

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

**ПРОБЛЕМА ФОРМИРОВАНИЯ УГЛОВЫХ МОМЕНТОВ
ОСКОЛКОВ ПРИ ДЕЛЕНИИ ЯДЕР**

научный руководитель

доцент, доктор физико-
математических наук

Барабанов Алексей Леонидович

студент

Мико Сотер

Москва 2024

Содержание

1	Введение	2
2	Угловой момент в модель FREYA	2
3	Каналы деления	3
3.1	Об одновременно измеримости	3
4	Распределение вероятностей собственных спинов осколков деления и угловые корреляции между ними	7
4.1	Распределение вероятностей собственных спинов осколков деления	7
4.2	Распределение по Спиральности осколки деления	10
5	Заключение	12

1 Введение

Изучение ядерного деления значительно эволюционировало, переходя от феноменологических теорий, которые предоставляли ограниченные представления о лежащих в основе механизмах, к более тонкому пониманию, основанному на недавних достижениях в микроскопическом моделировании и быстром росте вычислительных возможностей [1]. Эта эволюция открыла новые пути для изучения сложной динамики деления, особенно в отношении формирования углового момента в образующихся фрагментах. Важно уточнить, что хотя мы ссылаемся на микроскопические описания, полное понимание, основанное на квантовой теории тел, отсутствует [4].

Основное внимание будет уделено роли углового момента в делении, исследуя, как он рассматривается в модели FREYA, которая признана одной из ведущих моделей в этой области. Эта модель особенно ценна, так как она соответствует законам сохранения, включая как сохранение линейного, так и углового момента. Кроме того, будут рассмотрены критические вопросы, касающиеся текущих приближений, которые обычно используются в исследованиях деления, анализируя, какие из этих приближений оправданы или неизбежны с учетом современных вычислительных возможностей. Это исследование предоставит ценные сведения о сложной динамике, происходящей в ядерном делении.

2 Угловой момент в модель FREYA

FREYA (Fission Reaction Event Yield Algorithm) является моделью Монте-Карло, способной быстро генерировать большие выборки полных событий деления, а именно полную кинематическую информацию для двух мгновенных ядер и всех мгновенных нейтронов и фотонов в каждом событии. [7, 8]

На первой стадии нейтронно-индуцированного деления нейтрон с моментом p_0 сталкивается с ядром-мишенью. таким образом, нейтрон придает угловой момент $\rho \times p_0$, где ρ - прицельный параметр. Входящий нейтрон может вызвать испускание предравновесного нейтрона. Соответствующим образом уменьшаются массовое число, а также линейные и угловые моменты остаточной системы.

При достаточном возбуждении составное ядро может испарить один или несколько нейтронов до того, как произойдет деление. При каждом испарении FREYA уменьшает энергию возбуждения дочернего ядра и изменяет его линейный и угловой момент. В конце цепочки предделительного испарения мы приходим к делящемуся ядру с угловым моментом S_0 , которое в целом переориентировано относительно $\rho \times p_0$. [8]

Вторая стадия процесса деления – это эволюция предделительного составного ядра до двух хорошо разделенных и полностью ускоренных первичных фрагментов.

При разрыве существуют три вектора углового момента: спины двух двуйдерных партнеров S_L и S_H и их относительный угловой момент L . Поскольку система изолирована, их сумма сохраняется:

$$\mathbf{S}_L + \mathbf{S}_H + \mathbf{L} = \mathbf{S}_0 \quad (1)$$

относительный орбитальный момент $\mathbf{L} = \mathbf{r}_f \times \mathbf{P}$, где \mathbf{P} – относительный линейный момент.

Собственные спины осколков деления были предметом старых и обновленных экспериментальных и теоретических исследований. В 1960-х годах было высказано предположение, что возникающие осколки деления приобретают собственные спины благодаря существованию нескольких коллективных мод спина осколков деления: двойные вырожденные поперечные моды, изгибающиеся и изгибающиеся, и продольные моды, закручивающиеся

и наклоняющиеся. Происхождение относительного орбитального углового момента между фрагментами никогда не было выяснено в полностью микроскопической структуре. [4]

3 Каналы деления

Концепция "каналов деления" была обсуждена О. Бором на международной конференции в 1955 году, где он представил свои идеи о механизмах деления ядер и путях, по которым происходит этот процесс. В своей работе Бор акцентировал внимание на различных путях деления, которые могут привести к образованию различных осколков и выделению энергии. Эти идеи остаются актуальными и сегодня, особенно в контексте исследования распределения углового момента между осколками при делении ядер. Понимание того, как угловой момент распределяется между осколками в момент деления, важно для разработки более точных моделей ядерного деления и может иметь значительные приложения в ядерной энергетике и физике элементарных частиц. [10]

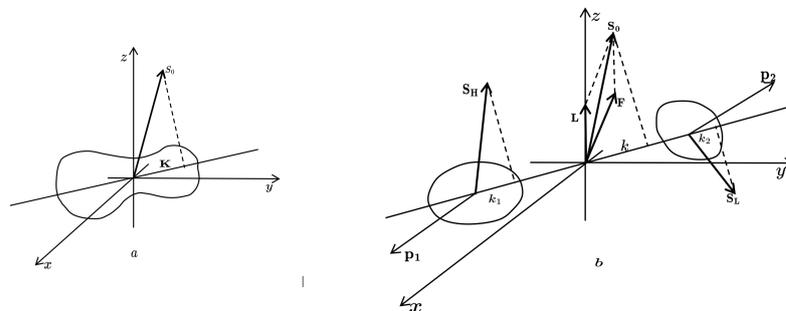


Рис. 1: Схема сложения угловых моментов в делении [9]: до деления (а) и после деления (б).

