

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»



Институт ядерной физики и технологий  
Кафедра №40 «Физика элементарных частиц»



# Моделирование процесса адронизации при помощи модели струн Намбу-Гото с обобщенными начальными условиями

Научный руководитель:  
проф., д.ф.-м.н.

Петрухин А. А.

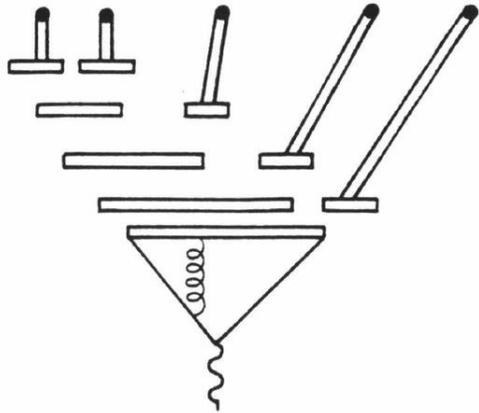
Студент:

Николаенко Р. В.

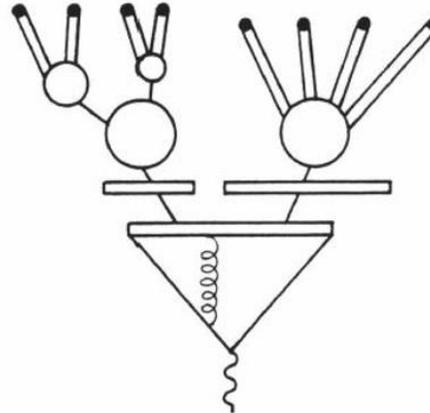
Москва, июнь 2024

# Введение. Струнные модели адронизации

Схема LUND



Caltech-II (Закон площади)



Функции фрагментации струн:

$$f(z) \propto \frac{(1-z)^a}{z} e^{-\frac{bm^2}{z}}$$

- Феноменологический подход
- Введение массы кварков нарушает постулаты модели
- Скейлинг-инвариантность
- Модификация Боулера для тяжелых кварков

- Нет сохранения полного углового момента

$$S_{\text{string}} = -\kappa \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} d\sigma \int_{\tau_1(\sigma)}^{\tau_2(\sigma)} d\tau \sqrt{(\dot{x}x')^2 - \dot{x}^2 x'^2}$$

Закон площади :

$$\frac{dP_{\text{break}}}{dA} = P_0 = \text{const}$$

- Приближение: струны начально-точечные
- Простейший вид начальных условий
- Тяжелые кварки описываются нефизическими струнами

Наблюдаемые расхождения с экспериментальными данными:

- Сечения рождения  $\pi^0$ - мезонов (особенно SoftQCD Minimum-bias generators)
- Рождение  $\rho^0$ - мезонов в передней области в адрон-ядерных взаимодействиях (важно для физики космических лучей)
- Мюонная загадка: отношение  $R = \frac{E_{\pi^0}}{E_{\text{hadr}}}$ 
  - Рождение странных частиц
  - Увеличение выхода резонансов
  - Увеличенный выход барионов

**Важны и коллективные, и неколлективные эффекты!**

T. Pierog, K. Werner, DOI: 10.22323/1.444.02300

# Цель и задачи

## Цель:

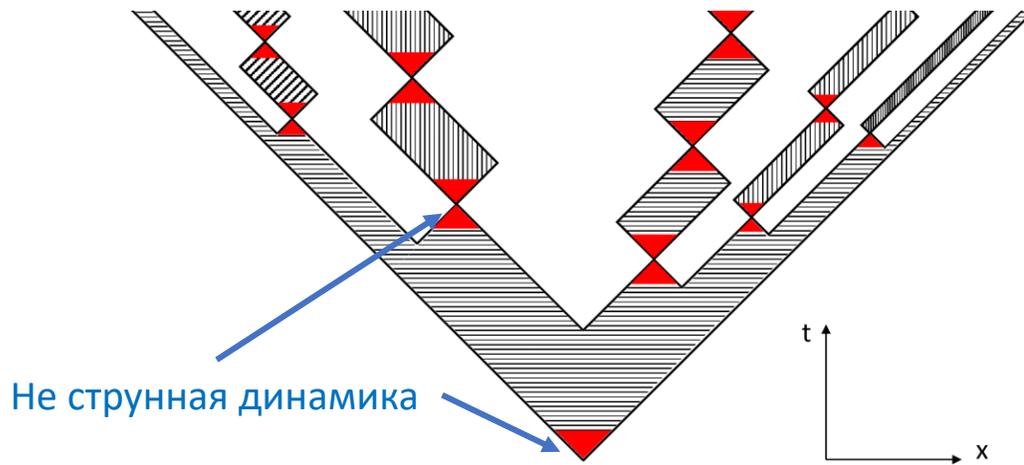
- Разработать модель адронизации, в которой введение новых эффектов при рождении адронов может быть осуществлено с точки зрения динамики кварк-глюонных струн

## Задачи:

- Вывод начальных условий для задачи о движении струны с произвольным числом партонов и тяжелыми кварками на концах
- Выбор калибровки, фиксирующей параметры теории
- Разработка алгоритма фрагментации релятивистских струн и алгоритма перехода струна-адрон
- Разработка программного решения
- Отладка и оптимизация программы
- Настройка свободных параметров модели на  $e^+e^-$ -столкновениях

# Генератор ATROPOS

- Программное решение на базе языка C++ с применением пакета CERN ROOT
- Адронизация представляет собой процесс последовательной фрагментации кварк-глюонных струн, в котором адроны рождаются путем отождествления с ними легких струн при выполнении ряда критериев
- Рассматриваются струны между парой кварк-антикварк или (анти)кварк-(анти)дикварк с произвольным количеством глюонов между ними
- Фрагментация струн управляется законом площади Артру-Меннесье  $\frac{dP_{\text{break}}}{dA} = P_0 = \text{const}$
- Динамика струн определяется действием Намбу-Гото для релятивистской струны **с массами на концах**
- Предполагается использование одного набора параметров для всех типов взаимодействий и частиц
- **Используется обобщенный вид начальных условий**



Мировой лист струны

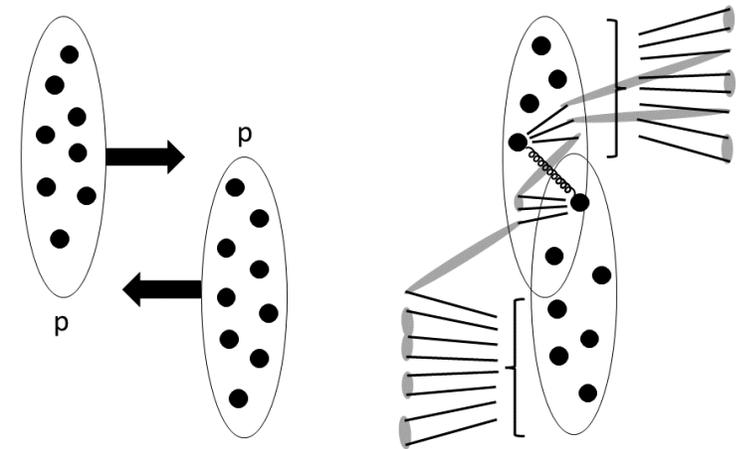


Схема протон-протонного взаимодействия при большой энергии

# Релятивистская струна с массами на концах

$$S_{\text{string}} = -\kappa \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \int_{\sigma_1(\tau)}^{\sigma_2(\tau)} d\sigma \sqrt{(\dot{x}x')^2 - \dot{x}^2 x'^2} - \sum_{i=1}^2 m_i \int_{\tau_1}^{\tau_2} d\tau \sqrt{\left(\frac{dx_\mu(\tau, \sigma_i(\tau))}{d\tau}\right)^2}$$

