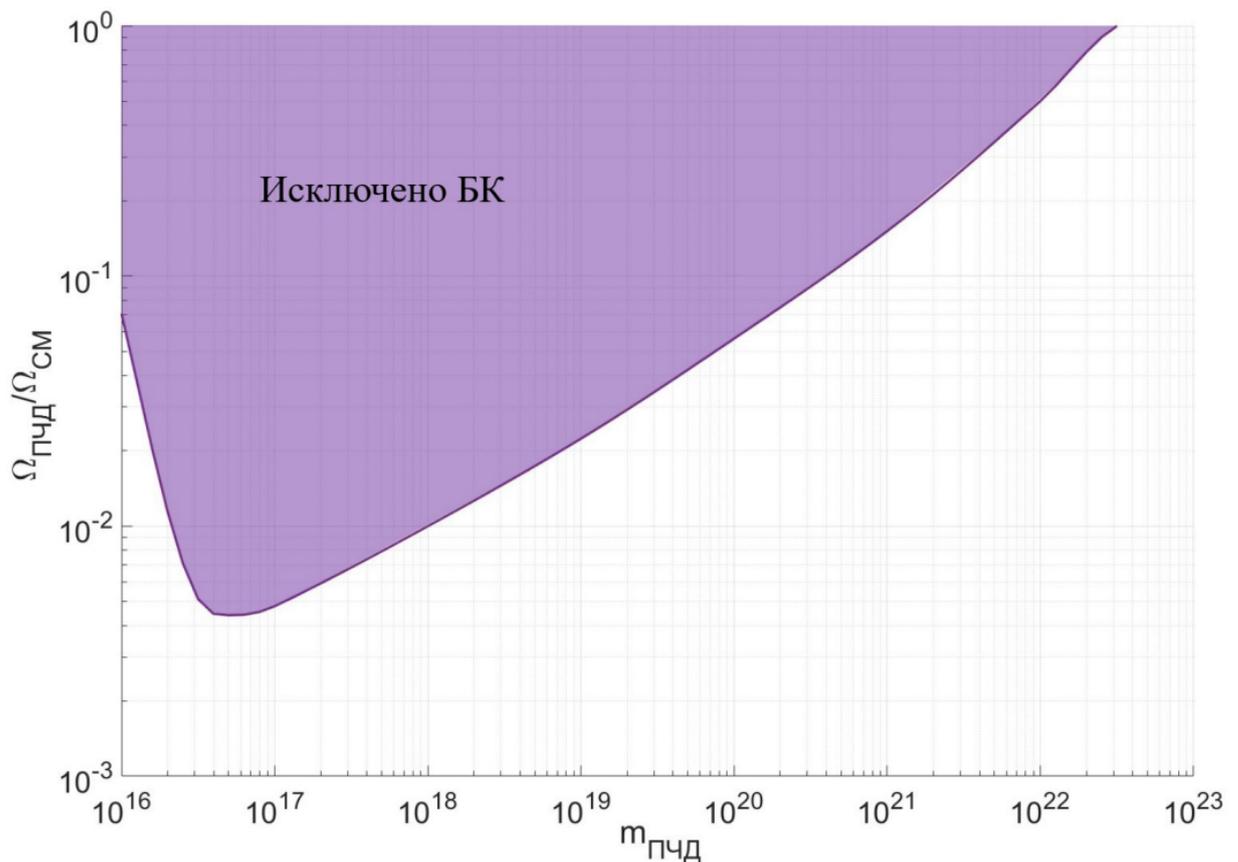


Рисунок 2 — Ограничение на долю $\Omega_{\text{ПЧД}}/\Omega_{\text{СМ}}$, полученные из наблюдений БК в ядрах ШС.

Количество взаимодействий белого карлика с ПЧД в случае равномерного распределения ПЧД:

$$N_{\text{ВЗ}} = n_{\text{ПЧД}} \cdot V_{\text{БК}} \cdot \alpha \cdot N, \quad (1)$$

$$V_{\text{БК}} = \sigma_{\text{БК}} \cdot \vartheta_{\infty} \cdot t, \quad (2)$$

где $n_{\text{ПЧД}} = \frac{M_{\text{СМ}}}{m_{\text{ПЧД}} \cdot V}$ — концентрация ПЧД внутри ШС, $\sigma_{\text{БК}}$ — гравитационное сечение захвата БК, v_{∞} — скорость между БК и ПЧД на большом расстоянии, $t = 10^{10}$ лет — характерное время задачи, α — свободный параметр — доля БК в общем количестве звёзд — который должен следовать из будущих наблюдений ШС/КГ (можно предположить, что он будет соответствовать величинам порядка $\sim 10^{-3}$), N — общее количество звезд.