Рассмотрим распад ядра со спином S_0 на две частицы (например, осколки деления) со спинами S_H и S_L (см. рис. 1). Выберем вдоль направления ориентации ядер ось z . Ось x направлена вдоль импульса \mathbf{P}_1 тяжёлого осколка (при этом в системе центра масс $\mathbf{P}_2 = -\mathbf{P}_1$). Ось y выбрана так, что относительный радиус-вектор осколков $\mathbf{r}_f = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ лежит в плоскости (x, y) . Следовательно относительный орбитальный момент \mathbf{L} направлен вдоль оси z . Полный угловой момент \mathbf{s}_0 делящегося ядра переходит в сумму орбитального момента \mathbf{L} и суммарного спина осколков $\mathbf{F} = \mathbf{S}_L + \mathbf{S}_H$. Проекция спина \mathbf{S}_0 на ось деформации есть \mathbf{K} (а), тогда как k есть суммарная спиральность двух осколков.

3.1 Об одновременно измеримости

В квантовой механике крайне важно понимать ограничения одновременного измерения физических величин. Определенные пары наблюдаемых, такие как координат и импульс, подчиняются принципу неопределенности Гейзенберга, который гласит, что точное измерение одной величины неизбежно ограничивает точность другой. Этот принцип имеет глубокие последствия, особенно в контексте ядерного деления, где поведение частиц в ядре может зависеть от их квантовых состояний. Понимание того, какие свойства можно измерять одновременно, позволяет нам лучше предсказывать и анализировать явления, такие как ядерное деление, где несколько переменных взаимодействуют сложным образом.

Рассмотрим коммутацию между следующими операторами, соответствующими векторам, показанным на рис. 1:

$$\hat{S}_0, \hat{L}, \hat{S}_H, \hat{S}_L, \hat{F}, \hat{K}, \hat{K}_1, \hat{K}_2, \hat{L}^2$$

Следующие коммутации будем считать известными и на их основе будем вычислять другие коммутации (имея в виду что $\hat{L}_k = -i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{r}_i\frac{\partial}{\partial\hat{r}_j}$)

$$\begin{aligned} [\hat{L}_i, \hat{L}_j] &= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{L}_k & [\hat{S}_{Hi}, \hat{L}_j] &= 0 \\ [\hat{S}_{0i}, \hat{S}_{0j}] &= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{0k} & [\hat{S}_{Hi}, \hat{S}_{Lj}] &= 0 \\ [\hat{L}_i, \hat{r}_j] &= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{r}_k & [\hat{S}_{Hi}, \hat{n}_j] &= 0 \\ [\hat{S}_{Li}, \hat{n}_j] &= 0 & [\hat{S}_{Li}, \hat{L}_j] &= 0 \end{aligned}$$

