

# Взаимодействие «тёмных атомов» с веществом и его физические, астрофизические и космологические проявления

Национальный исследовательский ядерный университет  
«МИФИ»

Аспирант:

**Бикбаев Тимур Эдуардович**

Научный руководитель, д.ф.-м.н., проф.:

**Хлопов М.Ю.**

Научный консультант, к.ф.-м.н., доц.:

**Майоров А.Г.**



Москва, 2024 г.

1/16

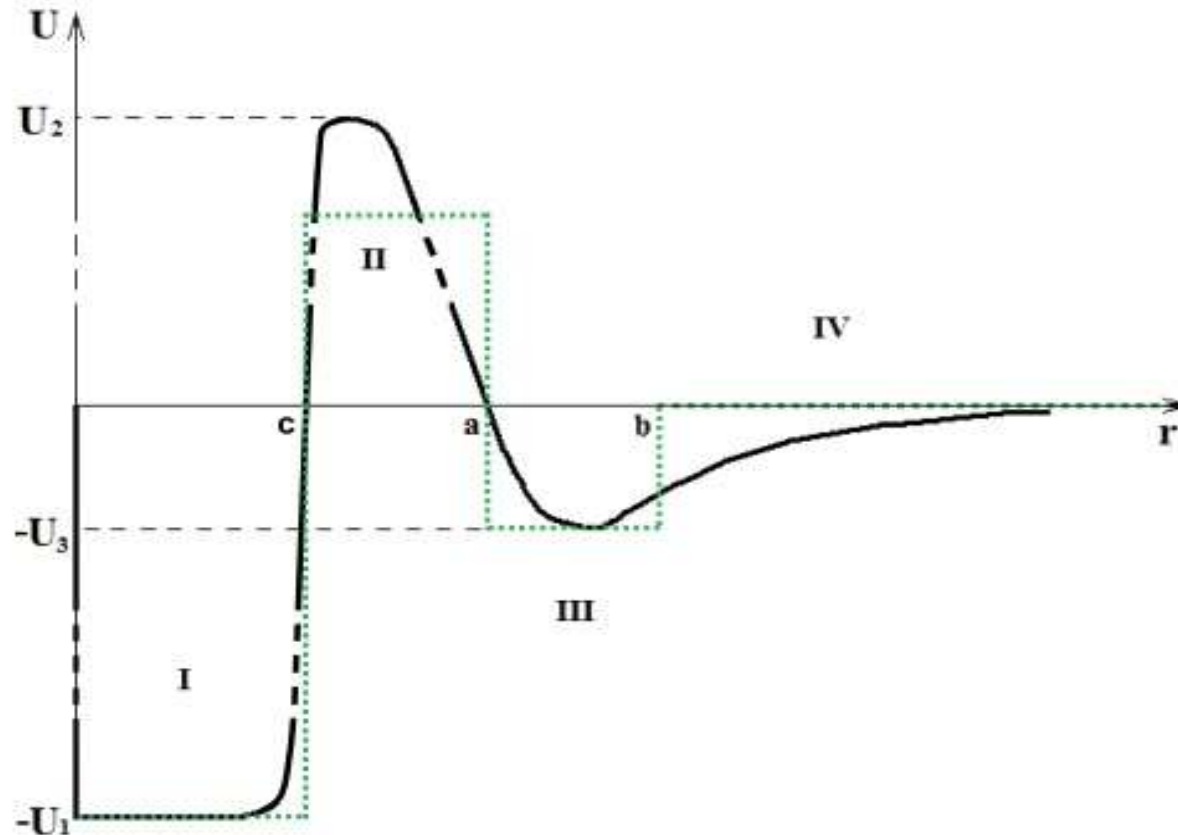
## Проблема гипотезы $X$ – гелия.

«Тёмные атомы»  $XHe$  обеспечивают современную плотность нерелятивистского вещества и играют роль нетривиальной формы сильно взаимодействующей скрытой массы.

Возможность существования низкоэнергетического связанного состояния  $XHe$  с ядрами и доминантность упругих процессов в сценарии «тёмного атома» основывается на гипотезе о наличии потенциального барьера в процессах взаимодействия  $X$ -гелия с ядрами вещества, требующей корректного квантово-механического обоснования.

**Задача:** разработка численной модели взаимодействия  $X$ -гелия с ядром вещества.

**Цель работы:** восстановление формы эффективного потенциала взаимодействия  $XHe$  с ядром вещества.



Гипотетический эффективный потенциал взаимодействия  $XHe$  с ядром вещества.

# Эффект Штарка.

$$U_{St} = eZ_{\alpha}E\delta$$

Квантово-механический расчёт.

---

$$\delta = \int_r \Psi_{OHe}^* \cdot r \cdot \Psi_{OHeNa} \cdot 4\pi r^2 dr$$

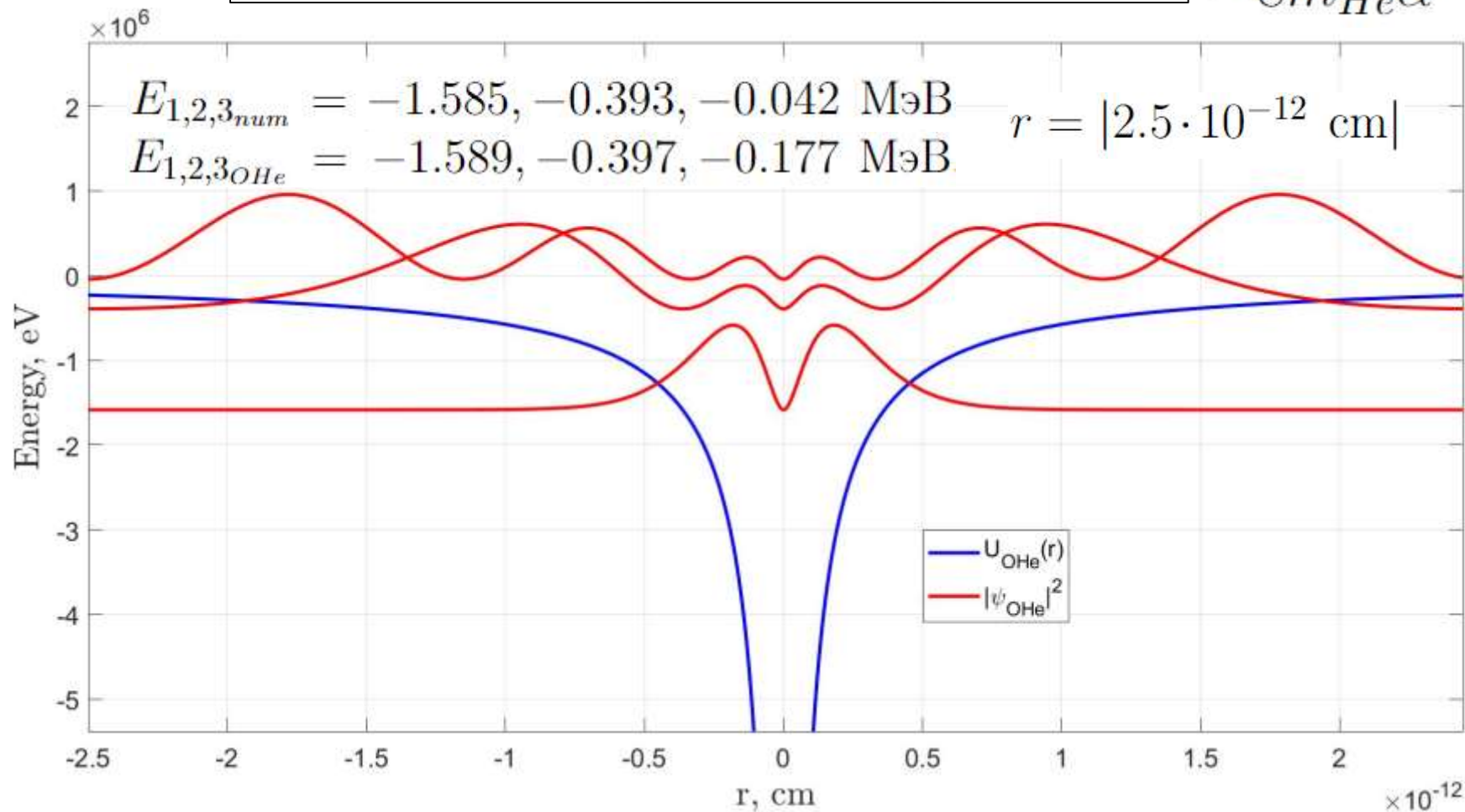
# Изолированный «тёмный атом» O-гелия.

$$\hat{H}_0 \Psi(\vec{r}) = E_{OHe} \Psi(\vec{r})$$

$$\Delta_r \Psi(\vec{r}) + \frac{2m_{He}}{\hbar^2} \left( E_{OHe} + \frac{4e^2}{r} \right) \Psi(\vec{r}) = 0$$

$$E_{n_{OHe}} = \frac{-8m_{He}\alpha^2}{n^2} \text{ МэВ}$$

$$-8m_{He}\alpha^2 \approx -1.6 \text{ МэВ}$$



Собственные значения гамильтониана ядра гелия (3 первых уровня энергии) в потенциале «тёмного атома» OHe (синяя сплошная линия) и соответствующие этим уровням энергии графики квадрата модуля волновой функции (красная сплошная линия).

