



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Институт ядерной физики и технологий  
Кафедра физики элементарных частиц №40

Научно-исследовательская работа на тему:

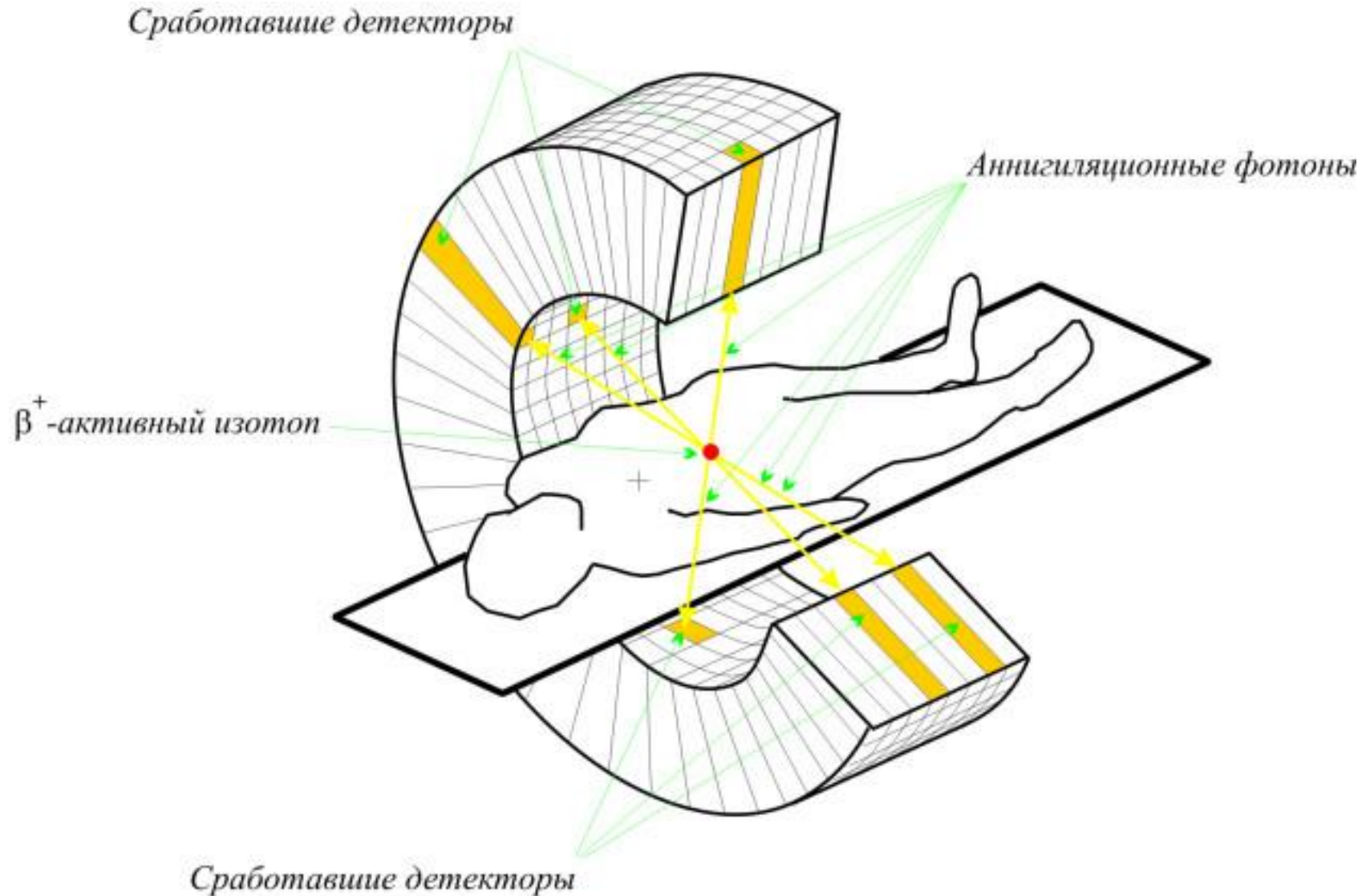
# **Разработка программного обеспечения по визуализации результатов измерений макета ПЭТ**

Выполнила студентка группы М23-112:  
Васильева П. Ф.

Научный руководитель:  
Дубинин Ф. А.



