

# Теоретическая модель для расчета спектров бета-частиц и антинейтрино в простейшем приближении

Зайцев В.Н.

Б22-102

Научный руководитель: Попов Д.В.

Москва, 2024



## Актуальность:

Физика нейтрино имеет большое практическое значение и является одним из инструментов для развития физики за рамками Стандартной модели, однако все существующие модели расчета спектров этих частиц имеют расхождение с экспериментальными данными.

В связи с этим, актуальной темой является изучение физики антинейтрино через их связь с бета-частицами в процессе бета-распада и развитие новой теоретической модели расчета их спектров.

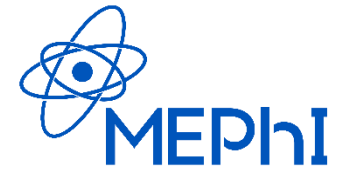
## Цель:

Определение и развитие теоретической модели, по которой можно построить спектры бета-частиц и антинейтрино как продуктов  $\beta$ -распада.

## Задачи:

- Ознакомиться с теоретическим выводом функции, задающей форму спектра бета-частиц и антинейтрино от  $\beta$ -распада в первом приближении;
- Написать собственную программу для расчета и графического вывода спектров отдельных изотопов.

# Расчет вероятности $\beta$ -распада



Общая формула  $\beta$ -распада:  $\frac{A}{Z}X \longrightarrow \frac{A}{Z+1}Y + e^{-} + \bar{\nu}_e$

**Золотое правило Ферми:**

$$dW_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H | i \rangle|^2 \left. \frac{d\tilde{N}}{dE} \right|_{E=E_0}$$

$|i\rangle$  - начальное состояние системы (родительское ядро);

$\langle f|$  - конечное состояние системы (дочернее ядро + электрон + антинейтрино);

$H$  - гамильтониан малого возмущения, приводящего к распаду;

$d\tilde{N}/dE$  - плотность конечных состояний на единицу энергии;

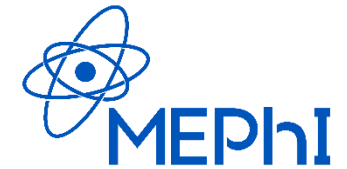
$E_0 = E_f - E_i$  - полная энергия распада.

**Вероятность перехода в единицу времени:**

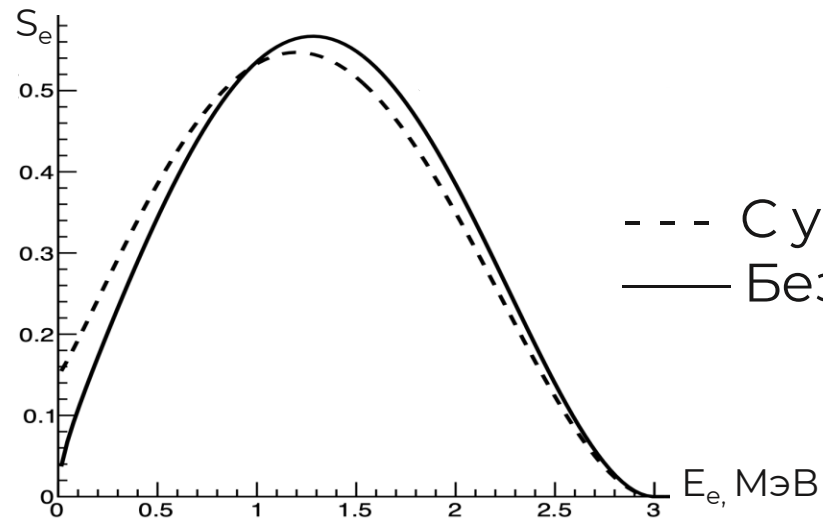
$$dW_{if} = \frac{1}{2\pi^3 \hbar^7 c^5} |\langle f | H | i \rangle|^2 \sqrt{E_e^2 - m^2 c^4} E_e (E_0 - E_e)^2 dE_e$$

$E_e$  - полная энергия электрона.