Далее мы посчитаем коммутацию между заданными операторами

$$\begin{aligned} [\hat{S}_{0i}, \hat{L}_j] &= [\hat{S}_{Hi} + \hat{S}_{Li} + L_i, \hat{L}_j] = [\hat{L}_i, \hat{L}_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{L}_k \\ [\hat{S}_{0i}, \hat{S}_{Hj}] &= [\hat{S}_{Hi} + \hat{S}_{Li} + \hat{L}_i, \hat{S}_{Hj}] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hk} \\ [\hat{S}_{0i}, \hat{S}_{Lj}] &= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Lk} \\ [\hat{S}_{0i}, \hat{F}_j] &= [\hat{S}_{0i}, \hat{S}_{Hj}] + [\hat{S}_{0i}, \hat{S}_{Lj}] = i\hbar\varepsilon_{ijl}\hat{S}_{Hl} + i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Lk} \\ [\hat{S}_{0i}, \hat{K}] &= [\hat{S}_{0i}, \hat{S}_{0j}\hat{n}_j] = \hat{S}_{0j}[\hat{S}_{0i}, \hat{n}_j] + [\hat{S}_{0i}, \hat{S}_{0j}]\hat{n}_j = \\ &= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{0k}\hat{n}_j + \hat{S}_{0j}[\hat{L}_i, \hat{n}_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{0k}\hat{n}_j + \hat{S}_{0j}[\hat{L}_i, \frac{\hat{r}_j}{\sqrt{r_\gamma^2}}] = \\ &= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{0k}\hat{n}_j - i\hbar\hat{S}_{0j}[\varepsilon_{\alpha\beta i}\hat{r}_\alpha\frac{\partial}{\partial\hat{r}_\beta}, \frac{\hat{r}_j}{\sqrt{r_\gamma^2}}] = \\ &= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{0k}\hat{n}_j - i\hbar\hat{S}_{0j}\varepsilon_{\alpha\beta i}\left(\frac{\hat{r}_\alpha}{\sqrt{r_\gamma^2}}\delta_{\beta j} - \hat{r}_\alpha\hat{r}_j\frac{\hat{r}_\beta}{r_\gamma^2\sqrt{r_\gamma^2}}\right) = \\ &= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{0k}\hat{n}_j - i\hbar\varepsilon_{\alpha ji}\hat{S}_{0j}\hat{n}_\alpha = 0 \\ [\hat{S}_{0i}, \hat{K}_1] &= [\hat{S}_{0i}, \hat{S}_{Hj}\hat{n}_j] = \hat{S}_{Hj}[\hat{S}_{0i}, \hat{n}_j] + [\hat{S}_{0i}, \hat{S}_{Hj}]\hat{n}_j = \\ &= \left(\text{из предыдущей } [\hat{S}_{0m}, \hat{n}_l] = [\hat{L}_m, \hat{n}_l] = -i\hbar\varepsilon_{\alpha lm}\hat{n}_\alpha\right) \\ &= -i\hbar\varepsilon_{\alpha ji}\hat{n}_\alpha\hat{S}_{Hj} + i\hbar\varepsilon_{ij\beta}\hat{S}_{H\beta}\hat{n}_j = 0 \\ [\hat{S}_{0i}, \hat{K}_2] &= 0 \\ [\hat{L}_i, \hat{F}_j] &= [\hat{L}_i, \hat{S}_{Hj}] + [\hat{L}_i, \hat{S}_{Lj}] = 0 \\ [\hat{L}_i, \hat{K}] &= [\hat{L}_i, \hat{S}_{0j}\hat{n}_j] = \hat{S}_{0j}[\hat{L}_i, \hat{n}_j] + [\hat{L}_i, \hat{S}_{0j}]\hat{n}_j = \\ &= -i\hbar\varepsilon_{\alpha ji}\hat{n}_\alpha\hat{S}_{0j} + i\hbar\varepsilon_{ij\beta}\hat{L}_\beta\hat{n}_j = -i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{n}_i\hat{F}_j \\ [\hat{L}_i, \hat{K}_1] &= [\hat{L}_i, \hat{S}_{Hj}\hat{n}_j] = \hat{S}_{Hj}[\hat{L}_i, \hat{n}_j] + [\hat{L}_i, \hat{S}_{Hj}]\hat{n}_j = -i\hbar\varepsilon_{kji}\hat{n}_k\hat{S}_{Hj} \\ [\hat{L}_i, \hat{K}_2] &= \left(\text{Аналогично } [\hat{L}_i, \hat{K}_1]\right) = -i\hbar\varepsilon_{kji}\hat{n}_k\hat{S}_{Lj} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\hat{S}_{Hi}, \hat{F}_j] &= [\hat{S}_{Hi}, \hat{S}_{Hj}] + [\hat{S}_{Hi}, \hat{S}_{Lj}] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hk} \\
[\hat{S}_{Li}, \hat{F}_j] &= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Lk} \\
[\hat{S}_{Hi}, \hat{K}] &= [\hat{S}_{Hi}, \hat{S}_{0j}\hat{n}_j] = \hat{S}_{0j}[\hat{S}_{Hi}, \hat{n}_j] + [\hat{S}_{Hi}, \hat{S}_{0j}]\hat{n}_j = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hk}\hat{n}_j \\
[\hat{S}_{Hi}, \hat{K}_1] &= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hk}\hat{n}_j \\
[\hat{S}_{Hi}, \hat{K}_2] &= 0 \\
[\hat{S}_{Li}, \hat{K}] &= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Lk}\hat{n}_j \\
[\hat{S}_{Li}, \hat{K}_1] &= 0 \\
[\hat{S}_{Li}, \hat{K}_2] &= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Lk}\hat{n}_j \\
[\hat{F}_i, \hat{K}] &= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{n}_j\hat{F}_k \\
[\hat{F}_i, \hat{K}_1] &= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{n}_j\hat{S}_{Hk} \\
[\hat{F}_i, \hat{K}_2] &= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{n}_j\hat{S}_{Lk}
\end{aligned}$$

