

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

ОТЧЁТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИСТОЧНИКОВ ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ ОБЪЯСНЕНИЯ ИЗБЫТКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧАХ

Студент _____ Ф. В. Костромин

Научные руководители _____ М. Л. Соловьёв
_____ К. М. Белоцкий

Москва 2024

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	2
1 Получение спектров от заданного профиля плотности.	3
2 Профиль плотности из набора областей.	5
3 Неравномерная сетка и пошаговая детализация.	8
Итог	11
Список использованных источников	14

ВВЕДЕНИЕ

Согласно классическим представлениям о механизмах образования космического излучения, космические позитроны имеют вторичное происхождение, т.е. они рождаются при взаимодействии других высокоэнергетических частиц с межзвездной средой. Ожидалось, что их спектр и доля в общем потоке электронов должны падать с увеличением энергии. Однако, в 2008 году на эксперименте PAMELA был зарегистрирован рост доли позитронов от общего потока электронов и позитронов, начинающийся на энергиях порядка 10 ГэВ [1]. В дальнейшем это наблюдение было подтверждено на эксперименте AMS02 [2], а также в данных DAMPE. На данный момент позитронная аномалия не имеет общепризнанного объяснения. Одним из возможных объяснений позитронной аномалии могут служить модели нестабильной скрытой массы (тёмной материи) в качестве источника первичных позитронов. Основным недостатком таких моделей является перепроизводство гамма-излучения в процессе распада или аннигиляции частиц скрытой массы [3]. Одним из возможных путей решения данной проблемы является изменение пространственного распределения источников.

Данная работа предлагает метод построения такого распределения на основе экспериментальных данных.

1. ПОЛУЧЕНИЕ СПЕКТРОВ ОТ ЗАДАННОГО ПРОФИЛЯ ПЛОТНОСТИ.

В данной работе в качестве источника первичных позитронов рассматривались частицы нестабильной скрытой массы (тёмной материи) массой 1800 , способные аннигилировать по трём каналам:

$$X\bar{X} \rightarrow e^+e^-$$

$$X\bar{X} \rightarrow \tau^+\tau^-$$

$$X\bar{X} \rightarrow \mu^+\mu^-$$

Скорость реакции для моделирования определялась параметром $\langle\sigma v\rangle = 10^{-23}\frac{cm^3}{c}$.

Предположим, что у нас есть заданный профиль плотности $\rho(x, y, z)$ и заданные вероятности аннигиляции по каждому из каналов Br_e, Br_τ, Br_μ . Как в таком случае получить спектры позитронного и гамма излучения для последующего их сравнения с экспериментальными данными?

Для моделирования распространения заряженных частиц в Галактике использовался программный пакет GALPROP [4], модифицированный на кафедре для возможности задания произвольных начальных спектров в виде таблиц.

GALPROP решает уравнение переноса для диффузии космических лучей в Галактике с заданным распределением источников и граничными условиями для всех видов космических лучей. При этом программа включает в себя как можно больше актуальных астрофизических данных.

Запуская GALPROP для каждого из каналов аннигиляции, мы получаем на выходе набор файлов в формате FITS, представляющих из себя многомерные массивы с информацией о потоках заряженных частиц в Галактике.

С помощью программы на Python из них извлекались спектры позитронов и вторичного гамма излучения. Далее производилось суммирование по каналам аннигиляции с учётом их вероятностей.

Спектры первичного гамма излучения можно вычислить по формуле:

$$\Phi = \frac{dN}{dE} \frac{\langle \sigma v \rangle}{4} \frac{1}{\Delta\Omega} \int \frac{1}{4\pi r^2} \frac{\rho^2}{M^2} dV$$

$$\Phi = \underbrace{\frac{dN}{dE}} \underbrace{\frac{\langle \sigma v \rangle}{4} \frac{1}{\Delta\Omega} \frac{1}{4\pi M^2}} \underbrace{\int \frac{\rho^2}{r^2} dV}$$

Здесь первый выделенный множитель - это спектр от единичной реакции. Расчёт таких спектров можно произвести с помощью программы Pythia.

$$\frac{dN}{dE} = \left(\frac{dN}{dE} \right)_e Br_e + \left(\frac{dN}{dE} \right)_\tau Br_\tau + \left(\frac{dN}{dE} \right)_\mu Br_\mu$$

Второй выделенный сомножитель - числовой коэффициент рассчитанный для указанных выше параметров, где $\Delta\Omega$ - область для которой угол с галактическим горизонтом составляет $\theta > 20$ (та область для которой будет производиться сравнение с экспериментальными данными).

