

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

УДК 539.17

ОТЧЁТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ  
МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЛОТНОСТИ  
ВОЗБУЖДЁННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМНЫХ  
ЯДЕР

Студент \_\_\_\_\_ Л. Е. Трофимов

Научный руководитель  
д.ф-м.н., проф. \_\_\_\_\_ А. Л. Барабанов

Москва 2024

# Содержание

<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>1 Применение теории сверхпроводимости Бардина-Купера-Шриффера к ядерной материи</b>	<b>4</b>
<b>2 Микроскопические методы получения одночастичных базисных состояний</b>	<b>6</b>
2.1 Учёт сглаживания плотности ядерной материи . . . . .	6
2.2 Вращательные степени свободы . . . . .	6
2.3 Остаточное взаимодействие . . . . .	7
<b>3 Комбинаторный метод вычисления плотности состояний и уровней</b>	<b>8</b>
3.1 Перебор многочастичных состояний для подсистемы . . . . .	8
3.2 Учёт эффекта спаривания нуклонов . . . . .	9
<b>4 Модели плотности многочастичных состояний и уровней</b>	<b>10</b>
<b>5 Сравнение результатов в новом подходе с моделью 3-мерного осциллятора</b>	<b>11</b>
<b>Заключение</b>	<b>13</b>
<b>Список использованных источников</b>	<b>14</b>

# Введение

Ядро является системой связанных нуклонов, взаимодействующих посредством ядерных и электромагнитных сил. Если нуклонов достаточно много, то они формируют самосогласованный потенциал [1]. Тогда можно поставить задачу на собственные значения и собственные функции одночастичного гамильтониана:

$$\hat{H} |\Psi_n\rangle = E_n |\Psi_n\rangle. \quad (1)$$

В сформированном потенциале возникают одночастичные состояния, которые характеризуются набором квантовых чисел, получающихся из симметрии самого потенциала. Если одночастичные состояния обладают одинаковой энергией, то они формируют уровень с характерной кратностью вырождения. Так, если ядерная оболочка заполнена, то формируется изотропный потенциал, в котором при решении в сферических координатах одночастичные состояния характеризуются такими числами, как:  $n$  — главное квантовое число,  $l$  — орбитальный момент,  $l_z$  — проекция орбитального момента на ось  $z$ , чётность  $p$ . Также можно ввести полный угловой момент  $\vec{j}$ , равный  $\vec{l} + \vec{s}$  и его проекцию  $j_z$ .

Важное свойство нуклонов в ядре — парное взаимодействие. Оно влияет, в частности, на энергию связи  $E_b$ : известно, что масса ядра с нечётным числом нуклонов  $A$  больше, чем средняя масса двух соседних чётных ядер из-за появления нуклона, который не участвует в парном взаимодействии. Эта разница является энергией спаривания и может быть записана как

$$\Delta \approx M(^A X) - \frac{M(^{A+1} X) + M(^{A-1} X)}{2}. \quad (2)$$

Различие в массах чётных и нечётных ядер было известно ещё в 1930-х годах; в 1936 году была разработана капельная модель ядра и формула Вайцеккера. В 1957 году была опубликована работа [2], в которой давалось объяснение эффекту сверхпроводимости: электроны при низких энергиях образуют связанные состояния (куперовские пары) и понижают общую энергию. Далее эта теория была применена к ядерной материи [3; 4] для учёта эффекта различия масс из-за спаривания нуклонов. Более подробное описание будет дано в главе 1.

Взаимодействие нуклонов описывается гамильтонианом (1), который, действуя на собственную функцию  $|\Psi_n\rangle$ , определяет её собственное значение (энергию). Чтобы найти собственные значения для основного состояния, нужно применить вариационный метод и решить задачу

$$\delta \langle \Psi_n | \hat{H} | \Psi_n \rangle = 0. \quad (3)$$

Далее, зная одночастичные состояния в самосогласованном поле, можно получить возбуждённые состояния ядра (без учёта остаточного взаимодействия). При этом чем больше энергия возбуждения, тем больше плотность уровней  $\rho = dN/dE$ ; она играет важную роль в протекании ядерных реакций. Так, если образовалось возбуждённое ядро, то оно может распасться по одному из путей, перейдя в другое многочастичное состояние (см. рис. 1). Количество этих состояний, а следовательно, и вероятность определённого перехода определяется плотностью  $\rho$ .

Ранее мною был разработан алгоритм перебора, который позволяет рассчитать плотность многочастичных состояний  $\omega(E, J_z, P) = \frac{dN(P)}{dE dJ_z}$ . Отсюда можно извлечь все необходимые распределения. В этом семестре этот алгоритм был модифицирован; есть возможность при заданных одночастичных состояниях сделать расчёт  $\omega(E, J_z, P)$  с учётом парного взаимодействия, то есть учесть энергию спаривания нуклонов  $\Delta$ .

