

ЭФФЕКТЫ ГРАВИТАЦИОННОГО ЛИНЗИРОВАНИЯ НА КЛАСТЕРЕ ПЕРВИЧНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР

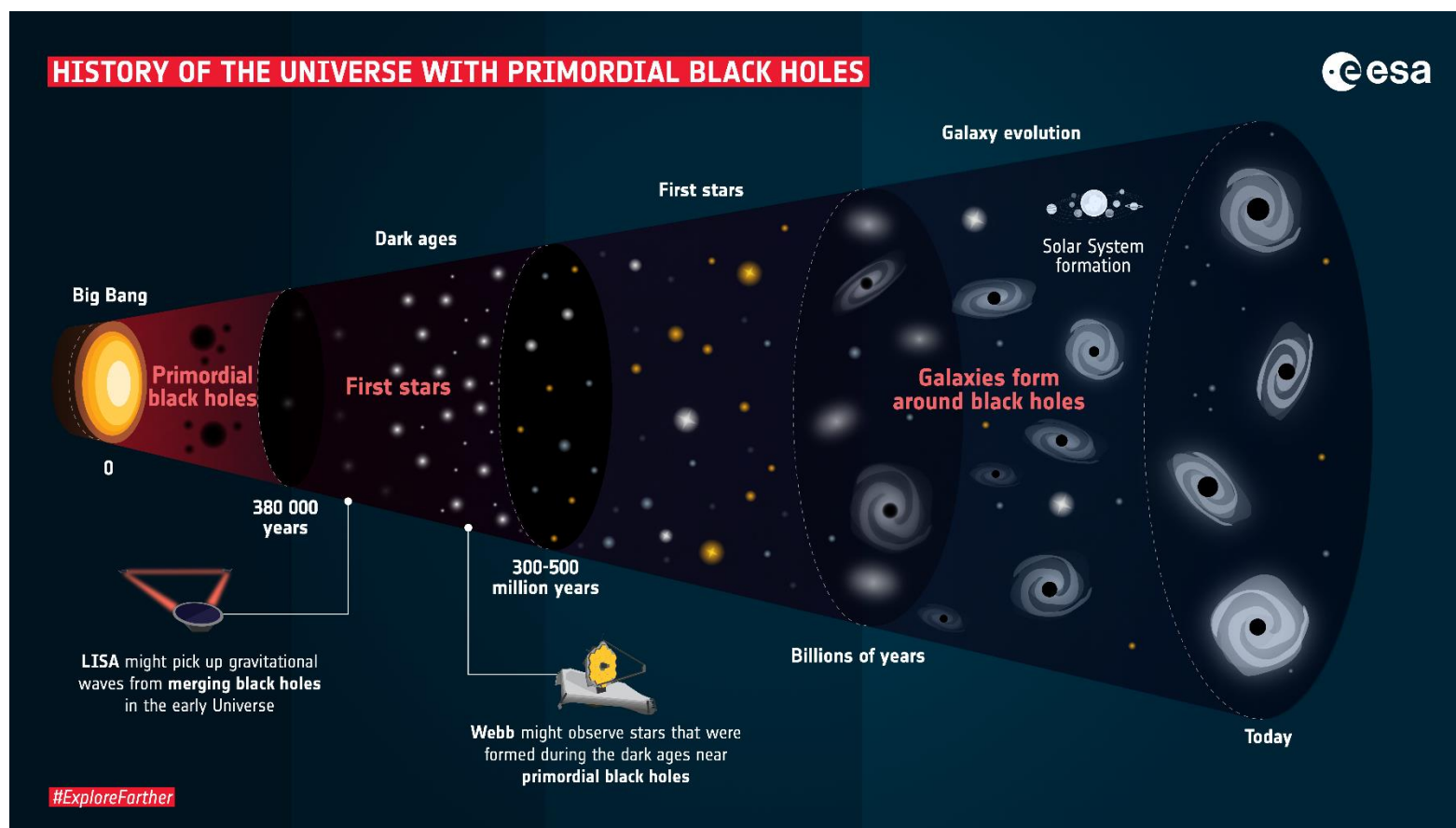
Студент: Мучкинова Б.Ю.

Научный руководитель: Шлепкина Е.С.

Консультант: Белоцкий К.М.

27.06.2024

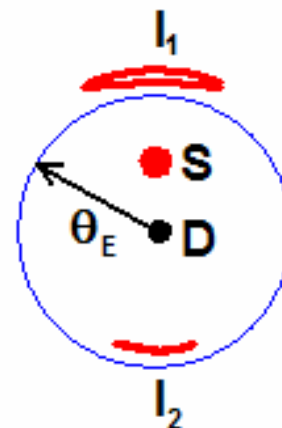
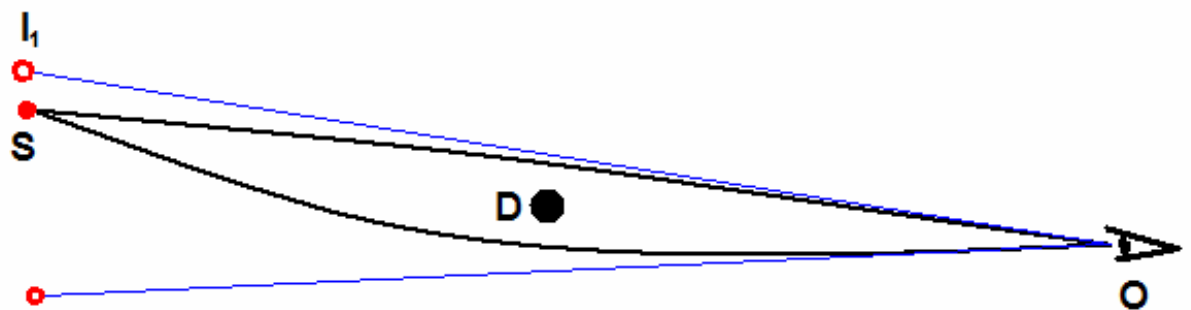
Первичные черные дыры



ПЧД могут объяснить:

1. природу скрытой массы;
2. происхождение ранних квазаров, $Z = 10$;
3. данные LIGO/Virgo.