Введем величину β , показывающую, на сколько приведенное к объему число взаимодействий ПЧД с БК для КГ превосходит или уступает приведенному к объему числу взаимодействий ПЧД с БК для ШС:

$$\beta = \frac{N_{\text{ВЗ}}^{\text{КГ}*}}{N_{\text{ВЗ}}^{\text{ШС}*}} \quad (3)$$

Подставляя выражения (1) и (2) в (3), приходим к отношению:

$$\beta = \frac{n_{\text{ЗВ}}^{\text{КГ}}}{n_{\text{ЗВ}}^{\text{ШС}}} \cdot \frac{\rho_{\text{СМ}}^{\text{КГ}}}{\rho_{\text{СМ}}^{\text{ШС}}} \quad (4)$$

Для оценки величины β использовались параметры КГ, приведенные в статье [14]. В качестве плотности СМ в ШС рассматривалась доля плотности ШС:

$$\rho_{\text{СМ}}^{\text{ШС}} = \gamma \cdot \rho^{\text{ШС}}, \quad (5)$$

где γ — свободный параметр — доля СМ в общей массе ШС — который должен следовать из будущих наблюдений ШС (будем рассматривать параметр γ , соответствующий диапазону $(10^{-3}; 1)$).

Результаты проведенных оценок занесены в таблицу 1.

γ	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1
β	(10 - 1000)	(1 - 100)	(0,1 - 10)	(0,01 - 1)

Таблица 1 — Отношение приведенных к объему числа взаимодействий ПЧД с БК для КГ и ШС для различных значений свободного параметра γ .

На рисунке 3 приведен график величины β для $\gamma = 1$, где по оси ординат отложены значения $y = \frac{n_{\text{ЗВ}}^{\text{КГ}}}{n_{\text{ЗВ}}^{\text{ШС}}}$, а по оси абсцисс $x = \frac{\rho_{\text{СМ}}^{\text{КГ}}}{\rho_{\text{СМ}}^{\text{ШС}}}$.