Из действия следуют уравнения движения

$$\ddot{x}^\mu - x''^\mu = 0$$

и граничные условия

$$\begin{aligned} \frac{m_1}{\kappa} \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\dot{x}_\mu}{\sqrt{\dot{x}^2}} \right) &= x'_\mu, & \sigma &= 0, \\ \frac{m_2}{\kappa} \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\dot{x}_\mu}{\sqrt{\dot{x}^2}} \right) &= -x'_\mu, & \sigma &= \pi. \end{aligned} \quad \xrightarrow{\text{линеаризация}} \quad \begin{aligned} \ddot{x}_\mu(\tau, 0) &= q_1 x'_\mu(\tau, 0), \\ \ddot{x}_\mu(\tau, \pi) &= -q_2 x'_\mu(\tau, \pi), \\ q_1 &= \frac{\kappa}{m_1^2}, & q_2 &= \frac{\kappa}{m_2^2} \end{aligned}$$

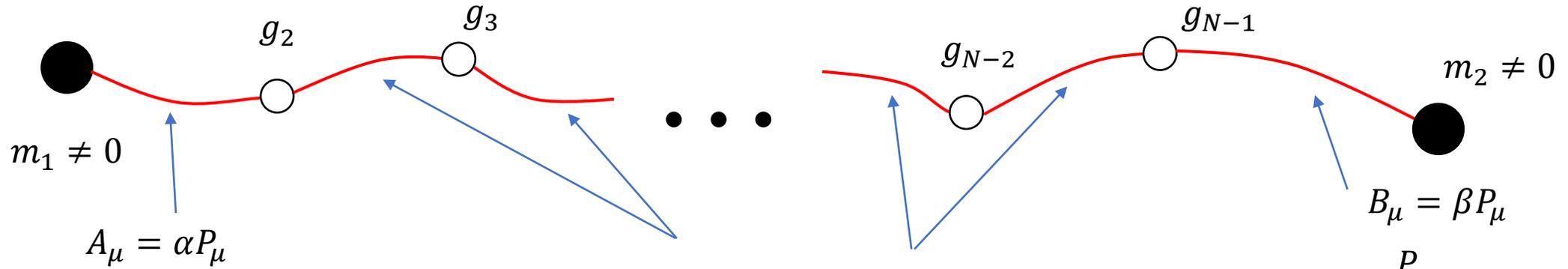
Для линеаризации граничных условий используется условие

$$\dot{x}^2(\tau, 0) = m_1^{-2}, \quad \dot{x}^2(\tau, \pi) = m_2^{-2}$$

Решение задачи Коши о движении струны представляется в виде ряда:

$$x^\mu(\tau, \sigma) = C_0^\mu \tau + D_0^\mu + \sum_{n=1}^{+\infty} [C_n^\mu \sin(\omega_n \tau) + D_n^\mu \cos(\omega_n \tau)] u_n(\sigma)$$

# Обобщенные начальные условия



$$A_\mu = \alpha P_\mu$$

$$B_\mu = \frac{P_\mu}{b} (1 - a\alpha)$$

$$\alpha = \frac{1}{a} \left( 1 - \frac{\kappa b}{m_1 M} \right)$$

$$a = \frac{\pi}{2}, \quad b = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{q_1}$$

$$p_i^\mu(\sigma) = \frac{(N-1)}{\pi} \left( \frac{p_{i+1}^\mu - p_i^\mu}{\sigma_{i+1} - \sigma_i} (\sigma - \sigma_i) + p_i^\mu \right)$$

$$\kappa \dot{x}^\mu(0, \sigma) = p_\mu(\sigma) = \frac{A_\mu - B_\mu}{\pi} \sigma + B_\mu$$

$$\int_0^\pi p^\mu(\sigma) d\sigma = P^\mu = \sum_{i=1}^N p_i^\mu$$

$$p^0(\sigma) \geq 0, \quad \sigma \in [0, \pi]$$

$$p_\mu(\sigma) p^\mu(\sigma) \geq 0$$

$$B_\mu = \beta P_\mu$$

$$A_\mu = \frac{P_\mu}{a} (1 - b\beta)$$

$$\beta = \frac{1}{b} \left( 1 - \frac{\kappa a}{m_2 M_{N-1}} \right)$$

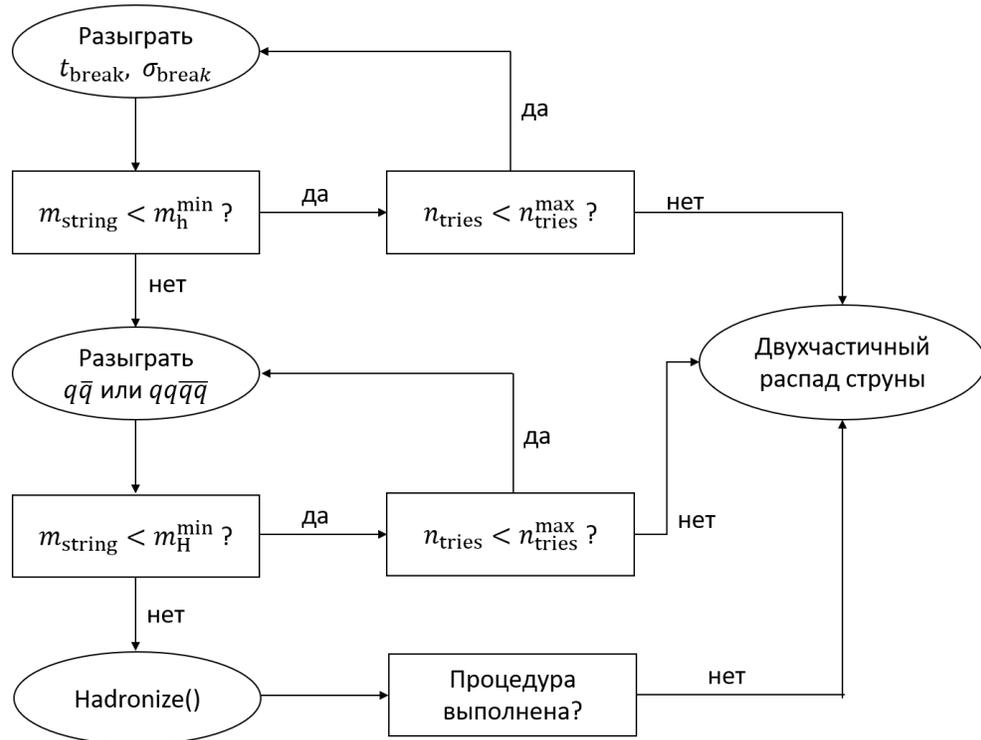
$$a = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{q_2}, \quad b = \frac{\pi}{2}$$