# Квантово - механическое описание задачи трёх тел в системе ОНе-ядро.

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{U}$$

$$\hat{U} = U_{kul}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) + U_{Nuc}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|)$$

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m_{He}}\Delta - \frac{4e^2}{r}$$

$$\hat{H}\Psi = E\Psi$$

$$\vec{R}_{HeA} = \vec{R}_{OA} - \vec{r}$$

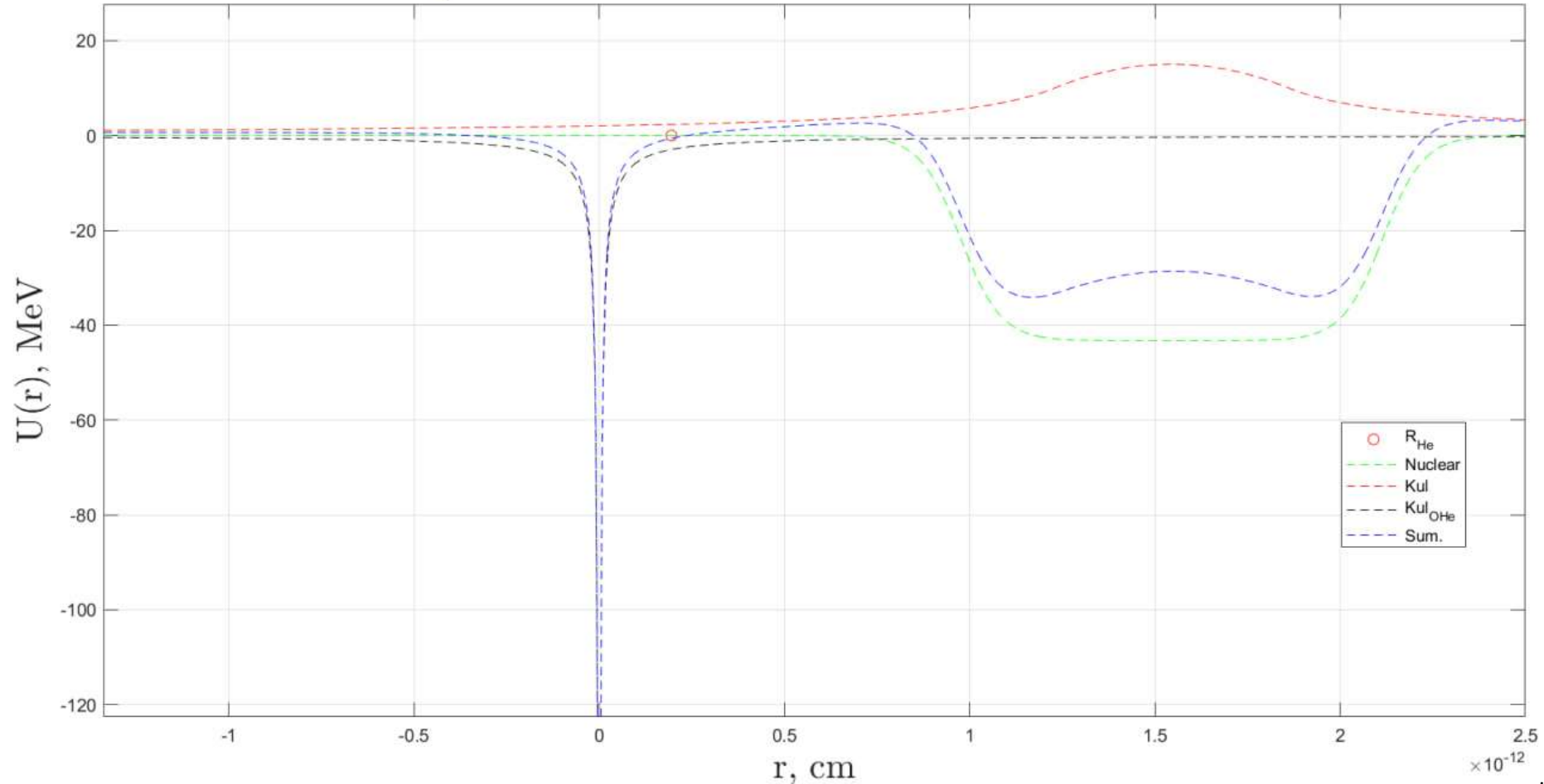
$$\Delta\Psi(\vec{r}) + \frac{2m_{He}}{\hbar^2} \left( E + \frac{4e^2}{r} - U_{kul}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) - U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) \right) \Psi(\vec{r}) = 0$$

$$U_{Nuc}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) = \frac{U_0}{1 + \exp\left(\frac{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}| - R_{Nnuc} - R_{NHe}}{p}\right)}$$

$$U_{kul}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) = \begin{cases} \frac{2e^2 Z_{nuc}}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} & \text{для } |\vec{R}_{OA} - \vec{r}| > R_{pnuc} \\ \frac{2e^2 Z_{nuc}}{2R_{pnuc}} \left( 3 - \frac{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|^2}{R_{pnuc}^2} \right) & \text{для } |\vec{R}_{OA} - \vec{r}| \leq R_{pnuc} \end{cases}$$

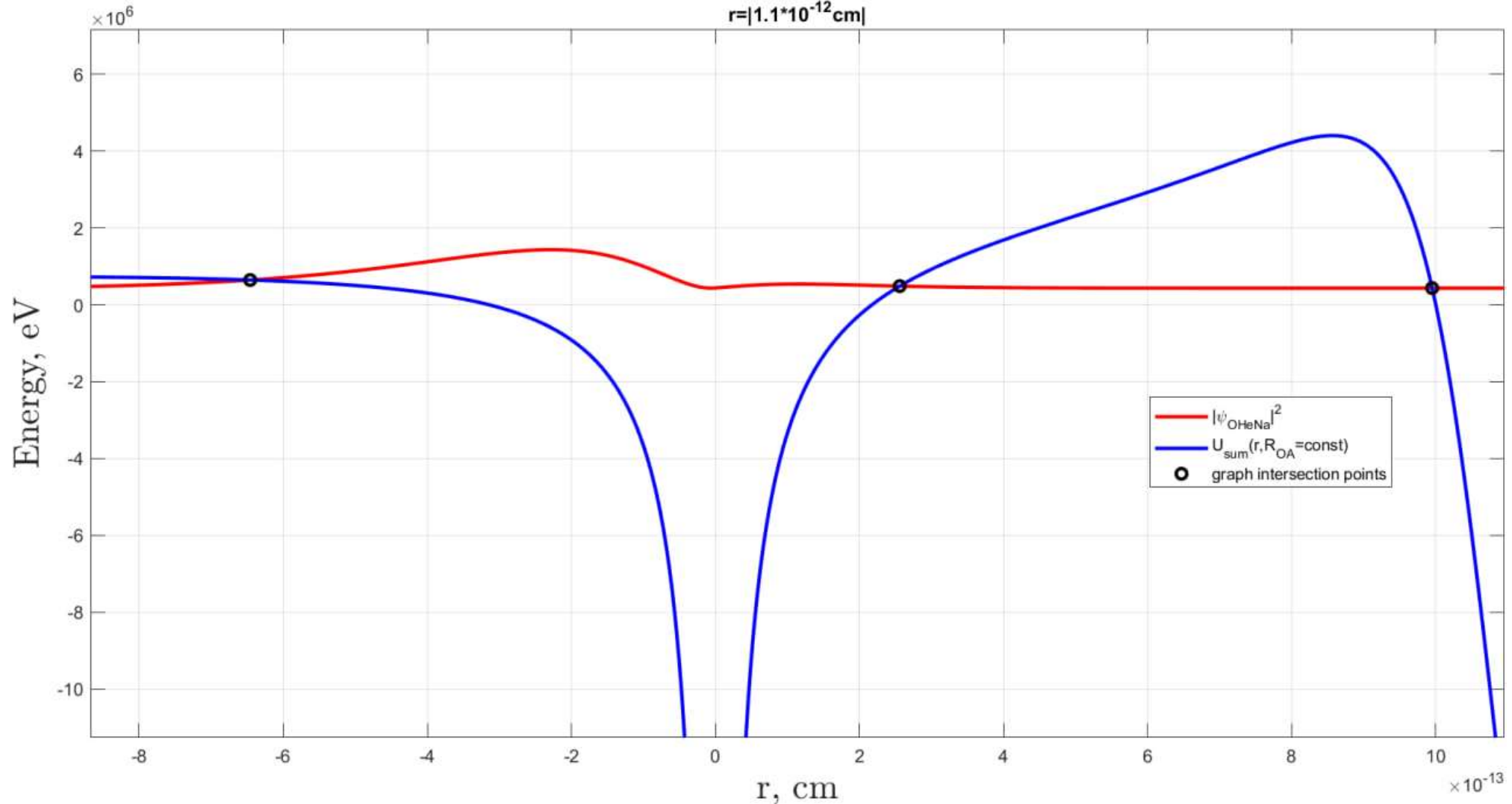
# Потенциал взаимодействия гелия в системе OHe – ядро.

$$U_{He} = -\frac{4e^2}{r} + U_{kul}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) + U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|)$$



Потенциалы кулоновского (красная пунктирная линия) и ядерного (зеленая пунктирная линия) взаимодействия между гелием и ядром вещества натрия, потенциал кулоновского взаимодействия между гелием и частицей  $O^{--}$  (чёрная пунктирная линия) и суммарный потенциал взаимодействия для ядра гелия (синяя пунктирная линия) в системе OHe - Na при фиксированном  $R_{OA}$ . Красным кружком показано значение радиуса ядра He.

# Пределы интегрирования для вычисления $\delta$ .



Суммарный потенциал гелия в системе  $\text{OHe} - \text{Na}$  для фиксированного положения натрия  $R_{\text{OA}}$  (синяя сплошная линия), график квадрата модуля волновой функции основного состояния гелия в поляризованном «тёмном атоме» при фиксированном  $R_{\text{OA}}$  (красная сплошная линия), точки пересечения графика суммарного потенциала гелия и графика квадрата модуля волновой функции основного состояния гелия (чёрные кружочки).