Наша задача включает в себя анализ распределения вероятностей в разных представлениях, т.е. нахождение набор коммутирующих операторов. Следовательно, мы заинтересованы в изучении коммутационных соотношений между следующими операторами:

$$\hat{S}_H^2, \hat{S}_L^2, \hat{J}^2, \hat{F}^2, \hat{J}_z, \hat{L}^2, \hat{K}, \hat{K}_1, \hat{K}_2$$

$$[\hat{S}_H^2, \hat{S}_L^2] = 0$$

$$\begin{aligned}
[\hat{J}^2, \hat{S}_H^2] &= \hat{J}_i[\hat{J}_i, \hat{S}_{Hi}]\hat{S}_{Hj} + \hat{J}_i\hat{S}_{Hj}[\hat{J}_i, \hat{S}_{Hj}] + \hat{S}_{Hj}\hat{J}_i[\hat{J}_i, \hat{S}_{Hj}] + \hat{S}_{Hj}[\hat{J}_i, \hat{S}_{Hj}]\hat{J}_i = \\
&= \left([\hat{J}_i, \hat{S}_{Hj}] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hk}\right) = 0
\end{aligned}$$

$$[\hat{J}^2, \hat{S}_L^2] = 0$$

$$[\hat{J}^2, \hat{F}^2] = \hat{J}_i[\hat{J}_i, \hat{F}_j]\hat{F}_j + \hat{J}_i\hat{F}_j[\hat{J}_i, \hat{F}_j] + [\hat{J}_i, \hat{F}_j]\hat{F}_j\hat{J}_i + \hat{F}_j[\hat{J}_i, \hat{F}_j]\hat{J}_i = 0$$

так как $[\hat{J}_i, \hat{F}_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hk} + i\hbar\varepsilon_{ijm}\hat{S}_{Lm}$ так, что перемножая $\hat{F}_j = \hat{S}_{Hj} + \hat{S}_{Lj}$ Получим

$$\hat{F}_j[\hat{J}_i, \hat{F}_j] = i\hbar\left([\hat{S}_L \times \hat{S}_H]_i + [\hat{S}_H \times \hat{S}_L]_i\right) = 0$$

$$[\hat{J}^2, \hat{L}^2] = 0 \left(\text{аналогично используя } \hat{L}_j[\hat{J}_i, \hat{L}_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{L}_k\hat{L}_j = 0\right)$$

$$[\hat{S}_H^2, \hat{L}^2] = 0 \text{ так как } [\hat{S}_{Hi}, \hat{L}_j] = 0$$

$$[\hat{S}_L^2, \hat{L}^2] = 0$$

$$[\hat{S}_H^2, \hat{F}^2] = 0 \text{ так как } \hat{S}_{Hi}[\hat{S}_{Hi}, \hat{F}_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hk}\hat{S}_{Hi} = 0$$

$$[\hat{S}_L^2, \hat{F}^2] = 0$$

$$[\hat{L}^2, \hat{F}^2] = 0 \text{ так как } [\hat{L}_i, \hat{F}_j] = 0$$

$$\begin{aligned}
[\hat{F}^2, \hat{K}] &= [\hat{F}^2, \hat{K}_1 + \hat{K}_2] = \hat{F}_\mu[\hat{K}_1 + \hat{K}_2, \hat{F}_\mu] + [\hat{K}_1 + \hat{K}_2, \hat{F}_\mu]\hat{F}_\mu = \\
&= \hat{F}_\mu[\hat{K}_1, \hat{F}_\mu] + [\hat{K}_1, \hat{F}_\mu]\hat{F}_\mu + \hat{F}_\mu[\hat{K}_2, \hat{F}_\mu] + [\hat{K}_2, \hat{F}_\mu]\hat{F}_\mu = \\
&= 2i\hbar\hat{n}_\gamma\varepsilon_{\mu\nu\gamma}\hat{S}_{L\mu}\hat{S}_{H\nu} + 2i\hbar\hat{n}_\omega\varepsilon_{\mu\nu\omega}\hat{S}_{H\mu}\hat{S}_{L\nu} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[\hat{S}_H^2, \hat{J}_z] &= \hat{S}_{Hi}[\hat{S}_{Hi}, \hat{J}_z] + [\hat{S}_{Hi}, \hat{J}_z]\hat{S}_{Hi} = 0 \text{ так как } \hat{S}_{Hi}[\hat{S}_{Hi}, \hat{J}_z] = 0 \\
[\hat{S}_L^2, \hat{J}_z] &= 0 \\
[\hat{S}_H^2, \hat{K}_1] &= 0 \text{ Так как } \hat{S}_{Hi}[\hat{K}_1, \hat{S}_{Hi}] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hi}\hat{S}_{Hj}\hat{n}_k = 0 \\
[\hat{S}_H^2, \hat{K}_2] &= 0 \\
[\hat{S}_L^2, \hat{K}_1] &= 0 \\
[\hat{S}_L^2, \hat{K}_2] &= 0 \\
[\hat{S}_H^2, \hat{K}] &= 0 \\
[\hat{S}_L^2, \hat{K}] &= 0 \\
[\hat{J}^2, \hat{J}_z] &= \hat{J}_i[\hat{J}_i, \hat{J}_z] + [\hat{J}_i, \hat{J}_z]\hat{J}_i = \left(\hat{J}_i[\hat{J}_i, \hat{J}_z] = 0\right) = 0 \\
[\hat{J}^2, \hat{K}_1] &= 0 \text{ Так как } [\hat{K}_1, \hat{J}_i] = 0 \\
[\hat{J}^2, \hat{K}_2] &= \\
[\hat{J}^2, \hat{K}] &= 0 \\
[\hat{F}^2, \hat{J}_z] &= \hat{F}_i[\hat{F}_i, \hat{J}_z] + [\hat{F}_i, \hat{J}_z]\hat{F}_i = \hat{F}_i \left(i\hbar\varepsilon_{3ki}\hat{S}_{Hk} + i\hbar\varepsilon_{2mi}\hat{S}_{Lm} \right) + \\
&\quad + \left(i\hbar\varepsilon_{3ni}\hat{S}_{Hn} + i\hbar\varepsilon_{3\alpha i}\hat{S}_{L\alpha} \right) \hat{F}_i = \left(\hat{F}_i = \hat{S}_{Hi} + \hat{S}_{Li} \right) = 0 \\
[\hat{L}^2, \hat{J}_z] &= 0 \text{ так как } [\hat{L}_i, \hat{J}_z] = i\hbar\varepsilon_{ik3} \\
[\hat{K}_1, \hat{L}^2] &= \hat{L}_i[\hat{K}_1, \hat{L}_i] + [\hat{K}_1, \hat{L}_i]\hat{L}_i = 2i\hbar \left(\vec{n} \cdot [\hat{S}_H \times \hat{L}] \right) \\
[\hat{K}_2, \hat{L}^2] &= \hat{L}_i[\hat{K}_2, \hat{L}_i] + [\hat{K}_2, \hat{L}_i]\hat{L}_i = 2i\hbar \left(\vec{n} \cdot [\hat{S}_L \times \hat{L}] \right) \\
[\hat{K}, \hat{L}^2] &= 2i\hbar \left(\vec{n} \cdot [\hat{F} \times \hat{L}] \right) \\
[\hat{J}_z, K_1] &= 0 \\
[\hat{J}_z, K_2] &= 0 \\
[\hat{J}_z, K] &= 0
\end{aligned}$$