# Структура программы

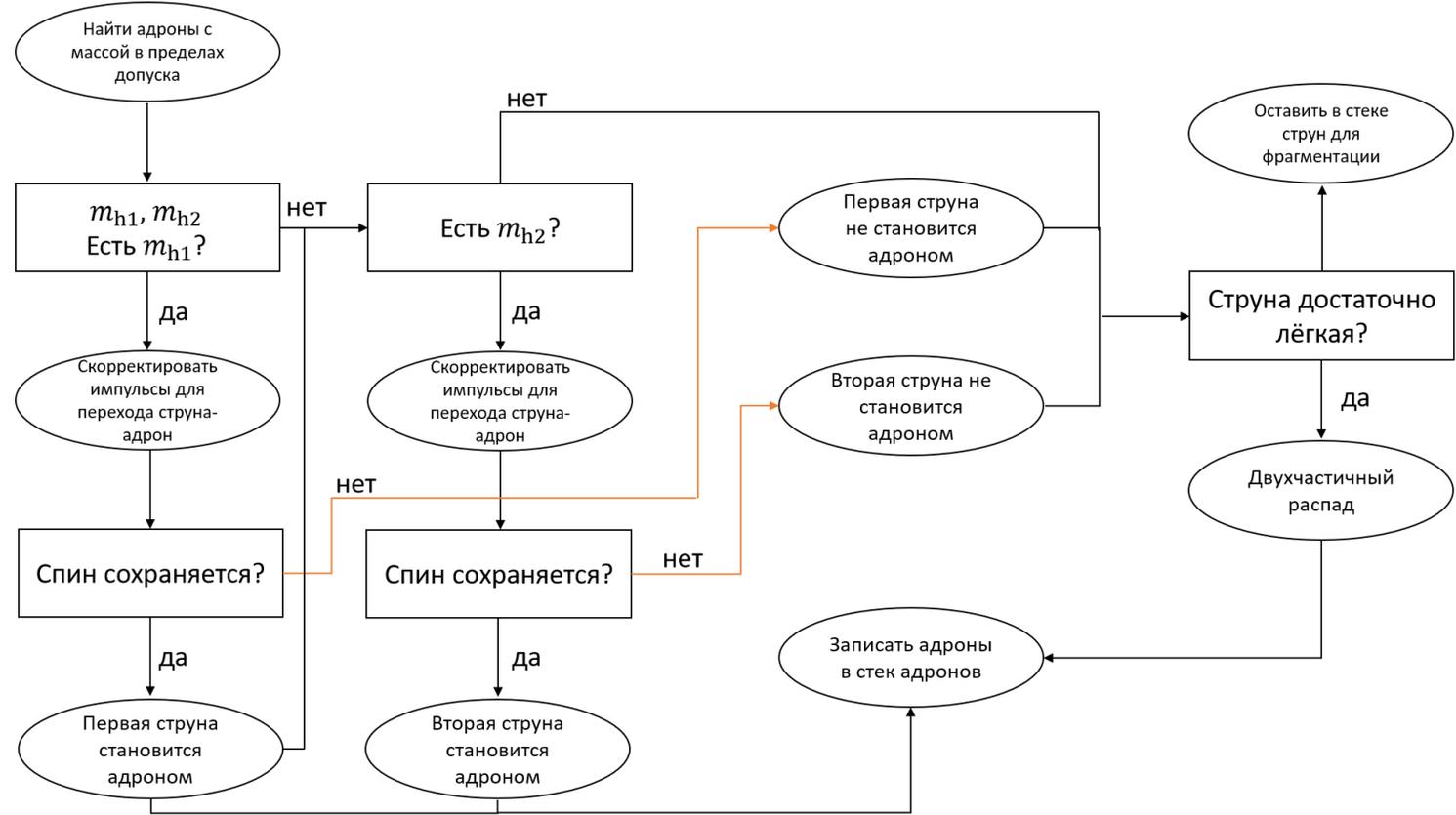
$$A(\tau) = \int_0^\pi d\sigma \int_0^\tau d\tau' \dot{x}^2(\tau', \sigma) + N_{\text{massive}} \tau$$

$$P_{\text{alive}}(\tau) = e^{-P_0 A(\tau)}$$

## Цикл фрагментации



## Алгоритм перехода струна-адрон



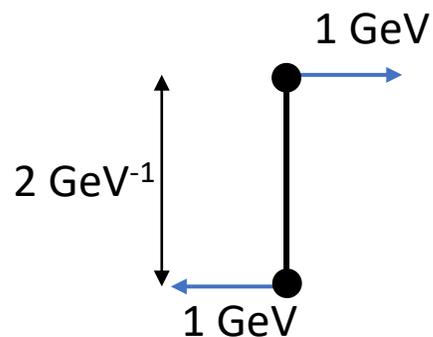
Сохранение 4-импульса при переходе струна-адрон: механизм «hadron-string shoving»

# Угловой момент релятивистской струны. Сохранение спина

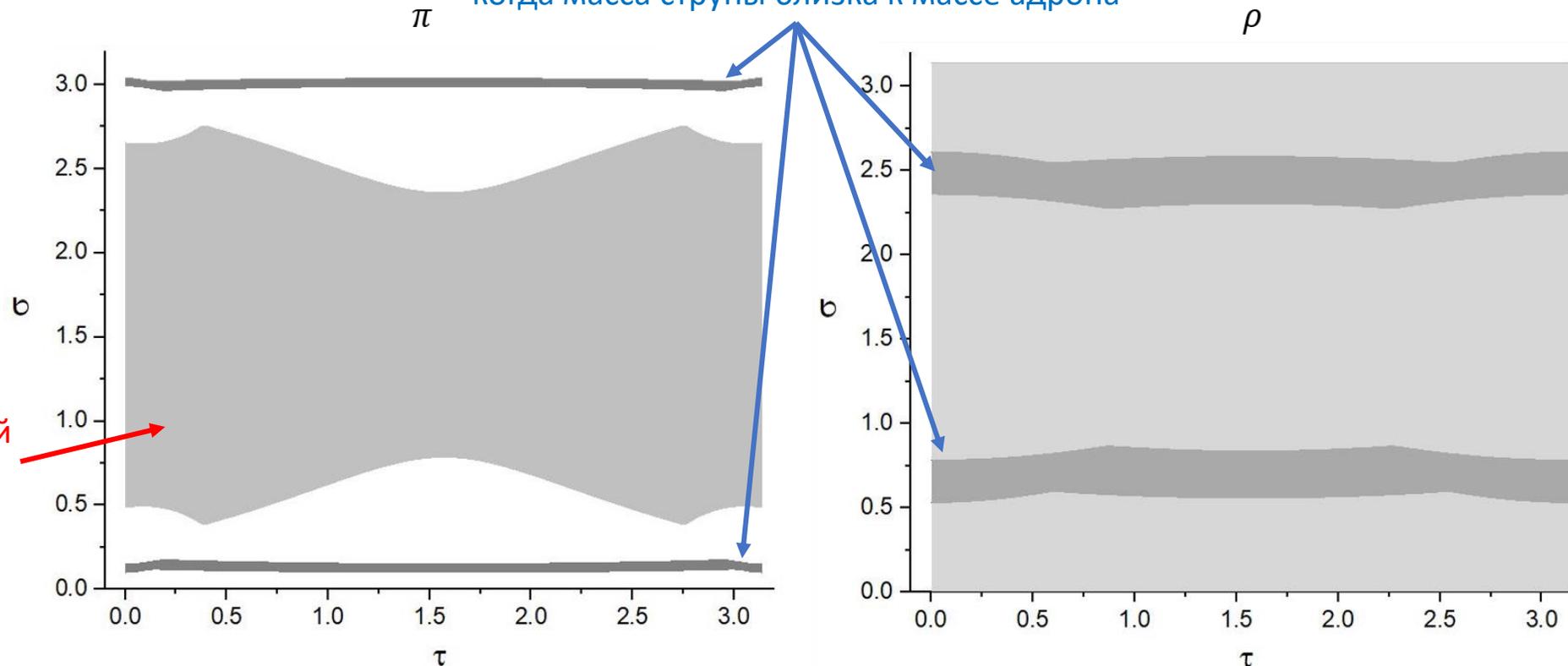
Классический спин струны  $J^2 = \frac{1}{2} \left( S_{\mu\nu} S^{\mu\nu} - \frac{2}{M^2} P_\nu S^{\nu\rho} P^\sigma S_{\sigma\rho} \right)$ , где  $S_{\mu\nu} = -\frac{i}{2} \sum \frac{\alpha_{-n\mu} \alpha_{n\nu} - \alpha_{-n\nu} \alpha_{n\mu}}{n}$ .