Третий выделенный множитель - интеграл по пространству вычислялся с помощью Wolfram Mathematica.

Рассчитав таким образом спектры первичного и гамма излучения мы можем просуммировать их с вторичным и получить наконец позитронные и гамма спектры для последующего сравнения с экспериментальными данными.

Вся описанная процедура потребует в дальнейшем многократного выполнения с различными параметрами, поэтому первым шагом моей работы стало объединение её в одну программу и полная автоматизация.

2. ПРОФИЛЬ ПЛОТНОСТИ ИЗ НАБОРА ОБЛАСТЕЙ.

Разобьём исследуемое пространство галактики на несколько областей. Очевидно, что спектр, приходящий от объединения этих областей равен сумме спектров от каждой области в отдельности.

Заполним каждую область источниками единичной плотности. Тогда мы можем рассчитать спектр, приходящий из каждой области, представить искомый спектр, как линейную комбинацию полученных спектров с некоторыми коэффициентами и по этим коэффициентам восстановить оптимальные значения плотности для каждой из областей.

Поиск оптимального разложения одного вектора по набору других с положительными коэффициентами, это задача линейной алгебры, имеющая известное решение[5], более того это решение уже реализовано[6] в таких программных пакетах как MATLAB или SciPy (Python).

Все эти методы минимизируют норму отклонения: $\|A\vec{k} - \vec{b}\| \rightarrow \min$, где A - матрица из векторов по которым идёт разложение, \vec{b} - вектор который нужно получить, \vec{k} - искомые коэффициенты. Тогда, если вектор \vec{b} мы составим из экспериментальных точек позитронного и гамма спектра, делённых на их погрешности, а матрицу A - составим из рассчитанных нами позитронных и гамма спектров от каждой области, делённых на соответствующие погрешности экспериментальных точек, то это выражение перейдёт в:

$$\chi^2 = \sum_{datapoints} \frac{\Delta\Phi_{e^+}^2}{\sigma_e^2} + \sum_{datapoints} \frac{\Delta\Phi_{\gamma}^2}{\sigma_{\gamma}^2} \rightarrow \min$$

Где $\Delta\Phi_{e^+(\gamma)} = \Phi_{e^+(\gamma)} - \Phi_{e^+(\gamma)} = \Phi_{e^+(\gamma)} - \sum_i k_i \Phi_{e^+(\gamma)i}$.

Однако, гамма излучение мы не хотим воссоздать точно, а хотим лишь не превысить и следовательно минимизировать должны не приведённое выше

выражение, а:

$$\chi_{\theta}^2 = \sum_{datapoints} \frac{\Delta\Phi_{e^+}^2}{\sigma_e^2} + \sum_{datapoints} \frac{\Delta\Phi_{\gamma}^2}{\sigma_{\gamma}^2} \theta(\Delta\Phi_{\gamma})$$

Где θ - функция Хэвисайда.

Чтобы перейти от минимизации χ^2 к минимизации χ_{θ}^2 можно сделать следующее: проведём минимизацию χ^2 и получим коэффициенты \vec{k} , рассмотрим векторы \vec{b} и $A\vec{k}$ и просто выбросим из рассмотрения точки, для которых $(\vec{b})_i > (A\vec{k})_i$, для новых укороченных векторов снова минимизируем χ^2 и находим коэффициенты и так далее, до тех пор, пока не окажется так, что все использованные при минимизации расчётные точки, относящиеся к гамма излучению, лежат выше экспериментальных. Так за небольшое число шагов (меньшее чем число точек гамма) мы получим коэффициенты минимизирующие χ_{θ}^2 .

Комментарий:

Может показаться неочевидным, что эта процедура приводит к верному результату. Допустим такую ситуацию (на примере двух точек): используя обе точки (b_1 и b_2), мы нашли коэффициенты $\vec{k}^{(a)}$, минимизирующие χ^2 , построили расчётные точки $(A\vec{k}^{(a)})_1$ и $(A\vec{k}^{(a)})_2$, и оказалось, что первая экспериментальная точка выше расчётной (рисунок 2.1). Тогда мы выбросили эту точку из рассмотрения и для оставшейся нашли новые коэффициенты $\vec{k}^{(b)}$ минимизирующие χ^2 , но оказалось, что точка которую мы выбросили теперь лежит ниже расчётной и должна учитываться. Если такое возможно, то метод не работает.