Гравитационное микролинзирование



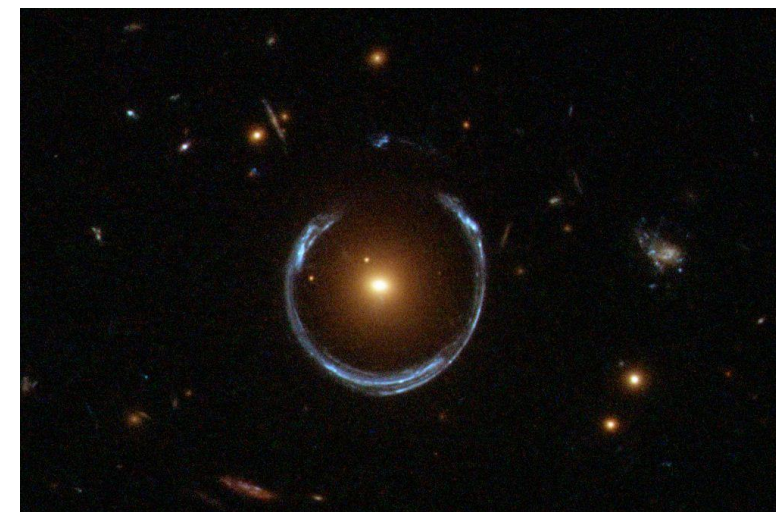
$$\theta_E^2 = \frac{4GM_D}{c^2} \frac{l_{SD}}{l_{DO}l_{SO}} = 2r_{gD} \left(\frac{1}{l_{DO}} - \frac{1}{l_{SO}} \right)$$

угол Хвольсона-Эйнштейна

$$\mu = \frac{\theta_I d\theta_I}{\theta_S d\theta_S} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta\theta}{\theta_S} + \frac{\theta_S}{\Delta\theta} \right)$$

усиление интенсивности

$$\Delta\theta = \sqrt{\theta_S^2 + 4\theta_E^2}$$

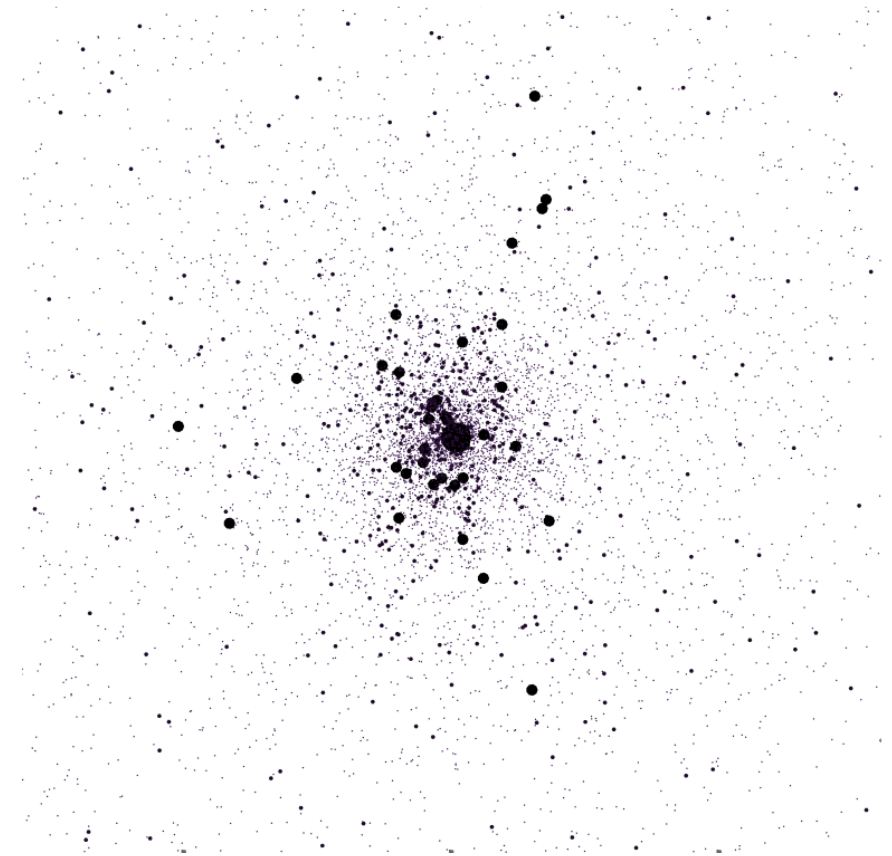


круг Хвольсона-Эйнштейна (конус)

Параметры кластера

- $R = 1$ пк – радиус кластера;
- $M = 10^4 M_{\odot}$ – масса кластера;
- $r_0 = 0.1R$ – радиус ядра кластера («кора»);
- профиль плотности кластера ПЧД, который задается следующим соотношением:

$$\rho(r) = \begin{cases} \frac{\rho_0}{8r_0^3}, & 0 < r < r_0 \\ \frac{\rho_0}{(r + r_0)^3}, & r_0 < r < R \end{cases}$$