# Принцип работы ПЭТ



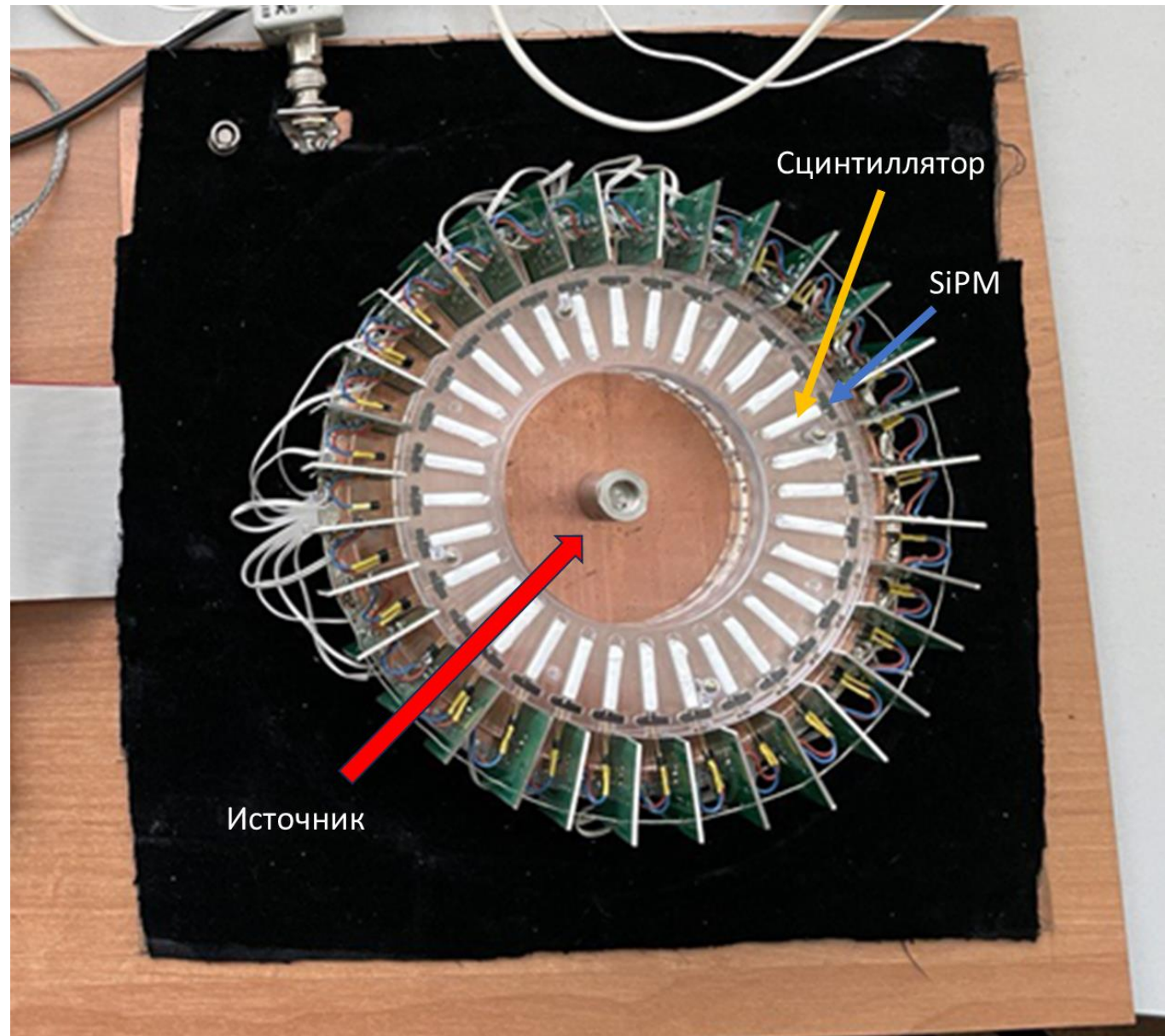
ПЭТ – позитрон-эмиссионная томография.

Пациенту вводится - активный изотоп, испускающий позитрон.

Позитрон аннигилирует с электроном среды и испускаются два фотона, которые разлетаются на  $180^\circ$ .

Рис. 1. Схема работы ПЭТ.

# Макет ПЭТ



На картинке представлен макет ПЭТ, с помощью которого собирались данные. Он состоит из сцинтилляторов (GAGG), детекторов (SiPM) и считывающих плат, расположенных по кругу. Всего 32 детектора с шагом в 11,25 градуса.

В качестве источника использовался  $Ti44$ .