Существует 3 наиболее важных набора коммутирующих операторов и соответствующих им собственных векторов:

$$\begin{aligned}
\hat{J}^2, \hat{M}, \hat{S}_H^2, \hat{S}_L^2, \hat{F}^2, \hat{K} & \quad |J, M, S_H, S_L, F, K\rangle \\
\hat{J}^2, \hat{M}, \hat{S}_H^2, \hat{S}_L^2, \hat{F}^2, \hat{L}^2 & \quad |J, M, S_H, S_L, F, L\rangle \\
\hat{J}^2, \hat{M}, \hat{S}_H^2, \hat{S}_L^2, \hat{K}_1, \hat{K}_2 & \quad |J, M, S_H, S_L, K_1, K_2\rangle
\end{aligned}$$

4 Распределение вероятностей собственных спинов осколков деления и угловые корреляции между ними

Рассмотрим чистый случай спонтанного деления ^{252}Cf из основного состояния со спином и четностью $S^\pi = 0^+$. три угловых момента удовлетворяют закону сохранения (1).

$$\mathbf{S}_0 = \mathbf{s}_L + \mathbf{S}_H + \mathbf{L} = \mathbf{0} \quad (2)$$

При возникновении осколков деления, будучи по своей природе несферическими, они вращаются с собственными спинами \mathbf{S}_L и \mathbf{S}_H , одновременно вращаясь как гантель вокруг общего центра масс с угловым моментом \mathbf{L} . До разрыва эти три угловых момента могут варьироваться с учетом ограничений, ур.2. После разрыва, когда обмен массой и энергией между возникающими осколками деления прекращается, эти угловые моменты перестают развиваться во времени.

Остается решить критический вопрос: перпендикулярны ли собственные спины осколков деления \mathbf{S}_H и \mathbf{S}_L оси деления? В случае калифорния (^{252}Cf), ясно, что их сумма $\mathbf{S}_H + \mathbf{S}_L$ перпендикулярна оси деления. Однако этот конкретный аспект еще предстоит решить как экспериментально, так и теоретически. Эта неопределенность связана со значительными разногласиями между моделью FREYA и другими теоретическими концепциями. Побочитийная ориентация собственных спинов осколков деления имеет важные последствия, поскольку она будет влиять на направление испускания мгновенных нейтронов. Решение этого вопроса является одним из наиболее актуальных приоритетов будущих экспериментов.

4.1 Распределение вероятностей собственных спинов осколков деления

Опираясь на языке квантовой механике, состояние частицы с проекцией M спина J на ось z описывается функцией ψ_{JM} . тогда чистое спиновое состояние описывается суперпозицией:

$$\Psi_J = \sum_M a_M(J) \psi_{JM} \quad (3)$$

при этом $|a_M(J)|^2$ есть вероятность того, что проекция спина J на ось z равна M . Условие нормировки имеет вид:

$$\sum_M |a_M(J)|^2 = 1. \quad (4)$$

Можно определить угол между собственными спинами осколков деления.

$$\phi_{LH} = \left\langle \arccos \frac{\mathbf{S}_L \cdot \mathbf{S}_H}{S_L S_H} \right\rangle \quad (5)$$

где скобки $\langle \rangle$ обозначают квантово-механическое математическое ожидание этого комплексного оператора.