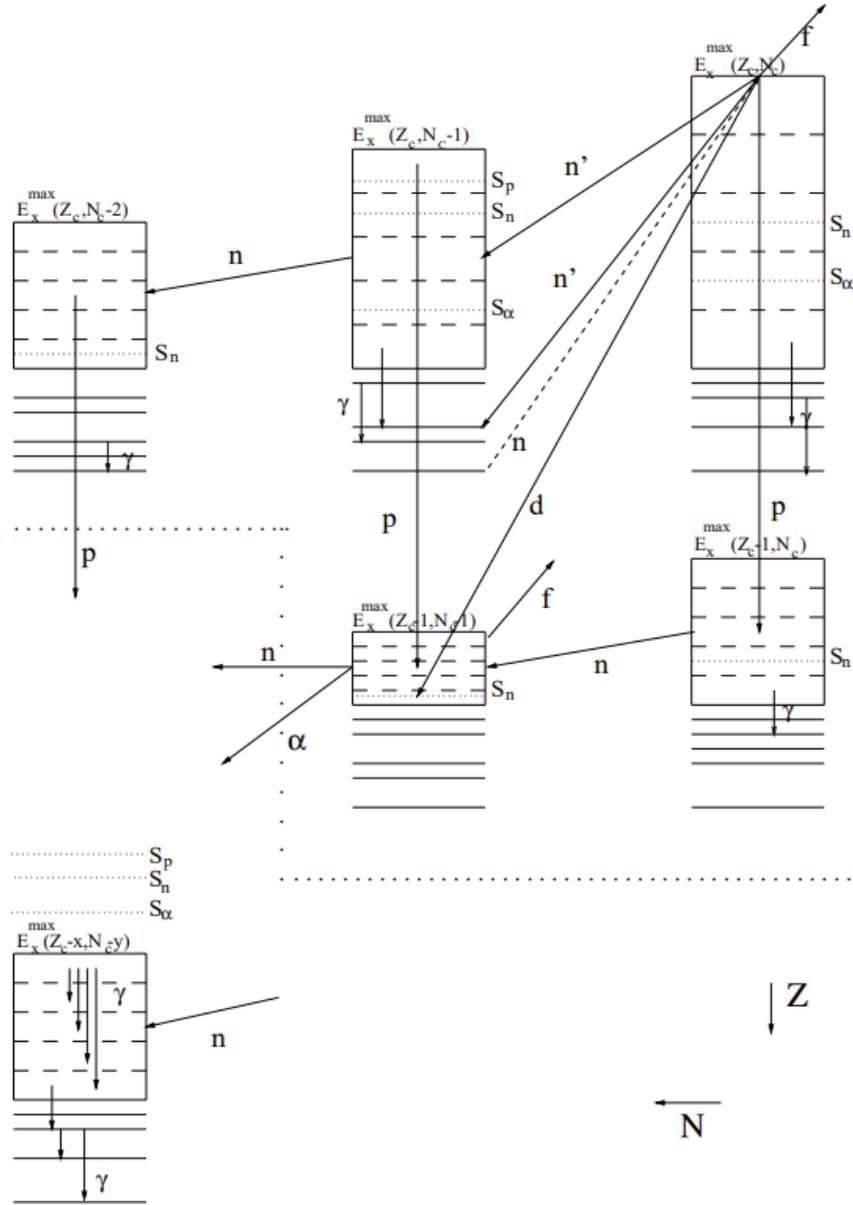


Рисунок 1 — Иллюстрация возможных путей распада.

# 1 Применение теории сверхпроводимости Бардина-Купера-Шриффера к ядерной материи

Аналогично оригинальной статье [2] в работах [3–5] вводится волновая функция чётно-чётного ядра как

$$|\text{BCS}\rangle = \prod_{k>0} (u_k + v_k a_k^\dagger a_{\bar{k}}^\dagger) |-\rangle, \quad (4)$$

где  $|-\rangle$  — вакуумное состояние ядра,  $a_k^\dagger$  — оператор рождения частицы в определённой точке фазового пространства, нумеруемой индексом  $k$ . Для каждого  $k > 0$  из половины фазового пространства существует сопряжённый  $\bar{k} < 0$ .  $v_k$  и  $u_k$  — вариационные параметры, отвечающие амплитуде вероятности того, что определённая пара состояний  $\{k, \bar{k}\}$  будет или не будет занята соответственно. Из нормировки на волновую функцию вытекает следствие

$$|u_k|^2 + |v_k|^2 = 1. \quad (5)$$

Ввиду этого фазу между  $u_k$  и  $v_k$  можно установить произвольно; всегда есть возможность выбрать  $u_k \in \mathbb{R}_{>0}$  [5]. Также можно показать [5], что в конечном счёте  $v_k \in \mathbb{R}_{>0}$  соответствуют наименьшей энергии.