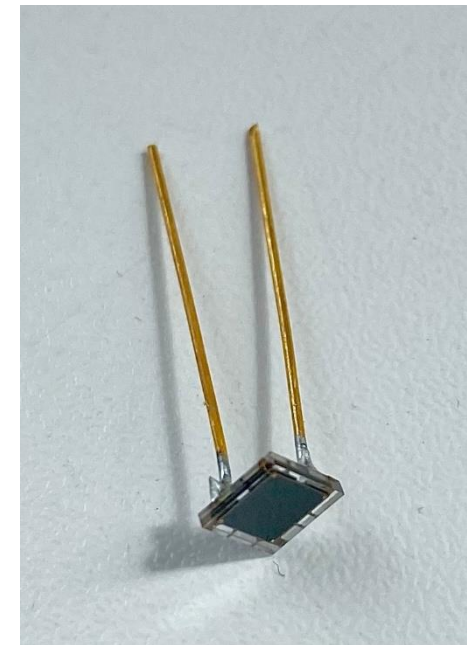
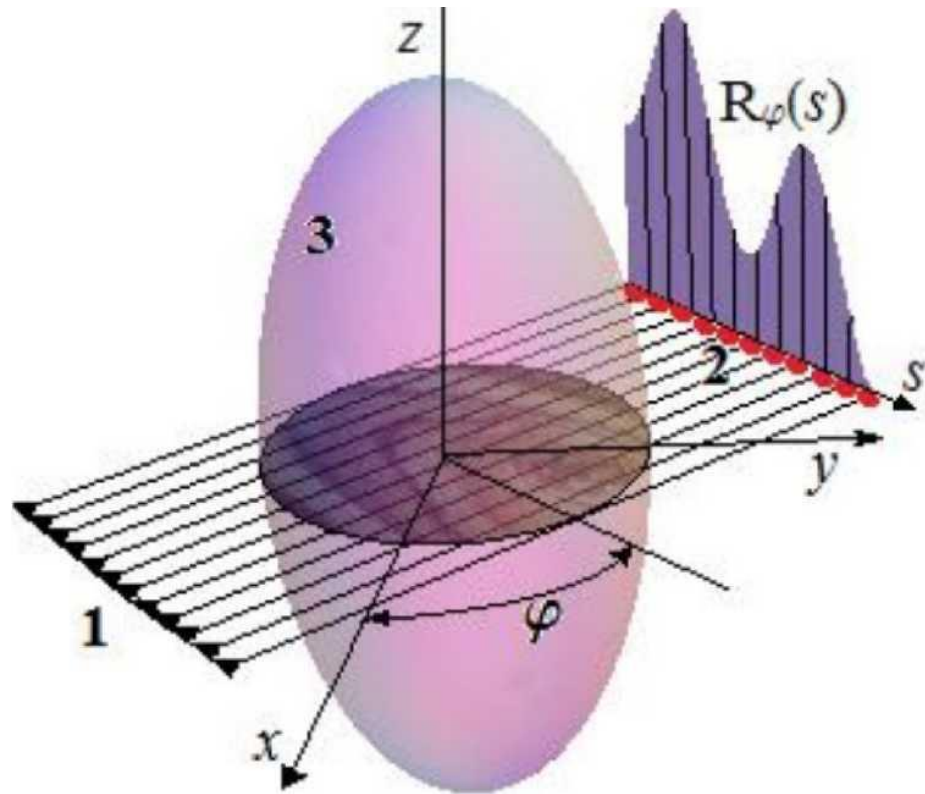


Рис. 2. Макет ПЭТ (слева);  
детектор (справа).

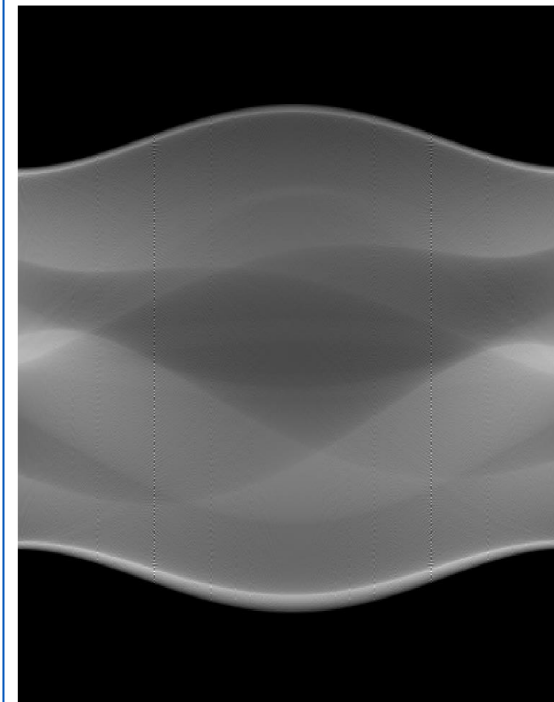
# Преобразование Радона

Прямое преобразование. Синограмма

$$R(s, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(s \cos \varphi - t \sin \varphi, s \sin \varphi + t \cos \varphi) dt$$