Поскольку все относительные степени свободы собственных спинов осколков деления — изгиб, колебание, скручивание и наклон — рассматриваются явно, настоящее исследование является более общим, чем микроскопическое рассмотрение, представленное в работе [6, 8] FREYA, где были явно учтены только режимы изгиба и колебания. Ограничимся сначала случаем спонтанного деления ^{252}Cf , для которого уравнение (2) выполняется. В этом пределе три вектора лежат в одной плоскости, а \mathbf{L} перпендикулярен направлению деления. На квантовомеханическом уровне только величина и одна декартова составляющая

каждого угловой момент может иметь одновременно вполне определенные значения. Таким образом, квантовые флуктуации приводят к «флуктуациям» ориентации плоскости, образованной этими тремя векторами. До разрыва идентичность осколков деления не определена однозначно, так как материя, импульс, угловой момент и энергия текут между ними. Собственные спины и L осколков деления четко выражены только при достаточно большом расстоянии между осколками деления. [3]

Величины этих векторов угловых моментов удовлетворяют ограничению треугольника:

$$|S_H - S_L| \leq L \leq S_H + S_L \quad (6)$$

Допустимые угловые моменты $S_{L,R}$ и L находятся внутри трехгранной пирамиды, определяемой плоскостями:

$$-L + S_H + S_L = 0 \quad (7)$$

$$S_H - S_L - L = 0 \quad (8)$$

$$S_L - S_H - L = 0 \quad (9)$$

Мы будем предполагать, что существует верхний предел импульса S_{\max} для $S_{L,H}$, который при необходимости можно довести до бесконечности. В случае нечетных осколков деления собственный спин равен полуцелому числу. мы игнорируем здесь эту возможность, хотя ее включение тривиально но не влияет на выводы. Аргументы, представленные выше, относятся только к структуре конечных конфигураций внутреннего спина фрагментов деления F_0 , когда все три спина складываются в ноль и не упоминают о возможной роли динамики. Следующий шаг - сгенерировать распределения этих внутренних спинов фрагментов деления и орбитального углового момента, согласующиеся с уравнением (2), и их форма зависит от взаимодействий нуклонов. Накопленный с 1936 года опыт показывает, что статистическое распределение, основанное на модели газа Ферми, довольно близко к реальности, если не учитывать квантовые или оболочечные эффекты. [3]

$$P_1(J) \sim (2J + 1) \exp\left(-\frac{J(J+1)}{2\sigma_J^2}\right) \quad (10)$$

J представляет собой собственные спины фрагментов S_H, L или относительный угловой момент L . Приближение Бете для распределения ферми-газа кажется вполне справедливым, если исключить оболочечные поправки, поскольку нуклоны в основном ведут себя в пределах среднего поля, что делает распределения плотности уровней и спина достаточно точными. Однако аналогичный аргумент неприменим к $P(L)$. Можно предположить, что

$$P_1(L) \sim (2L + 1) \exp\left(-\frac{L(L+1)}{2\sigma_L^2}\right) \Delta \quad (11)$$

Для соблюдения правила треугольника (см. ур. 6), использовали

$$\Delta = \Theta(L - S_L - S_H) \Theta(|S_H - S_L| - L) \quad (12)$$

где

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \geq 0 \\ 0 & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

параметры $\sigma_{L,H}$ и σ_L выбираются так, чтобы приблизительно воспроизвести соответствующие распределения внутреннего спина осколки, определенные в микроскопических симуляциях [4, 6] Такое же индивидуальное распределение угловых моментов в деформированной волновой функции (см. ур. 3) было получено по другому [2]