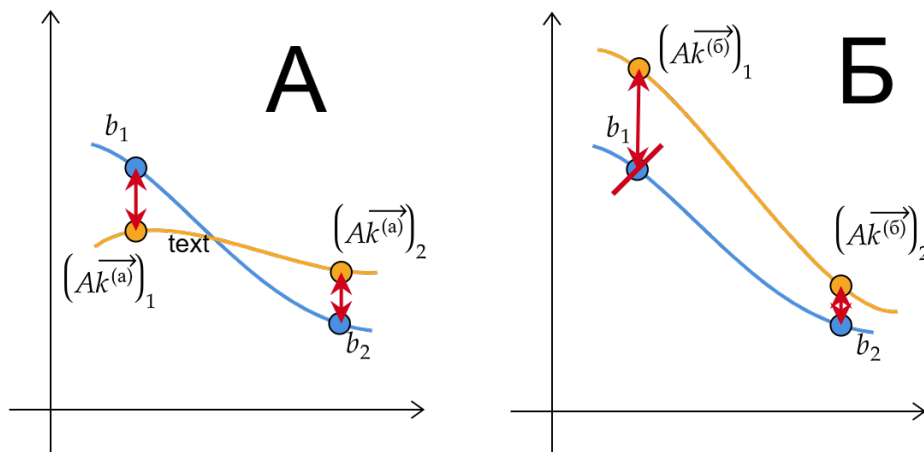


Рисунок 2.1

Можно показать, что такого быть не может (от противного).

Пусть $\Delta_2^{(a)} = (A\vec{k}^{(a)})_2 - b_2$ и $\Delta_2^{(b)} = (A\vec{k}^{(b)})_2 - b_2$. Тогда из того, что при минимизации в случае Б использовалась только вторая точка следует, что $\Delta_2^{(b)} \leq \Delta_2^{(a)}$ причём в нашем случае равенство не реализуется.

Пусть $\vec{k}(t) = \vec{k}^{(a)}(1 - t) + \vec{k}^{(b)}t$, где t - параметр меняющийся от 0 до 1.

Тогда Δ_1, Δ_2 - линейно зависят от t .

$\Delta_1^{(a)} < 0$ и $\Delta_1^{(b)} > 0$ тогда найдётся $t_0 \in (0, 1)$ для которого $\Delta_1(t_0) = 0$. При этом в силу линейности $0 < \Delta_2(t_0) < \Delta_2^{(a)}$.

Значит мы нашли коэффициенты $\vec{k}(t_0)$ при которых χ^2 для двух точек меньше чем при коэффициентах $\vec{k}^{(a)}$, что противоречит изначальному предположению. Значит такого не может быть.

Это рассуждение легко обобщается на большее количество точек и позволяет нам отбрасывать ненужные точки описанным выше способом.

Таким образом мы можем получать оптимальные значения плотности для каждой области выбранного разбиения пространства. А значит полученный результат будет тем точнее, чем мельче выбрано разбиение. Однако расчёт спектров от каждой области в GALPROP требует значительного времени, в этой связи, просто задать достаточно мелкое разбиение всего пространства и обсчитать его не представляется возможным.

3. НЕРАВНОМЕРНАЯ СЕТКА И ПОШАГОВАЯ ДЕТАЛИЗАЦИЯ.

Выходом из этой ситуации стал разработанный алгоритм последовательной детализации сетки. Использовалась неравномерная сетка из параллелепипедов. Задавалось изначальное грубое разбиение пространства, описанным выше методом для каждой области находилась оптимальная плотность, с учётом этих плотностей каждому участку присваивалось значение пропорциональное его вкладу в хи-квадрат. Далее алгоритм принимал решение о разбиении одной из областей вдоль одной из трёх осей на две дочерние области. Решение на каждом шаге принималось так, чтобы минимизировать перепад значений между соседними областями, соответственно сгладить профиль и улучшить хи-квадрат. Далее для одной из двух полученных дочерних областей рассчитывались спектры с помощью GALPROP, а для другой находились вычитанием их из спектров родительской области. Таким образом получалось новое, более мелкое разбиение и все описанные шаги повторялись заново.