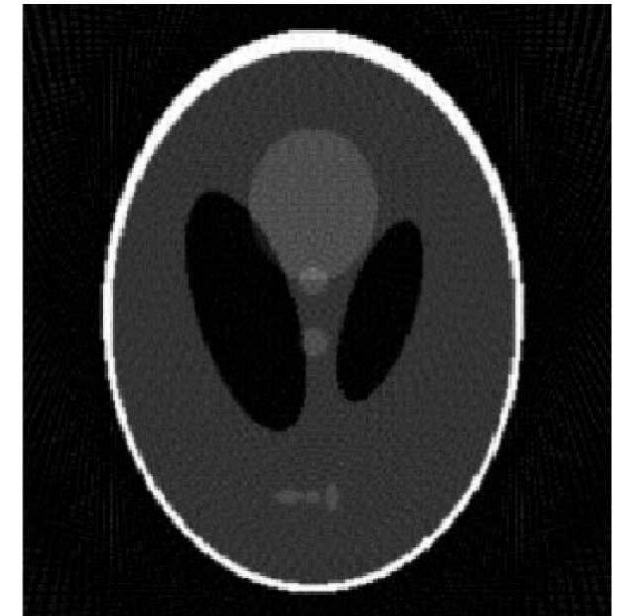
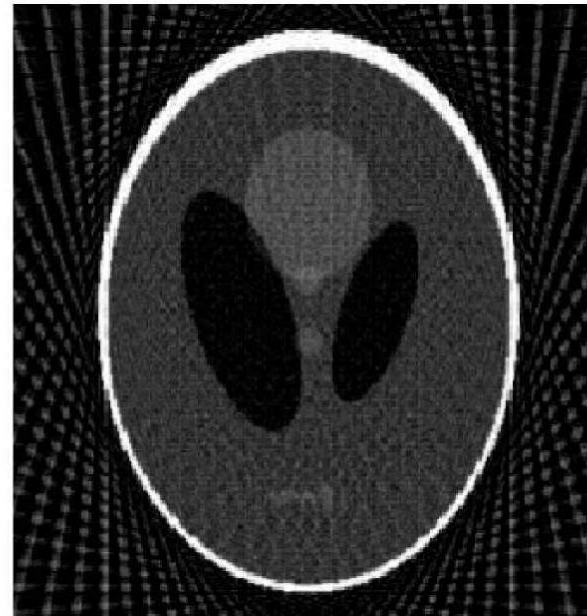
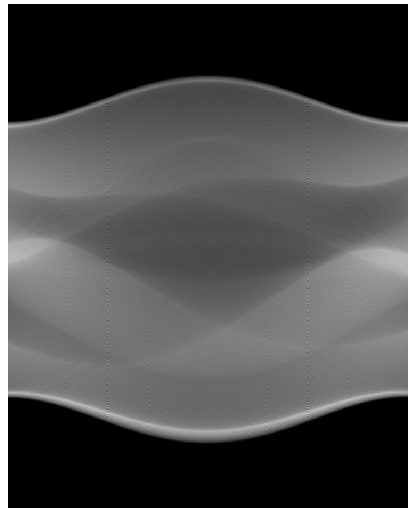
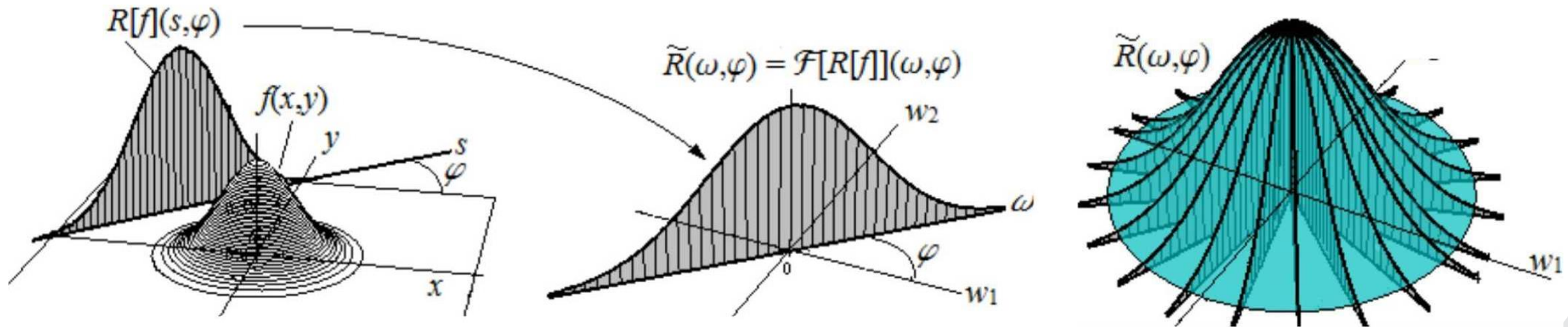
, mm