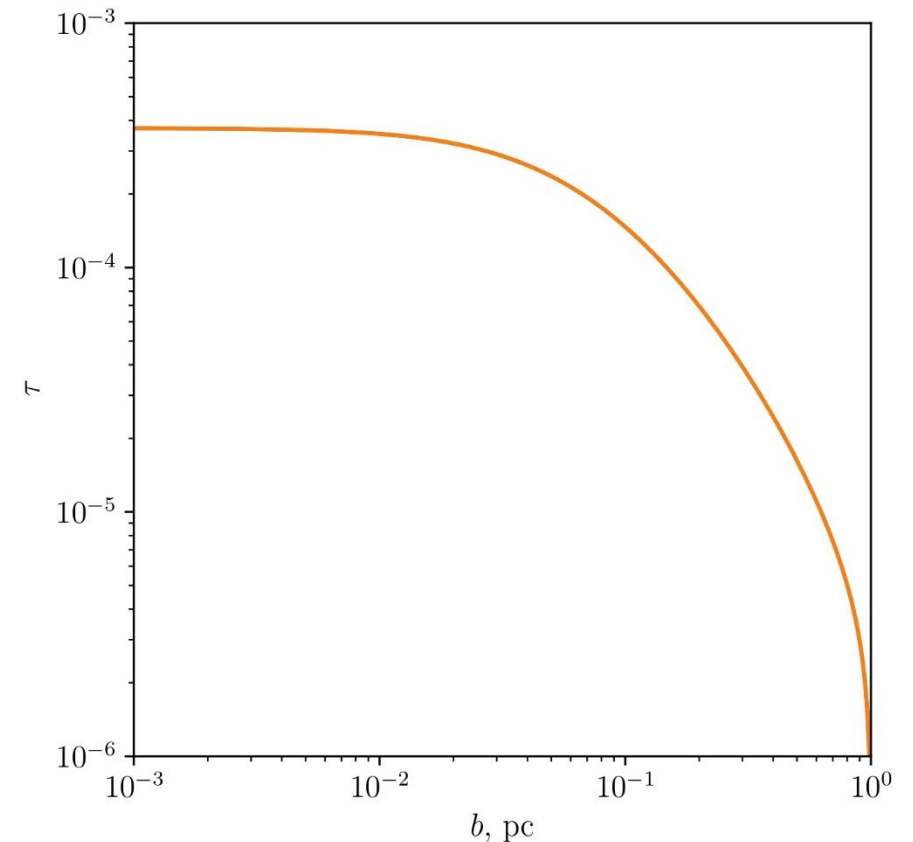
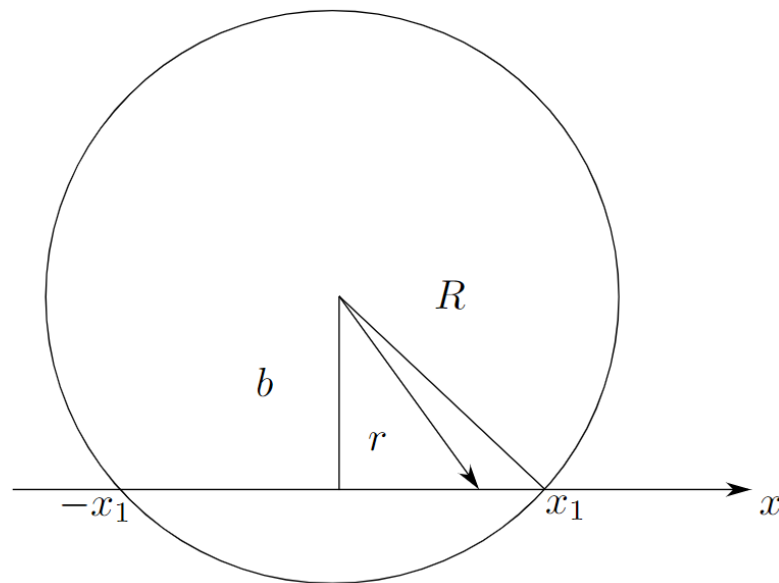


Основные характеристики

Оптическую толщину τ можно определить как число ПЧД, которые помещаются в «трубку» микролинзирования радиуса R_E :

$$\tau = \int_{-x_1}^{x_1} \pi R_E^2 \frac{\rho(r)}{m_{\text{РВН}}} dx$$

$$x_1 = \sqrt{r^2 - b^2}$$



Зависимость оптической толщины от прицельного параметра

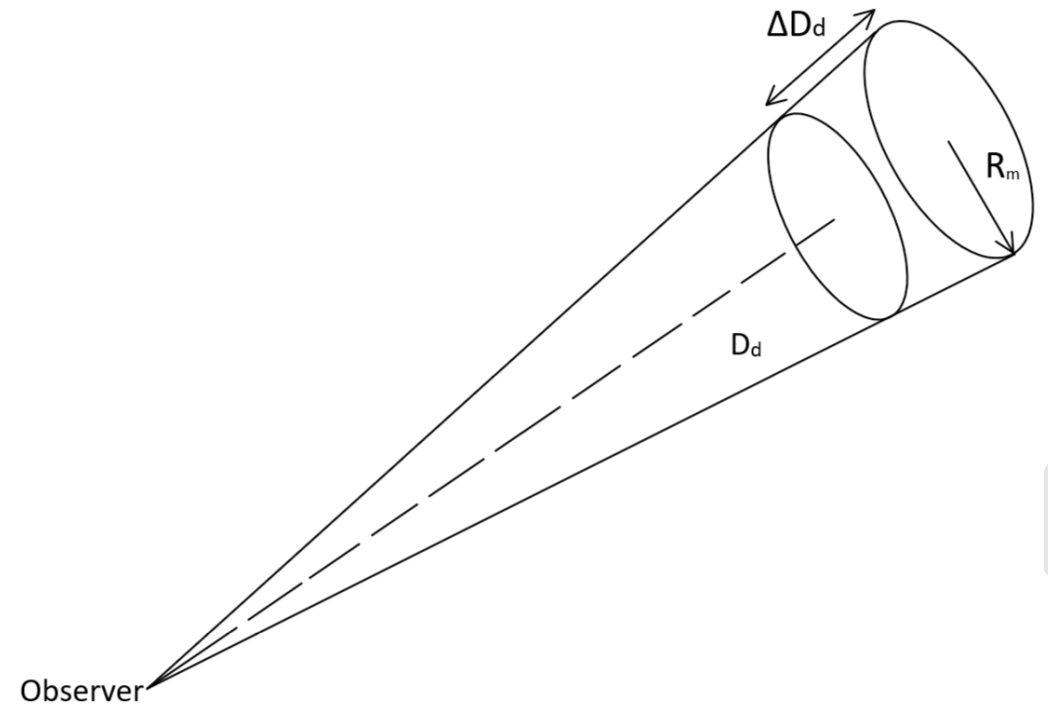
Основные характеристики

Также **оптическую толщину** можно определить часть телесного угла, покрываемого кругами Хвольсона-Эйнштейна.