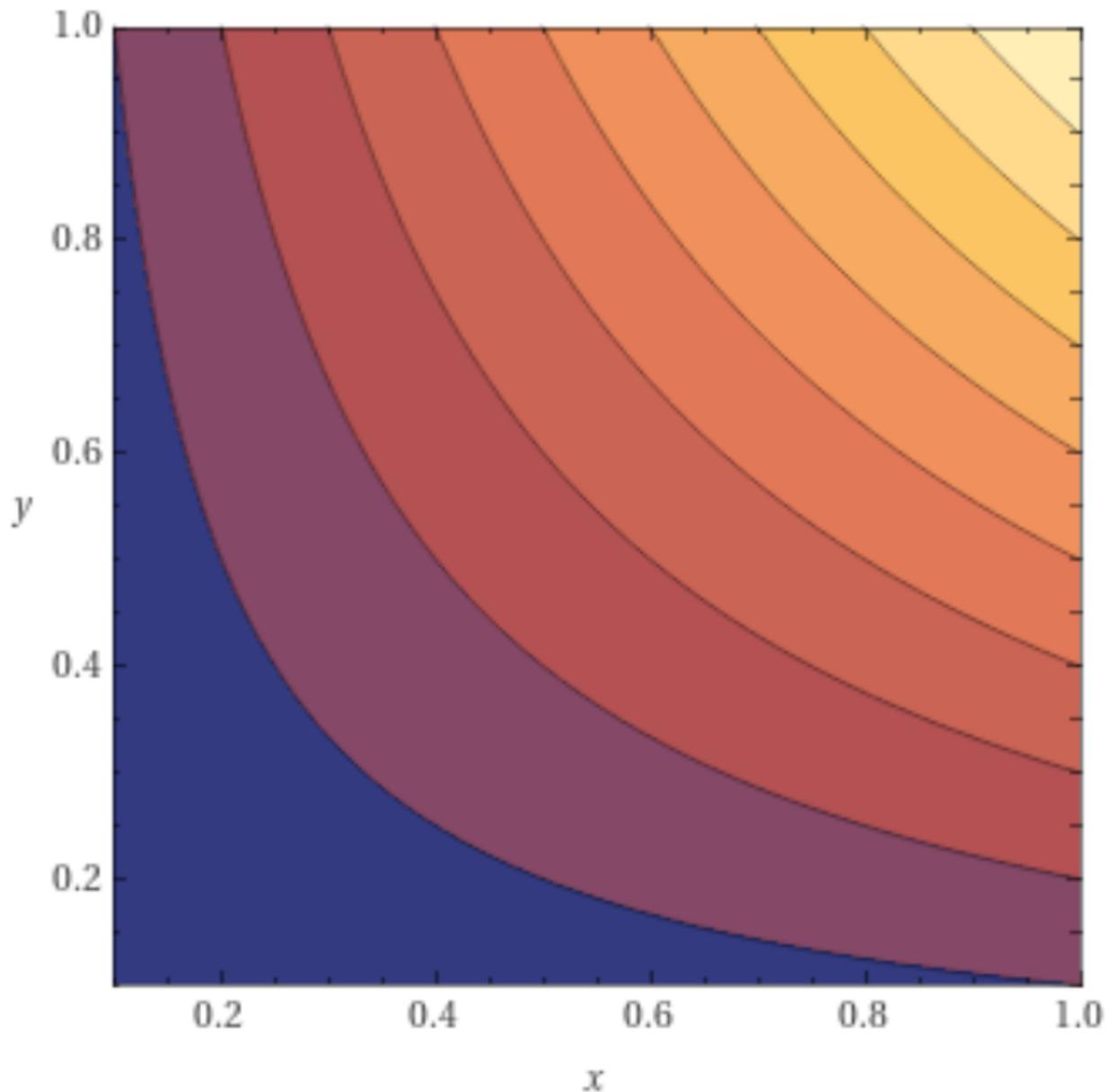


Рисунок 3 — График величины β для $\gamma = 1$.

В ходе исследования также рассмотрен случай, когда отношение β (при $\gamma = 1$) принимает значение, превышающее 1: β (для КГ: Willman 1) = 1.7. Полученные оценки показывают, что при значениях свободного параметра $\gamma = (10^{-3}-10^{-2})$ гарантировано усиливается ограничение доли ПЧД в СМ для КГ по отношению к ШС. Кроме того, имеется случай, когда при $\gamma = 1$ отношение β также показывает преобладания данного ограничения в случае КГ.

7 ПЕРЕСМОТР ОГРАНИЧЕНИЯ ДОЛИ ПЧД В СМ В СЛУЧАИ ИХ КЛАСТЕРИЗАЦИИ ДЛЯ КГ

Принимая во внимание результаты, полученные в секции 6 настоящей работы, которые показали, что работа по исследованию возможности пересмотра ограничения на долю ПЧД в случае кластеризации последних для КГ является перспективной, оценим, как предложенная модель ведет себя в данном случае.

Количество взаимодействий белого карлика с ПЧД в случае кластеризации:

$$N_{\text{ВЗ}}^{\text{КЛ}} = [N_{\text{КЛ}}] \cdot [P_{\text{КЛ}}], \quad (6)$$

где $N_{\text{КЛ}}$ — число взаимодействий БК с ПЧД при попадании БК в кластер; $P_{\text{КЛ}}$ — вероятность попадания БК в кластер.

$$N_{\text{КЛ}} = n_{\text{ПЧД}}^{\text{КЛ}} \cdot \sigma_{\text{БК}} \cdot d_{\text{КЛ}}, \quad (7)$$

где $n_{\text{ПЧД}}^{\text{КЛ}}$ — концентрация ПЧД внутри кластера, $\sigma_{\text{БК}}$ — гравитационное сечение захвата БК, $d_{\text{КЛ}}$ — диаметр кластера.