Такую сетку можно хранить в виде двух (для двухмерного случая) или трёх (для трёхмерного) двоичных деревьев разбиений вдоль каждой из осей (смотри рисунок 3.1).

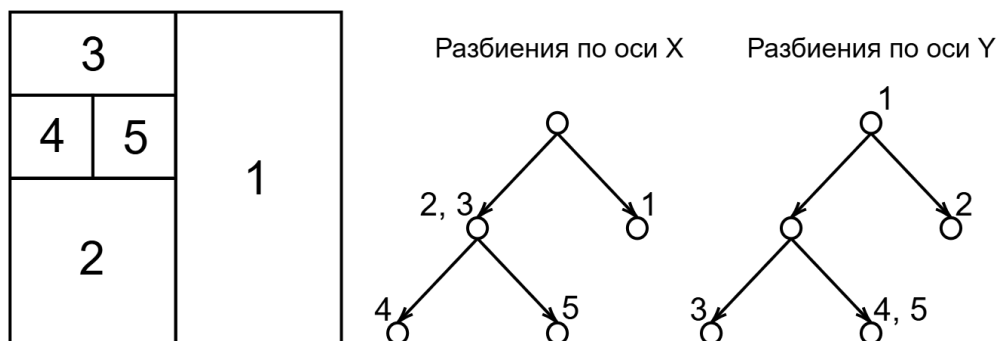


Рисунок 3.1

Каждому узлу в каждом дереве сопоставлено множество областей, так что пересечение любых двух множеств любых узлов из разных дере-

вьев содержит не более одного элемента. Такой подход к работе с сеткой, помимо удобства хранения данных, позволяет для каждой области быстро выделить множества областей, граничащих с ней с каждой из сторон, что предельно уменьшает время поиска.

Можно сформулировать простые правила отбора. Например мы хотим найти множество областей, граничащих с областью 2 сверху. Тогда из дерева разбиений по оси X нужно взять все узлы, дочерние по отношению к узлу содержащему область 2 (смотри рисунок 3.2). Получим множество областей 2, 3, 4, 5. В дереве разбиений по оси Y из узла содержащего область 2 нам следует подняться на одну вершину выше, спуститься на один шаг в лево и далее спускаться по дереву сворачивая только в право. Получим множество областей 4, 5. Пересечение полученных множеств, даст искомое множество 4, 5.

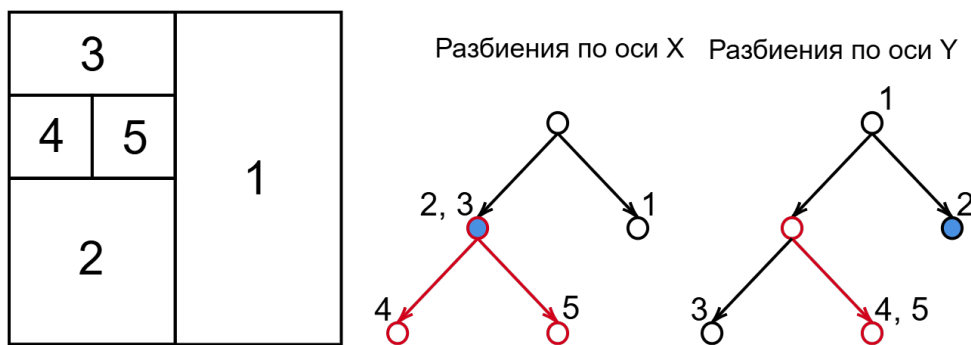


Рисунок 3.2

Эти правила отбора легко обобщаются на трёхмерный случай с тремя деревьями.