Вклад тонкого слоя в оптическую толщину:

$$\Delta\tau = \Delta N_{\text{РВН}} \frac{\pi R_{\text{E}}^2}{\pi R_{\text{m}}^2}$$

$$\tau = \sum_{D_{\text{d}}=0}^{D_{\text{s}}} \Delta\tau = \int_0^{D_{\text{s}}} \frac{4\pi G\rho}{c^2} \frac{D_{\text{d}}(D_{\text{s}} - D_{\text{d}})}{D_{\text{s}}} dD_{\text{d}}$$



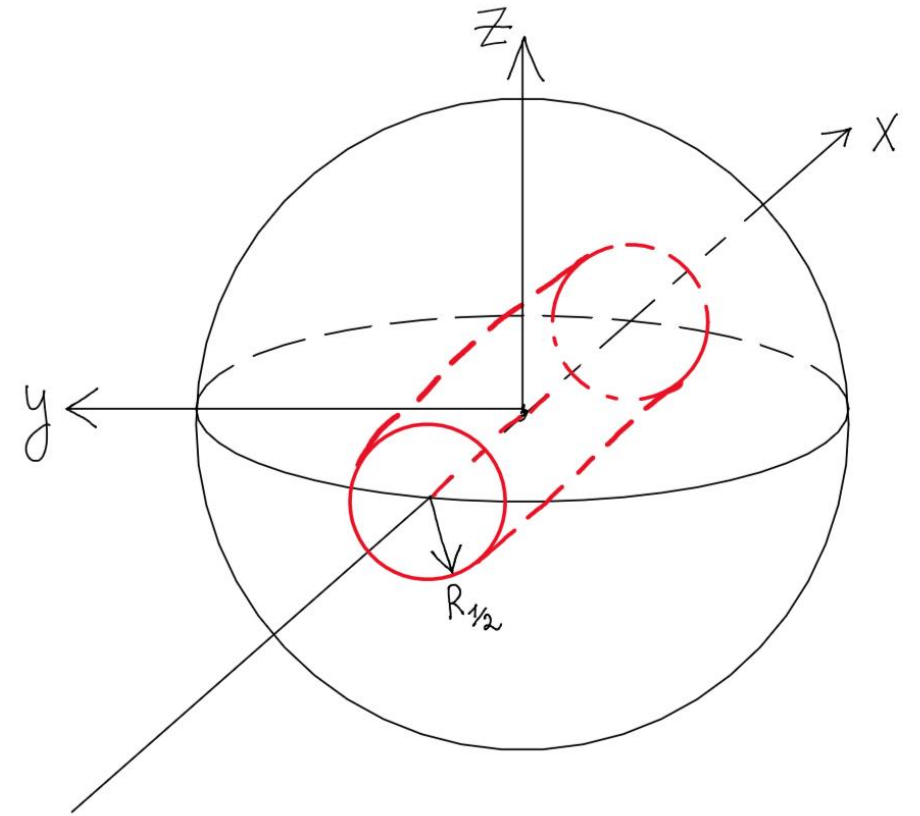
Тонкий слой толщиной ΔD_{d} на расстоянии D_{d} от наблюдателя, внутри площади радиуса R_{m} имеется в среднем одна линза

Основные характеристики

Эффективный радиус $R_{1/2}$ ограничивает объем, охватывающий половину массы кластера:

$$R_{1/2} = 0.502R$$

Эта оценка определяет, насколько велика неточность простых приближений в отношении профиля плотности и говорит о том, что **упрощенные оценки** в большинстве случаев **оправданны**.



Основные характеристики

$$\tau_{cl} = \frac{\int_0^{R/D_d} \tau(\tilde{b}) 2\pi\tilde{b} d\tilde{b}}{\pi(R/D_d)^2} = 1.59 \cdot 10^{-5}$$

Средняя прозрачность кластера

Вычислим **прозрачность неба** (оптическую толщину) для двух случаев: одиночных ПЧД и в виде кластеров :

$$\langle \tau_{cl} \rangle = \tau_{cl} N_{cl} \frac{\pi R_{cl}^2}{4\pi D_d^2} = 3.98 \cdot 10^{-6}$$

Прозрачность неба
с учетом всех кластеров

Первый способ:

$$\langle \tau \rangle = \frac{4\pi G}{c^2} D_s^2 \int_0^1 \rho(x) x(1-x) dx = 3.95 \cdot 10^{-6}$$

Второй способ:

$$\langle \tau \rangle = \frac{M_{Gal}}{m} \frac{\pi R_E^2}{4\pi D_d^2} = 4 \cdot 10^{-6}$$

Прозрачность неба для одиночных ПЧД,
вычисленная разными способами

Видно, что в среднем прозрачность неба **не зависит** от того, как сгруппированы ПЧД (пока нет эффекта наложения)

Влияние профиля плотности Галактики на оптическую толщину

1. Кластеры ПЧД равномерно распределены в объеме сферы радиуса $D_s = 50$ кпк:

$$\mathcal{T} = \int_0^{D_s} \frac{4\pi G \rho}{c^2} \frac{D_d(D_s - D_d)}{D_s} dD_d = \frac{4\pi G \rho}{c^2} D_s^2 \int_0^1 x(1-x) dx = 4.94 \cdot 10^{-7}.$$

2. Кластеры ПЧД равномерно распределены на поверхности сферы радиуса $D_d = 10$ кпк (как на пред. слайде):

$$\mathcal{T} = \int_0^{D_s} \frac{4\pi G \rho}{c^2} \frac{D_d(D_s - D_d)}{D_s} dD_d = \frac{4\pi G}{c^2} D_s^2 \int_0^1 \rho(x) x(1-x) dx = 3.95 \cdot 10^{-6}.$$

3. Кластеры ПЧД равномерно распределены в объеме сферы радиуса $D_d = 10$ кпк:

$$\mathcal{T} = \frac{4\pi G \rho}{c^2} D_s^2 \int_0^1 x(1-x) dx = \frac{4\pi G}{c^2} D_s^2 \frac{M_{Gal}}{\frac{4\pi}{3} D_d^3} \frac{1}{6} = \frac{GM_{Gal} D_s^2}{2c^2 D_d^3} = 6.18 \cdot 10^{-5}.$$

Оптическая толщина кластеров (одиночных ПЧД) **сильно зависит** от их распределения по расстоянию до них

4. Кластеры ПЧД распределены по профилю Наварро-Френка-Уайта:

$$\mathcal{T} = \int_0^{D_s} \frac{4\pi G \rho_{NFW}}{c^2} \frac{D_d(D_s - D_d)}{D_s} dD_d = 0.45 \cdot 10^{-6}.$$

$$\rho_{NFW} = \frac{\rho_0}{R_c} \left(1 + \frac{R(D_d)}{R_c} \right)^{-2}$$

Фактор наложения

Фактор наложения η – доля площади БМО, которую покрывают кластеры ПЧД:

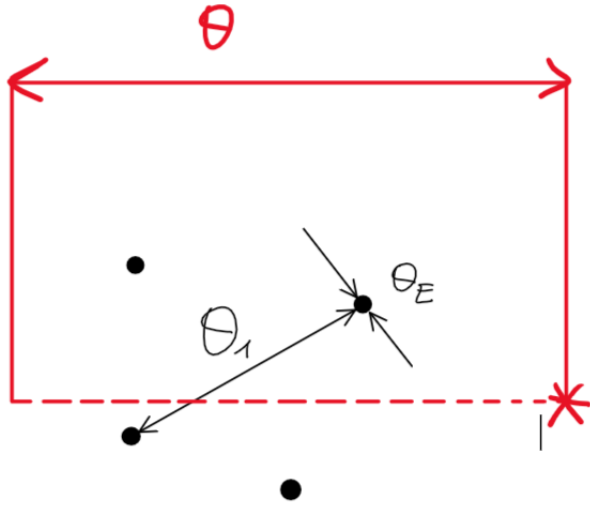
$$\eta = \frac{\mathcal{T}}{\tau} = 0.029$$

Фактор наложения через
отношение оптических толщин

$$\eta = \int_0^{D_s} \Delta\Omega \frac{\rho_{\text{NFW}}(D_d)}{M_{\text{cl}}} D_d^2 \frac{\pi\theta_{\text{cl}}^2}{\Delta\Omega} dD_d = 0.035$$

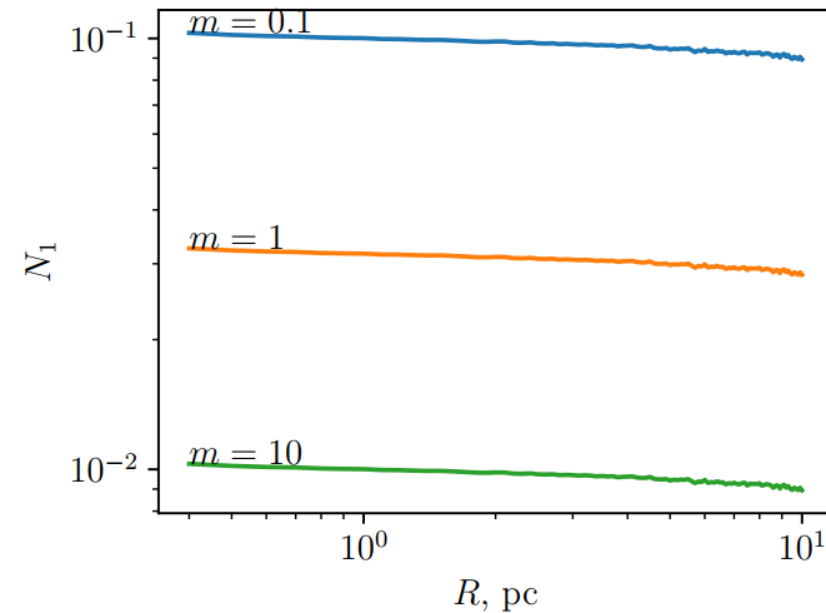
Фактор наложения через плотность
кластеров на небе

Вероятность двойного события для одного кластера



$$N_1 = \frac{l}{\lambda} N_{\text{star}} = \pi l \theta_E n_{\text{star}} N_{\text{PBH}} = 8.29 \cdot 10^{-4} \left(\frac{M_{\odot}}{m_{\text{PBH}}} \right)^{1/2} \left(\frac{1 \text{ ПК}}{R} \right)^2 N_{\text{star}}$$

Вероятность двойного события на одном кластере **не зависит** от его размера, а **зависит** от массы ПЧД и их количества в кластере



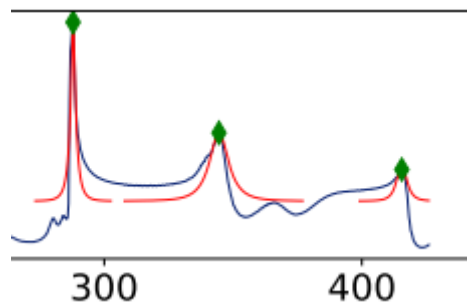
Зависимость вероятности двойного события на кластере от его радиуса при различных значениях масс m ПЧД

Возможные особенности линзирования на кластере

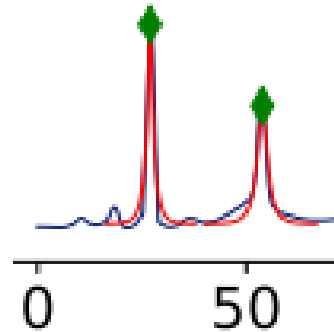
Возможные особенности линзирования на кластере