$$P_{\text{КЛ}} = n_{\text{КЛ}} \cdot V_{\text{КЛ}} \cdot \alpha \cdot N, \quad (8)$$

$$V_{\text{КЛ}} = \sigma_{\text{КЛ}} \cdot v_{\infty} \cdot t, \quad (9)$$

где $n_{\text{КЛ}} = \frac{M_{\text{СМ}}}{M_{\text{КЛ}} \cdot V}$ — концентрация кластеров ПЧД внутри КГ, $\sigma_{\text{КЛ}}$ — гравитационное сечение захвата кластера, v_{∞} — скорость между БК и кластером на большом расстоянии, $t = 10^{10}$ лет — характерное время задачи, α — свободный параметр — доля БК в общем количестве звёзд — который должен следовать из будущих наблюдений КГ (можно предположить, что он будет соответствовать величинам порядка $\sim 10^{-3}$), N — общее количество звезд.

Оценим сечение попадания БК в кластер. В качестве параметра кластера ПЧД возьмем массу кластера $M_{\text{КЛ}}$, который будет принимать значения:

$$- M_{\text{КЛ}} = 10^4 M_{\odot},$$

- $M_{\text{КЛ}} = 1M_{\odot}$,
- $M_{\text{КЛ}} = 0.1M_{\odot}$,
- $M_{\text{КЛ}} = 0.01M_{\odot}$,

где $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{33}$ г — масса Солнца. Размер кластера зависит от его массы как $R_{\text{КЛ}} \sim M^{1/3}$ (что соответствует многим другим естественным моделям), что в случае нами рассматриваемой модели есть:

$$R_{\text{КЛ}} = \left(\frac{M_{\text{КЛ}}}{10^4 \cdot M_{\odot}} \right)^{1/3} \text{ пк}, \quad (10)$$

Сечение попадания БК в кластер:

$$\sigma_{\text{КЛ}} = \pi R_{\text{КЛ}}^2 \cdot \left(\left(\frac{v_{\text{КЛ}}}{v_{\infty}} \right)^2 + 1 \right) \approx \pi R_{\text{КЛ}}^2, \quad (11)$$

где $v_{\text{КЛ}} \approx 30$ км/с — вторая космическая скорость кластера, $v_{\infty} = 200$ км/с — скорость между БК и кластером на большом расстоянии. Для выбранных параметров кластера численно имеем $\sigma_{\text{КЛ}} \approx 3.1 \cdot 10^{26}$ км² = 0.33 пк².

Следующая важная величина — $n_{\text{ПЧД}}^{\text{КЛ}}$ — концентрация ПЧД внутри кластера. При равномерном распределении ПЧД в объеме кластера эта величина оценивается как:

$$n_{\text{ПЧД}}^{\text{КЛ}} = \frac{M_{\text{КЛ}}}{m_{\text{ПЧД}} \cdot V_{\text{КЛ}}} \quad (12)$$

В случае, когда концентрация ПЧД внутри кластера зависит от радиуса кластера как $n_{\text{ПЧД}}^{\text{КЛ}} \sim \frac{1}{R_{\text{КЛ}}^3}$ (что соответствует многим другим естественным моделям), выражение для $N_{\text{КЛ}}$ примет вид:

$$N_{\text{КЛ}} = \frac{M_{\text{КЛ}}}{m_{\text{ПЧД}}} \cdot \frac{\sigma_{\text{БК}}}{R_{\text{КЛ}}^2} \left(3 \cdot \frac{R_{\text{КЛ}}^2}{R_0^2} - 1 \right), \quad (13)$$

где R_0 — радиус кора распределения. В рассматриваемой нами модели можно принять $R_0 = 0.1R_{\text{КЛ}}$