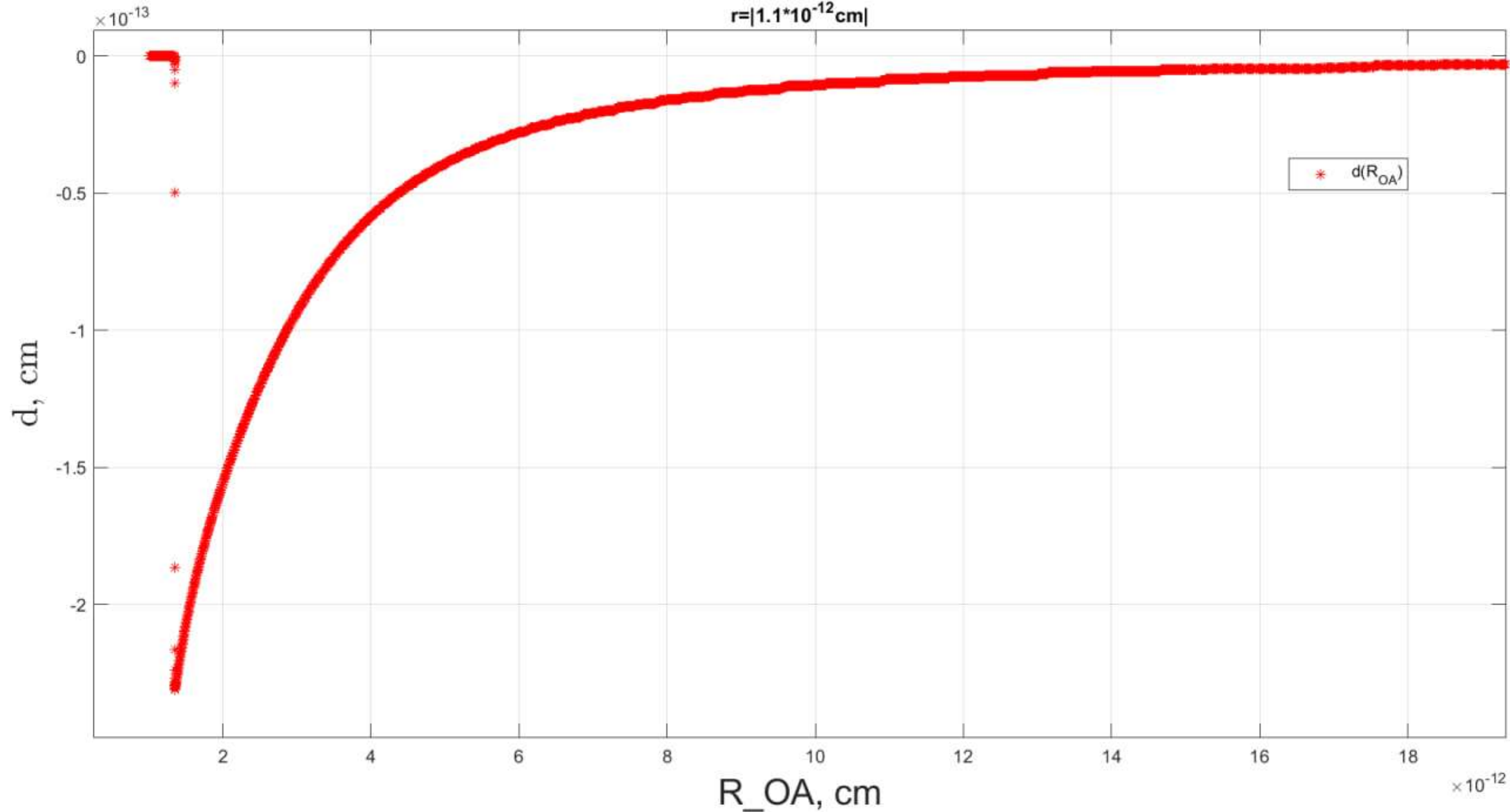


График зависимости величины дипольного момента поляризованного атома  $OHe$  (красные звёздочки) от радиус-вектора внешнего ядра натрия  $R_{OA}$ .



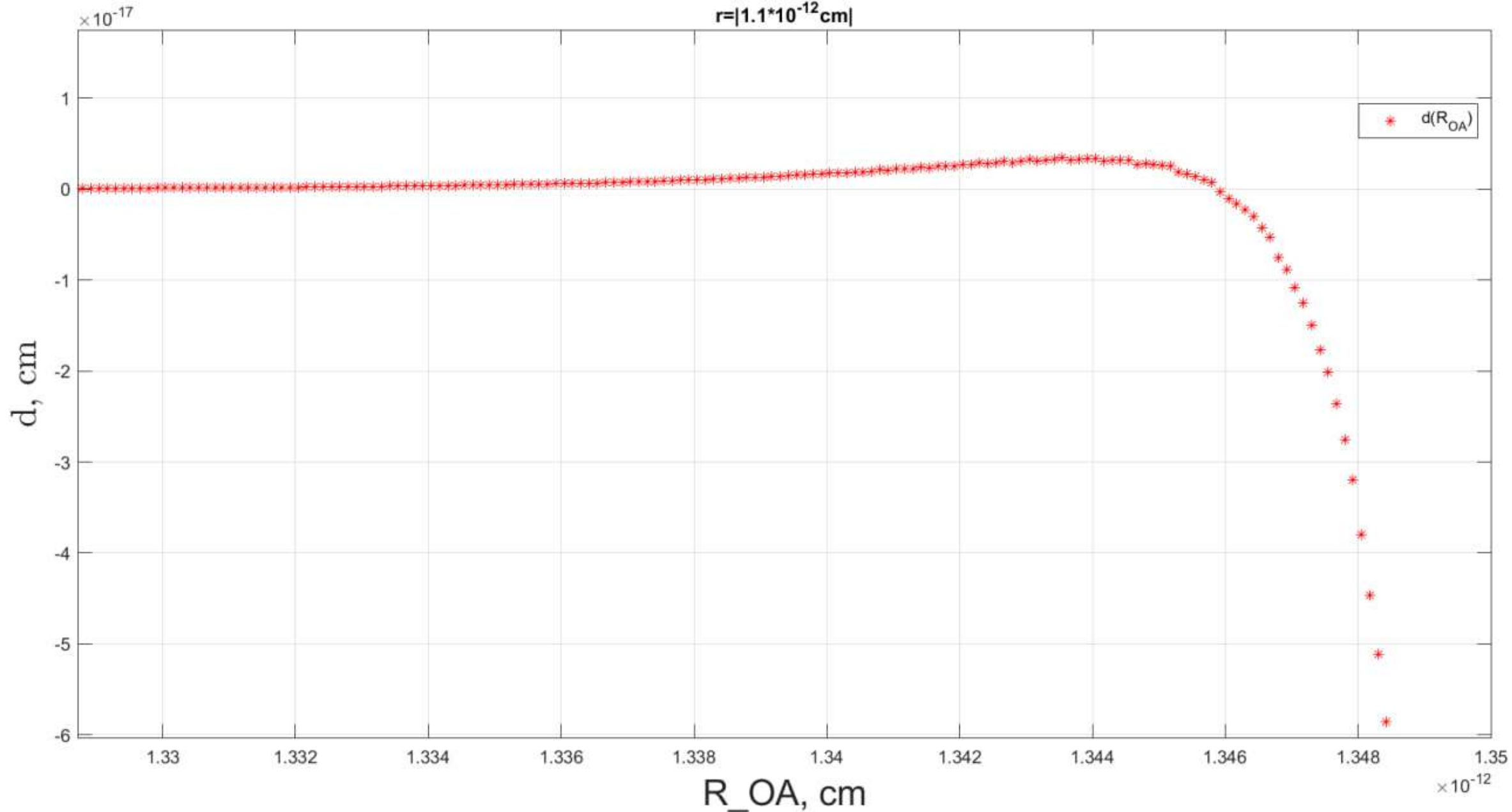
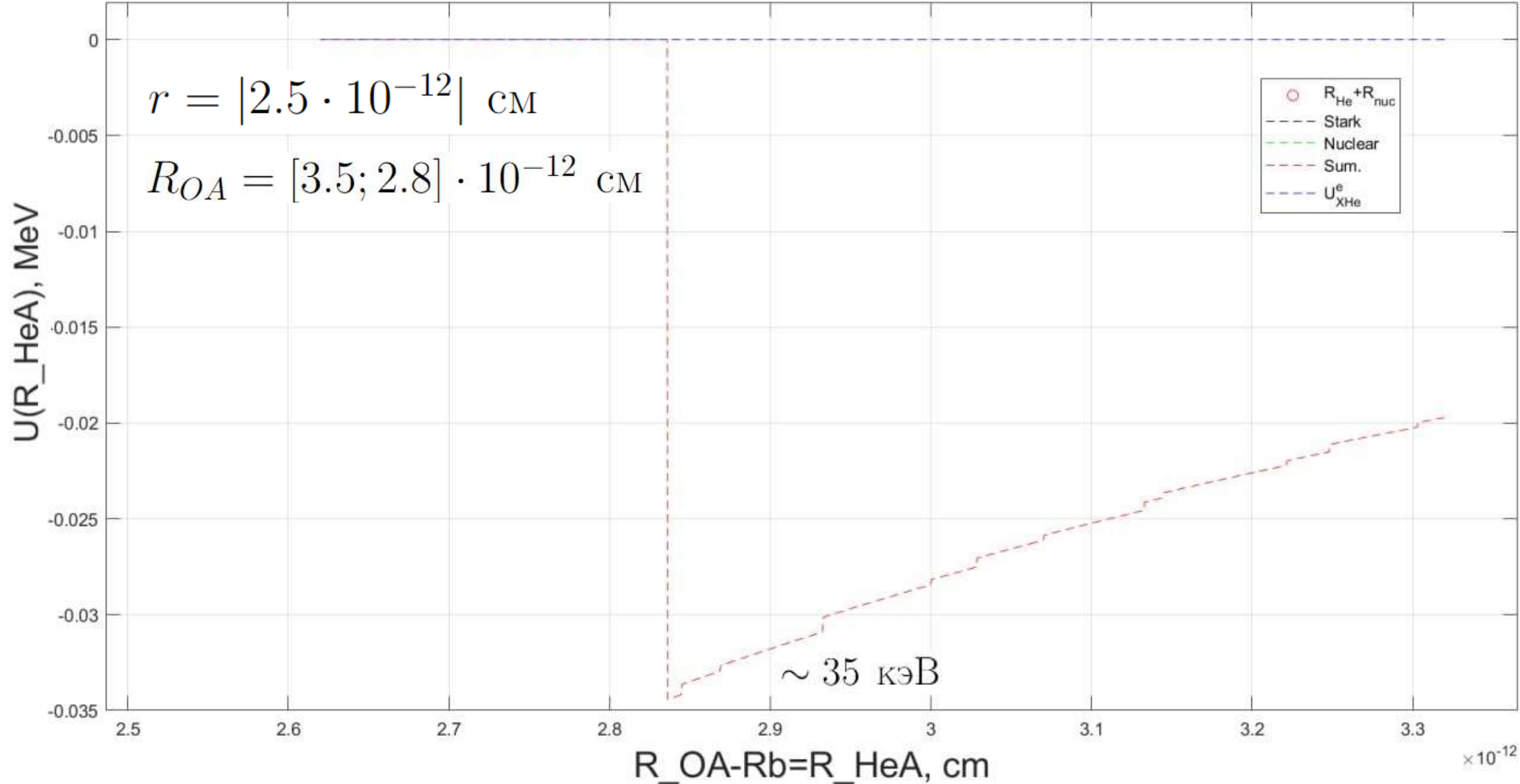
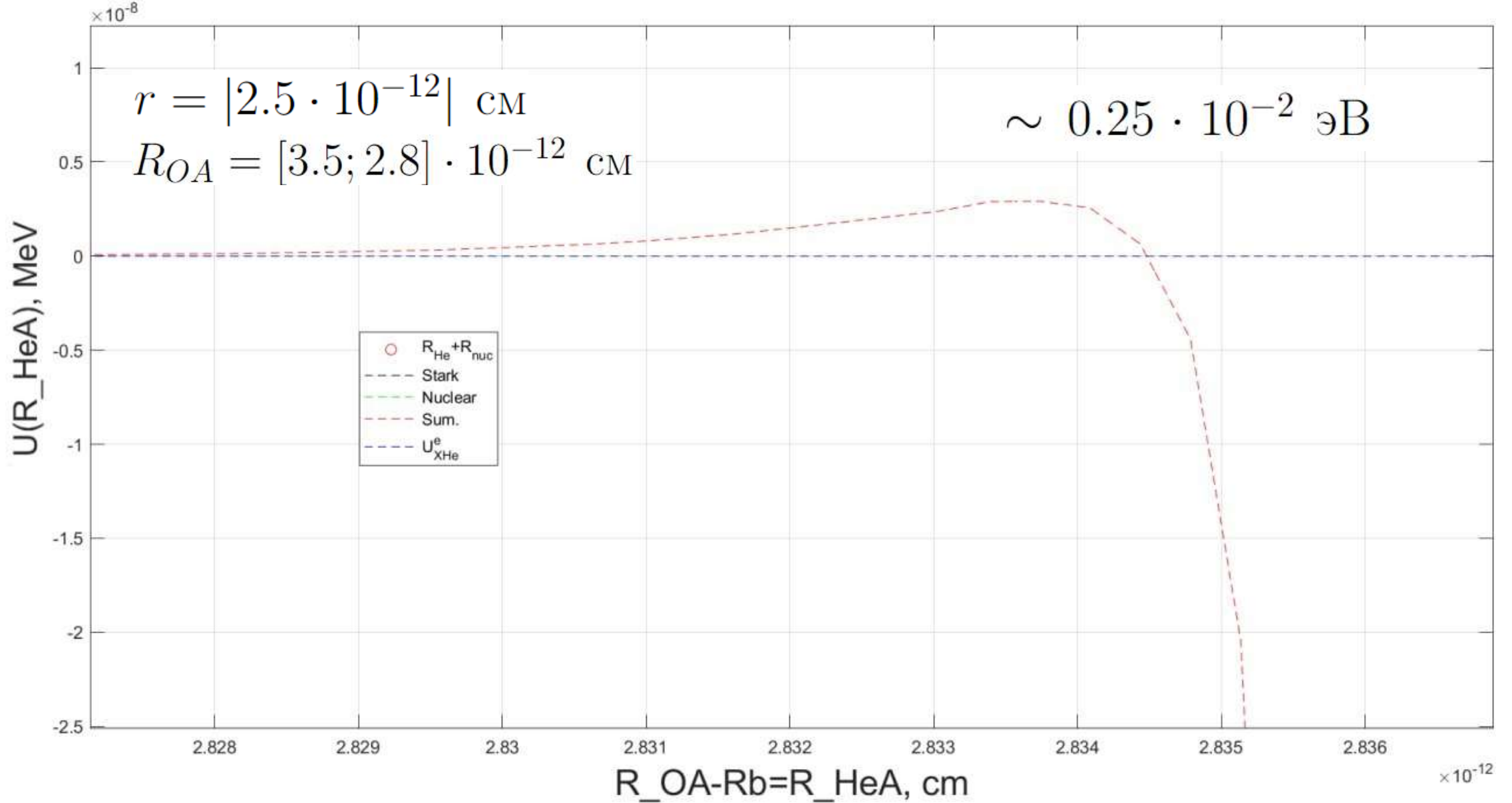