Искаженная форма
профиля события

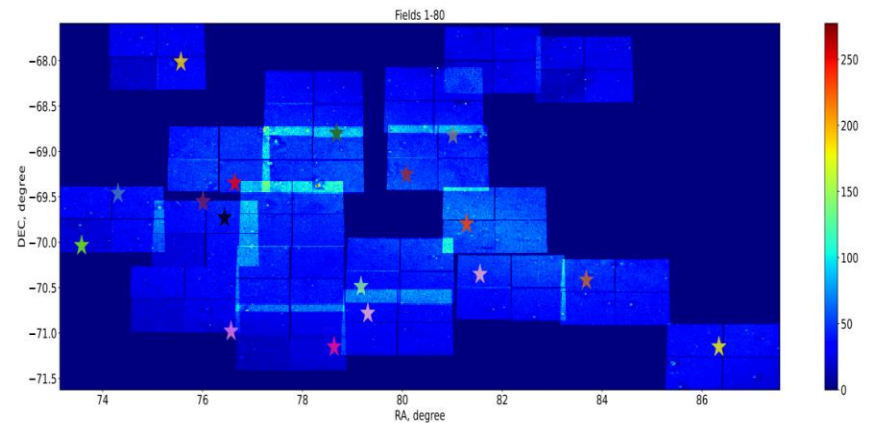
Экранировка



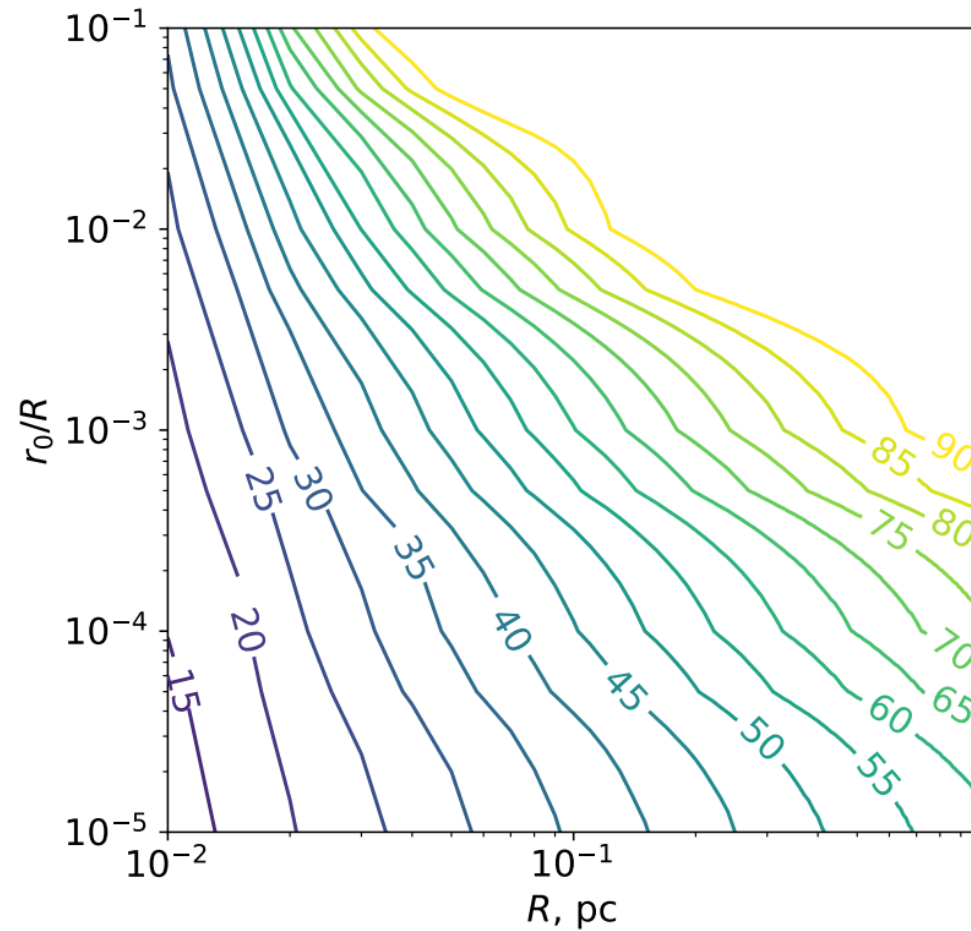
Кратность событий
для одной звезды



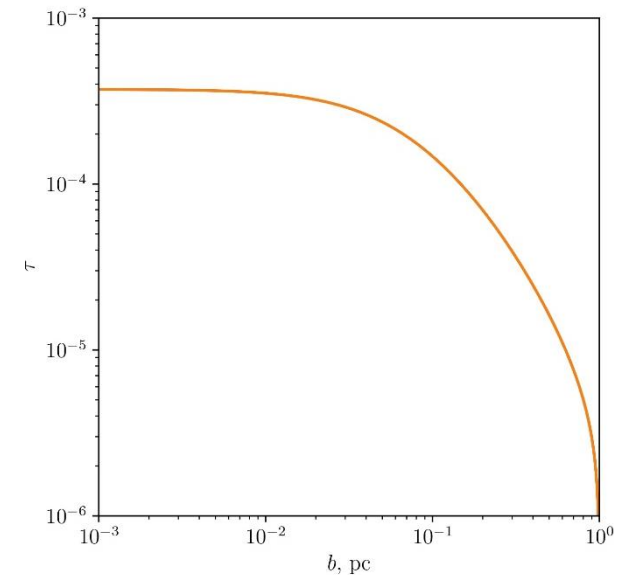
Группирование событий
по времени и расстоянию