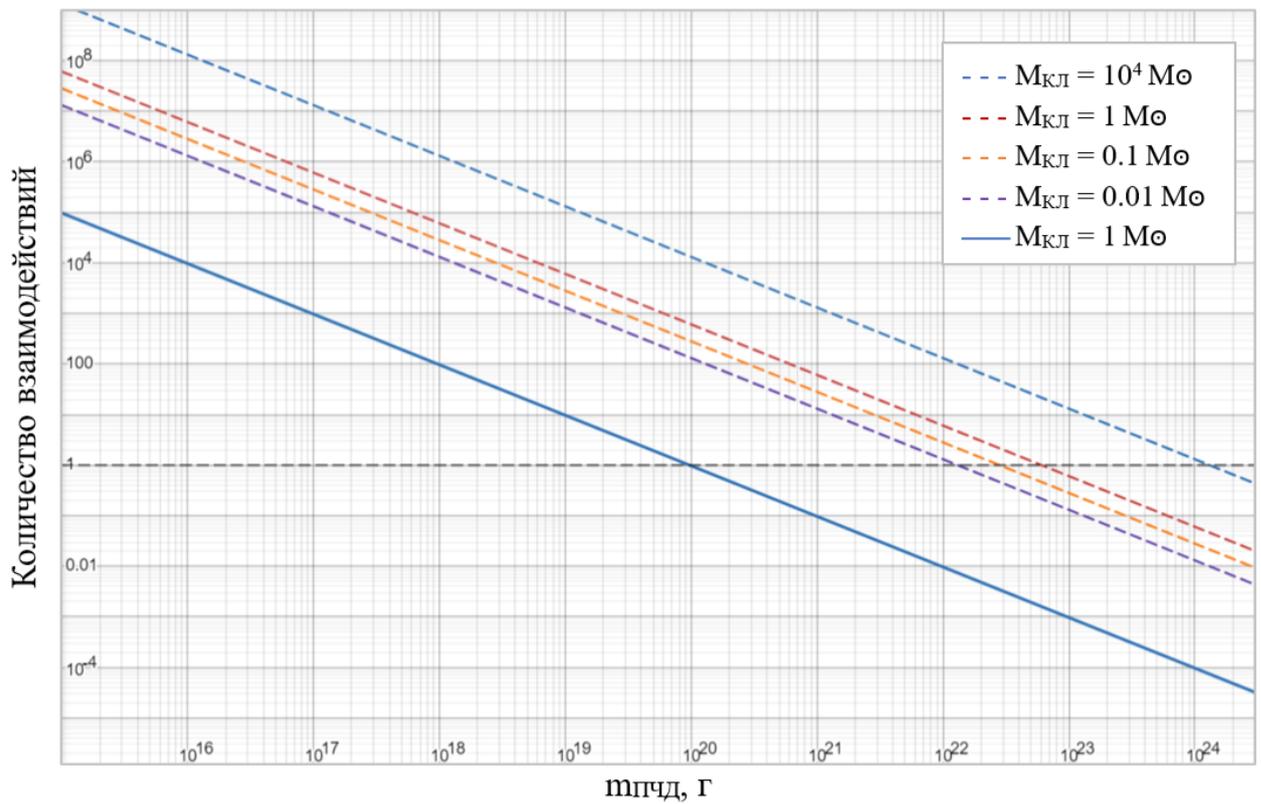


Рисунок 4 — График зависимости количества взаимодействий ПЧД с БК от массы ПЧД при разных массах кластера, если бы БК не разрушался. Сплошной линией обозначен случай равномерного распределения ПЧД внутри кластера.

График зависимости $N_{\text{КЛ}}(M_{\text{КЛ}})$ представлен для нескольких значений масс ПЧД $m_{\text{ПЧД}}$ на рисунке 4. Как видно, в большинстве случаев $N_{\text{КЛ}} \gg 1$, что обуславливает соответствующее ослабление ограничения на плотность ПЧД. Действительно, эффект от N ПЧД в этом случае такой же, как от одной, так как БК разрушается при встрече с первой ПЧД.