График зависимости величины дипольного момента поляризованного атома  $O\text{He}$  (красные звёздочки) от радиус-вектора внешнего ядра натрия  $R_{OA}$ .



Графики зависимости ядерного потенциала типа Вудса-Саксона (зеленая пунктирная линия),  $U_{\text{He}}^e$  (синяя пунктирная линия), потенциала Штарка (серая пунктирная линия) и суммарного эффективного потенциала взаимодействия OHe с ядром вещества натрия (красная пунктирная линия) от расстояния между ядром He, находящемся на боровской орбите атома OHe, и ядром Na. Красным кружочком показана сумма радиусов ядер He и Na.



Графики зависимости ядерного потенциала типа Вудса-Саксона (зеленая пунктирная линия),  $U_{\text{xHe}}^e$  (синяя пунктирная линия), потенциала Штарка (серая пунктирная линия) и суммарного эффективного потенциала взаимодействия  $\text{OHe}$  с ядром вещества натрия (красная пунктирная линия) от расстояния между ядром  $\text{He}$ , находящемся на боровской орбите атома  $\text{OHe}$ , и ядром  $\text{Na}$ . Красным кружочком показана сумма радиусов ядер  $\text{He}$  и  $\text{Na}$ .

*Добавление центробежного потенциала в квантово - механическую численную модель системы OHe – ядро.*

$$U_{rot(OHe-Na)}(R) = \frac{\hbar^2 c^2 J_{(OHe-Na)}(J_{(OHe-Na)} + 1)}{2\mu c^2 R^2},$$

$$\vec{J}_{(OHe-Na)}(\rho) = \vec{l}_{(OHe-Na)}(\rho) + \vec{I}_{Na} + \vec{I}_{OHe},$$

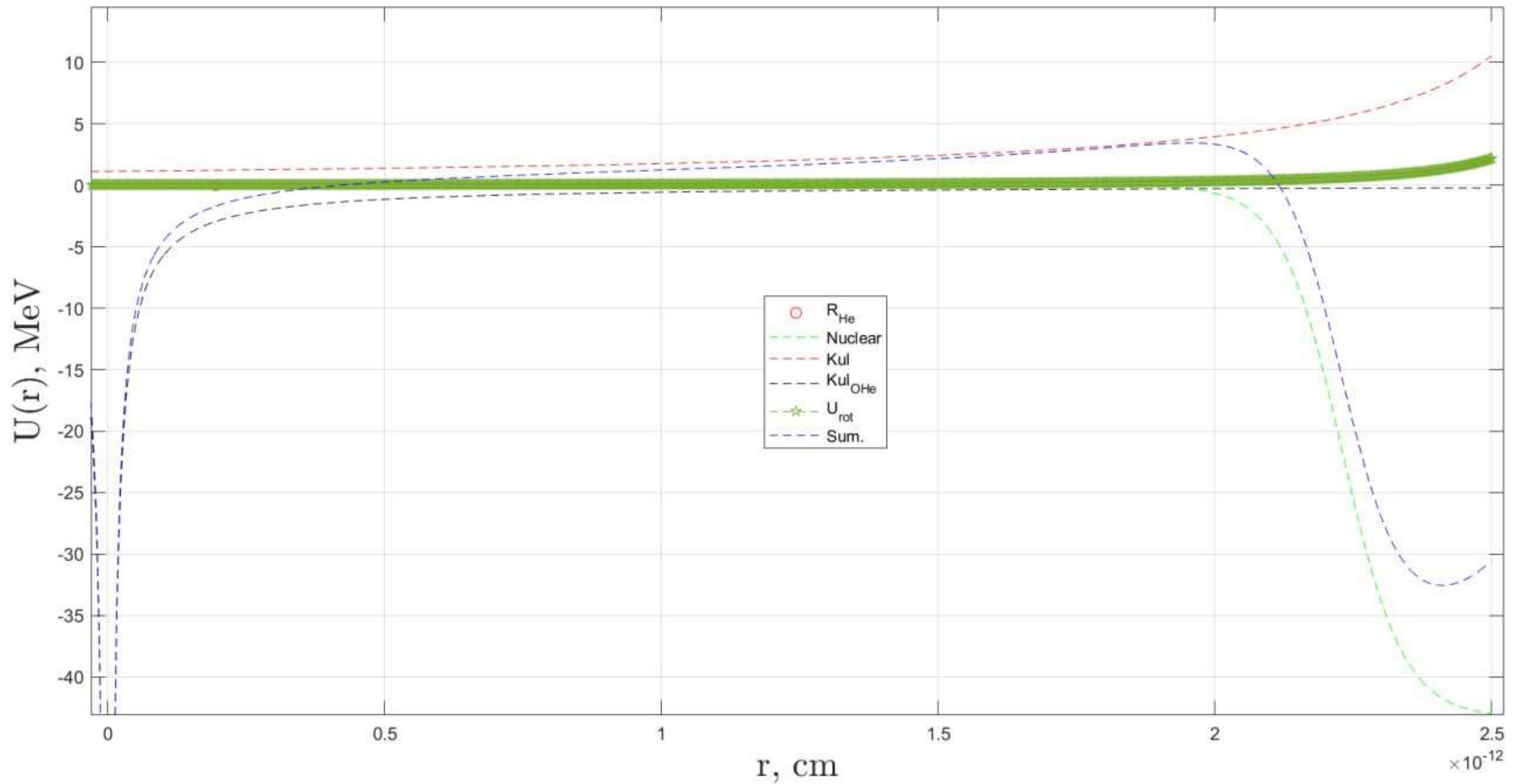
$$\vec{J}_{(OHe-Na)} = \frac{\vec{3}}{2} + \vec{I}_{O--}.$$