Многочастичный гамильтониан вводится как

$$H = \sum_{k_1 k_2 \leq 0} t_{k_1 k_2} a_{k_1}^\dagger a_{k_2} + \frac{1}{4} \sum_{k_1 k_2 k_3 k_4 \leq 0} \bar{v}_{k_1 k_2 k_3 k_4} a_{k_1}^\dagger a_{k_2}^\dagger a_{k_4} a_{k_3}, \quad (6)$$

где  $t$  — матричный элемент оператора кинетической энергии,  $\bar{v}_{k_1 k_2 k_3 k_4} = v_{k_1 k_2 k_3 k_4} - v_{k_1 k_2 k_4 k_3}$  — матричный элемент парного взаимодействия. При этом существует условие на количество частиц:

$$\langle \text{BCS} | \hat{N} | \text{BCS} \rangle = 2 \sum_{k>0} v_k^2 = N, \quad \hat{N} = \sum_k a_k^\dagger a_k. \quad (7)$$

Примечательно, что величина дисперсии  $\langle (\Delta N)^2 \rangle$  оказывается отличной от нуля:

$$\langle (\Delta N)^2 \rangle = \langle \text{BCS} | \hat{N}^2 | \text{BCS} \rangle - N^2 = 4 \sum_{k>0} u_k^2 v_k^2, \quad (8)$$

что можно интерпретировать как «размытие» количества частиц. Далее вводится новый эффективный гамильтониан

$$H' = H - \lambda \hat{N} \quad (9)$$

для постановки вариационной задачи. Здесь  $\lambda$  — множитель Лагранжа; в дальнейшем он приобретёт смысл энергии Ферми. Тогда задача с условием сохранения количества частиц записывается в виде

$$\delta \langle \text{BCS} | H' | \text{BCS} \rangle = 0 \Rightarrow \left( \frac{\partial}{\partial v_k} + \frac{\partial u_k}{\partial v_k} \frac{\partial}{\partial u_k} \right) \langle \text{BCS} | H' | \text{BCS} \rangle = 0. \quad (10)$$

После дифференцирования получаем набор уравнений БКШ:

$$2\tilde{\varepsilon}_k u_k v_k + \Delta_k (v_k^2 - u_k^2) = 0, \quad (11)$$

$$\tilde{\varepsilon}_k = \frac{1}{2} \left( t_{kk} + t_{\bar{k}\bar{k}} + \sum_{k' \leq 0} (\bar{v}_{kk'k'k'} + \bar{v}_{\bar{k}\bar{k}'\bar{k}\bar{k}'}) v_{k'}^2 \right) - \lambda, \quad (12)$$

где  $\lambda$  — энергия Ферми,  $\tilde{\varepsilon}$  — эффективные энергии возбуждений, отсчитываемые от энергии ферми:

$$\tilde{\varepsilon}_k = \varepsilon_k - \lambda. \quad (13)$$

Также в уравнении (11) возникает энергия спаривания  $\Delta_k$ :

$$\Delta_k = - \sum_{k' > 0} \bar{v}_{k\bar{k}k'\bar{k}'} u_{k'} v_{k'}. \quad (14)$$

Отсюда следуют выражения для  $v_k^2$  и  $u_k^2$ :

$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_k^2}} \right), \quad u_k^2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_k^2}} \right). \quad (15)$$

Таким образом, при известных  $\tilde{\varepsilon}$  можно учесть эффект спаривания.

## 2 Микроскопические методы получения одночастичных базисных состояний

В ядре под действием ядерных и электромагнитных сил формируются одночастичные уровни  $\{n, l, j, E\}$ , которые состоят из одночастичных состояний  $\{n, l, j, j_z, E\}$ . Существует несколько подходов к решению задачи на собственные значения (1). Один из современных подходов описан в работе [6], где учитываются «свёрнутый» потенциал Юкавы, спаривание нуклонов, колебательные и вращательные эффекты.

### 2.1 Учёт сглаживания плотности ядерной материи

При моделировании потенциала взаимодействия важно учитывать различные эффекты, такие, как, например, гладкое поведение распределения плотности ядерной материи  $\rho(\vec{r})$ . Этот эффект можно получить, проинтегрировав функцию Юкавы  $g$

$$g(|\vec{r} - \vec{r}'|) = \frac{1}{4\pi a^3} \frac{e^{-|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|/a}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|/a} \quad (16)$$

по ограниченному объёму  $V$ :

$$\rho(\vec{r}) = \rho_0 \int_V g(|\vec{r} - \vec{r}'|) d^3 r'. \quad (17)$$

Далее ядерный потенциал  $V_N(\vec{r}_1)$  вычисляется как

$$V_N(\vec{r}_1) = V_0 \int_V g(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) \frac{\rho(\vec{r}_2)}{\rho_0} d^3 r_2. \quad (18)$$

Можно показать [7], что выражение вида (18) можно разложить на две составляющие: сглаженный и резкий потенциалы:

$$V_N(\vec{r}_1) = V_N^{\text{sharp}}(\vec{r}_1) + \Delta V_N(\vec{r}_1). \quad (19)$$

В литературе такой потенциал называют «свёрнутым» (folded), поскольку производится свёртка согласно уравнениям (17) и (18). Аналогично можно поступить с кулоновским взаимодействием. После получения вида потенциала решается задача на собственные энергии гамильтониана:

$$(T + V)|\psi_n\rangle = \varepsilon_n|\psi_n\rangle. \quad (20)$$

### 2.2 Вращательные степени свободы

Большинство ядер в природе являются деформированными из-за того, что их последние оболочки (уровни) не полностью заполнены. Ввиду этого возникают вращательные и колебательные эффекты, влияющие на энергию ядра и, в частности, на плотность многочастичных состояний.