Теперь зная значения в соседних областях, каждой области сопоставим числа $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$, которые будут характеризовать то, насколько предпочтительно разбиение этой области вдоль каждой из осей. Например так:

A - значение внутри области

L_x - протяжённость области вдоль оси X

X_1 - среднее значение по множеству областей прилегающих справа

X_2 - среднее значение по множеству областей прилегающих слева

Y_{max} - максимальное значение среди областей прилегающих с остальных сторон

Y_{min} - минимальное

$$\Delta_{1x} = |X_1 - X_2|$$

$$\Delta_{2x} = |X_1 - A|$$

$$\Delta_{3x} = |X_2 - A|$$

$$\Delta_{4x} = Y_{max} - Y_{min}$$

$$\Delta_x = \max[\Delta_{1x}, \Delta_{2x}, \Delta_{3x}, \Delta_{4x}] / L_x$$

Тогда вычислив для каждой области значения $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ мы можем выбрать наибольшее и произвести соответствующее разбиение.

ИТОГ

Таким образом повторяя шаги описанные в частях 1, 2 и 3 по кругу. Мы с каждой итерацией получаем профиль плотности всё более детальный, быстро уменьшая χ^2_θ .

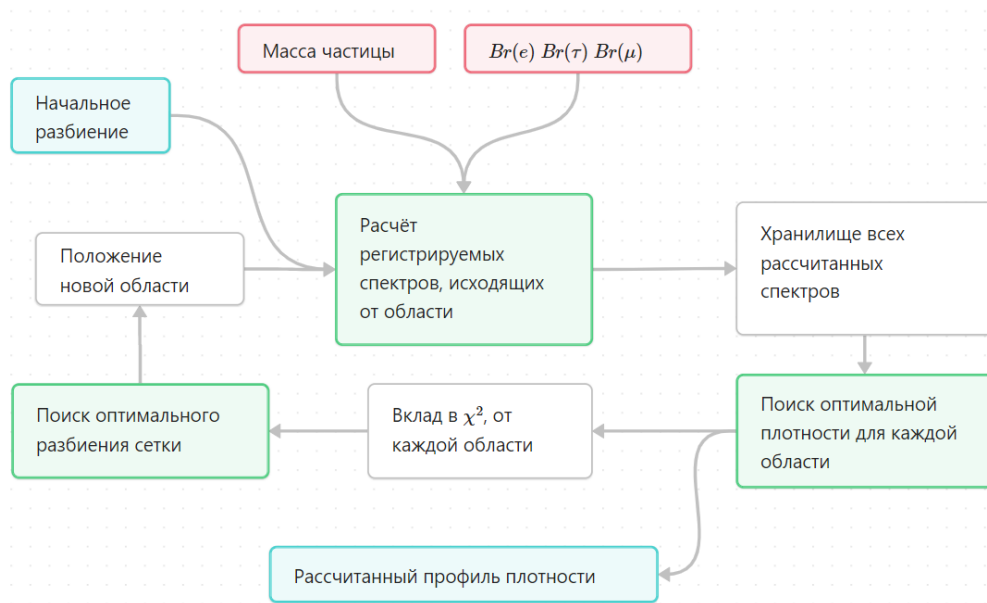


Рисунок 3.3 — Схема работы программы

На рисунке 3.4 представлена область пространства $x, y \in [-20kpk, 20kpk]$ $z \in [-3kpk, 3kpk]$ с найденным профилем плотности. Вычисленная при условии $Br_e = 1$ и $Br_\mu = Br_\tau = 0$ Чёрная точка соответствует центру галактики, оранжевая - положению солнечной системы. Выделены области, в которых плотность отлична от нуля, в остальном пространстве плотность нулевая. Красный цвет области означает больший её вклад в суммарный спектр, зелёный - меньший.