$$\vec{I}_{OHe} = \vec{I}_{He} + \vec{I}_{O--}.$$

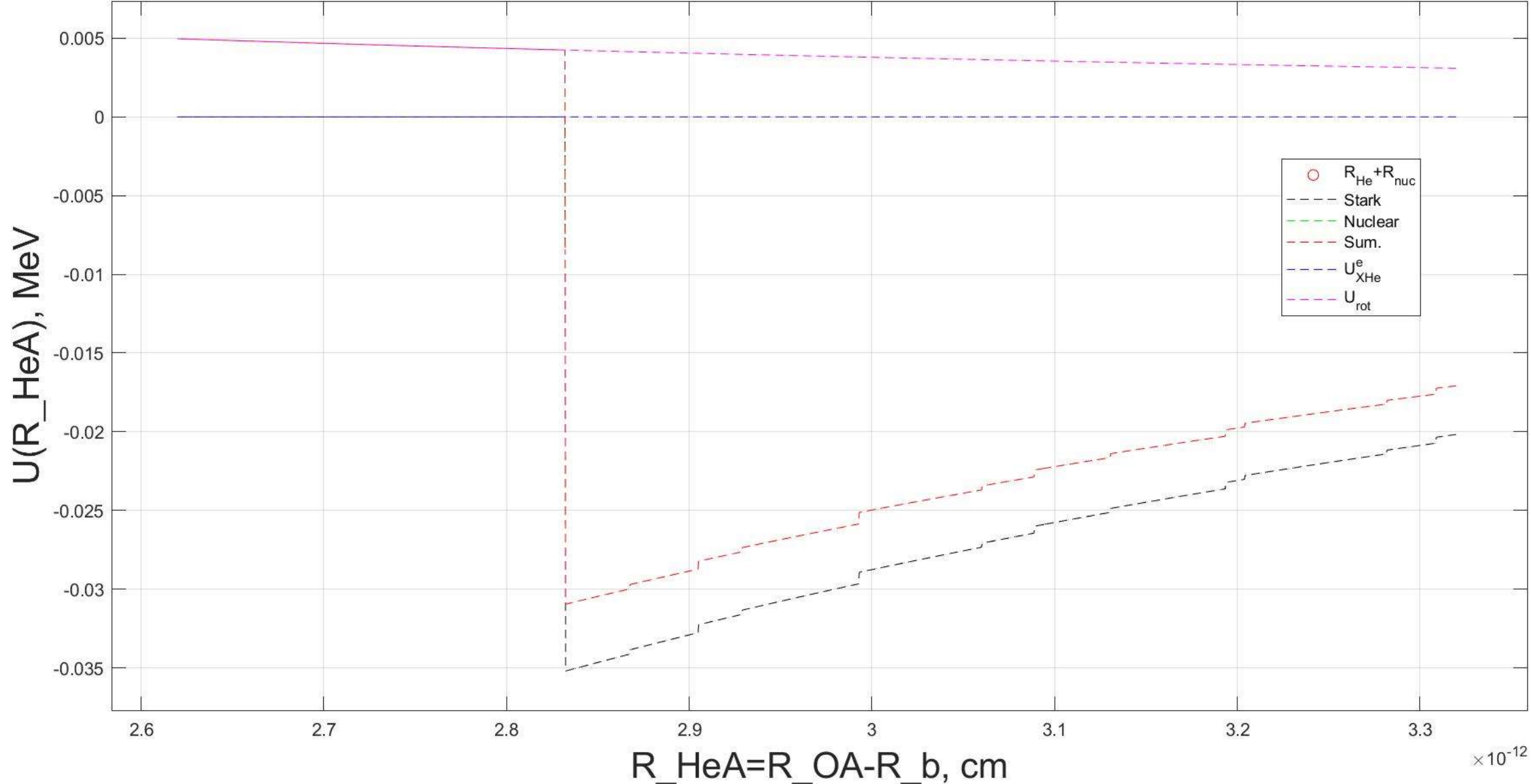
$$U_{He+rot} = -\frac{4e^2}{r} + U_{kul}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) + U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) + U_{rot(He-Na)}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|),$$

$$U_{rot(He-Na)}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) = \frac{\hbar^2 c^2 J_{(He-Na)}(J_{(He-Na)} + 1)}{2m_{He} c^2 |\vec{R}_{OA} - \vec{r}|^2},$$

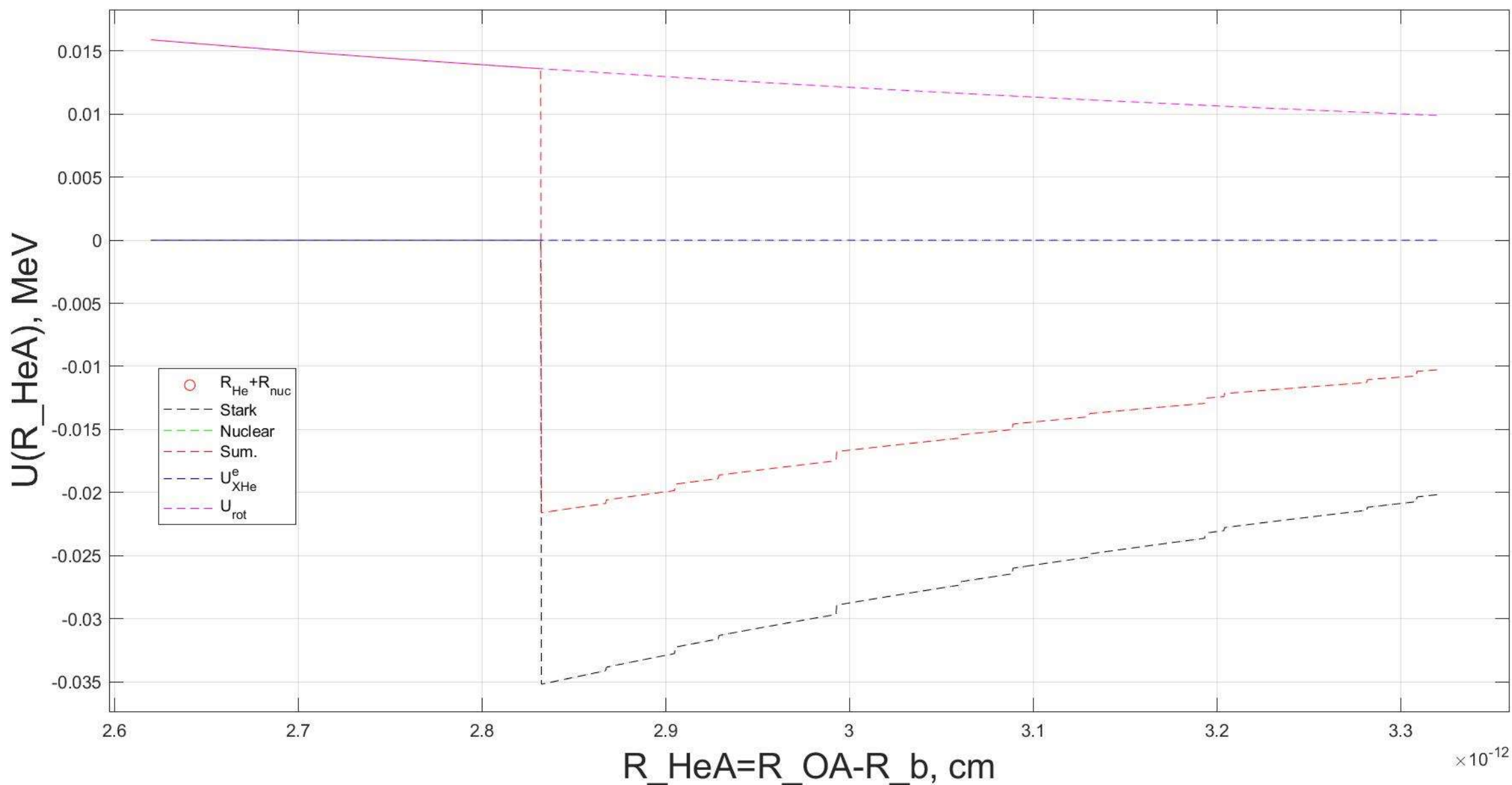
$$\vec{J}_{(He-Na)} = \vec{3}/2.$$



Потенциалы кулоновского (красная пунктирная линия), ядерного (зелёная пунктирная линия) и центробежного (зелёная сплошная линия) взаимодействия между гелием и ядром вещества Na, потенциал кулоновского взаимодействия между гелием и частицей  $O^{--}$  (чёрная пунктирная линия) и суммарный потенциал взаимодействия ядра гелия (синяя пунктирная линия) в системе OHe - Na при фиксированном  $R_{O_A}$ . Красным кружком показано значение радиуса ядра He.



Графики зависимости ядерного потенциала типа Вудса-Саксона (зеленая пунктирная линия),  $U_{\text{XHe}}^e$  (синяя пунктирная линия), потенциала Штарка (серая пунктирная линия), центробежного потенциала (фиолетовая пунктирная линия) и суммарного эффективного потенциала взаимодействия  $\text{OHe}$  с ядром вещества натрия (красная пунктирная линия) от расстояния между ядром  $\text{He}$ , находящемся на боровской орбите атома  $\text{OHe}$ , и ядром  $\text{Na}$  для  $J_{(\text{OHe}-\text{Na})}=3/2$ .



Графики зависимости ядерного потенциала типа Вудса-Саксона (зеленая пунктирная линия),  $U_{\text{XHe}}^e$  (синяя пунктирная линия), потенциала Штарка (серая пунктирная линия), центробежного потенциала (фиолетовая пунктирная линия) и суммарного эффективного потенциала взаимодействия OHe с ядром вещества натрия (красная пунктирная линия) от расстояния между ядром He, находящемся на боровской орбите атома OHe, и ядром Na для  $J_{(\text{OHe}-\text{Na})}=3$ .