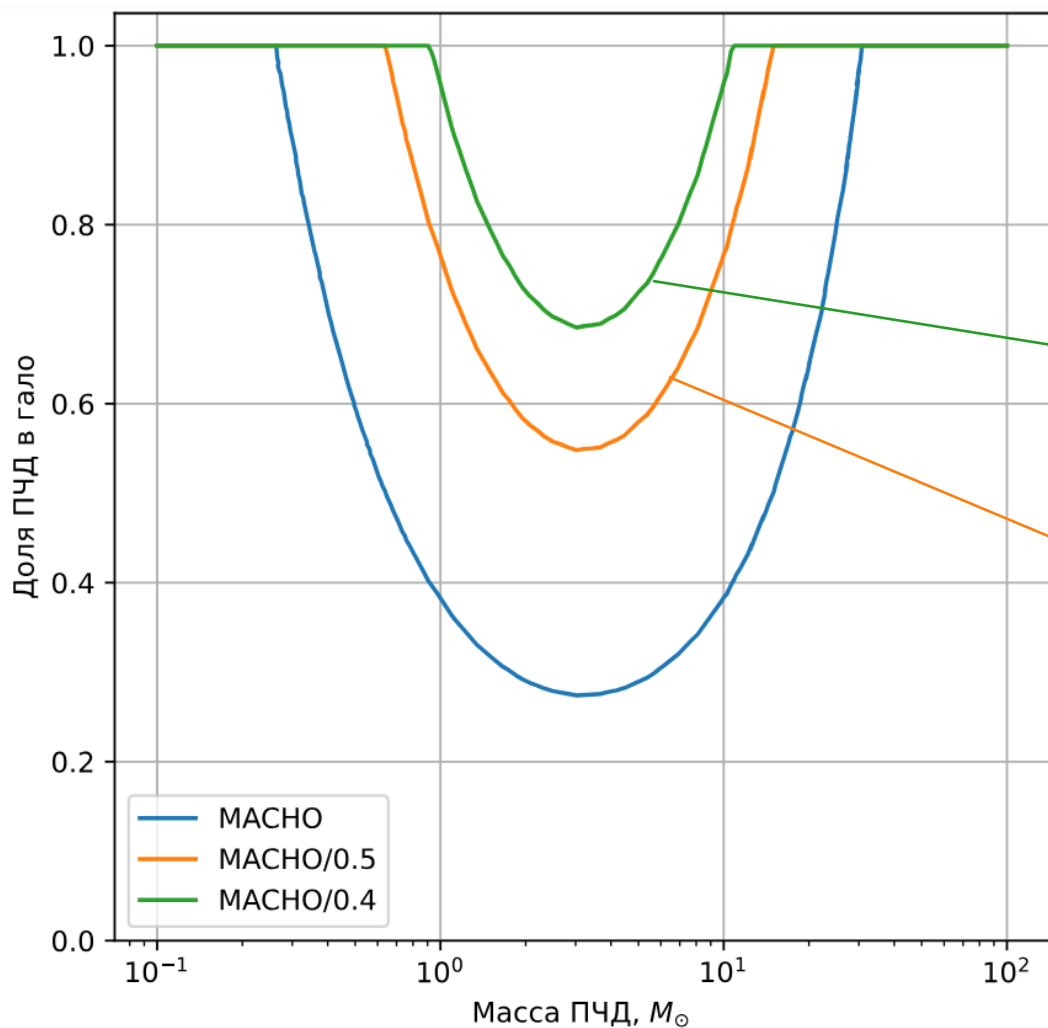
Доля незаэкранированных ПЧД



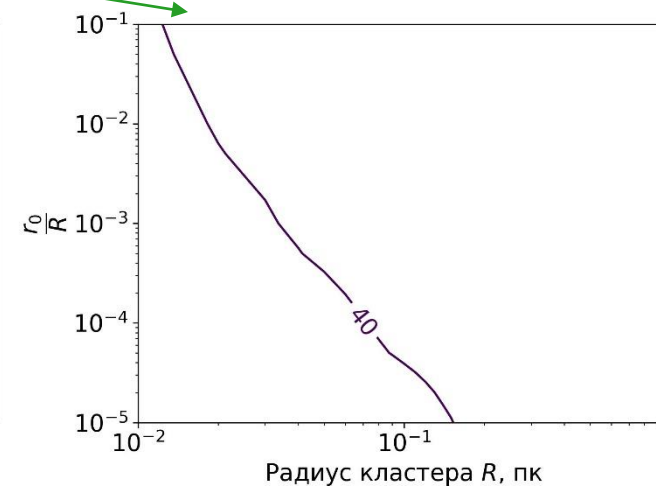
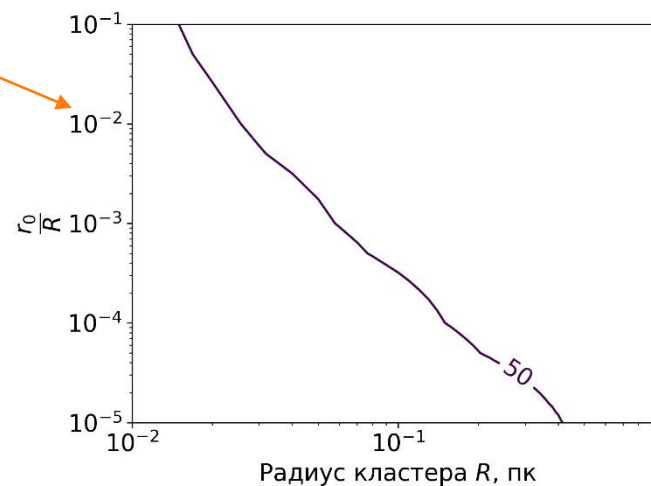
Под **незаэкранированными** ПЧД подразумеваем часть ПЧД в кластере, которая лежит в области $\tau < \mathbf{0.1}$, поскольку эффект искажения профиля события проявляется при $\tau \ll 1$



Ослабленные ограничения МАСНО



Ослабления ограничений имеют место, когда эффект от кластера силен (менее вероятный случай, поскольку требуются более экстремальные параметры кластера)



Воспроизведение результатов МАСНО

N_1 – **вероятность события линзирования** для одиночных ПЧД:

$$N_1 = \frac{N_{\text{star}} t}{t_{10}} \int_0^{D_s} n(D_d) \frac{4\pi D_d^2}{\theta_{\text{sky}}^2} \theta_E(D_d) \frac{vt_{10}}{D_d} dD_d$$

Для профиля Наварро-Френка-Уайта: $\rho_{\text{NFW}} = \frac{\rho_0}{\frac{R(D_d)}{R_c} \left(1 + \frac{R(D_d)}{R_c}\right)^2}$

$$N_1 = 7.9 \cdot 10^{-6}$$

Для профиля, который использовали МАСНО: $\rho_H(R) = \rho_0 \frac{R_0^2 + a^2}{R^2 + a^2}$

$$N_1 = 8.3 \cdot 10^{-6}$$

Ожидаемое количество событий микролинзирования ≈ 19 , что согласуется с результатами МАСНО

Период T между событиями линзирования

← Период между событиями линзирования →

для одного кластера ПЧД:

$$T = \frac{\theta_E D_d}{\tau v} = 1.19 \cdot 10^4 \text{ лет}$$

для одиночных ПЧД:

$$T_{\text{РВН}} = \frac{\langle T \rangle}{\eta} = \frac{0.15 \text{ лет}}{0.03} = 50 \text{ лет}$$

Средний период с учетом всех кластеров

$$\langle T \rangle = \frac{T}{N_{\text{cl}}} = 0.15 \text{ лет}$$

(N_{cl} – количество кластеров на фоне БМО,
расчет в back-up)

Наблюдалось одно двойное событие с временным интервалом 85 - 90 дней

Вероятность двойного события

$$P = 1 - \exp\left(-\frac{90 \text{ дней}}{0.15 \text{ лет}}\right) = 0.81 \longrightarrow$$

ограничения на долю кластеров
среди всех ПЧД

Заключение

В данной работе разрабатывалась методика расчета эффекта гравитационного микролинзирования звезд БМО на кластере ПЧД. Были получены с этой целью следующие результаты:

- классифицированы возможные проявления кластерной структуры ПЧД в эффекте микролинзирования;
- были сделаны грубые оценки характеристик кластера и оценки степени их приближения;
- получен вывод о том, что наличие наблюдаемого двойного события в эксперименте МАСНО может иметь существенное значение для двух гипотез (кластерного и одиночного распределения ПЧД) и требует дальнейшего статистического анализа;
- было оценено влияние профиля плотности (оценка $R_{1/2}$) на оценки.