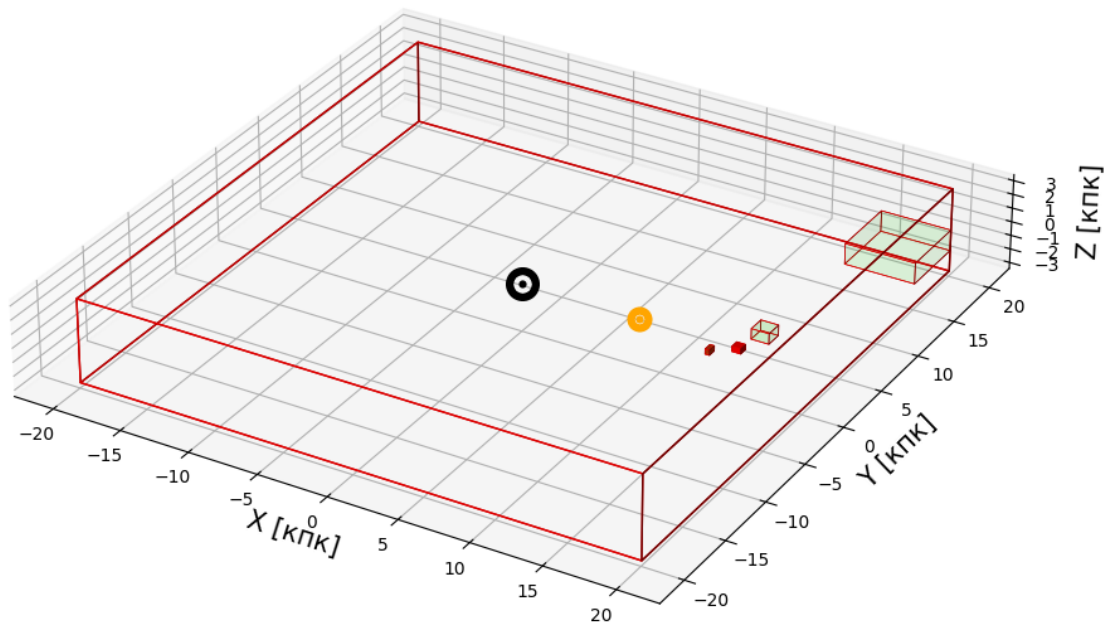


Рисунок 3.4

На рисунке 3.5 представлены спектры позитронного излучения: синие точки - данные DAMPE за вычетом фона, оранжевая линия - суммарный спектр от построенного профиля, остальные линии - вклады от каждой из областей.

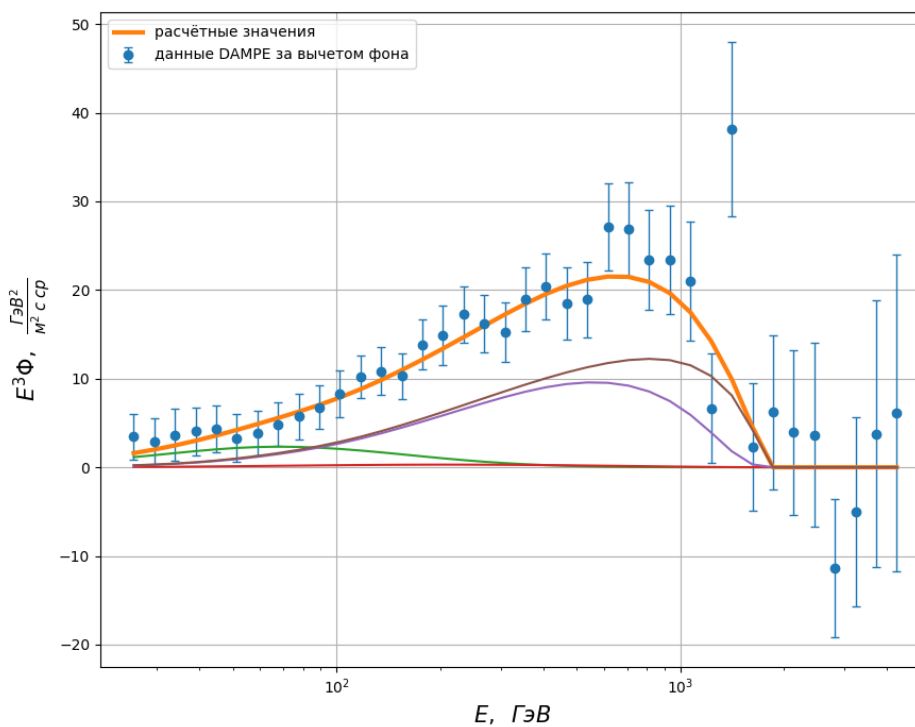


Рисунок 3.5

На рисунке 3.6 представлены спектры гамма излучения: синие точки

- данные Fermi за вычетом фона, оранжевая линия - суммарный спектр от построенного профиля, остальные линии - вклады от каждой из областей.