# Заключение

- Построена квантово-механическая численная модель взаимодействия «тёмного атома»  $OHe$  с ядром вещества  $Na$ .
- Восстановлена форма потенциала взаимодействия гелия в системе  $OHe - Na$  и решены уравнения Шрёдингера для ядра гелия в изолированном неполяризованном «тёмном атоме» и в поляризованном  $O$ -гелии в системе  $OHe - Na$ .
- Рассчитаны дипольные моменты поляризованного атома  $OHe$ , используя восстановленные волновые функции гелия в изолированном атоме скрытой массы и в системе  $OHe - Na$ .
- Вычислен потенциал Штарка и построен суммарный эффективный потенциал взаимодействия натрия с «тёмным атомом» в системе  $OHe - Na$ , в котором помимо потенциала Штарка также учитывается ядерный потенциал, центробежный потенциал и потенциал электрического взаимодействия неполяризованного «тёмного атома»  $OHe$  с ядром натрия.
- Для улучшения точности результатов восстановления эффективного потенциала взаимодействия планируется доработать квантово-механическую численную модель восстановления эффективного потенциала взаимодействия. Планируется восстановить ядерный и электромагнитный потенциалы взаимодействия  $X$ -гелия с ядром вещества с учётом неточности взаимодействующих частиц, а именно, с учётом распределений электрического заряда и нуклонов в ядрах, также планируется учесть деформацию ядер рассмотрев сферически несимметричное ядро вещества. После восстановления суммарного эффективного потенциала взаимодействия в системе  $XHe$ -ядро планируется решить уравнение Шрёдингера для ядра вещества в этом потенциале с целью изучения возможностей объяснения парадоксов прямых поисков частиц скрытой массы и обоснования физических экспериментов для проверки гипотезы «тёмных атомов».



Дополнительные слайды

# Сценарии гипотетических, стабильных, электрически заряженных частиц.

В научно-исследовательской работе рассматривается сценарий составной скрытой массы, в котором гипотетические, стабильные, реликтовые, лептоноподобные, массивные частицы  $X$  с зарядом  $-2n$  (где  $n$  это натуральное число) избегают экспериментального открытия, потому что они связаны кулоновским взаимодействием с  $n$  ядрами первичного гелия в нейтральные атомоподобные состояния  $X\text{He}$  ( $X$ -гелия), называемые «тёмными атомами».

В случае  $n=1$  частица  $X$  называется  $O^{--}$ , а «тёмный атом», -  $O$ -гелием.

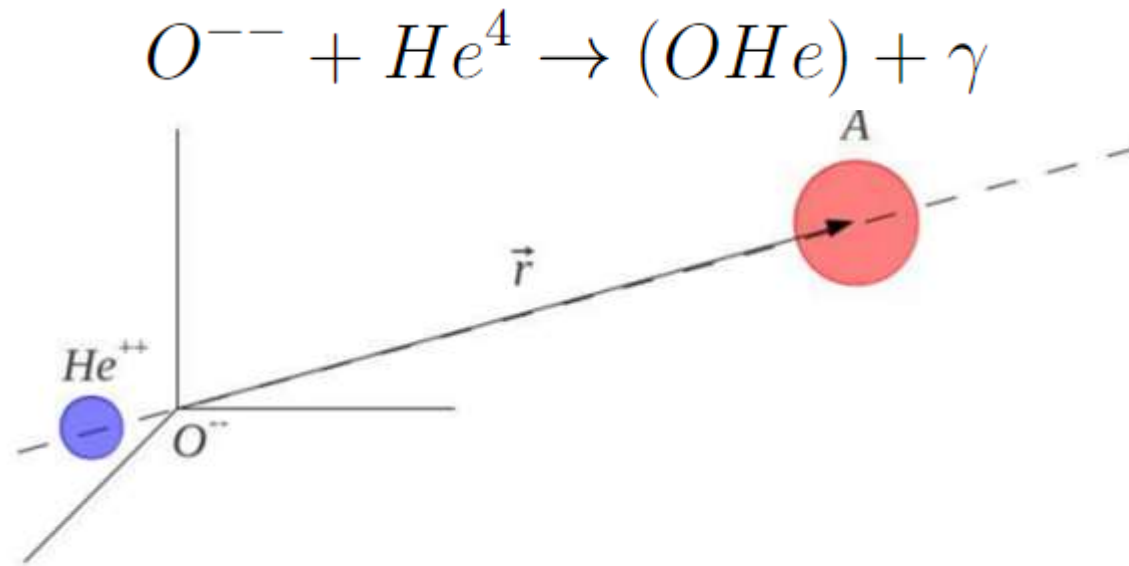


Иллюстрация «тёмного атома»  $O\text{He}$  и внешнего ядра вещества  $A$

# Модель $XHe$ и решение проблемы прямых поисков частиц скрытой массы.

*«Тёмные атомы»  $XHe$  обеспечивают современную плотность нерелятивистского вещества и играют роль нетривиальной формы сильно взаимодействующей скрытой массы.*

Результаты экспериментов DAMA/NaI и DAMA/LIBRA можно объяснить годовичными модуляциями энерговыведения при формировании низкоэнергетического связанного состояния  $XHe$  с ядрами.

$$\sigma\nu = \frac{f\pi\alpha}{m_p^2} \frac{3}{\sqrt{2}} \left(\frac{Z}{A}\right)^2 \frac{T}{\sqrt{Am_p E}}$$

Детектор	Ядра	A	Z	Температура	Обнаружение
DAMA (/NaI + /LIBRA)	Na I TI	23 127 205	11 53 81	300 К	13.7 $\sigma$
CoGeNT	Ge	70-74	32	70 К	2.8 $\sigma$
CDMS	Ge (Si)	70-74 (28-30)	32 (14)	Криогенный	—
XENON100	Xe	124-134	54	Криогенный	—
LUX	Xe	124-134	54	173 К	—

*Среднеквадратичные радиусы распределения нейтронов и протонов.*

$$R_{N_{nuc,He}} = \sqrt{\frac{3}{5}R_{0N_{nuc,He}}^2 + \frac{7\pi^2}{5}a_{N_{nuc,He}}^2} \sqrt{1 + \frac{5b_{nuc,He}^2}{4\pi}} \text{ фМ},$$

$$R_{0N_{nuc,He}} = 0.953N_{nuc,He}^{1/3} + 0.015Z_{nuc,He} + 0.774 \text{ фМ},$$

$$a_{N_{nuc,He}} = 0.446 + 0.072 \frac{N_{nuc,He}}{Z_{nuc,He}} \text{ фМ}.$$

$$R_{p_{nuc}} = \sqrt{\frac{3}{5}R_{0p_{nuc}}^2 + \frac{7\pi^2}{5}a_{p_{nuc}}^2} \sqrt{1 + \frac{5b_{nuc}^2}{4\pi}} \text{ фМ},$$