# Функция Ферми



$$F(Z, E_e) = \frac{|\Psi_U|^2}{|\Psi_0|^2},$$



--- С учетом функции Ферми  
 — Без учета функции Ферми

**Функция Ферми**  $F(Z, E_e)$  описывает кулоновское взаимодействие точечного дочернего ядра с  $\beta$ -электроном.

$$F(Z, E_e) = 2(\gamma + 1) \left( \frac{2p_e R}{\hbar c} \right)^{2(\gamma-1)} e^{\left( \frac{\pi \alpha Z E_e}{p_e} \right)} \frac{|\Gamma(\gamma + \frac{i \alpha Z E_e}{p_e})|^2}{|\Gamma(2\gamma + 1)|^2}$$

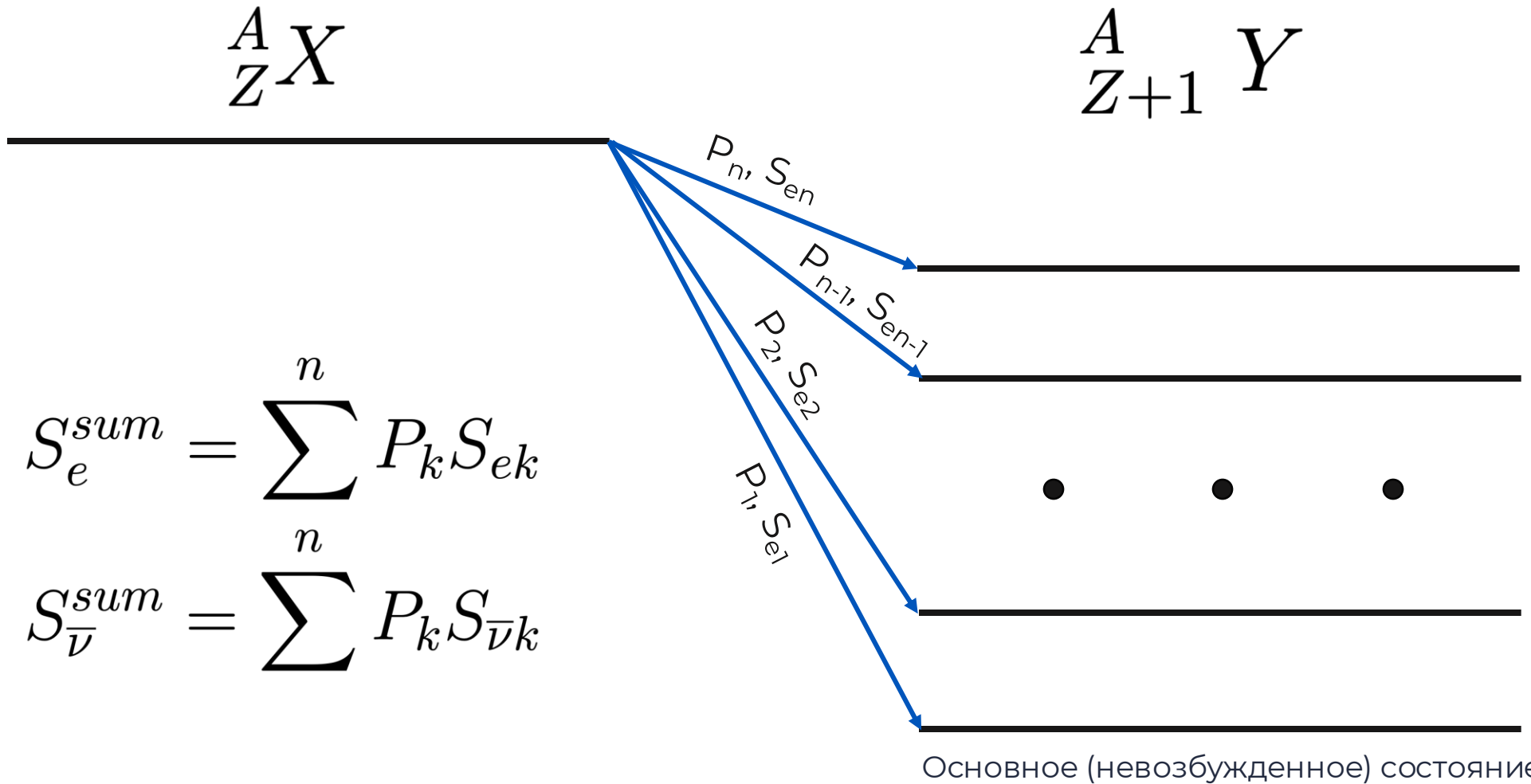
$\alpha = 1/137$  – постоянная тонкой структуры;  
 $p_e$  – импульс электрона;  
 $E_e$  – полная энергия вылетевшего электрона;  
 $R$  – радиус родительского ядра;  
 $Z$  – заряд дочернего ядра;  
 $\gamma^2 = 1 - (\alpha Z)^2$ ;  
 $\Gamma(z)$  – гамма-функция Эйлера комплексной переменной.