Спин системы *может* сохраниться, если при попытке образовать адрон из одной из струн-фрагментов выполняется условие:

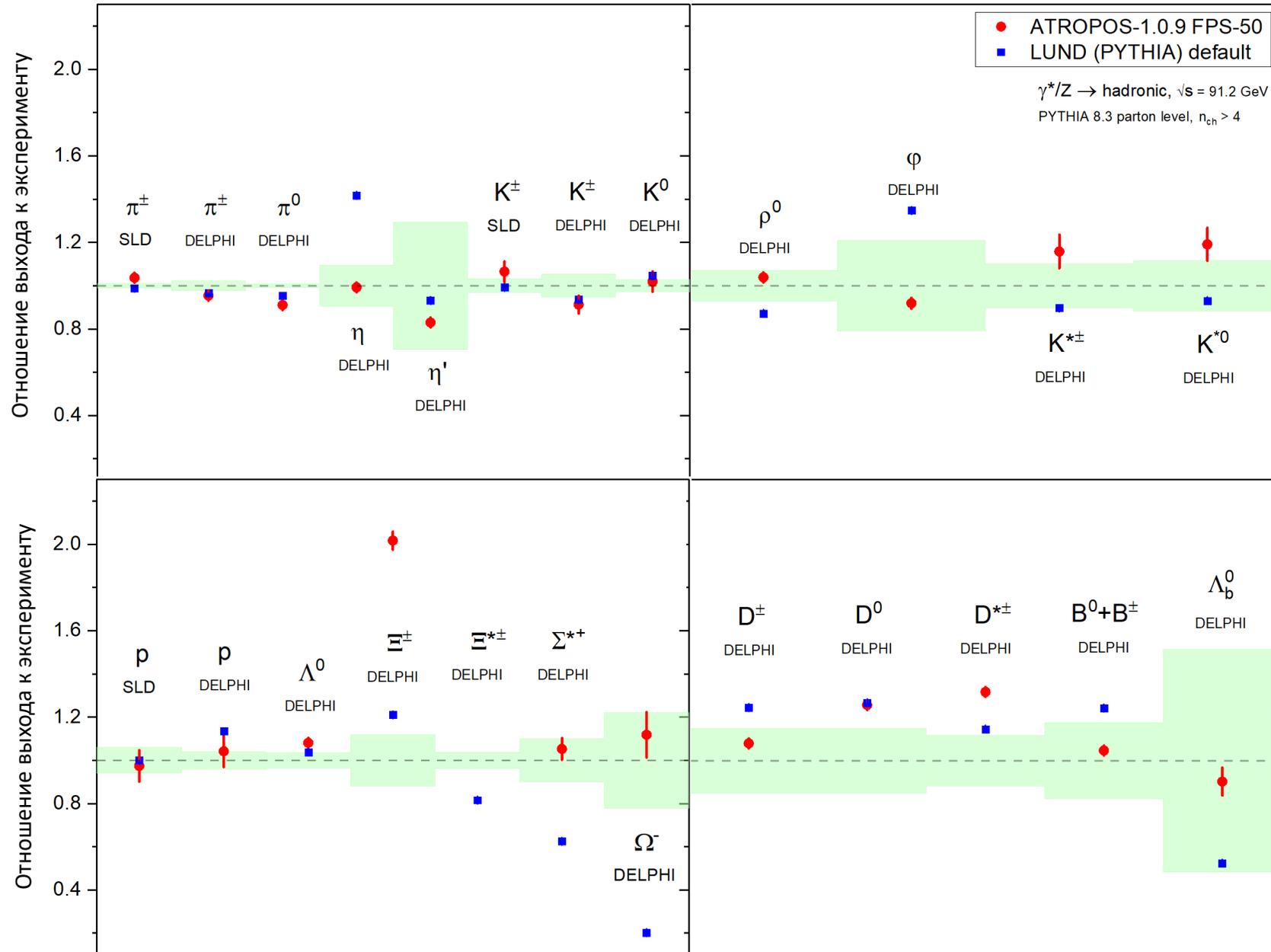
$$J_{\text{frag}} + S_{\text{hadr}} + L \geq J$$



Тёмно-серые области показывают, когда масса струны близка к массе адрона

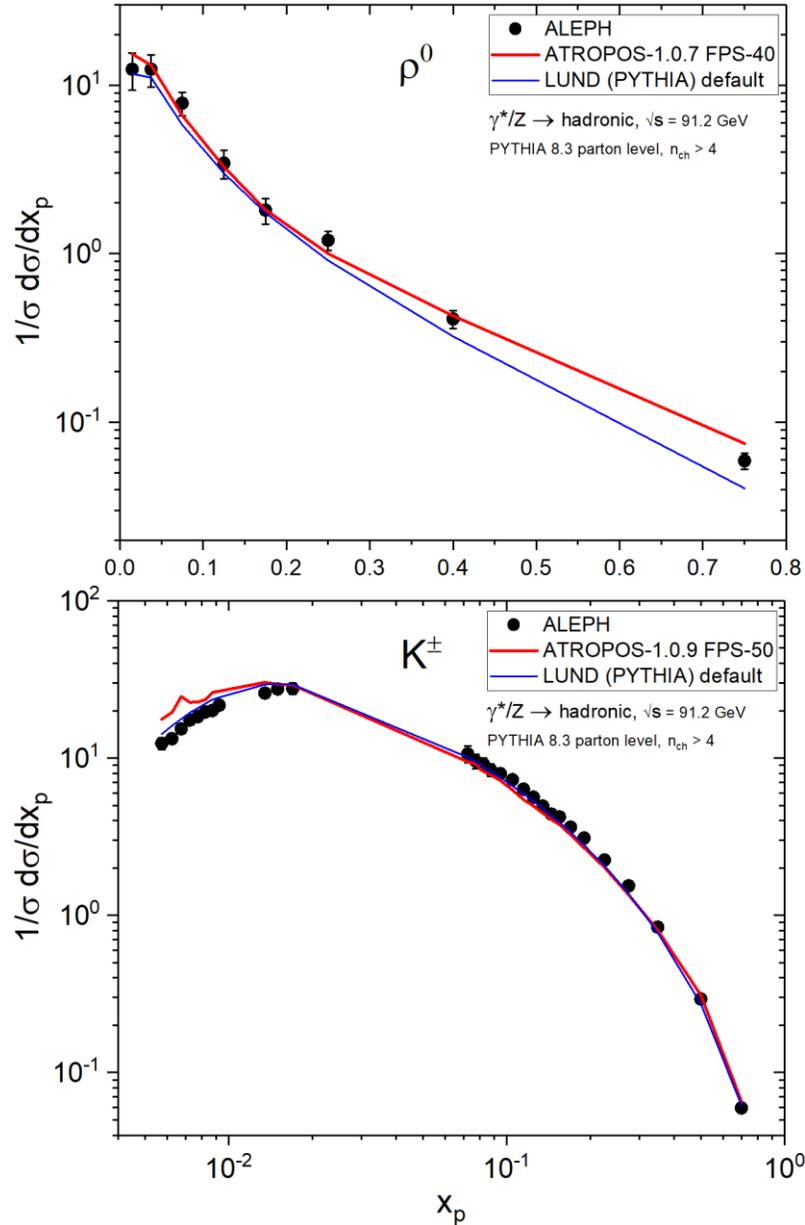
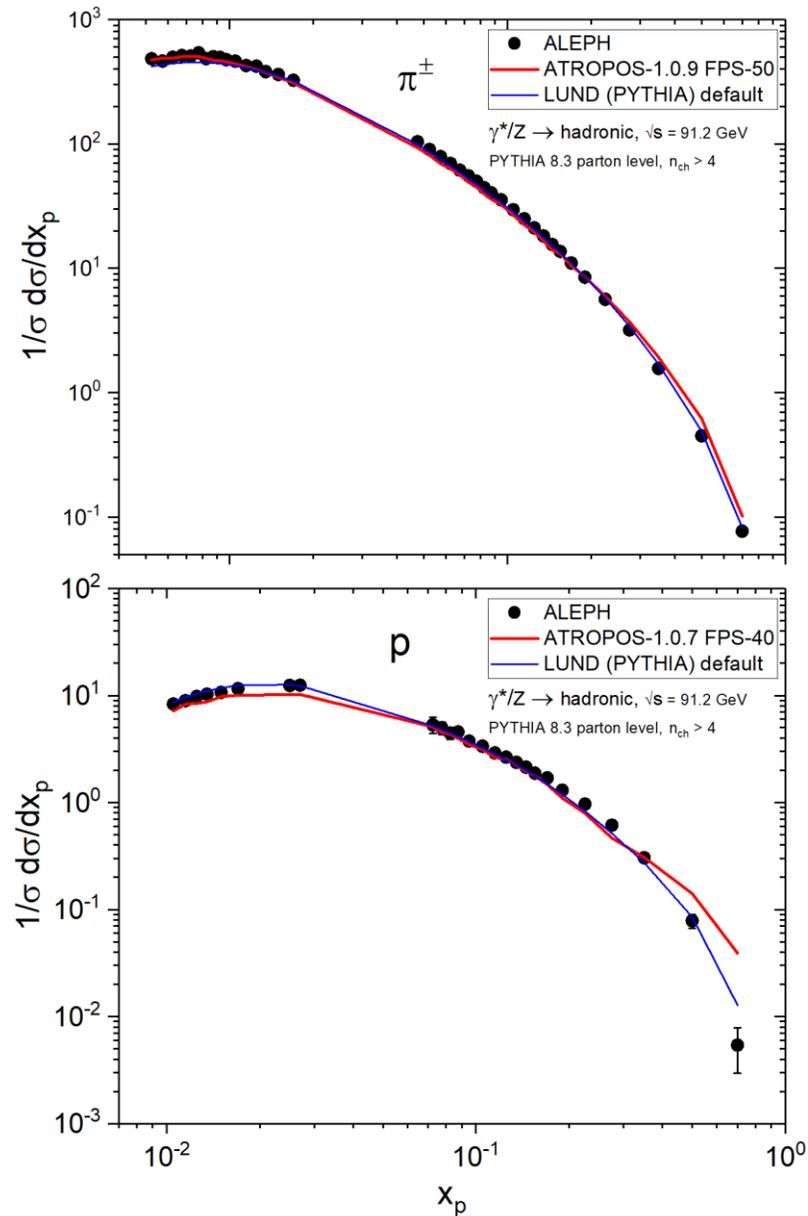