, deg

# Преобразование Радона

Обратное преобразование. Томограмма



# Цели

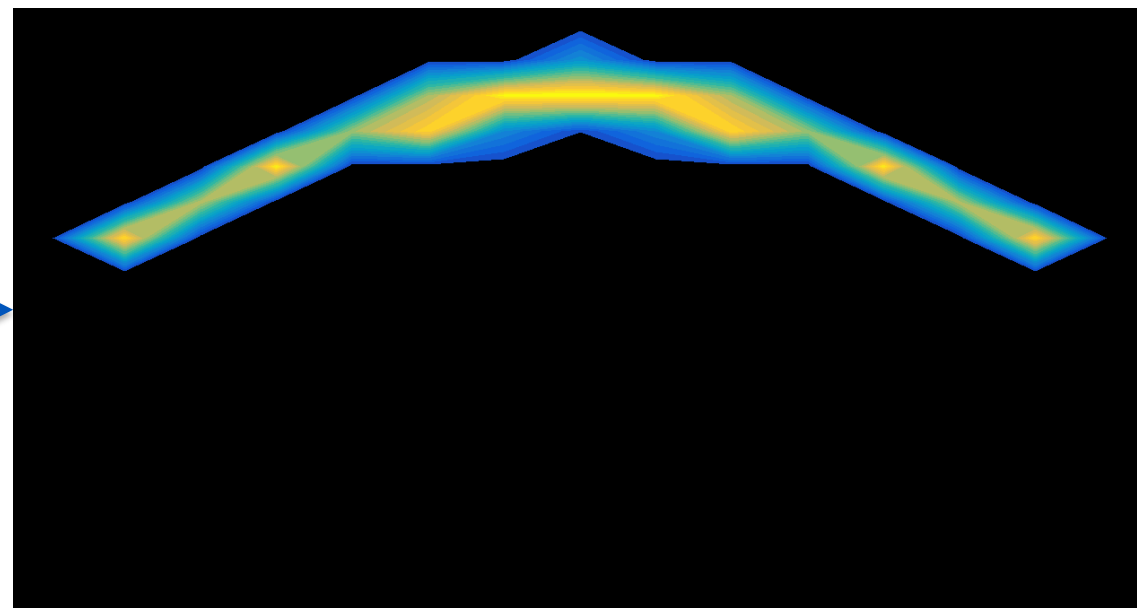