## Форма спектра бета-частиц в результате $\beta$ -распада:

$$S_e(E_e; E_0, Z) = K p_e E_e (E_0 - E_e)^2 F(Z, E_e) C(Z, E_e, E_0)$$

$K$  – нормировочный множитель;  
 $C(Z, E_e, E_0)$  – фактор формы.

# Возможные $\beta$ -переходы одного изотопа



И ВОЗМОЖНЫХ СОСТОЯНИЙ

# Результаты

133I

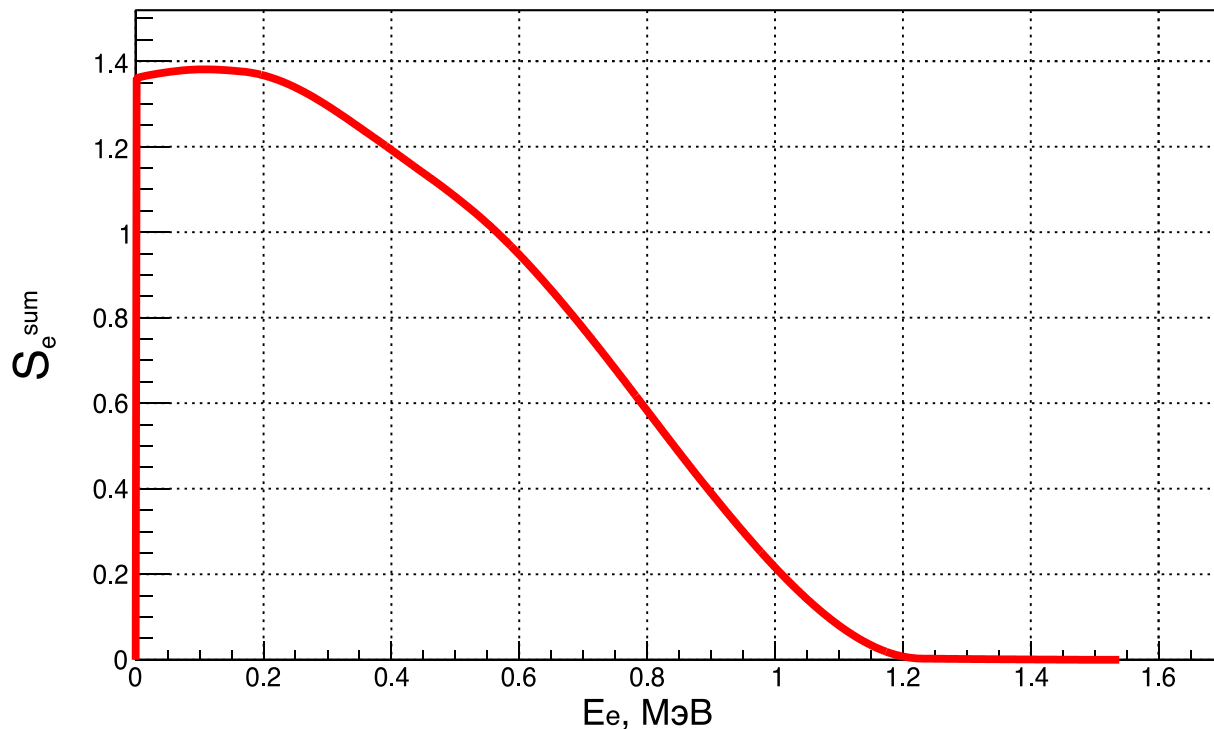


Рис.1 – Суммарный спектр бета-частиц от  $\beta$ -распада изотопа  $^{133}\text{I}$

$$S_e^{sum} = \sum^n P_k S_{ek} ; S_{\bar{\nu}}^{sum} = \sum^n P_k S_{\bar{\nu}k}$$