# Моделирование адронизации. Выходы частиц



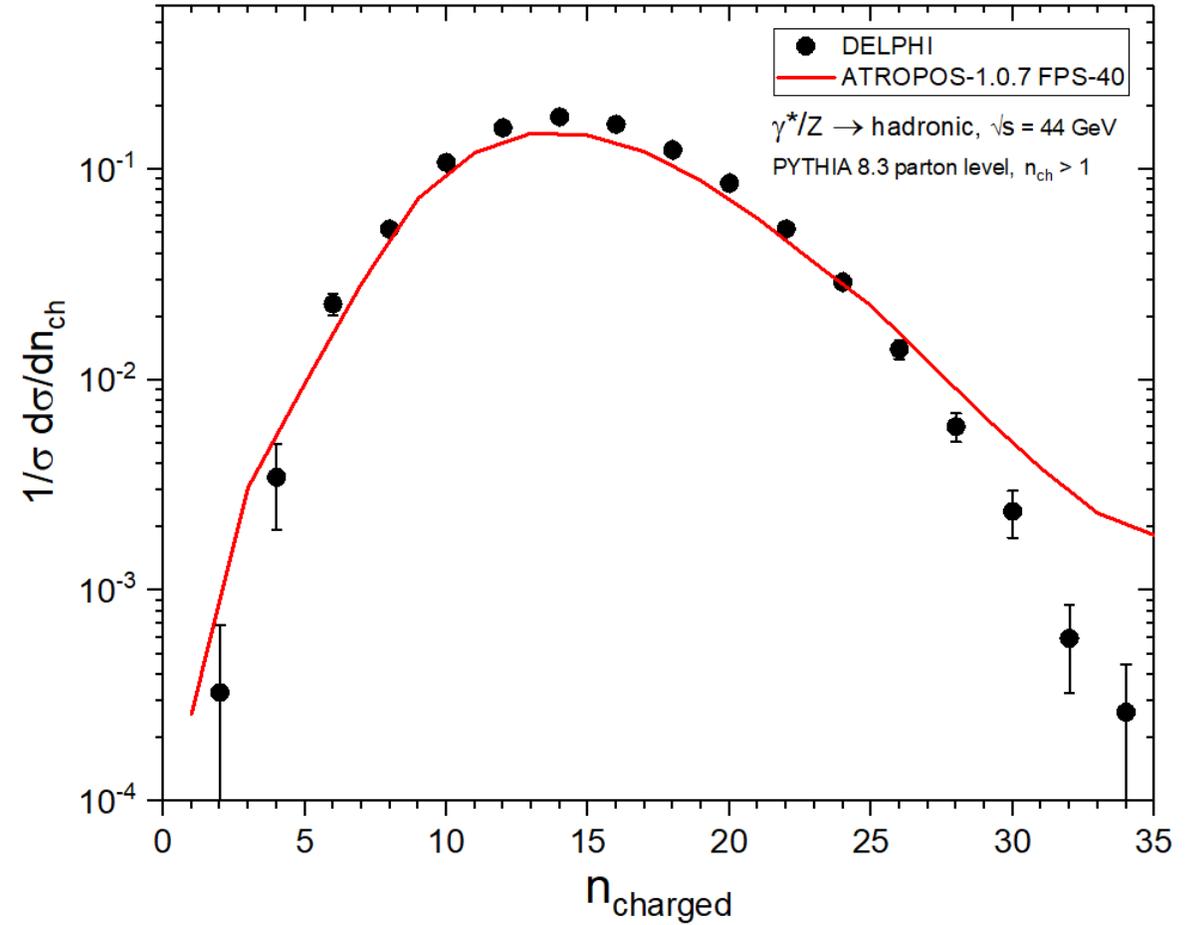
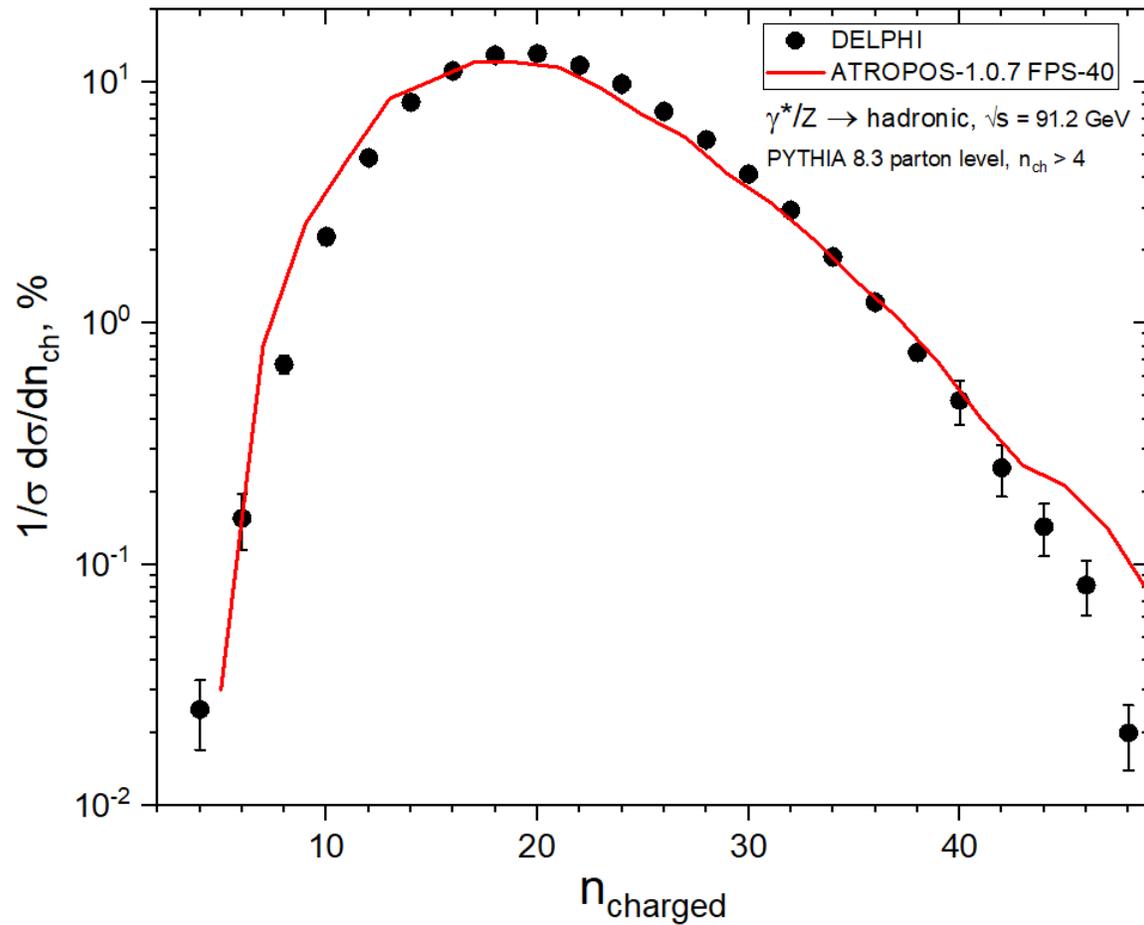
- Лучше описывается выход  $\eta$ -мезона
- Лучше описывается выход легких векторных мезонов и  $\Sigma^-$ ,  $\Omega$ -гиперонов
- Хорошее описание множественностей c- и b-частиц
- Проблемы: завышение выхода  $\Xi$ -гиперонов, некоторых векторных резонансов

