Солитонные решения
в системах с одним и несколькими полями

Отчет по научно- исследовательской работе

Научный руководитель: В. А. Гани
Студент: С.Д. Франк-Каменецкая, Б22-102

Цели и задачи:

Цели:

- Ознакомление с кинковыми решениями;
- Ознакомление с моделями, в которых они могут возникать;
- Ознакомление с методами нахождения кинковых решений;

Задачи:

- Получение кинковых решений для случая 1 поля;
- Получение кинковых решений для случая 2 полей с помощью метода пробных орбит;

Солитоны в системе с одним скалярным полем

Динамика задается лоренц-инвариантностью плотностью лагранжиана:

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2 - V(\phi),$$

Потенциал Двойной-синус-Гордон:

$$V(\phi) = \tanh^2 R\,(1-\cos\phi) + \frac{4}{\cosh^2 R}\left(1+\cos\frac{\phi}{2}\right),$$

Потенциал — периодический, неотрицательный и имеет бесконечное число вырожденных минимумов (вакуумов) в точках $\phi = \pm 2\pi n,\ n \in N$.

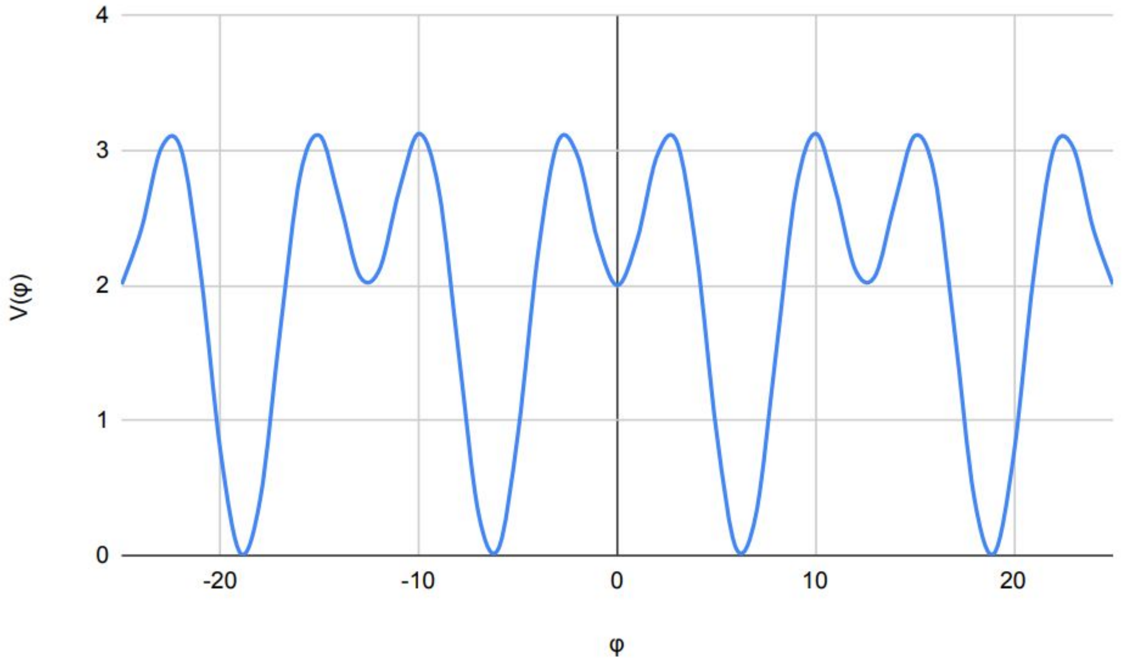


Рисунок 1 — Потенциал Двойной-синус-Гордон при R=1.

Кинк ДсГ

Кинковое решение для потенциала ДсГ:

$$\phi_n(x) = 4\pi n \pm \arctan\left(\frac{\sinh(x - x_0)}{\cosh R}\right),$$

Нестатическое кинковое решение:

$$\phi_n(x,t) = 4\pi n \pm arctan\left(\frac{1}{cosh(R)} sinh\left(\frac{(x-x_0)-vt)}{\sqrt{1-v^2}}\right)\right),$$