133I

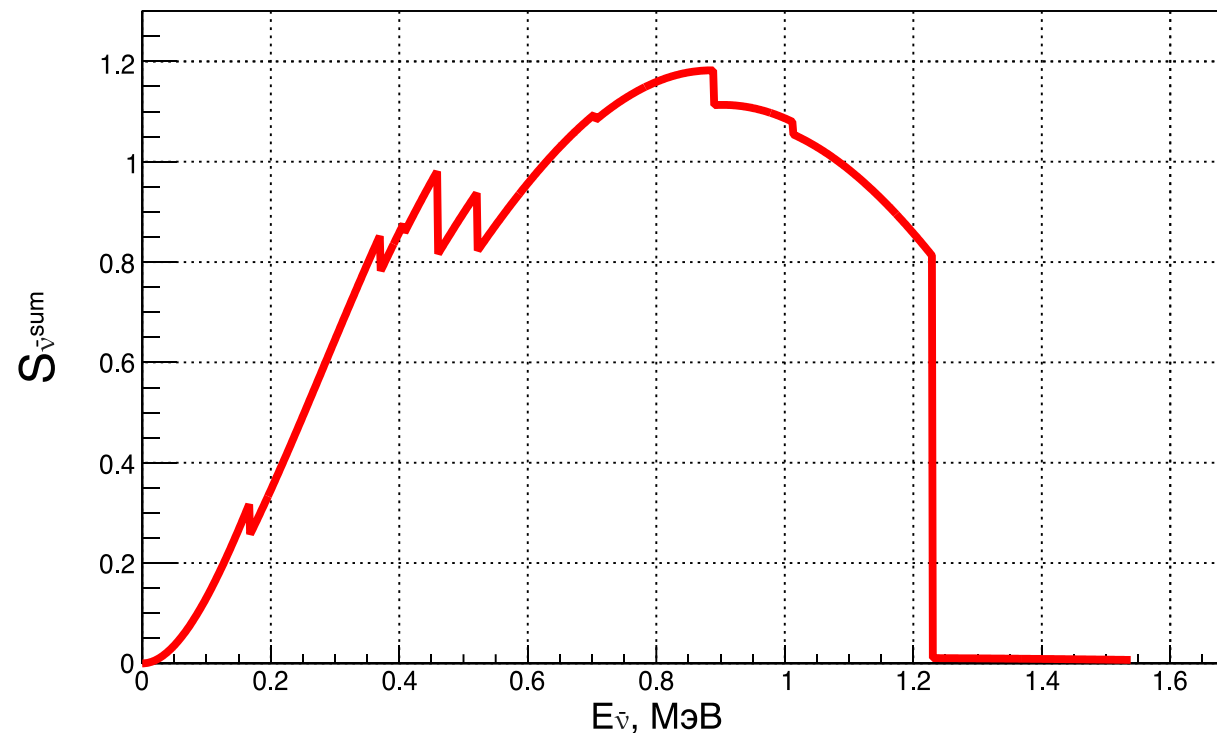
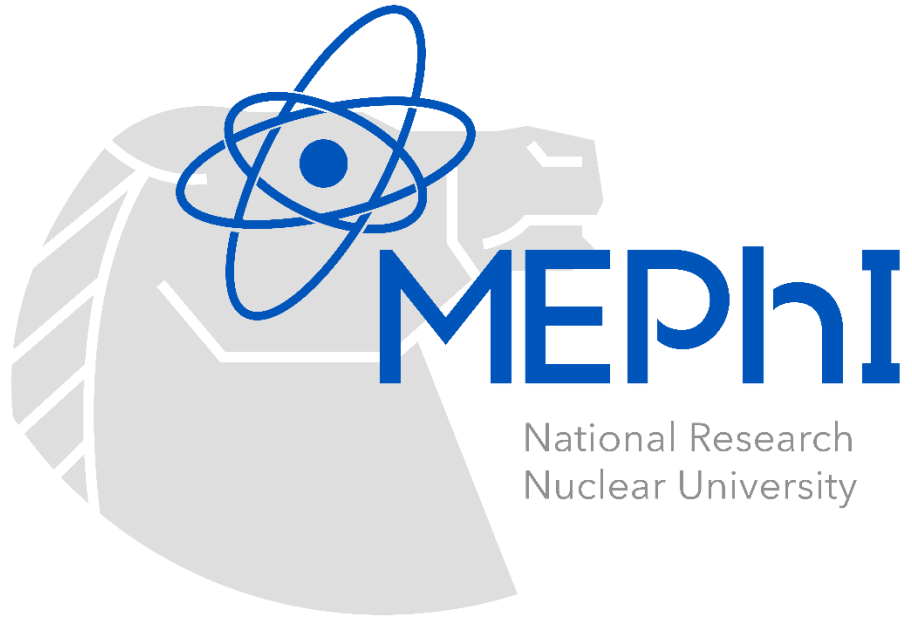


Рис.2 – Суммарный спектр антинейтрино от  $\beta$ -распада изотопа  $^{133}\text{I}$

$n$  – количество возможных переходов;  
 $P_k$  – вероятность  $k$ -го перехода;  
 $S_{ek}$  и  $S_{\bar{\nu}k}$  – одиночные спектры  $k$ -го перехода.