$$R_{0p_{nuc}} = 1.322Z_{nuc}^{1/3} + 0.007N_{nuc} + 0.022 \text{ фМ},$$

$$a_{p_{nuc}} = 0.449 + 0.071 \frac{Z_{nuc}}{N_{nuc}} \text{ фМ}.$$

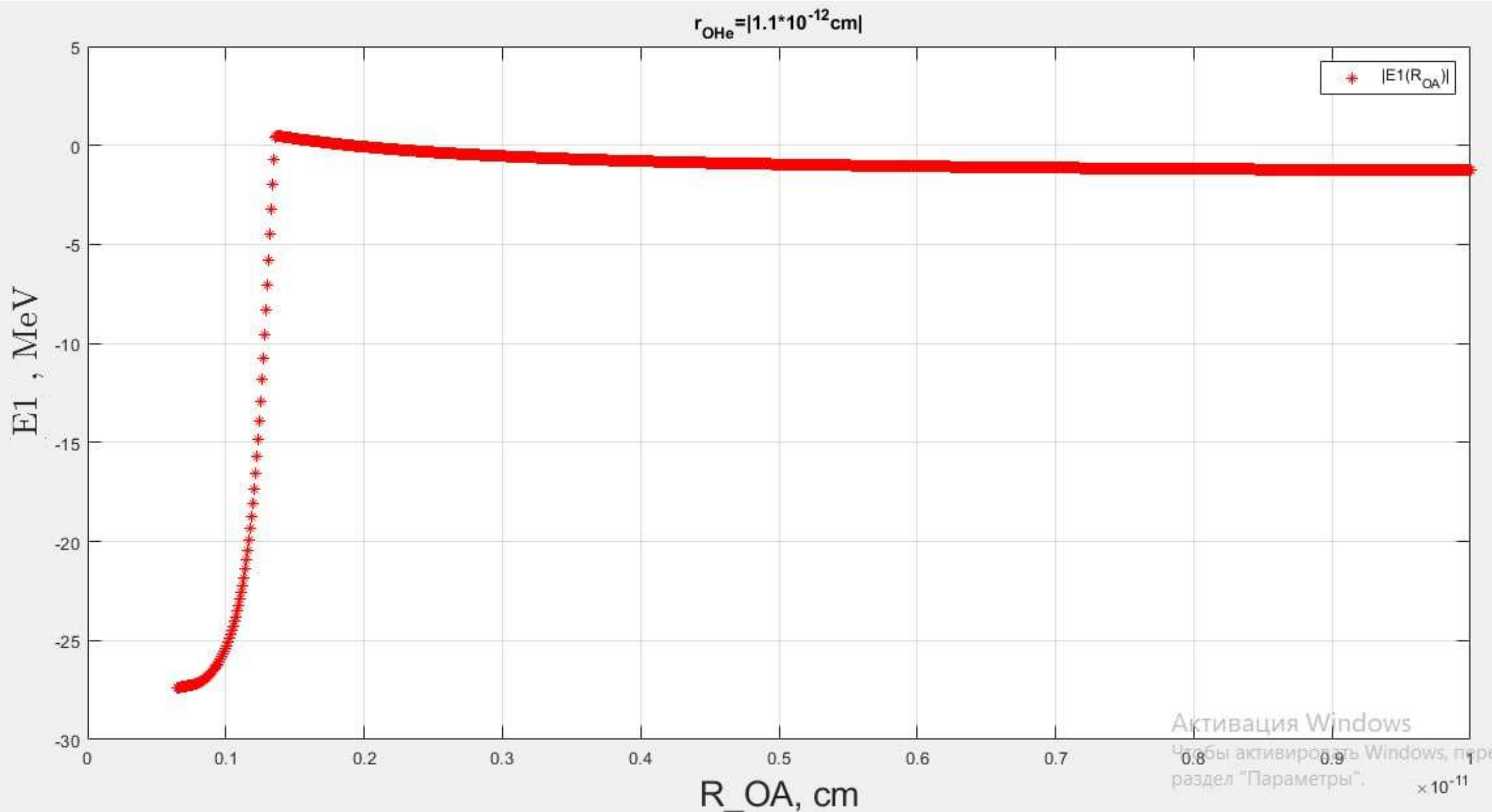
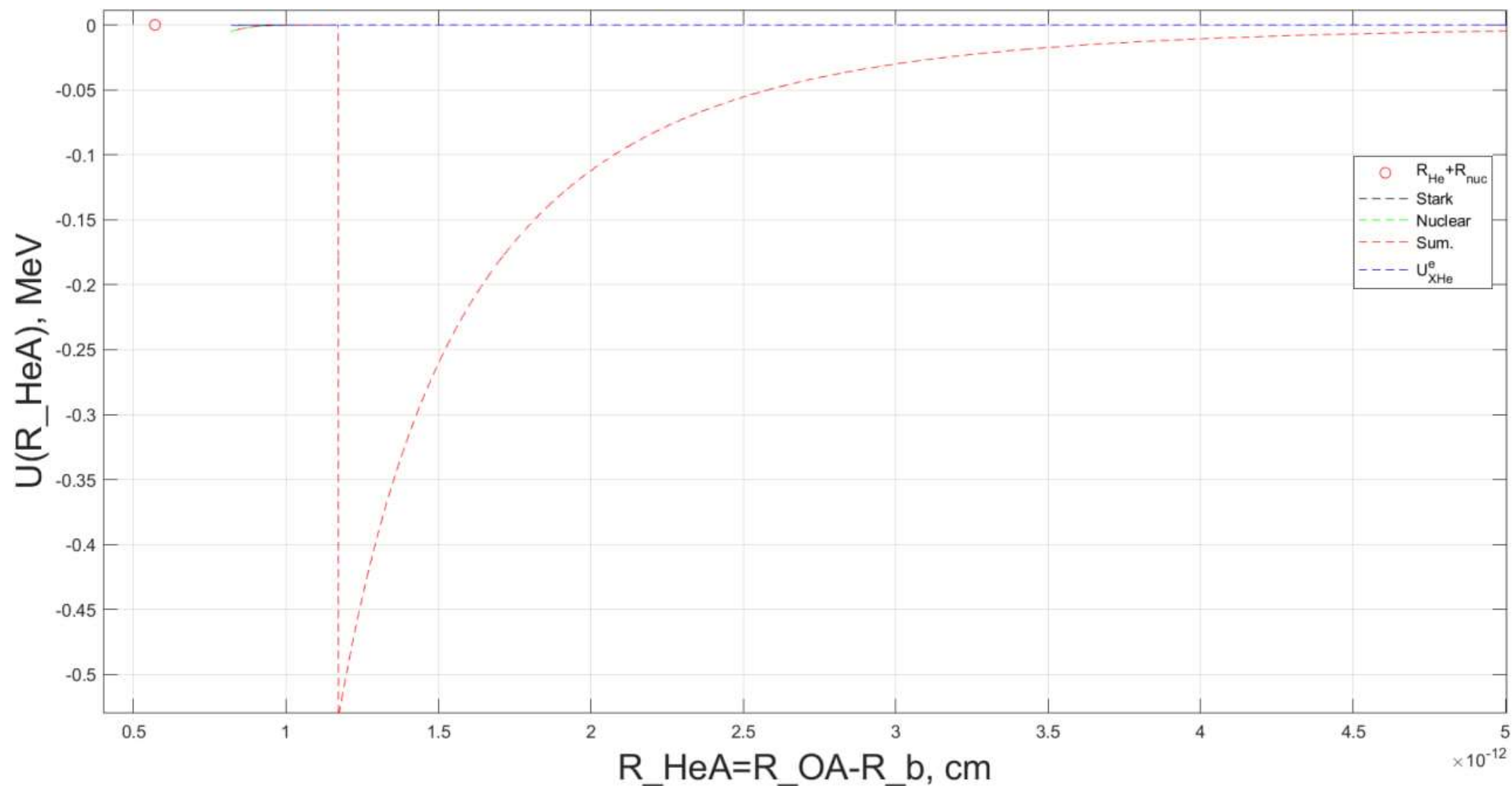
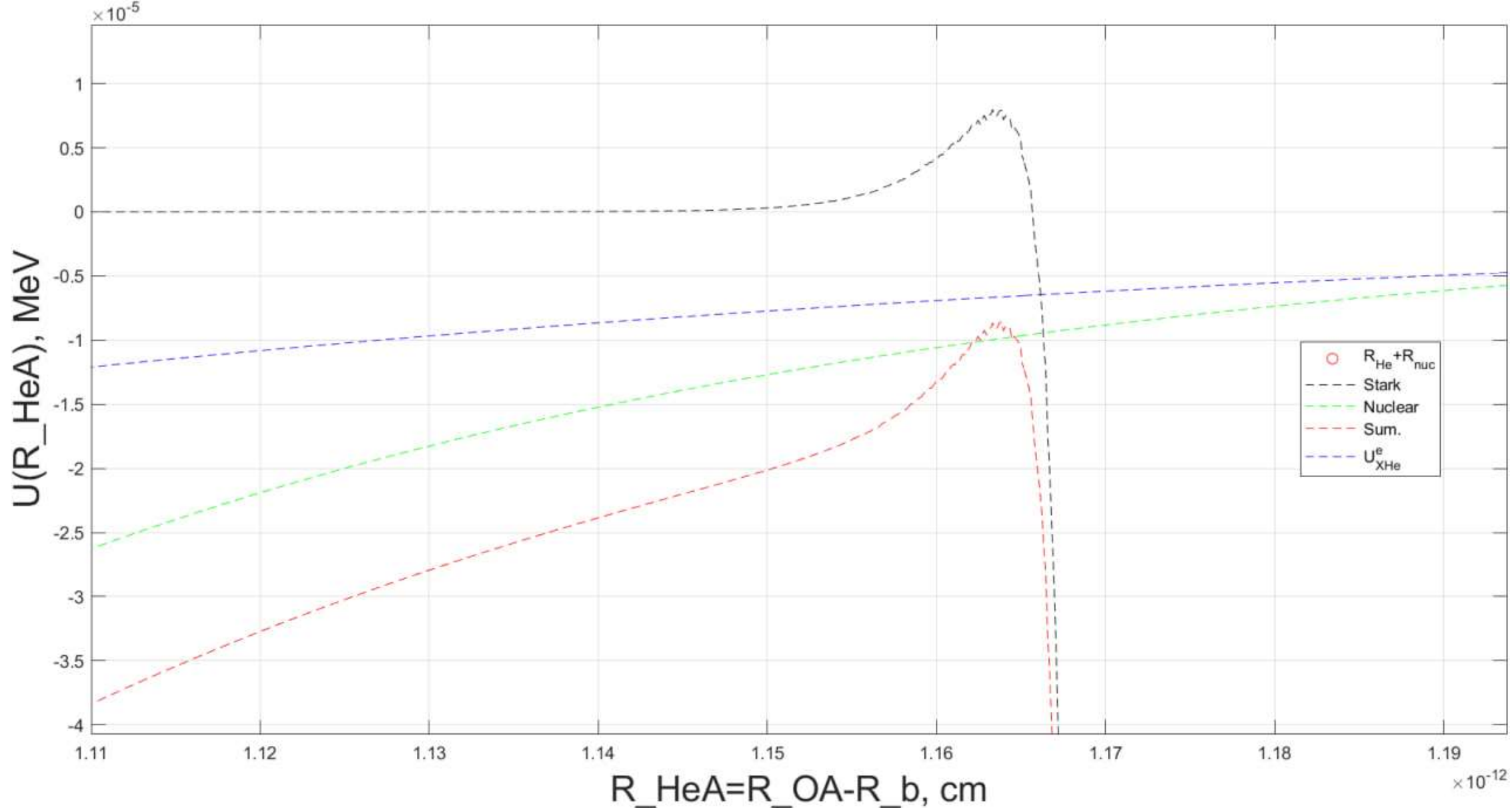


График зависимости значений энергии основного состояния гелия в поляризованном атоме скрытой массы (красные звёздочки) от радиус-вектора внешнего ядра натрия.



Графики зависимости ядерного потенциала типа Вудса-Саксона (зеленая пунктирная линия),  $U_{\text{xHe}}^e$  (синяя пунктирная линия), потенциала Штарка (серая пунктирная линия) и суммарного эффективного потенциала взаимодействия  $\text{OHe}$  с ядром вещества натрия (красная пунктирная линия) от расстояния между ядром He, находящемся на боровской орбите атома OHe, и ядром Na. Красным кружочком показана сумма радиусов ядер He и Na.



Графики зависимости ядерного потенциала типа Вудса-Саксона (зеленая пунктирная линия),  $U_{\text{XHe}}^e$  (синяя пунктирная линия), потенциала Штарка (серая пунктирная линия) и суммарного эффективного потенциала взаимодействия  $\text{OHe}$  с ядром вещества натрия (красная пунктирная линия) от расстояния между ядром  $\text{He}$ , находящемся на боровской орбите атома  $\text{OHe}$ , и ядром  $\text{Na}$ . Красным кружочком показана сумма радиусов ядер  $\text{He}$  и  $\text{Na}$ .