# Моделирование адронизации. Импульсные спектры



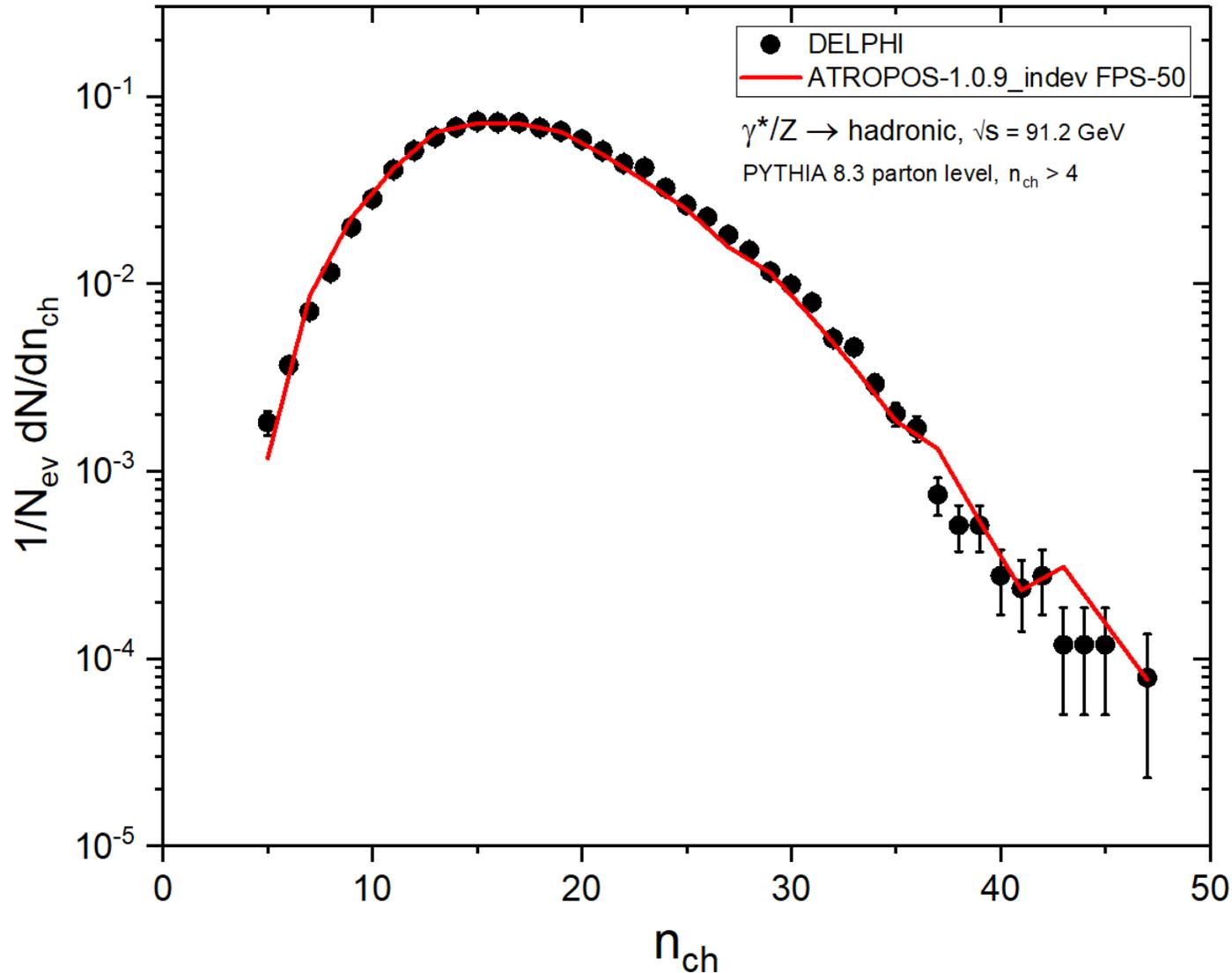
- Хорошо воспроизводятся спектры  $\pi^\pm$ -мезонов и  $K^\pm$ -мезонов
- Спектр  $\rho^0$ -мезонов описывается лучше, чем в PYTHIA
- Завышение хвоста спектра протонов (требуется донастройка)

# Множественность заряженных частиц (приближение свободных струн)



- Есть трудности с хвостом распределения – скорее всего, связано с неправильным описанием струн с тяжелыми с- и b-кварками
- Малые множественности – результат коррекции экспериментальных данных при помощи JETSET

# Множественность заряженных частиц

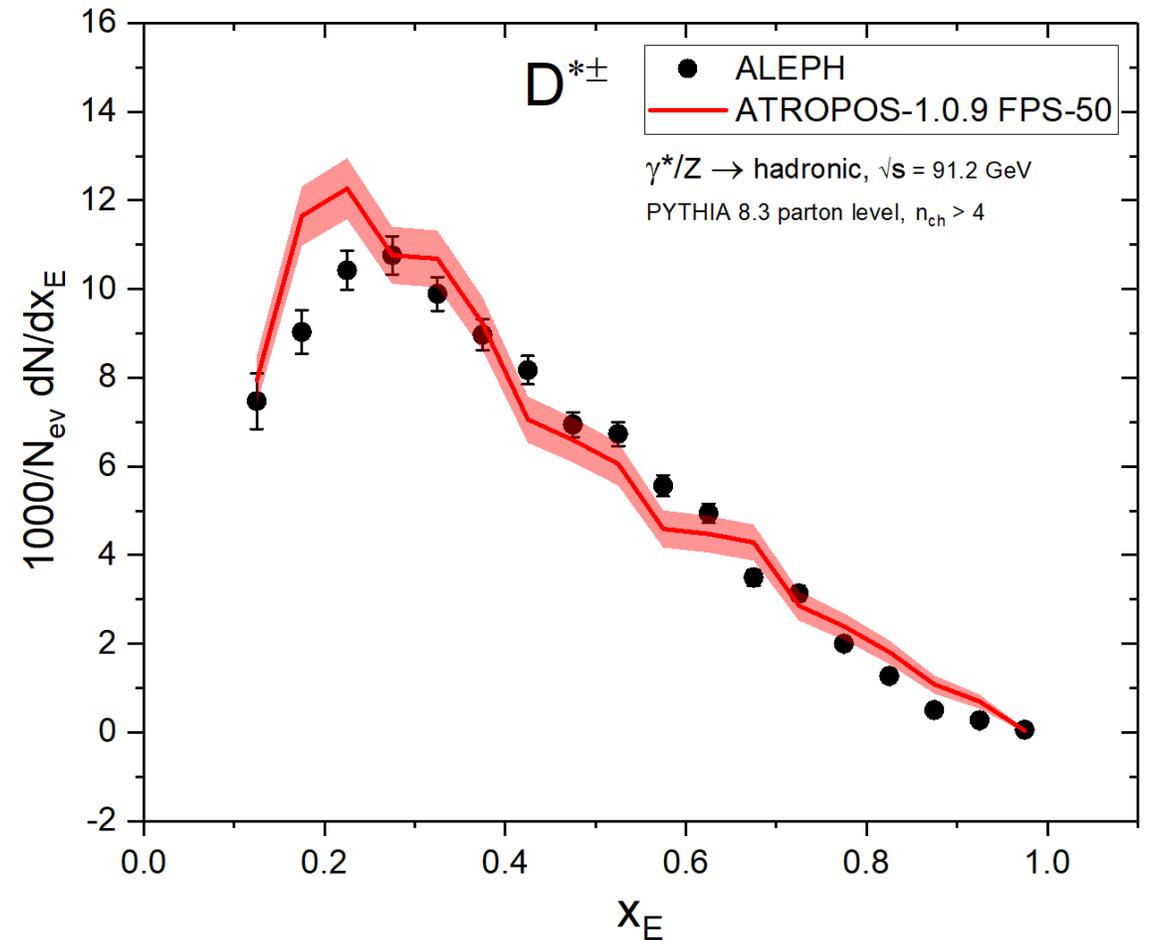


Критерии отбора частиц и событий :