- Было проведено ознакомление с теоретическим выводом функций, задающих формы спектров бета-частиц и антинейтрино от  $\beta$ -распада в первом приближении;
- Были реализованы программы, осуществляющие расчет и графический вывод единичных и суммарных спектров бета-частиц и антинейтрино от распадов отдельных изотопов.

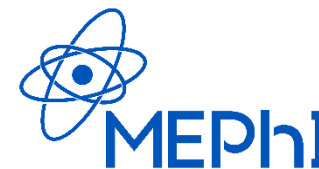




**Спасибо за  
внимание!**

Москва, 2024

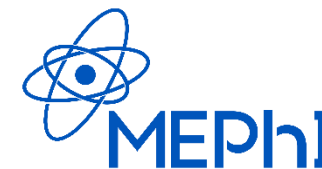
# Дополнительные слайды (1)



## Список использованных источников:

1. Thomas S. A., Abdalla F. B., Lahav O. Upper Bound of 0.28 eV on Neutrino Masses from the Largest Photometric Redshift Survey // Physical Review Letters. — 2010. — July. — Vol. 105, no. 3. — ISSN 1079-7114. — DOI:10.1103/physrevlett.105.031301.
2. Reines F., Cowan C. L. Detection of the Free Neutrino // Physical Review. — 1953. — Nov. — Vol. 92, no. 3. — P. 830–831. — ISSN 0031-899X. — DOI: 10.1103/physrev.92.830.
3. Reines F., Cowan C. L. Free Antineutrino Absorption Cross Section. I. Measurement of the Free Antineutrino Absorption Cross Section by Protons // Physical Review. — 1959. — Jan. — Vol. 113, no. 1. — P. 273–279. — ISSN 0031-899X. — DOI: 10.1103/physrev.113.273.
4. Neutrino oscillations: status and prospects for the determination of neutrino mass ordering and the leptonic CP-violation phase / L. D. Kolupaeva [et al.] // Physics-Uspe. — 2022. — May. — Vol. 66, no. 08. — P. 753–774. — ISSN 1468-4780. — DOI: 10.3367/ufne.2022.05.039191.
5. Б. С. Дзеляпов Л. Н. З. Влияние электрического поля атома на Бета-распад // АН СССР. — 1956.
6. В. Г. Алексанкин С. В. Родичев П. М. Р. и др. Бета- и антинейтринное излучение радиоактивных ядер : Справочник // Энергоатомиздат. — 1989.
7. Hayes A. C., Vogel P. Reactor Neutrino Spectra // Annual Review of Nuclear and Particle Science. — 2016. — Oct. — Vol. 66, no. 1. — P. 219–244. — ISSN 1545-4134. — DOI: 10.1146/annurev-nucl-102115-044826.
8. Mougeot X., B´e M.-M., Bisch C. Calculation of beta spectral shapes // Radioprotection. — 2014. — Сент. — Т. 49, № 4. — С. 269–273. — ISSN 1769-700X. — DOI: 10.1051/radiopro/2014017.
9. Lanczos C. A Precision Approximation of the Gamma Function // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics Series B Numerical Analysis. — 1964. — Jan. — Vol. 1, no. 1. — P. 86–96. — ISSN 0887-459X. — DOI: 10.1137/0701008.13

## Дополнительные слайды (2)



Формат таблиц из IAEA Nuclear Data Services, используемых в программе.

intensity beta %	max energy [keV]	parent Z	N
0.413	167	53	80
1.25	371	53	80
0.4	407	53	80
3.78	459	53	80
3.15	521	53	80
0.543	705	53	80
4.18	890	53	80
1.83	1013	53	80
83.4	1230	53	80
1.08	1540	53	80

1. Интенсивность (вероятность)  $n$ -го распада;
2. Максимальная кинетическая энергия электрона/antineйтрино при распаде;
3. Зарядовое число родительского ядра;
4. Число нейтронов в родительском ядре.