# Электрический потенциал X-гелия.

$$\psi = \frac{e^{-r/r_0}}{\sqrt{\pi}r_0^{3/2}} \quad en_p = \begin{cases} \frac{eZ_\alpha}{\frac{4}{3}\pi R_{nHe}^3} & \text{для } r < R_{nHe}, \\ 0 & \text{для } r > R_{nHe}. \end{cases}$$

$$\frac{1}{r}(\phi r)'' = -4\pi e \left( n_p + \frac{Z_X e^{-2r/r_0}}{\pi r_0^3} \right) \quad U_{XHe}^e = eZ_A \phi$$

$$\phi = \begin{cases} -eZ_X e^{-2r/r_0} \left( \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r} \right) & \text{для } r > R_{nHe}, \\ -eZ_X e^{-2r/r_0} \left( \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r} \right) + \frac{eZ_X}{r} + \frac{eZ_\alpha}{R_{nHe}} \left( \frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R_{nHe}^2} \right) & \text{для } r < R_{nHe}. \end{cases}$$



# Структура связанного состояния X-гелия.

Структура связанного состояния X-гелия зависит от значения параметра:

$$a = Z_{\alpha} Z_X \alpha A m_p R_{nHe}$$

- При  $0 < a < 1$  связанное состояние выглядит как атом Бора с дважды отрицательно заряженной частицей  $O^{--}$  в остове и ядром He, движущимся по боровской орбите.

$$I_0 = \frac{Z_{O^{--}}^2 - Z_{He}^2 \alpha^2 m_{He}}{2} \approx 1.6 \text{ МэВ} \quad R_b = \frac{\hbar c}{Z_{O^{--}} - Z_{He} m_{He} \alpha} \approx 2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$$

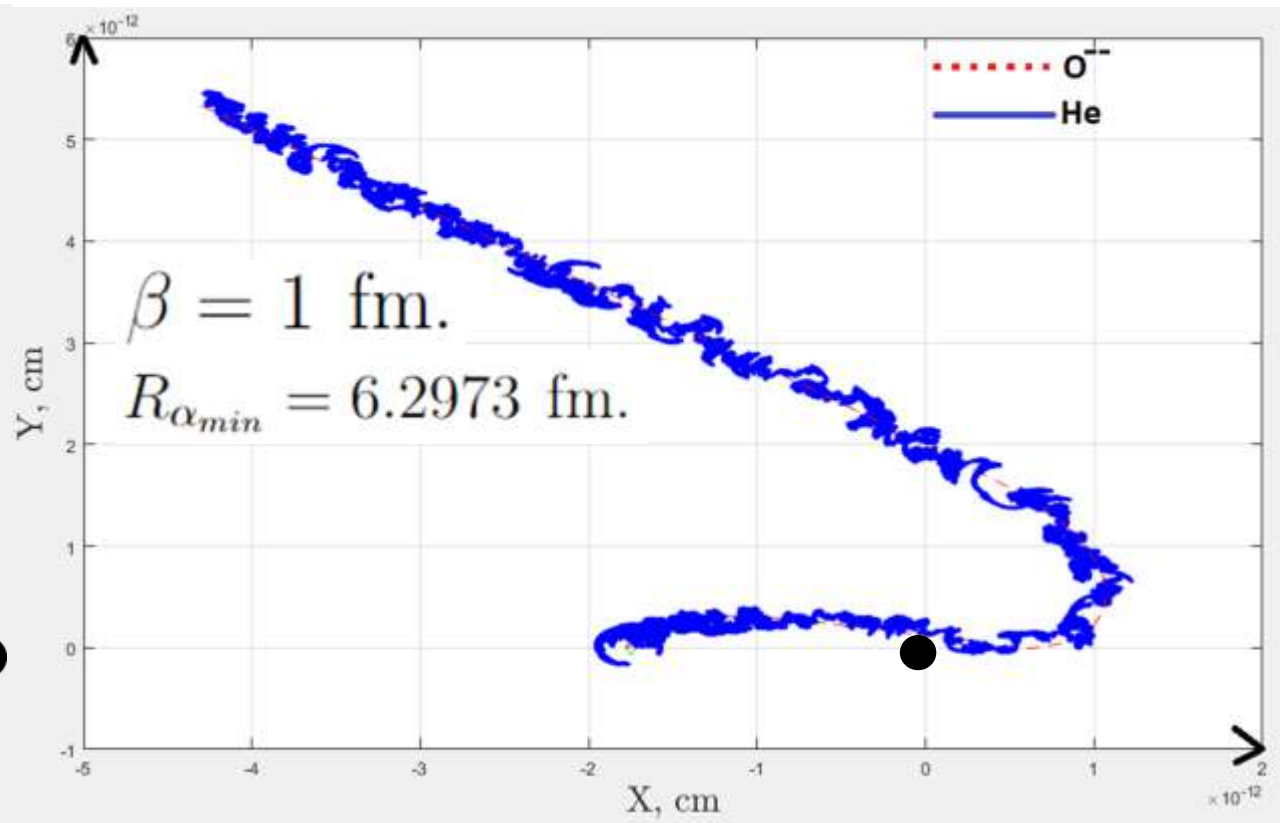
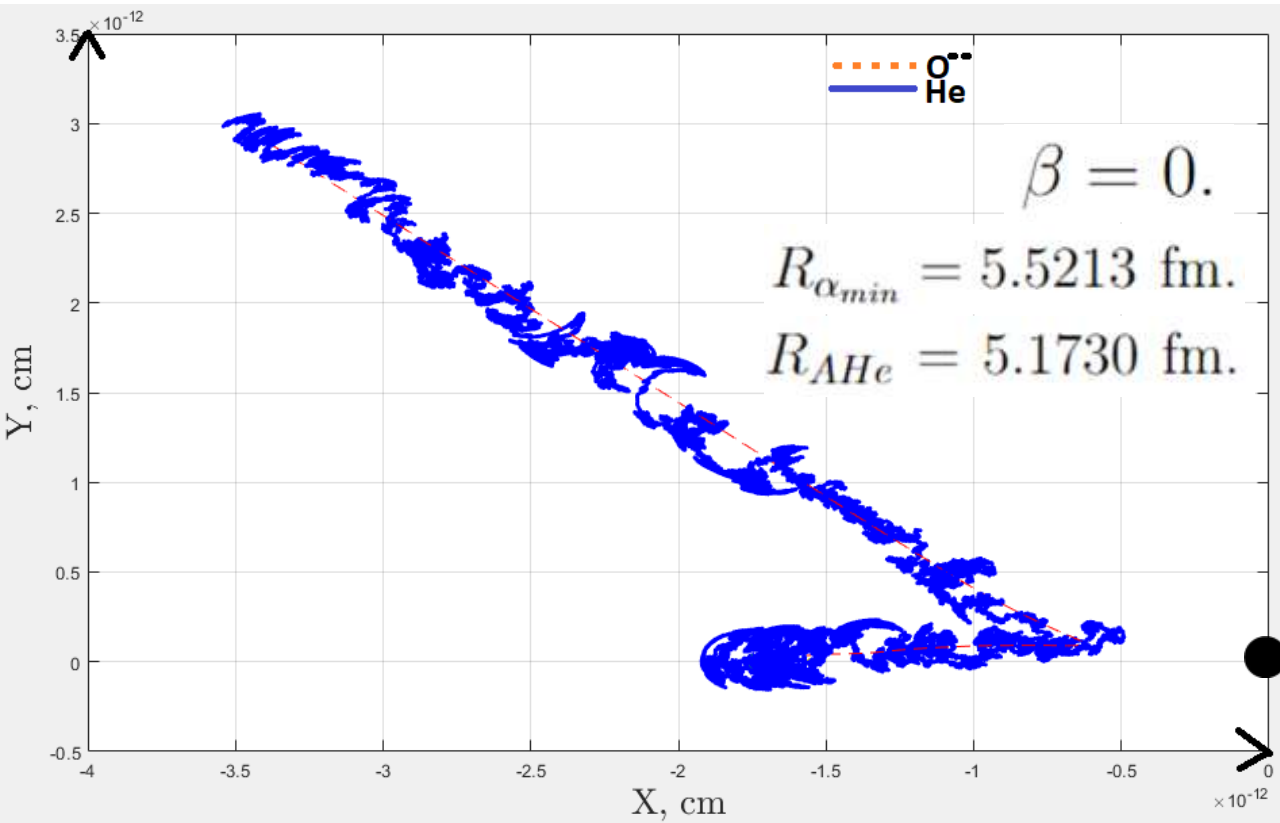
- При  $1 < a < \infty$  связанные состояния выглядят как атомы Томсона, в которых тело ядра nHe колеблется около тяжелой отрицательно заряженной частицы X.

# Эффект Штарка.

$$\vec{\delta} = \frac{Z_\alpha \vec{E}}{Z_X 4/3\pi\rho} + \frac{\vec{F}_\alpha^N}{eZ_X 4/3\pi\rho} \quad \rho = \frac{Z_\alpha e}{4/3\pi R_{nHe}^3}$$

$$U_{St} = eZ_\alpha E\delta.$$

$$\vec{F}_{St} = -\text{grad } U_{St}.$$



Траектории движения альфа-частицы и частицы  $O^{--}$  в плоскости XY

# Ядерная сила с учётом неточечности взаимодействующих ядер.

$$U_N(R) = 2C_0 A_1 \left( \frac{\gamma^2}{\pi} \right)^{1/2} e^{-\gamma^2 R^2} \frac{1}{R} \int_0^\infty e^{-\gamma^2 r^2} \frac{\rho_2(r)}{\rho_{00}} \left[ (F_{\text{in}} - F_{\text{ex}}) \left( \rho_2(r) \sinh(2\gamma^2 Rr) \right) \right. \\ \left. + \frac{A_1}{4} \left( \frac{\gamma^2}{\pi} \right)^{3/2} e^{-\gamma^2 (r^2 + R^2)} \sinh(4\gamma^2 Rr) + \rho_{00} F_{\text{ex}} \sinh(2\gamma^2 Rr) \right] r dr .$$