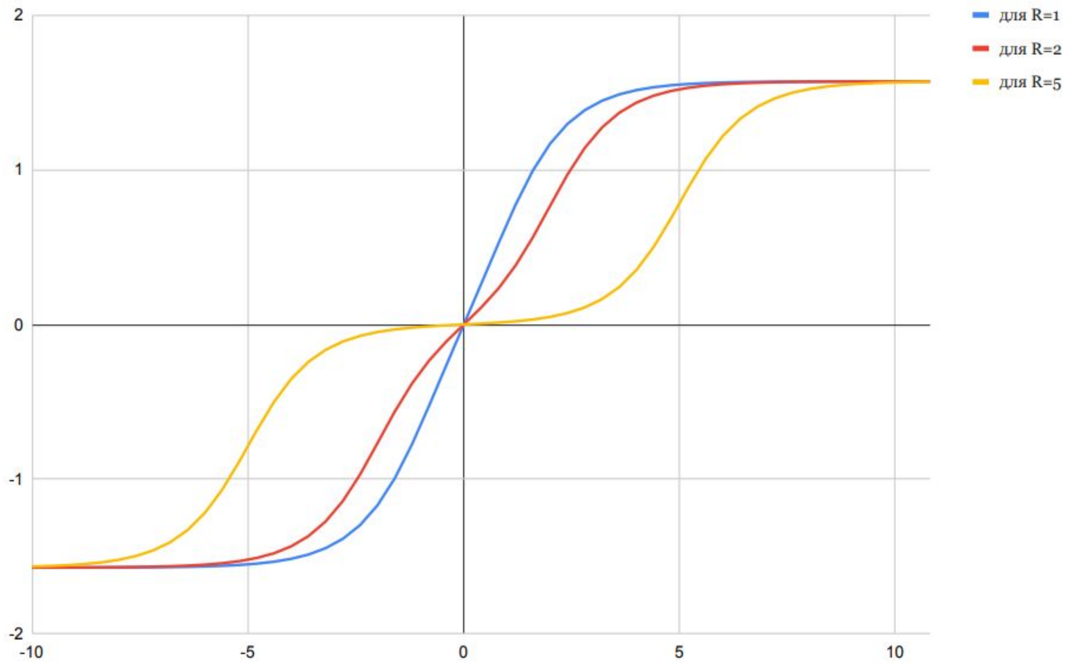
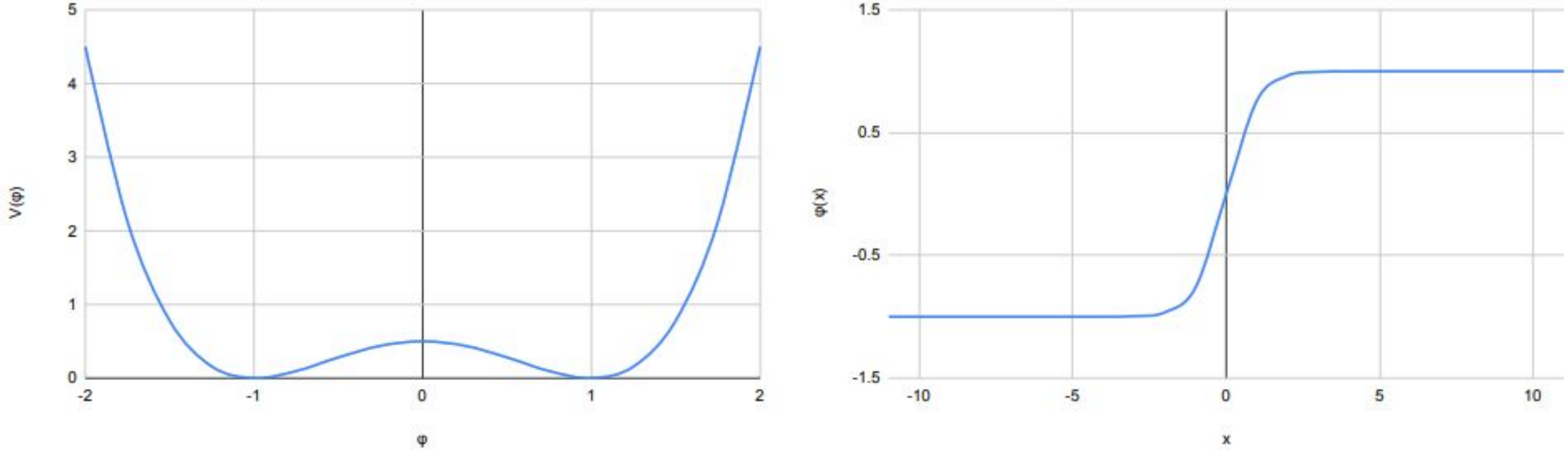


Рисунок 2 — Кинк модели двойной синус-Гордон при разных значениях параметра R.