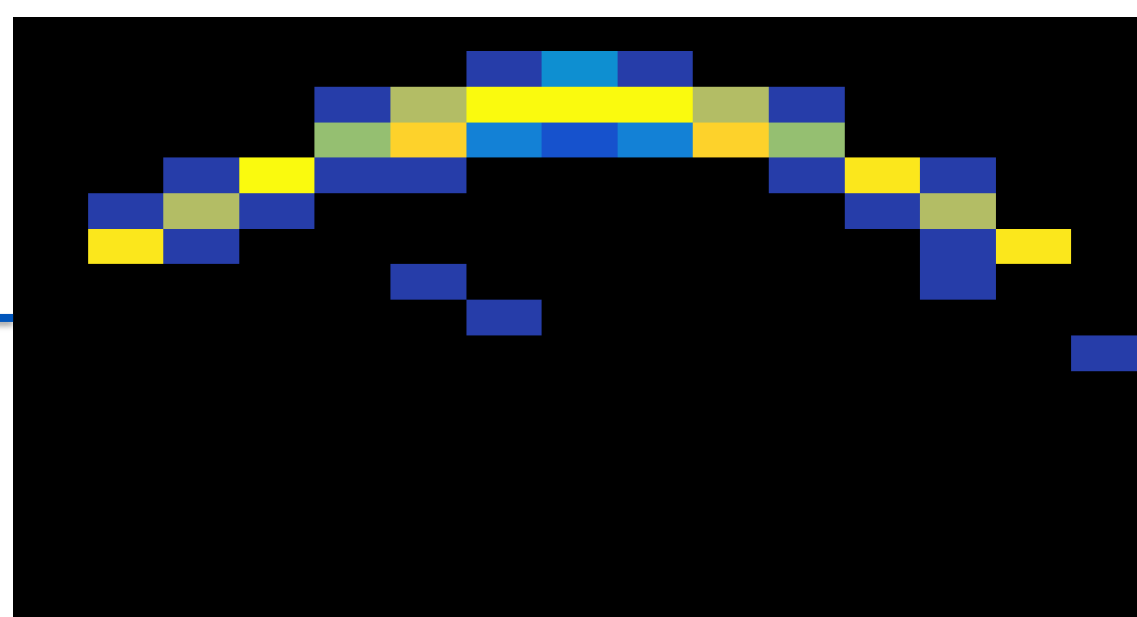
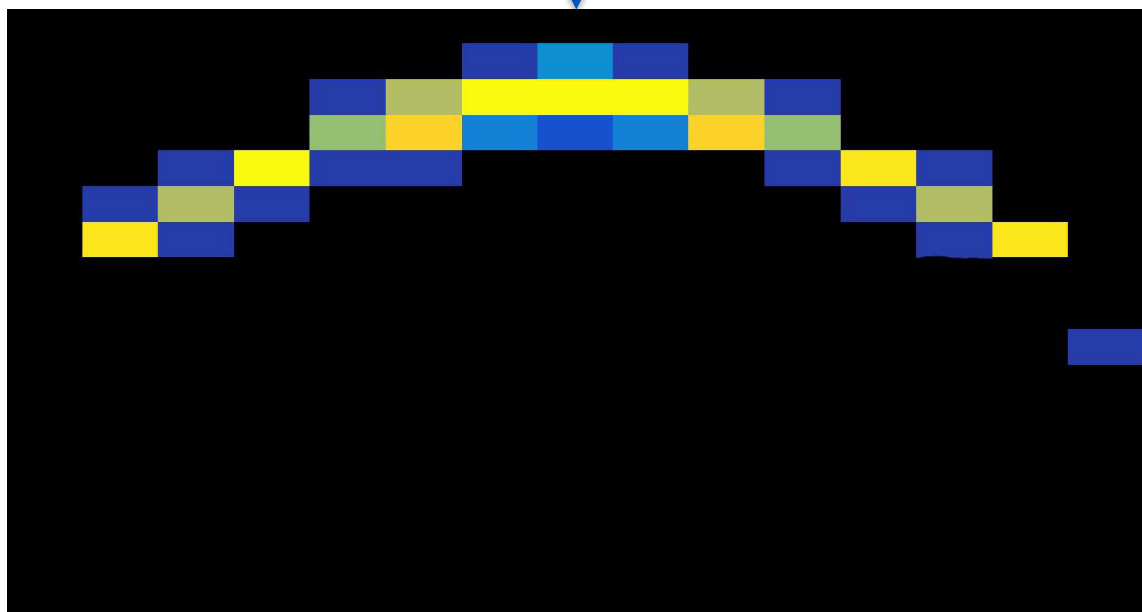
Подобрать оптимальный фильтр данных для 32-канального мини-ПЭТ.