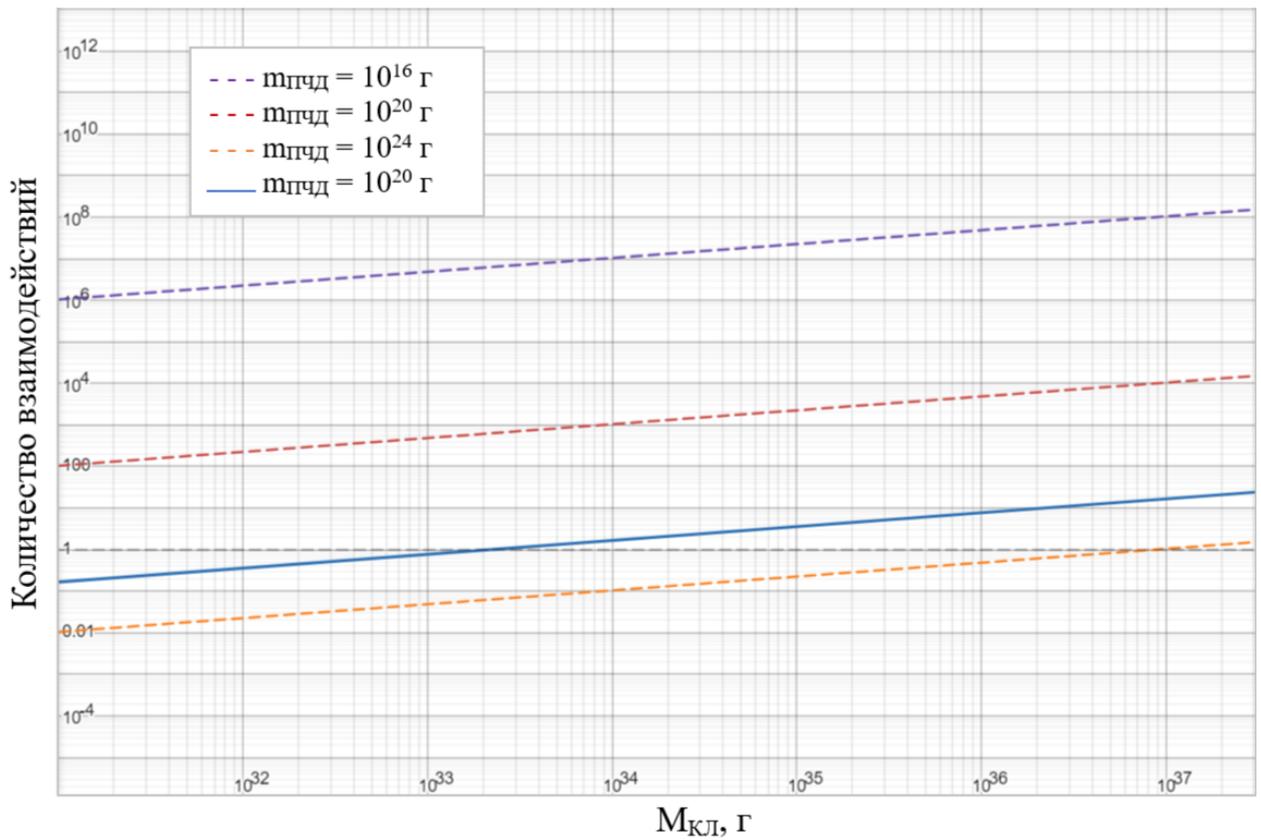


Рисунок 5 — График зависимости количества взаимодействий ПЧД с БК от массы кластера ПЧД при разных массах ПЧД, если бы БК не разрушался. Сплошной линией обозначен случай равномерного распределения ПЧД внутри кластера.

График зависимости $N_{\text{КЛ}}(m_{\text{ПЧД}})$ представлен для нескольких значений масс кластера ПЧД $M_{\text{КЛ}}$ на рисунке 5. Как видно, в большинстве случаев $N_{\text{КЛ}} \gg 1$, что отвечает тому же эффекту, что и на рисунке 4.

8 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе изучалась литература, посвященная первичным черным дырам (ПЧД) и ограничениям их доли в общем количестве скрытой массы, имеющаяся на данный момент. Также рассматривались взаимодействие первичных черных дыр с белыми карликами в шаровых скоплениях и карликовых галактиках и взаимодействие кластеров первичных черных дыр с белыми карликами в карликовых галактиках. В частности, исследовалась возможность пересмотра ограничения на долю ПЧД в скрытой массе в случае их кластеризации для карликовых галактик. В качестве источника ограничения рассматривался эффект разрушения звезды при попадании в неё ПЧД [8; 10]. Были рассмотрены следующие параметры кластера: его масса и масса первичных черных дыр его составляющих. Размер кластера определялся его массой.

Также были проанализированы работы [9; 15], в которых рассматривались влияние скрытой массы, представленной ПЧД, на динамическую эволюцию звезд в карликовых галактиках и взаимодействие кластеров ПЧД со звёздными скоплениями в карликовой галактике Eridanus II соответственно.