Для деформированного ядра с угловым моментом  $I$  и его проекцией  $K$  на ось деформации вращательная энергия будет также зависеть от твердотельного момента инерции  $J_{\perp}$ :

$$E_{\text{rot}}(I, K) = \frac{I(I + 1) - K^2}{2J_{\perp}(\varepsilon_2, \Delta_p, \Delta_n)}, \quad (21)$$

где  $\varepsilon_2$  — квадрупольные деформации,  $\Delta_p$  и  $\Delta_n$  — протонные и нейтронные энергии спаривания соответственно. Далее полная энергия может быть получена как сумма

$$E = E + E_{rot}(I, K). \quad (22)$$

### 2.3 Остаточное взаимодействие

В подходе среднего поля все многочастичные состояния полагаются невзаимодействующими, однако учёт остаточного двухчастичного приведёт к тому, что состояния будут обладать несколько другой энергией, и зависимость плотности  $\Delta N/\Delta U$  будет сглаженной. Этот эффект можно смоделировать гауссовой зависимостью вблизи каждого уровня. Ожидаемое значение ширины кривой на половине высоты задаётся формулой

$$\Gamma = 0.039 \left( \frac{A}{160} \right)^{-1/2} E^{3/2} \text{ МэВ}, \quad \sigma = \frac{\Gamma}{2\sqrt{2 \ln(2)}}, \quad (23)$$

а сглаживание плотности по Гауссу учитывается как

$$\rho(E_b) = \sum_a \rho(E_a) \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{E_a + \Delta E/2 - E_b}{\sqrt{2}\sigma} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{E_a - \Delta E/2 - E_b}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right]. \quad (24)$$

Сумма производится по всем имеющимся точкам. Наибольший вклад дают те значения, которые находятся вблизи  $E_b$ .

### 3 Комбинаторный метод вычисления плотности состояний и уровней

Данный метод ранее был разработан для модели независимых частиц. Он позволяет вычислять распределения по энергии, проекции углового момента и полному угловому моменту ядра, зная только лишь одночастичный спектр. Сейчас он модифицирован для учёта парных взаимодействий, однако сама схема комбинаторного перебора осталась той же самой.

В этой модели многочастичные состояния атомных ядер складываются из одночастичных состояний, характеризуемых энергией и определёнными квантовыми числами. Нуклоны могут занимать или не занимать эти состояния ( $v_k$  полагается равным 0 или 1). Условимся, что наличие частицы обозначается «1», отсутствие — «0». Тогда многочастичное состояние может быть задано как последовательность нулей и единиц. Основное состояние ядра задаётся числами заполнения  $\{1, 1, \dots, 1, 0, 0, \dots\}$ . В некотором многочастичном состоянии  $|i\rangle$  можно найти число нуклонов  $N_i$ , их полную энергию  $E_i$  и полную проекцию  $M_i$  углового момента на ось  $z$ , зная числа заполнения  $n_i$  — набор из нулей и единиц,  $e_i$  и  $m_i$  — энергии и проекции углового момента одночастичных состояний:

$$N_i = \sum_j n_i(j), \quad (25)$$

$$E_i = \sum_j e_j(i)n_j(i), \quad (26)$$

$$M_i = \sum_j m_j(i)n_j(i). \quad (27)$$

Далее будет представлена идея работы алгоритма. Можно выделить несколько основных этапов: во-первых, перебор многочастичных состояний для протонной и нейтронной подсистем независимо. Во-вторых, комбинирование этих распределений  $\Delta N_n(E_n, J_{nz}, P_n)$ ,  $\Delta N_p(E_p, J_{pz}, P_p)$  в одно для всего ядра  $\Delta N(E, J_z, P)$ . В-третьих, можно просуммировать по некоторым переменным для получения других распределений, например, по  $J_z$  и  $P$ , чтобы получить  $\Delta N(E)$ .