## Поставленные задачи

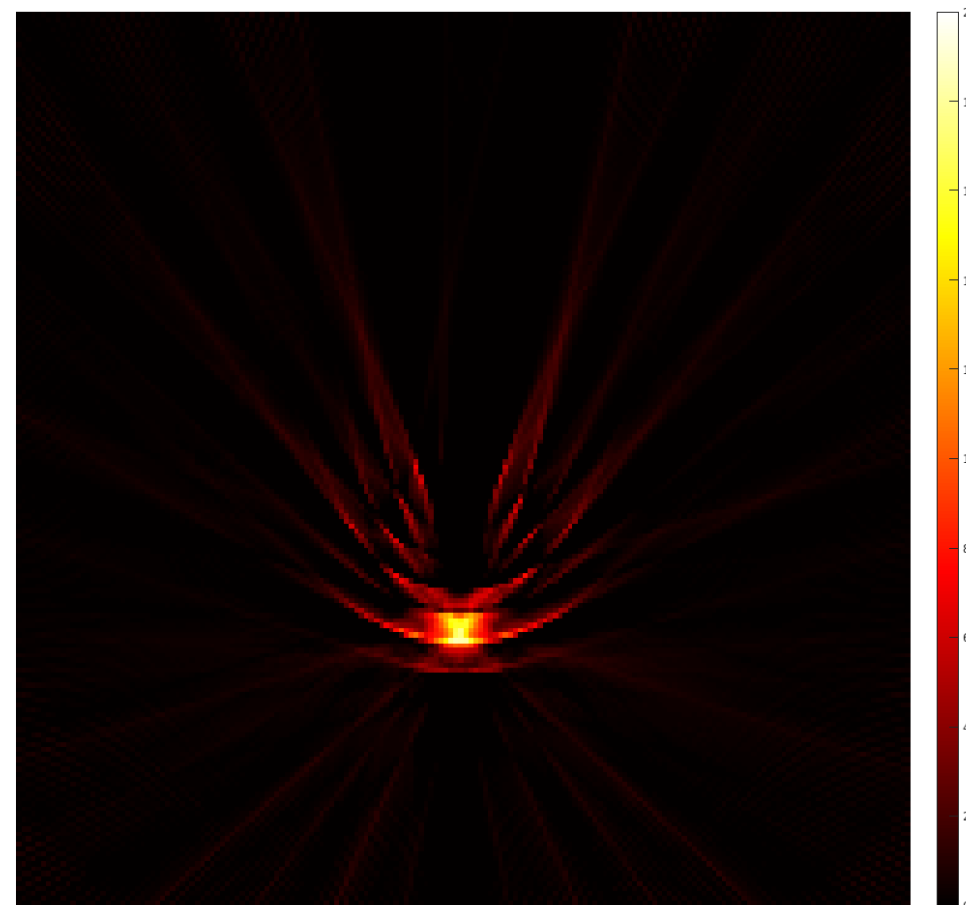
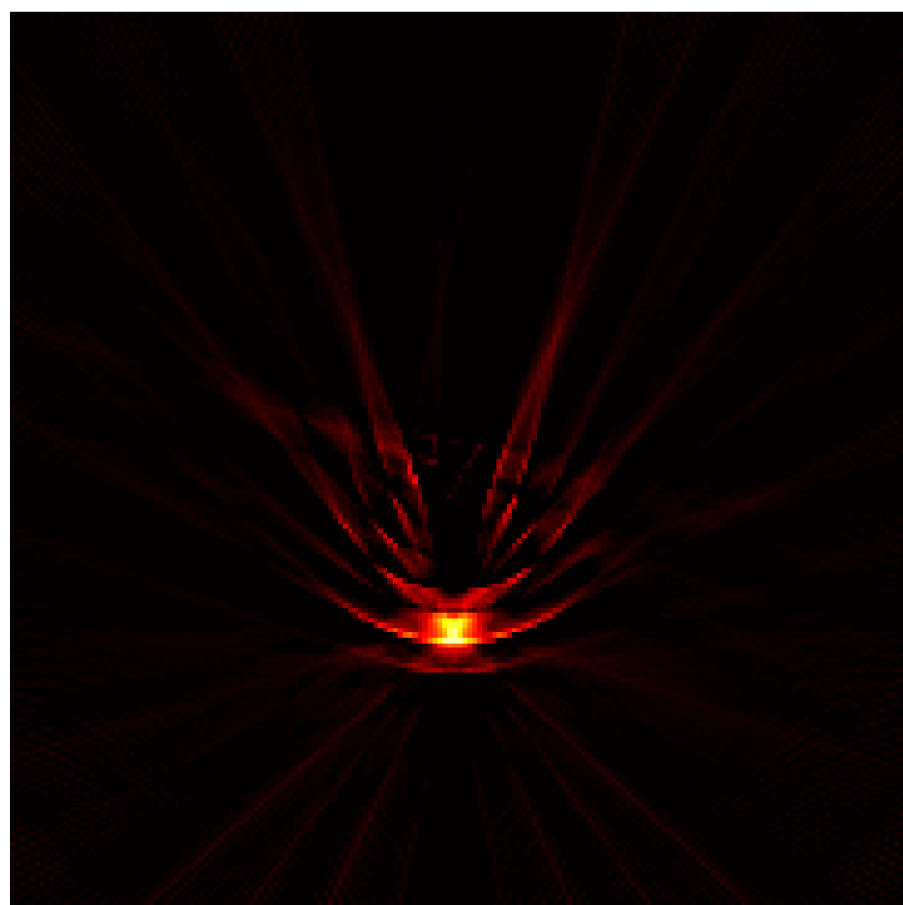
- Изучить способы фильтрации изображения и синограммы в томографии.
- Применить различные способы фильтрации к синограмме 32-канального мини-ПЭТ
- Качественно сравнить способы фильтрации.