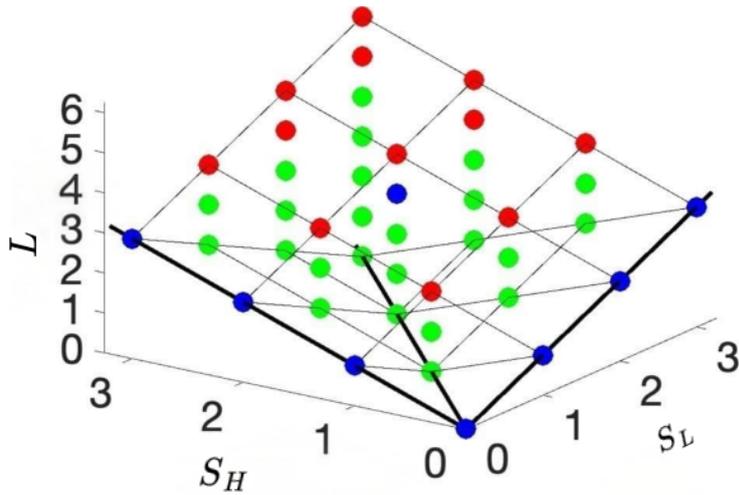


Рис. 2: На этом рисунке пули заполняют трехгранную пирамиду с вершиной $(0, 0, 0)$. Зелеными маркерами показаны тройки (S_L, S_H, L) для которых $\cos \phi_{LH} < 0$, синими маркерами показаны значения для $\cos \phi_{LH} = 0$, а красными маркерами $\cos \phi_{LH} > 0$, когда $S_{max} = 3$. Зелёный маркер соответствует $\phi_{LH} > \frac{\pi}{2}$, а красные маркеры соответствуют $\phi_{LH} < \frac{\pi}{2}$. Соотношение красных и зеленых маркеров для любого значения S_{max} всегда близко к 0,5, а это означает, что количество конфигураций в котором точка собственного спина осколки в противоположном направлении является доминирующей. Черные линии – это пересечения пар плоскостей $(S_L = S_H, L = 0)$, $(S_L = L, S_H = 0)$, и они пересекаются в точке $(0, 0, 0)$. Точки на каждой грани соединены тонкими линиями [3]

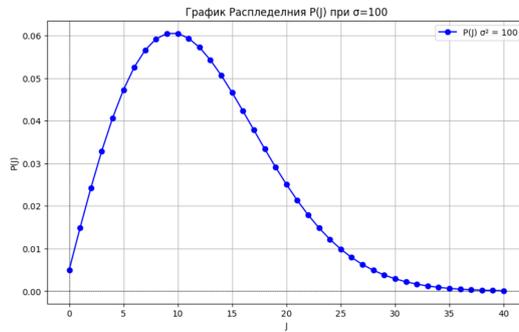


Рис. 3: Распределение $P(J)$, полученное при выборе параметра $\sigma_J = 100$

4.2 Распределение по Спиральности осколки деления

Исходя из волнового уравнения (ур. 3) можно получить волновую функцию для сильно деформированного ядра на барьере [9]

$$\Psi_J \sim \sum_M a_M(J) \sum_k g^{JK} \Phi_K(\tau) \mathcal{D}_{MK}^J(\omega) \quad (13)$$

Где K – проекция спина J на ось деформации (см. рис. 1), $\Phi_K(\tau)$ – волновая функция внутреннего движения ядра в системе отчёта, жёстко связанной с осью деформации (В этой системе отчёта число K есть интеграл движения в силу аксиальной симметрии системы), вектор ω указывает направление оси деформации. Амплитуды g^{JK} задают распределение по числу K . Условие нормировки для амплитуд принимает вид:

$$\sum_K |g^{JK}|^2 = 1 \quad (14)$$

В силу этого выводятся ещё три амплитуды $g^\alpha(LF)$, $g^\alpha(K_1K_2)$ и $g^\alpha(Fk)$. Нас интересуют только соотношением между двумя последними.

$$g^\alpha(K_1K_2) = \sum_{FK} C_{J_1K_1J_2K_2}^{FK} g^\alpha(FK) \quad (15)$$

Распределение вероятностей спиральностей осколков деления можно получить, взяв квадрат модуля амплитуды в уравнение (15)

В нашем исследовании мы будем анализировать распределение спиральности для ^{252}Cf . В этом случае начальный спин $S_0 = 0$, а угловой момент $L = F$. Спиральности полученных фрагментов связаны уравнением $k_1 = -k_2$. Уравнение (15) можно вывести из фундаментальных принципов квантовой механики. Ядро с нулевым полным спином и проекцией подвергается делению, в результате чего образуются два фрагмента со спинами S_H и S_L , которые имеют проекции вдоль оси деления, обозначенные как K_1 и K_2 , соответственно. Квантовое состояние $|F0\rangle$ можно разложить в следующем виде:

$$|F0\rangle = \sum_{K_1} C_{S_H K_1 S_L - K_1}^{F0} |K_1, -k_1\rangle \quad (16)$$

$$\langle L0| = \sum_{K_1} C_{S_H k_1 S_L - k_1}^{L0} \langle K_1, -K_1| \quad (17)$$

$$\langle L0|\Psi\rangle = \sum_{K_1} C_{S_H k_1 S_L - k_1}^{L0} \langle K_1, -K_1|\Psi\rangle \quad (18)$$

Распределение $P(L)$ углового момента с точки зрения квантовой механики может не точно описывать поведение ядра. Экспериментальные данные показывают, что основные фрагменты деления в среднем имеют спины с величинами от $5\hbar$ до $7\hbar$, ориентированные примерно перпендикулярно оси деления. Это наблюдение подразумевает, что проекция спина фрагмента деления вдоль оси деления мала [5, 8]. Однако это не соответствует предсказаниям, сделанным на основе статистических распределений, основанных на модели газа Ферми.