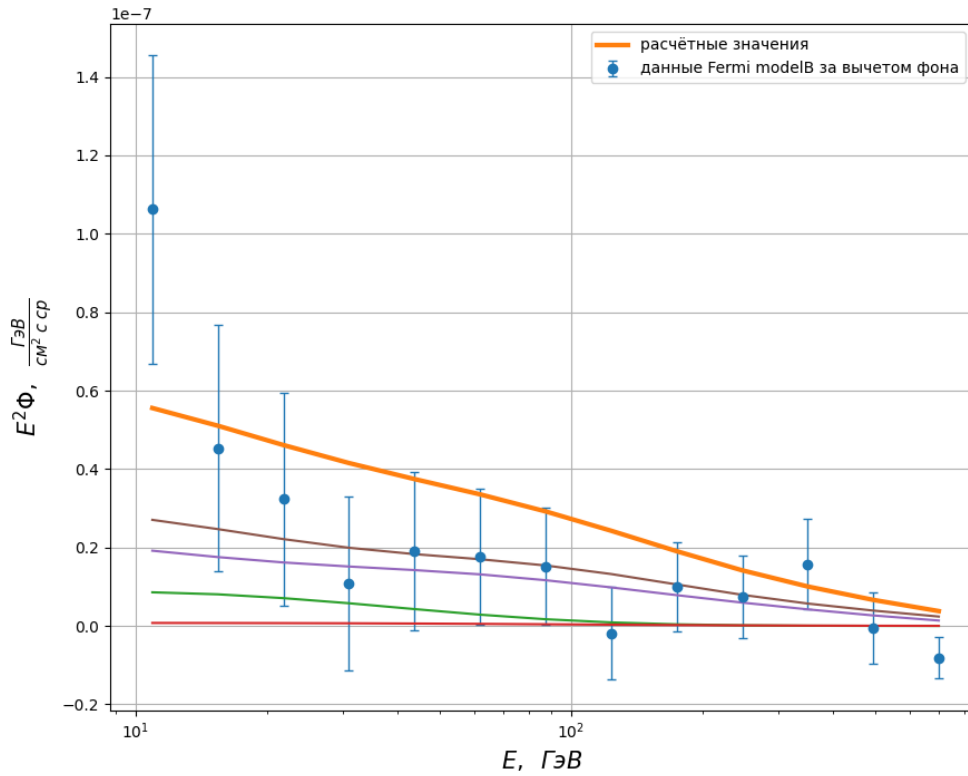


Рисунок 3.6

Оказалось, что не смотря на то, что предполагался поиск гладкого профиля, оптимальным оказывается разбиение источников на несколько небольших скоплений. Такой профиль описывает экспериментальные данные с очень хорошей точностью $\frac{\chi^2_{\theta}}{N_{dof}} < 1$. Это означает, что если до этого мы всячески пытались уменьшить χ^2_{θ} , то теперь можем позволить себе пойти по пути его увеличения, то есть наложить на модель дополнительные ограничения.

Проблемой полученного профиля является тот факт, что подобные небольшие скопления источников должны наблюдаться на небе как светлые пятна, что неправдоподобно. Поэтому в дальнейшем планируется модифицировать алгоритм. Предусмотреть поиск не только оптимального профиля, но и множества вероятных (близких в смысле хи-квадрата) профилей плотности. Наложить дополнительные ограничения на точность (угловые размеры) интенсивных источников. Рассмотреть больше данных. Сравнить результаты с другими работами, использовавшими другие методы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *O. A.* An anomalous positron abundance in cosmic rays with energies 1.5-100GeV // *Nature*. — 2009. — Vol. 458, no. 7238. — P. 607– 609. — arXiv: 0810.4995 [astro-ph]. —
2. *M. A.* First Result from the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station: Precision Measurement of the Positron Fraction in Primary Cosmic Rays of 0.5-350 GeV // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Vol. 110. — P. 141102. —
3. *Ibarra A. Tran D. W. C.* Decaying Dark Matter in Light of the PAMELA and Fermi LAT Data // *JCAP*. — 2010. — Vol. 01. — P. 009. — arXiv: 0906.1571 [hep-ph]. —
4. GALPROP (Электронный ресурс). — The GALPROP code for cosmic-ray transport and diffuse emission production.
5. Lawson C., Hanson R.J., “Solving Least Squares Problems”, SIAM, 1995.
6. Bro, Rasmus and de Jong, Sijmen, “A Fast Non-Negativity- Constrained Least Squares Algorithm”, *Journal Of Chemometrics*, 1997.