#### 3.1 Перебор многочастичных состояний для подсистемы

Пусть имеется  $N$  частиц. Алгоритм работы следующий: сначала мы перемещаем частицу из  $N$ -го одночастичного состояния в  $(N + 1)$ . Затем  $(N - 1) \rightarrow N$ , на следующем шаге  $(N - 2) \rightarrow (N - 1)$  и т.д. до тех пор, пока не дойдём до конца и частицы не кончатся. Тут получаем многочастичное состояние  $\{0, \dots, 1, \underbrace{1}_{N+1}, 0, \dots\}$ . Затем сдвигаем всю систему в исходное положение, кроме самой последней частицы — мы перемещаем её из  $(N + 1)$  в  $(N + 2)$ , а с остатком проводим ту же самую операцию до тех пор, пока не окажемся в состоянии  $\{0, 1, \dots, \underbrace{1}_N, 0, 1, 0, \dots\}$ . Потом сдвигаем остаток системы влево кроме  $N$ -й частицы, которая идёт в  $(N + 1)$  состояние, и получается  $\{1, 1, \dots, 0, \underbrace{0}_N, 1, 1, 0, \dots\}$ . Продолжая действовать подобным образом, можно построить итерационный алгоритм, который перебирает абсолютно все многочастичные состояния, которых оказывается ровно  $C_n^k$ ,  $n$  — общее количество свободных и занятых ячеек,  $k$  — количество занятых частицами ячеек. Это схематично изображено на рисунке 2.

Остаётся учесть ограничения на энергии. Поскольку одночастичные состояния выстроены в порядке возрастания энергии, то чем правее находится частица, тем большее её энергия. На основании этого можно на много порядков сократить время расчёта. Для более подробного объяснения надо смотреть код программы.

В программе можно выбрать энергетическое разрешение  $\Delta U$  В МэВ; это определяет количество диапазонов  $[U, U + \Delta U)$ , в которые могут попасть многочастичные состояния. Но если выбрать  $\Delta U$  слишком маленьким, то появятся скачки плотности энергии, поскольку в одном диапазоне может быть много одночастичных состояний, а в соседнем гораздо меньше. Также отметим, что в программе удобно перейти к целым числам в случае угловых моментов, то есть использовать  $2J_z$  вместо  $J_z$ .

### 3.2 Учёт эффекта спаривания нуклонов

Известно, что нуклоны в ядре образуют пары с проекциями угловых моментов  $(J_z, -J_z)$ , уменьшая полную энергию ядра. Если пара «разорвана», то энергия соответствующей частицы или дырки будет рассчитываться как

$$\varepsilon_j = \sqrt{(e_j - e_F)^2 + \Delta^2}. \quad (28)$$

В предельном случае, когда  $\Delta \rightarrow 0$ , будет согласие с предыдущей моделью. Эффект спаривания учтён в одночастичном спектре с использованием процедуры БКШ (Бардина-Купера-Шриффера).

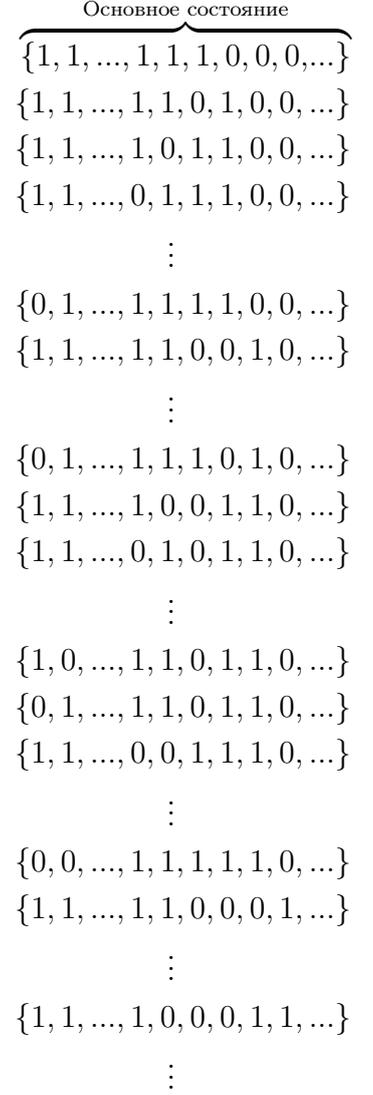


Рисунок 2 — Алгоритм перебора многочастичных состояний без ограничений на энергию

## 4 Модели плотности многочастичных состояний и уровней

В данном разделе речь пойдёт о моделях плотности ядерных уровней, которые применяются при моделировании реакций. Все они основаны на модели ферми-газа [8]; суть заключается в использовании приближения независимых частиц для описания структуры ядра. Помимо основополагающей работы [8] есть также статьи и книги [1; 9; 10], дающие широкий обзор на модели плотности ядерных уровней и связанные с этим темы. Рассмотрим столкновение в системе центра масс; обозначим энергию налетающих частиц как  $E$ . Тогда формула для плотности многочастичных состояний  $\omega$  записывается в виде

$$\omega(E) = \frac{\sqrt{\pi}}{12} \frac{e^{2\sqrt{aE}}}{a^{1/4} E^{5/4}}, \quad (29)$$

где  $a$  — параметр плотности уровней (МэВ<sup>-1</sup>), пропорциональный плотности одночастичных состояний  $g$  вблизи энергии Ферми:

$$a = \frac{\pi^2}{6} g. \quad (30)$$

При  $E = 0$  формула (29) имеет расходимость ввиду низкотемпературных приближений.