1. Полярный угол трека частицы  
 $25^\circ < \theta < 155^\circ$
2. Модуль импульса частицы  $p > 0.1 \text{ ГэВ}$
3. Не менее пяти заряженных частиц в событии
4. Не менее пяти «адронов» с модулем импульса  $p > 0.2 \text{ ГэВ}$
5. Суммарная энергия заряженных частиц  
 $E > 15 \text{ ГэВ}$
6. Полярный угол оси сферичности  
 $50^\circ < \theta_S < 130^\circ$

# Спектр D-мезонов

- Предварительный результат!
- Описание фрагментации систем с тяжелыми кварками впервые вводится из первых принципов теории (начиная с действия струны)
- Возможна необходимость дополнительных параметризаций



# Заключение

---

- Выведены начальные условия для струны, состоящей из произвольного числа партонов и с тяжелыми кварками на концах.
- Таким образом, генератор ATROPOS стал первой моделью адронизации, в которой рождение тяжелых  $c$ - и  $b$ -адронов описывается исходя из первых принципов теории, без потери согласованности с исходными постулатами.
- Математический аппарат модели одинаковым образом описывает фрагментацию струн с тяжелыми и легкими кварками, тем самым исключая необходимость использовать разные подходы и наборы параметров для описания рождения различных частиц.
- Проведена серия моделирования адронизации в  $e^+e^-$ -столкновениях, что позволяет провести настройку свободных параметров модели.
- Результаты, полученные при помощи генератора ATROPOS свидетельствуют о том, что выход векторных и тяжелых частиц может быть увеличен в рамках неколлективной модели адронизации при помощи введения новых механизмов через математический аппарат фрагментации кварк-глюонных струн.

# Апробация

---

По материалам работы представлены доклады на:

- The 6th International Conference on Particle Physics and Astrophysics (ICPPA-2022)
- The 4th International Symposium on Cosmic Rays and Astrophysics (ISCRA-2023)
- The XXVII International Scientific Conference of Young Scientists and Specialists (AYSS-2023)
- The international XVIII-th Winter School «Many-particle systems: from condensed matter to quarks and stars» (DIAS-BLTP-2024)
- Принят доклад: 38-я Всероссийская конференция по космическим лучам (ВККЛ-2024)

Опубликована статья в *Physics of Atomic Nuclei*, Vol. 87, No. 3, pp. 230–236

«On the Importance of Consideration of Initially-Extended Relativistic Strings for Hadronization Modeling»

**DOI:** 10.1134/S106377882470008X

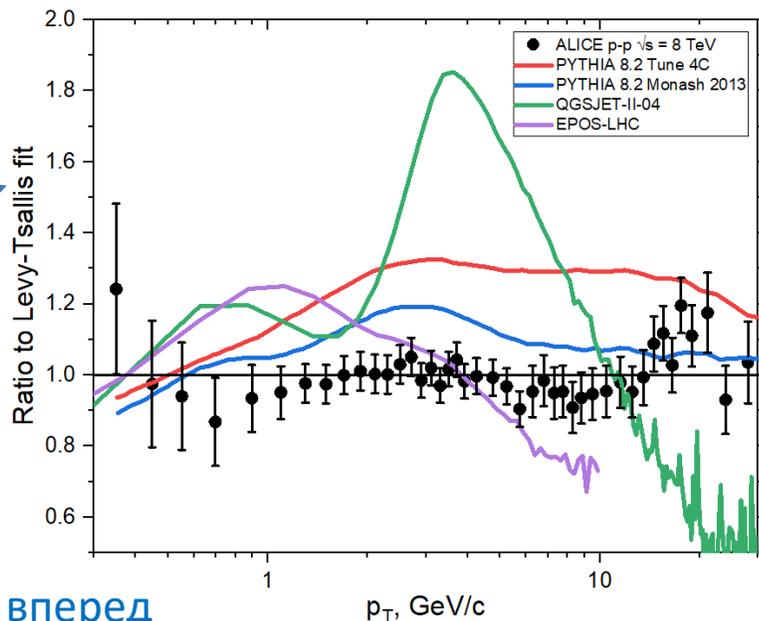
Спасибо за внимание!

Дополнительно

# Адронизация. Трудности с модельным описанием

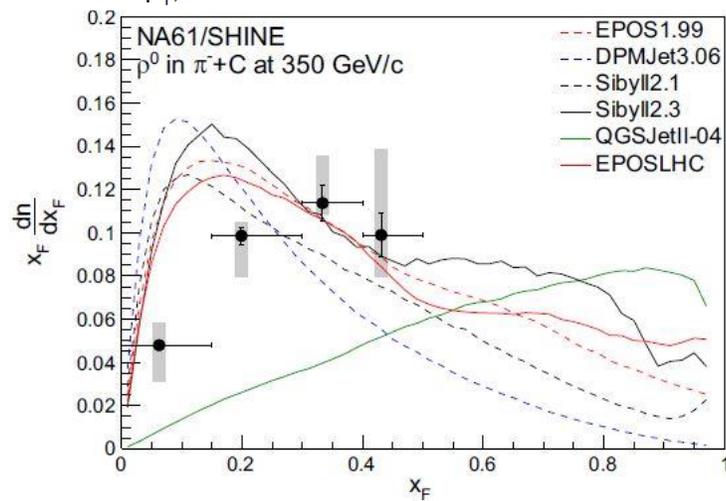
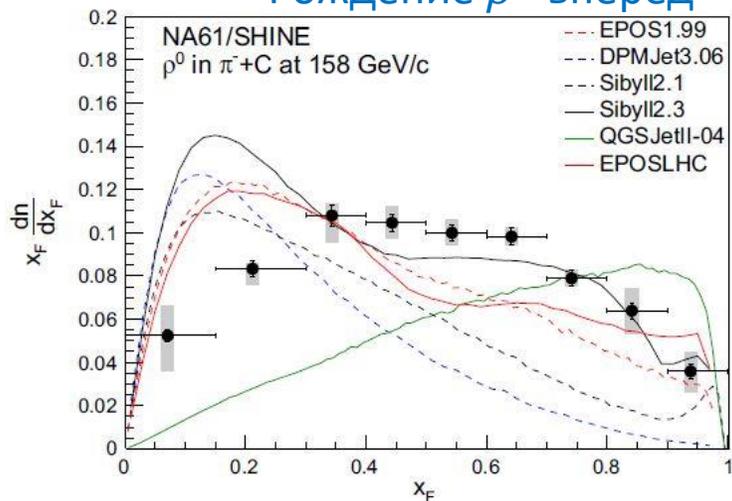
- Адронизация – процесс образования конечных адронов из кварков, глюонов и дикварков (партонов)
- Не существует законченной теории адронизации