Дальнейшей целью будет являться оценка доли ПЧД входящих в кластер.



Back-Up



Расчет $R_{1/2}$

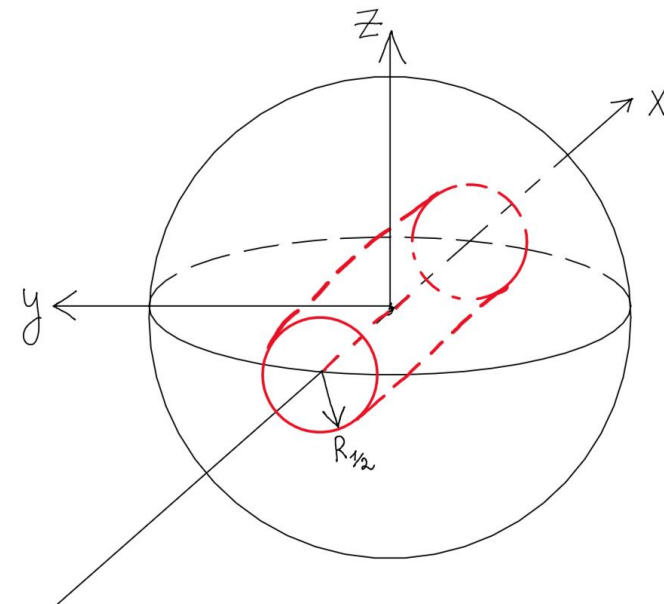
$$\int_V \rho'(r) dV = \frac{N_{\text{PBH}}}{2}, \quad (1.5)$$

$$\rho'(r) = \begin{cases} \frac{\rho_0}{8r_0^3}, & r_0 < r \\ \frac{\rho_0}{(r + r_0)^3}, & r < r_0, \end{cases}$$

$R = 1$ пк – радиус кластера, $r_0 = 0.1R$ – радиус коры

Проинтегрируем (1.5) в цилиндрической системе координат:

$$\int_0^{r_0} d\rho \int_{-\sqrt{r_0^2 - \rho^2}}^{\sqrt{r_0^2 - \rho^2}} 2\pi\rho \frac{\rho_0 dx}{8r_0^3} + 2\pi\rho_0 \int_{r_0}^{R_{1/2}} \rho d\rho \int_{-\sqrt{R_{1/2}^2 - \rho^2}}^{\sqrt{R_{1/2}^2 - \rho^2}} \frac{dx}{\left(r_0 + \sqrt{\rho^2 + x^2}\right)^3} = \frac{N_{\text{PBH}}}{2}$$



Линзирование звезд Большого Магелланова Облака

$$\mathcal{N} = \int_0^R \tau(b)n 2\pi b db = 1.0 \cdot 10^{-3} \quad \mathcal{N}_{\text{DM}} = \mathcal{N} \cdot N_{\text{cl LMC}} = 2.38 \cdot 10^2$$

Вероятность одной звезды
испытать эффект линзирования
на одном кластере

Вероятность одной звезды
испытать эффект линзирования
с учетом всех кластеров

Профиль Наварро-Френка-Уайта

Профиль Наварро-Френка-Уайта

$$\rho_{\text{NFW}} = \frac{\rho_0}{\frac{R(D_d)}{R_c} \left(1 + \frac{R(D_d)}{R_c} \right)^2},$$

где $\rho_0 = 0.0067 M_{\odot} \cdot \text{пк}^{-3}$, $R_c = 20$ кпк – параметры распределения, $R = (D^2 + R_0^2 - 2R_0D \cos \alpha \cos \beta)^{1/2}$ – расстояние, отсчитываемое от центра галактики в направлении БМО, D_d – расстояние, отсчитываемое от Земли в направлении БМО, $R_0 = 8.5$ кпк – расстояние от центра галактики до Солнца, $\alpha = -33^\circ$, $\beta = 280^\circ$ – углы в направлении БМО.

Количество кластеров на фоне БМО

Проведем оценку числа кластеров ПЧД, попадающих в объем выделяемый телесным углом, под которым наблюдается БМО с Земли:

$$N = \int_0^{D_s} \Delta\Omega \frac{\rho_{\text{NFW}}(D)}{M_{\text{cl}}} D^2 dD,$$

где $\Delta\Omega$ – телесный угол, под которым видно БМО с Земли, $D_s = 50$ кпк – расстояние до БМО от Земли, $M_{\text{cl}} = 10^4 M_{\odot}$ – масса кластера.

Угловые размеры БМО составляют $10.75^\circ \times 9.17^\circ$. Тогда

$$\Delta\Omega = 10.75^\circ \cdot 9.17^\circ \left(\frac{\pi}{180^\circ}\right)^2 = 0.03 \text{ ср}$$

Таким образом,

$$N = \Delta\Omega \frac{\rho_0}{M_{\text{cl}}} \int_0^{D_s} \frac{x^2}{\frac{\sqrt{x^2 + 8.5^2 - 2.48x}}{20} \left(1 + \frac{\sqrt{x^2 + 8.5^2 - 2.48x}}{20}\right)^2} dx = 7.8 \cdot 10^4$$

Основные характеристики

Линзирование звезд Большого Магелланова Облака

$$\mathcal{N} = \int_0^R \tau(b) n 2\pi b db = 1.0 \cdot 10^{-3} \quad \mathcal{N}_{\text{DM}} = \mathcal{N} \cdot N_{\text{cl LMC}} = 2.38 \cdot 10^2$$

Вероятность одной звезды
испытать эффект линзирования
на одном кластере

Вероятность одной звезды
испытать эффект линзирования
с учетом всех кластеров