Существуют также другие модели, исправляющие недостатки формулы (29). Например, может вводиться эффективная энергия возбуждения  $U$  вводится как  $E - \Delta$ , где  $\Delta$  — эмпирический параметр, отвечающий за эффект спаривания в ядрах. Одним из вариантов определения  $\Delta$  является

$$\Delta = n \frac{12}{\sqrt{A}}, \quad (31)$$

где  $n = 0, 1$  и  $2$  для нечётно-нечётных, чётно-нечётных и чётно-чётных ядер соответственно,  $A$  — массовое число ядра. Плотность уровней  $\rho$  в зависимости от энергии возбуждения  $U$ , полного углового момента  $J$  и чётности  $\Pi$  записывается как

$$\rho_F(E, J, \Pi) = \frac{1}{2} \frac{2J+1}{2\sqrt{2\pi}\sigma^3} \exp\left[-\frac{(J+\frac{1}{2})^2}{2\sigma^2}\right] \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{12} \frac{\exp[2\sqrt{aU}]}{a^{1/4} U^{5/4}}. \quad (32)$$

Здесь множитель  $\frac{1}{2}$  возникает из предположения равенства распределений для положительной и отрицательной чётностей,  $\sigma^2$  — ширина гауссовского распределения (дисперсия) по проекции углового момента на ось симметрии ядра (ось  $z$ ),  $a$  — параметр плотности уровней. Аналитическое выражение для  $\sigma^2$  выглядит как

$$\sigma^2 = \langle m^2 \rangle \frac{6}{\pi^2} at, \quad (33)$$

где  $\langle m^2 \rangle$  — среднеквадратичная проекция углового момента на ось  $z$ ,  $t = \sqrt{U/a}$  — температура ядра.

## 5 Сравнение результатов в новом подходе с моделью 3-мерного осциллятора

Одночастичный спектр самосогласованного поля, полученный методом Хартри-Фока с учётом эффекта спаривания нуклонов (теория Бардина-Купера-Шриффера) даёт более реалистичное описание модели ядра. Модель 3-мерного осциллятора, которая использовалась ранее, не описывала самосогласованное поле, поскольку при расчёте квантовых чисел и энергий не производились последовательные итерации.

На рисунке 3 представлены результаты моделирования для  $^{58}\text{Ni}$  на новом базисе:  $\omega(U)$  — плотность многочастичных состояний (29), синие точки  $\Delta N/\Delta U$  — количество состояний в интервале  $\Delta U = 1$  МэВ. Точка ставится посередине интервала  $[U, U + \Delta U)$ .

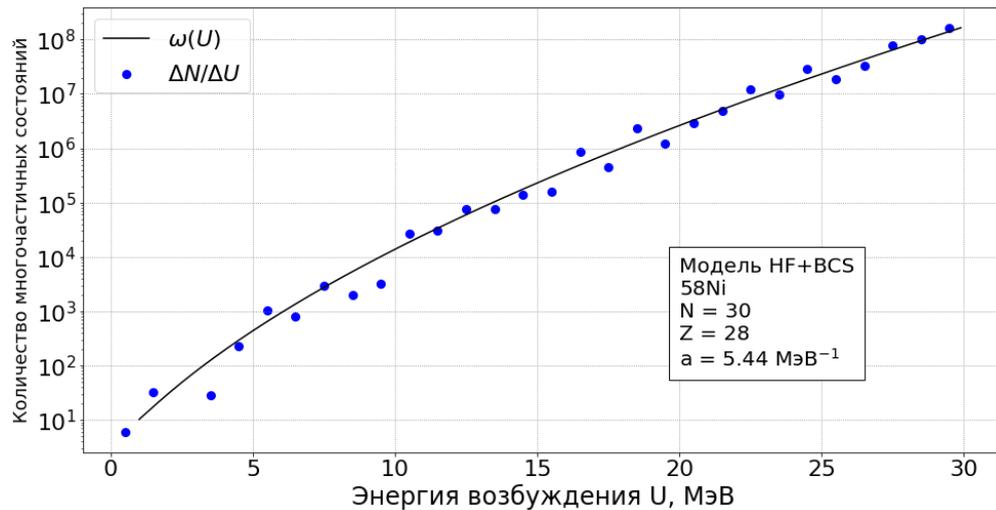


Рисунок 3 — Плотность многочастичных состояний  $^{58}\text{Ni}$  в зависимости от энергии возбуждения  $U$  в новом подходе (синие точки). Чёрная линия — расчёт по модели ферми-газа (см. формула (29)).