Согласно В. М. Струтинскому в 1957 году, распределение $P(K)$ спиральности имеет вид [9]:

$$P(K) \sim \exp\left(-\frac{K^2}{2\sigma_k^2}\right) \quad (19)$$

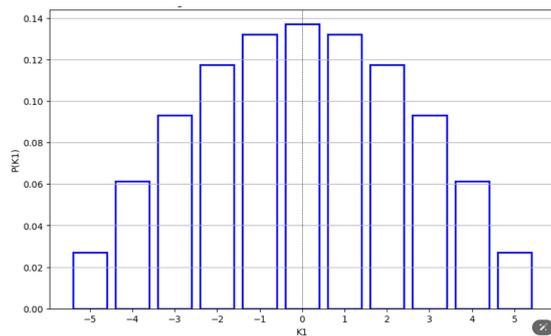


Рис. 4: Распределение $P(K1)$, полученное при выборе параметра $\sigma_j^2 = 1$, $S_H = 5$, $S_L = 7$

Исходя из этого, мы предлагаем аналогичное и узкое распределение $P(K1)$ спиральности для фрагментов деления.

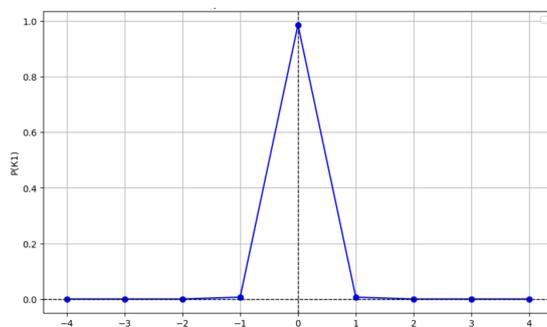


Рис. 5: Распределение $P(K1)$ спиральности осколка деления,

Используя формула (18) мы получим распределение $(P(L))$ которое соответствует квантовому описанию состояния осколка деления. Полученные результаты хорошо объясняются наличием коэффициента Клебша-Гордана в уравнении (18).

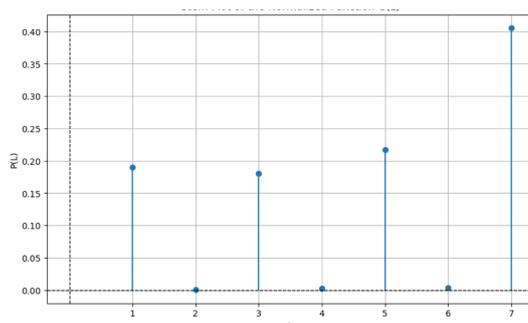


Рис. 6: Распределение $P(L)$ орбитального момента при $S_H = 5$, $S_L = 7$

5 Заключение

- Подтверждено, что орбитальный момент не является одновременно измеримым со спиральностями
- получено соотношение между амплитудами, вероятностями образования орбитальных моментов и спиральностей
- Показано, что если распределение по спиральности является узким, то распределение по орбитальному моменту не будет гауссовским (противоречие с моделью FREYA)

Список литературы

- [1] Michael Bender, Rémi Bernard, George Bertsch, Satoshi Chiba, Jacek Dobaczewski, Noël Dubray, Samuel A Giuliani, Kouichi Hagino, Denis Lacroix, Zhipan Li, Piotr Magierski, Joachim Maruhn, Witold Nazarewicz, Junchen Pei, Sophie Péru, Nathalie Pillet, Jørgen Randrup, David Regnier, Paul-Gerhard Reinhard, Luis M Robledo, Wouter Ryssens, Jhilm Sadhukhan, Guillaume Scamps, Nicolas Schunck, Cédric Simenel, Janusz Skalski, Ionel Stetcu, Paul Stevenson, Sait Umar, Marc Verriere, Dario Vretenar, Michał Warda, and Sven Åberg. Future of nuclear fission theory. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 47(11):113002, oct 2020.
- [2] G. F. Bertsch, T. Kawano, and L. M. Robledo. Angular momentum of fission fragments. *Phys. Rev. C*, 99:034603, Mar 2019.
- [3] Aurel Bulgac. Angular correlation between the fission fragment intrinsic spins. *Phys. Rev. C*, 106:014624, Jul 2022.
- [4] Aurel Bulgac, Ibrahim Abdurrahman, Kyle Godbey, and Ionel Stetcu. Fragment intrinsic spins and fragments' relative orbital angular momentum in nuclear fission. *Phys. Rev. Lett.*, 128:022501, Jan 2022.
- [5] M. Lebois;N.Jovancevic J.N. Wilson, D. Thisse. angular momentum generation in nuclear fission. 2021.
- [6] Jørgen Randrup and Ramona Vogt. Generation of fragment angular momentum in fission. *Phys. Rev. Lett.*, 127:062502, Aug 2021.
- [7] R. Vogt and J. Randrup. Detailed modeling of fission with freya. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 954:161225, 2020. Symposium on Radiation Measurements and Applications XVII.
- [8] R. Vogt and J. Randrup. Angular momentum effects in fission. *Phys. Rev. C*, 103:014610, Jan 2021.
- [9] А. Л. Барабанов. *Симметрии и спин-угловые корреляции в реакциях и распадах*. ФИЗИМАТЛИТ, Москва, 2010.
- [10] С. Т. Беляев and В. Г. Зелевинский. Нильс Бор и физика атомного ядра. *Усп. физ. наук*, 147(10):210–251, 1985.