Было показано, что при значениях свободного параметра — доли скрытой массы в общей массе шарового скопления — $\gamma = (10^{-3} ; 1)$ ограничение доли ПЧД в скрытой массе для карликовых галактик преобладает над ограничением доли ПЧД в скрытой массе для шарового скопления, что делало перспективным рассмотрение случая кластеризации первичных черных дыр для карликовых галактик.

В настоящей работе были получены следующие результаты:

- было показано и подтверждено, что при соответствующем подборе параметров кластера ПЧД ограничение доли ПЧД в скрытой массе, такое как по эффекту разрушения звезды при попадании в нее ПЧД, для карликовых галактик можно ослабить;

- был проведен анализ работ [9; 15] и выяснено, что динамическое ограничение для кластеров ПЧД отличается мало от данного ограничения в некластеризованном случае.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ade P.A.R., Aghanim N., Armitage-Caplan C., [et al.]*. Planck2013 results. XVI. Cosmological parameters // *Astronomy & Astrophysics*. — 2014. — Oct. — Vol. 571. — A16. — URL: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/201321591>.
2. *Hawkins M.R.S.* The case for primordial black holes as dark matter: Primordial black holes as dark matter // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2011. — May. — Vol. 415, no. 3. — P. 2744–2757. — URL: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.18890.x>.
3. *Carr B., Clesse S., Garcia-Bellido J., Hawkins M., Kuhnel F.* Observational Evidence for Primordial Black Holes: A Positivist Perspective. — 2023. — arXiv: [2306.03903](https://arxiv.org/abs/2306.03903) [astro-ph.CO].
4. *Carr B., Kühnel F.* Primordial black holes as dark matter candidates // *SciPost Physics Lecture Notes*. — 2022. — May. — URL: <http://dx.doi.org/10.21468/SciPostPhysLectNotes.48>.
5. *Zel'dovich Y. B. N.I.* The Hypothesis of Cores Retarded during Expansion and the Hot Cosmological Model // *Soviet Astronomy*. — 1966.
6. *Carr B., Hawkins M.* Black Holes in the Early Universe // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 1974.
7. *Chapline G.* Cosmological effects of primordial black holes // *Nature*. — 1975.
8. *Capela F., Pshirkov M., Tinyakov P.* Constraints on primordial black holes as dark matter candidates from capture by neutron stars // *Physical Review D*. — 2013. — June. — Vol. 87, no. 12. — URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.87.123524>.
9. *Koushiappas S.M., Loeb A.* Dynamics of Dwarf Galaxies Disfavor Stellar-Mass Black Holes as Dark Matter // *Physical Review Letters*. — 2017. — July. — Vol. 119, no. 4. — URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.041102>.

10. *Capela F., Pshirkov M., Tinyakov P.* Constraints on primordial black holes as dark matter candidates from star formation // *Physical Review D*. — 2013. — Jan. — Vol. 87, no. 2. — URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.87.023507>.
11. *Belotsky K.M., Dokuchaev V.I., Eroshenko Y.N., [et al.]*. Clusters of Primordial Black Holes // *The European Physical Journal C*. — 2019. — Mar. — Vol. 79, no. 3. — URL: <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-6741-4>.
12. *Kouvaris C., Tinyakov P.* Can neutron stars constrain dark matter? // *Physical Review D*. — 2010. — Sept. — Vol. 82, no. 6. — URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.82.063531>.
13. *Battaglia G., Nipoti C.* Stellar dynamics and dark matter in Local Group dwarf galaxies. — 2022. — arXiv: [2205.07821](https://arxiv.org/abs/2205.07821) [[astro-ph.GA](https://arxiv.org/abs/2205.07821)].
14. *McConnachie A.W.* THE OBSERVED PROPERTIES OF DWARF GALAXIES IN AND AROUND THE LOCAL GROUP // *The Astronomical Journal*. — 2012. — June. — Vol. 144, no. 1. — P. 4. — URL: <http://dx.doi.org/10.1088/0004-6256/144/1/4>.
15. *Belotsky K., Krasnov M., Pugachev S.* Investigation of the dynamics of interaction of a cluster of primordial black holes with stellar cluster. — 2024. — in press.