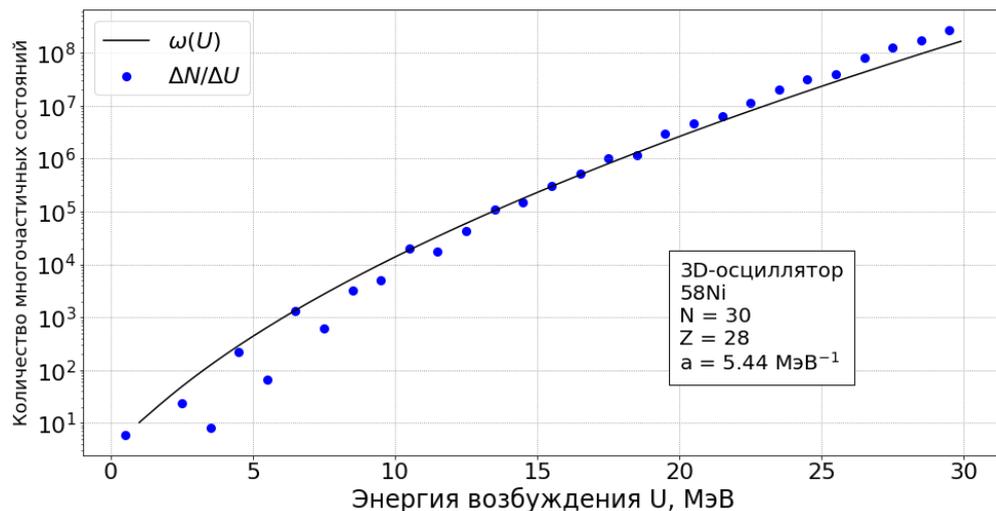


Рисунок 4 — Плотность многочастичных состояний  $^{58}\text{Ni}$  в зависимости от энергии возбуждения  $U$  в модели 3-мерного осциллятора (синие точки). Чёрная линия — расчёт по модели ферми-газа (см. формула (29)).

Новую модель (рис. 3) можно сравнить с предыдущей (рис. 4): при энергиях до 10 МэВ в случае 3-мерного осциллятора наблюдаются заметные колебания под аналити-

ческой кривой, тогда как в новом подходе этот эффект смягчён эффектом спаривания нуклонов. Также при больших энергиях ( $> 25$  МэВ) в случае предыдущей модели наблюдается систематическое завышение плотности состояний.

Моделирование на новом базисе также сказывается на распределении проекции углового момента  $J_Z$  и чётности  $P$  многочастичных состояний. Так, на рисунках 5 и 6 для  $^{58}\text{Ni}$  приведены распределения многочастичных состояний в зависимости от  $J_Z$  для положительных и отрицательных чётностей в диапазоне энергий  $[15, 16)$  МэВ. Видно, что в случае 3-мерного осциллятора распределения  $P = +1$  и  $P = -1$  сравниваются по порядку, в то время как в новой модели доминирует положительная чётность.

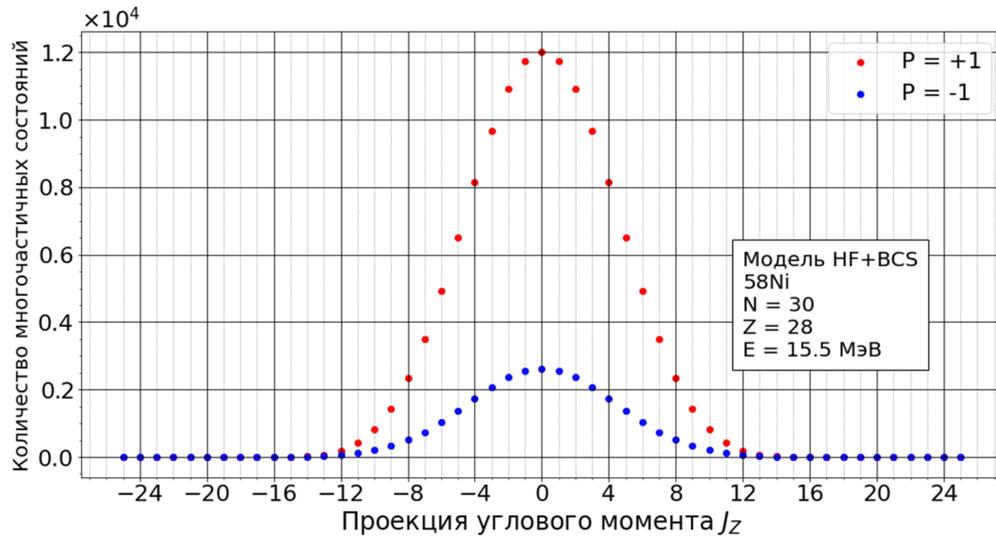


Рисунок 5 — Плотность многочастичных состояний  $^{58}\text{Ni}$  в зависимости от