Потенциал ϕ^4



(a) Потенциал ϕ^4 (b) Кинковое решение для потенциала ϕ^4

Рисунок 3 — Иллюстрации к разделу 2.3

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\left(1 - \phi^2\right)^2 .$$

$$\phi = \tanh(x - x_0).$$

Случай нескольких скалярных полей

Плотность лагранжиана для системы из нескольких полей:

$$\mathscr{L} = \sum_i \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \phi_i}{\partial t}\right)^2 - \sum_i \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \phi_i}{\partial x}\right)^2 - V(\phi_1, .., \phi_n),$$

Полевые уравнения имеют вид:

$$\Box \phi_i = -\frac{\partial V}{\partial \phi_i}.$$

Метод пробных орбит

Для поиска решений уравнений поля был изучен, освоен и применен метод пробных орбит. Он состоит из двух этапов:

1) поиска орбиты — одномерной кривой, определяемой N − 1 соотношением между N координатами
2) поиска зависимостей {ϕi(x)}, соответствующих движению вдоль этой орбиты.

Случай нескольких скалярных полей

Вид потенциала:

$$V(\phi,\chi)=\frac{1}{4}(1-\phi^2)^2+\frac{1}{2}m^2\chi^2+\frac{1}{4}\lambda\chi^4+\frac{1}{2}\chi^2(\phi-1)$$

Кинковое решение:

$$\phi(x)=\tanh(m(x-x_0));$$

$$\chi(x)=\sqrt{\frac{1-2m^2}{d}}\frac{1}{ch(m(x-x_0))};$$

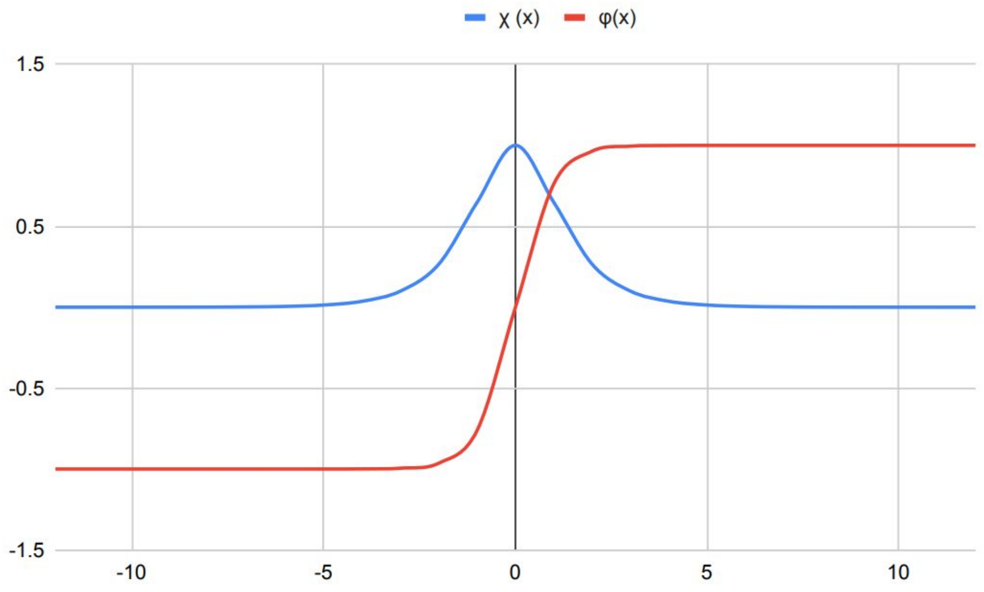


Рисунок 4 — Потенциал Двойной-синус-Гордон при $R=1$.

BPS-конфигурации

Таким образом, метод пробных орбит в случае BPS-конфигураций состоит из трех шагов:

- Выбирается пара минимумов потенциала $V(\phi, \chi)$ (стационарных точек $W(\phi, \chi)$), образующих БПС сектор
- выбирается траектория (орбита типа A), проходящая через выбранны минимумы
- проверяется удовлетворяет ли данная орбита дифферециальным уравнениям первого порядка

Заключение

В ходе исследовательской работы:

Поставленные цели и задачи выполнены.

Спасибо за внимание!

MEPhI

National Research
Nuclear University