## Сечение рождения $\pi^0$ при энергиях LHC



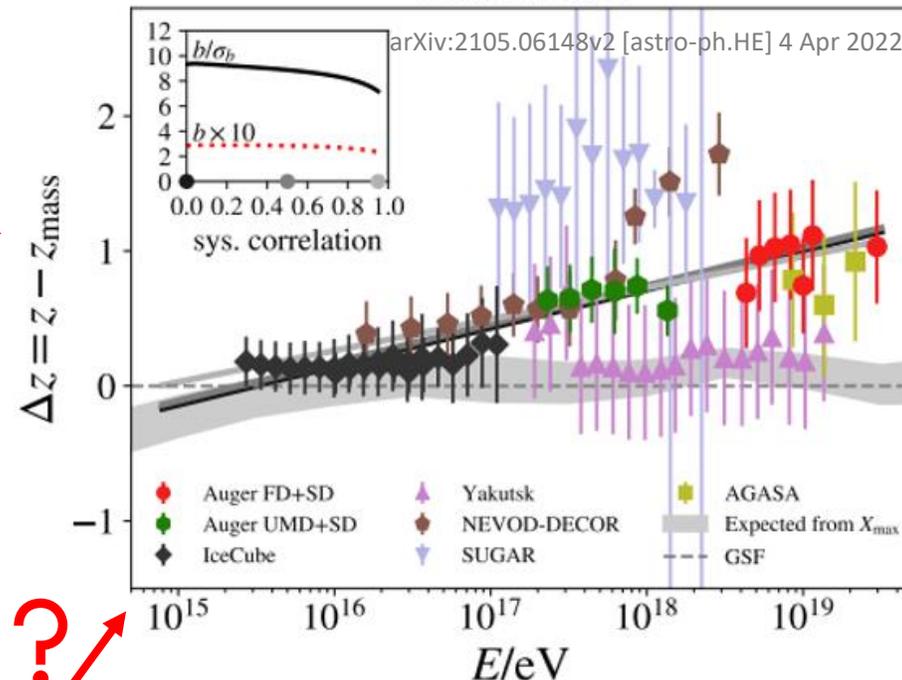
Один и тот же кварковый состав для  $\pi^0$  и  $\rho^0$ , важен лишь механизм адронизации

## Рождение $\rho^0$ вперед



## Мюонная загадка

### EPOS-LHC



Both collective and non-collective effects matter!

T. Pierog, K. Werner, DOI: 10.22323/1.444.02300

# Начальные условия. Свободная струна

$$x^\mu(\tau, \sigma) = \frac{\tau}{\pi} \int_0^\pi v^\mu(\sigma) d\sigma + \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \rho^\mu(\sigma) d\sigma + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \left[ \sin(n\tau) \int_0^\pi v^\mu(\lambda) \cos(n\lambda) d\lambda + n \cos(n\tau) \int_0^\pi \rho^\mu(\lambda) \cos(n\lambda) d\lambda \right] \cos(n\sigma)$$

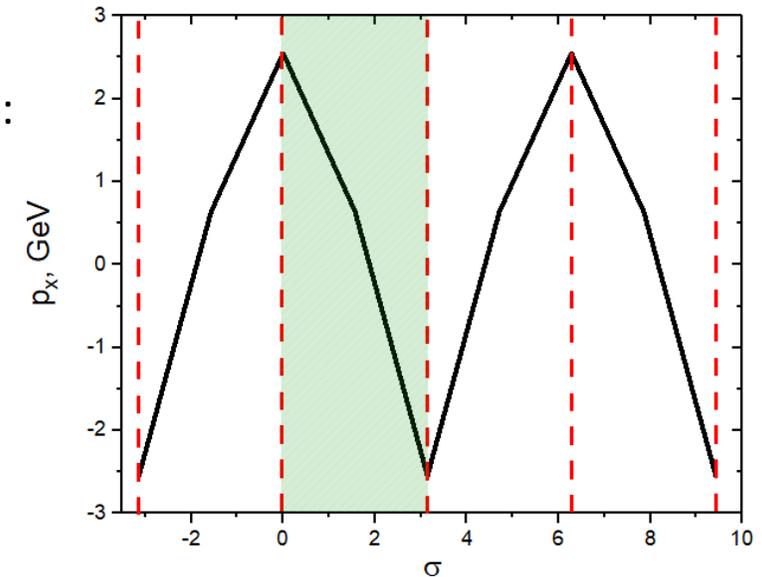
где  $\rho^\mu(\sigma)$  - форма струны в начальный момент времени,  $v^\mu(\sigma)$  - скорость точек струны в начальный момент времени

Начальные условия  $p^\mu(\sigma) = \kappa v^\mu(\sigma)$  должны удовлетворять следующим условиям:

$$\int_0^\pi p^\mu(\sigma) d\sigma = P^\mu = \sum_{i=1}^N p_i^\mu - \text{сохранение 4-импульса системы}$$

$p^0(\sigma) \geq 0$ ,  $\sigma \in [0, \pi]$  – положительность распределенной энергии струны

$p_\mu(\sigma)p^\mu(\sigma) \geq 0$  – условие времениподобности струны



$$p_i^\mu(\sigma) = \frac{2(N-1)}{\pi} \left( (N-1) \frac{p_{i+1}^\mu \xi_{i+1} - p_i^\mu \xi_i}{\pi} \left( \sigma - \frac{\pi}{N-1} (i-1) \right) + p_i^\mu \xi_i \right)$$

Здесь  $N$  – число партонов на струне, коэффициенты  $\xi_i = 1$  для кварков, 0.5 для глюонов,  $p_i^\mu$  - импульсы партонов

# Начальные условия. Струна с массами на концах

Функции начальных данных ищем в виде

$$p_\mu(\sigma) = \frac{A_\mu - B_\mu}{\pi} \sigma + B_\mu$$

К обычным требованиям на  $p_\mu(\sigma)$  добавляются условия

$$A^2 = \frac{\kappa^2}{m_2^2}, \quad B^2 = \frac{\kappa^2}{m_1^2}$$

$m_1 \neq 0$

$m_2 \neq 0$



$m_1 \neq 0$

$m_2 = 0$



$$\begin{cases} \frac{\kappa a}{m_2 P_3} \leq \zeta \leq 1, \\ \chi \leq \sqrt{\frac{\zeta^2 P_0^2}{a^2} - \frac{\kappa^2}{m_2^2}}, \\ C_1 \geq \frac{C_2^2}{P_1^2 + P_2^2}, \end{cases}$$

$$C_1 = \left( \frac{\zeta}{a} P_0 \right)^2 - (\chi P_3)^2 - \frac{\kappa^2}{m_2^2},$$

$$C_2 = \frac{\zeta}{a} P_0^2 - \chi P_3^2 - \mu$$

$$\mu = \frac{P^2 + \kappa^2 \left( \frac{a^2}{m_2^2} - \frac{b^2}{m_1^2} \right)}{2a}$$

$$\begin{cases} A_0 = \frac{\zeta}{a} P_0 \\ A_3 = \chi P_3 \end{cases}$$

Численный подбор

$$a = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{q_2},$$

$$b = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{q_1}$$

$$A_\mu = \alpha P_\mu$$

$$B_\mu = \frac{P_\mu}{b} (1 - a\alpha)$$

$$\alpha = \frac{1}{a} \left( 1 - \frac{\kappa b}{m_1 M} \right)$$

$$a = \frac{\pi}{2}, \quad b = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{q_1}$$

# Свободные параметры модели. FPS-50

Параметр	Значение	Описание
$P_0$	0.5 ГэВ <sup>2</sup>	Постоянная вероятность разрыва струны на единицу площади мировой поверхности
$P_{u\bar{u}} = P_{d\bar{d}}$	0.3075	Относительная вероятность образования пары кварк-антикварк
$P_{uu\bar{u}\bar{u}} = P_{dd\bar{d}\bar{d}}$ $= P_{ud\bar{u}\bar{d}}$	0.06	Относительная вероятность образования пары дикварк-антидикварк
$P_{s\bar{s}}$	0.145	Относительная вероятность образования пары кварк-антикварк
$P_{us\bar{u}\bar{s}} = P_{ds\bar{d}\bar{s}}$	0.02	Относительная вероятность образования пары дикварк-антидикварк
$P_{ss\bar{s}\bar{s}}$	0.02	Относительная вероятность образования пары кварк-антикварк
$\varepsilon$	0.2	Допуск на массу при переходе струна-адрон (SHMT)
$\kappa$	0.2 ГэВ <sup>2</sup>	Коэффициент натяжения струны
MUT	1.5	Ограничение на массу струны для дальнейшей фрагментации (Mass Upper Threshold)

# Угловой момент релятивистских струн