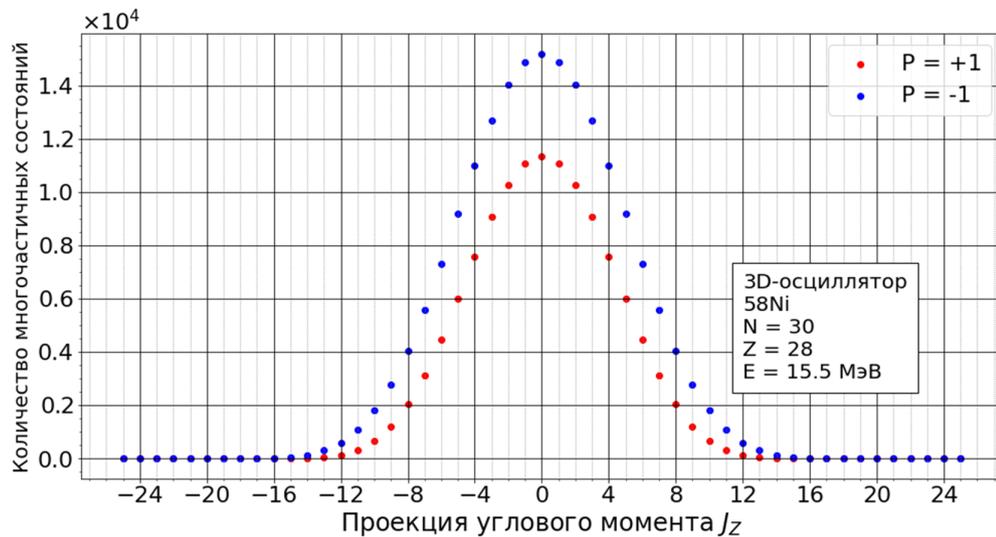


Рисунок 6 — Плотность многочастичных состояний  $^{58}\text{Ni}$  в зависимости от энергии возбуждения  $U$  в модели 3-мерного осциллятора (синие точки). Чёрная линия — аналитическая формула (29).

## Заключение

В семестре основной частью работы являлось изучение основных подходов к получению реалистичного ядерного потенциала, в частности, метода Хартри-Фока, который позволяет итерационно получить самосогласованное среднее поле. Далее был учтён эффект спаривания нуклонов с помощью теории БКШ (Бардина-Купера-Шриффера), применённой к ядерной материи [3–5].

Комбинаторный метод вычисления плотности многочастичных состояний был модифицирован для учёта эффекта спаривания нуклонов. Сравнение результатов с предыдущей моделью (3-мерный осциллятор) показывают, что оболочечные эффекты стали менее выражены, а также появилась особенность в зависимости от чётности.

Эффекты, упомянутые в разделе 2, требуют дальнейших уточнений для применения их к имеющейся модели. При этом стоит упомянуть, что «свёрнутый» потенциал Юкавы, с одной стороны, не является самосогласованным, поскольку он не вычисляется итерационно, а с другой — именно поэтому расчёт нуклонных уровней требует меньше вычислительных мощностей.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Бор О., Моттelson Б.* Структура атомного ядра. Том 1. Одночастичное движение. — Мир, 1971.
2. *Bardeen J., Cooper L. N., Schrieffer J. R.* Microscopic Theory of Superconductivity // *Phys. Rev.* — 1957. — Т. 106, вып. 1. — С. 162—164.
3. *Bohr A., Mottelson B. R., Pines D.* Possible Analogy between the Excitation Spectra of Nuclei and Those of the Superconducting Metallic State // *Phys. Rev.* — 1958. — Т. 110, вып. 4. — С. 936—938.
4. *Belyaev S. T.* Effect of pairing force correlations on nuclear properties // *Selskab Mat. Fys. Medd.* — 1959. — Т. 31, вып. 11.
5. *Ring P., Shuck P.* The Nuclear Many-Body Problem. — New York : Springer-Verlag, 1980. — 717 с.
6. *Uhrenholt H., Aberg S., Möller P., Ichikawa T.* Combinatorial nuclear level-density model // *Nuclear Physics A.* — 2013. — Т. 913. — С. 127.
7. *Dobrowolski A., Pomorski K., Bartel J.* Solving the eigenvalue problem of the nuclear Yukawa-folded mean-field Hamiltonian // *Computer Physics Communications.* — 2015. — Т. 199.
8. *Bethe H. A.* An Attempt to Calculate the Number of Energy Levels of a Heavy Nucleus // *Phys. Rev.* — 1936. — Т. 50, вып. 4. — С. 332—341.
9. *Соколов Ю.* Плотность уровней атомных ядер. — Москва : Энергоатом, 1990.
10. *Capote R., Herman M., Oblovzinsk'y P., Young P., Goriely S., Belgya T., Ignatyuk A., Koning A., Hilaire S., Plujko V.* RIPL—reference input parameter library for calculation of nuclear reactions and nuclear data evaluations // *Nuclear Data Sheets.* — 2009. — Т. 110. — С. 3107—3214.