# Синопграммы

Данные смоделированы GEANT4

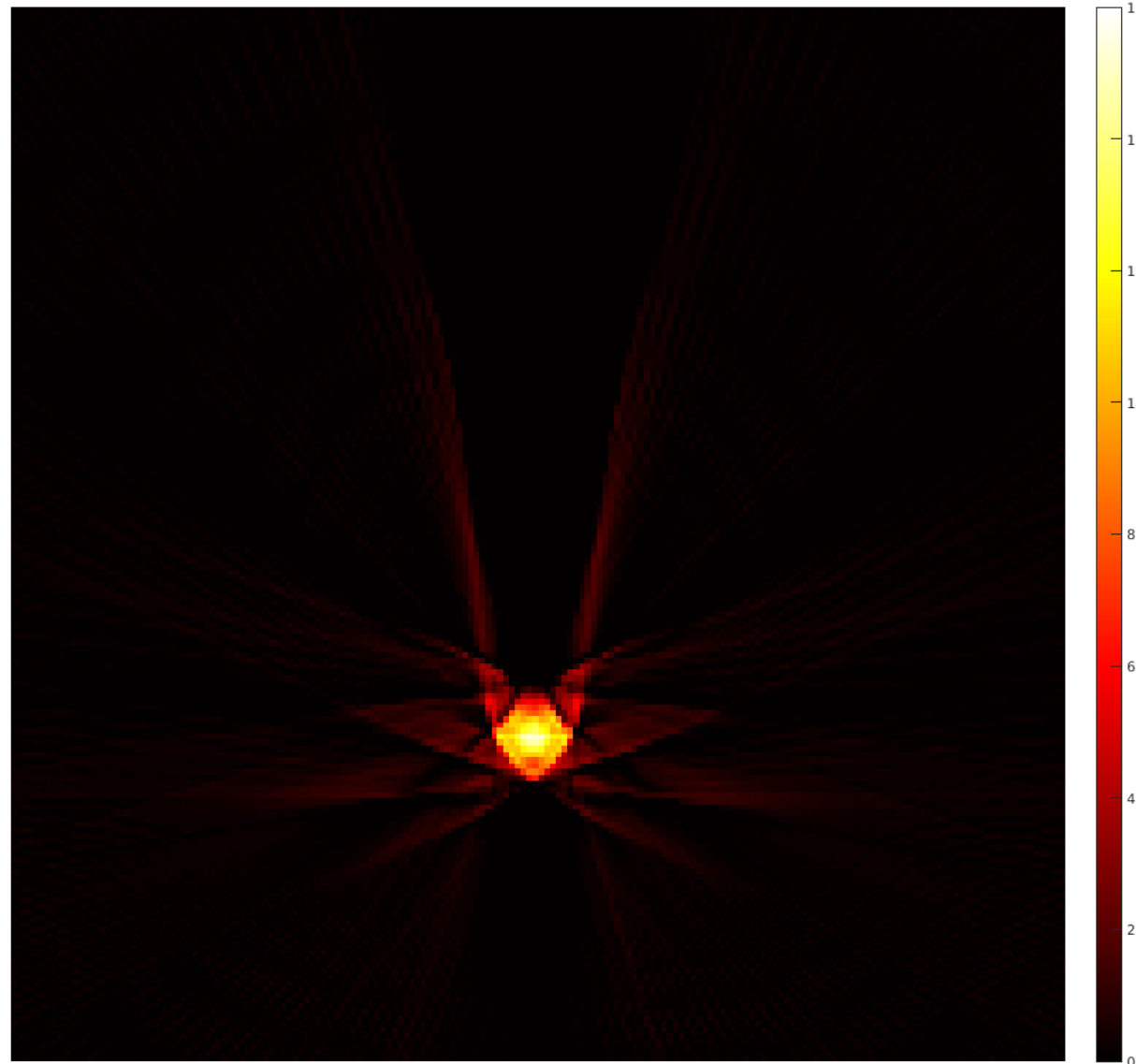


# Восстановленные изображения без применения фильтров





# Восстановленные изображения без фильтрации



# Методы фильтрации

Фильтр **Ram-Lak** усиливает высокочастотные компоненты в синопграммах, что критично для сохранения информации о краях и деталях изображения. В частотной области его можно выразить следующим образом:

$$H(f) = |f|$$

где  $H(f)$  — это передаточная функция фильтра, а  $f$  — частота.

Фильтр **Cosine** позволяет уменьшить шум и артефакты в реконструируемом изображении. Он может быть представлен в частотной области как:

$$H(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq 0.5 \\ \frac{1}{2} (1 + \cos(\pi(|f| - 0.5))), & 0.5 < |f| < 1 \\ 0, & |f| \geq 1 \end{cases}$$

Фильтр **Shepp-Logan** усиливает высокочастотные компоненты для улучшения резкости и контрастности изображения, сохраняя при этом низкие частоты, что помогает избежать чрезмерного усиления шума.

Формула:

$$H(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq 0.5 \\ \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{\pi}{2} (|f| - 0.5) \right) \right), & 0.5 < |f| < 1 \\ 0, & |f| \geq 1 \end{cases}$$

Это означает, что фильтр полностью пропускает частоты до 0.5 и постепенно ослабляет частоты от 0.5 до 1.

# Методы фильтрации



Фильтр **Хэмминга** имеет форму, которая плавно ослабляет высокочастотные компоненты, что помогает уменьшить шум и артефакты в изображениях. В частотной области фильтр Хэмминга может быть представлен как:

$$H(f) = 0.54 - 0.46 \cdot \cos 2\pi f$$

Фильтр **Ханна** похож на фильтр Хэмминга по форме, так же является оконным фильтром, но имеет иное уравнение. В частотной области фильтр Ханна может быть представлен как:

$$H(n) = 0.5 \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi n}{N-1} \right) \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

где  $N$ — это длина окна.

- Эти фильтры эффективно подавляют высокочастотные компоненты, что делает их полезными для уменьшения шумов.

# Сравнение результатов фитирования



**Fit Panel**

Data Set: TH2D::Hamming

Fit Function  
 Type: Prev. Fit | xygauss

Operation  
 Nop  Add  NormAdd  Conv.

xygauss  
 Selected: xygauss Set Parameters...

---

General | Minimization

Fit Settings  
 Method: Chi-square User-Defined...

Linear fit  Robust: 0.95

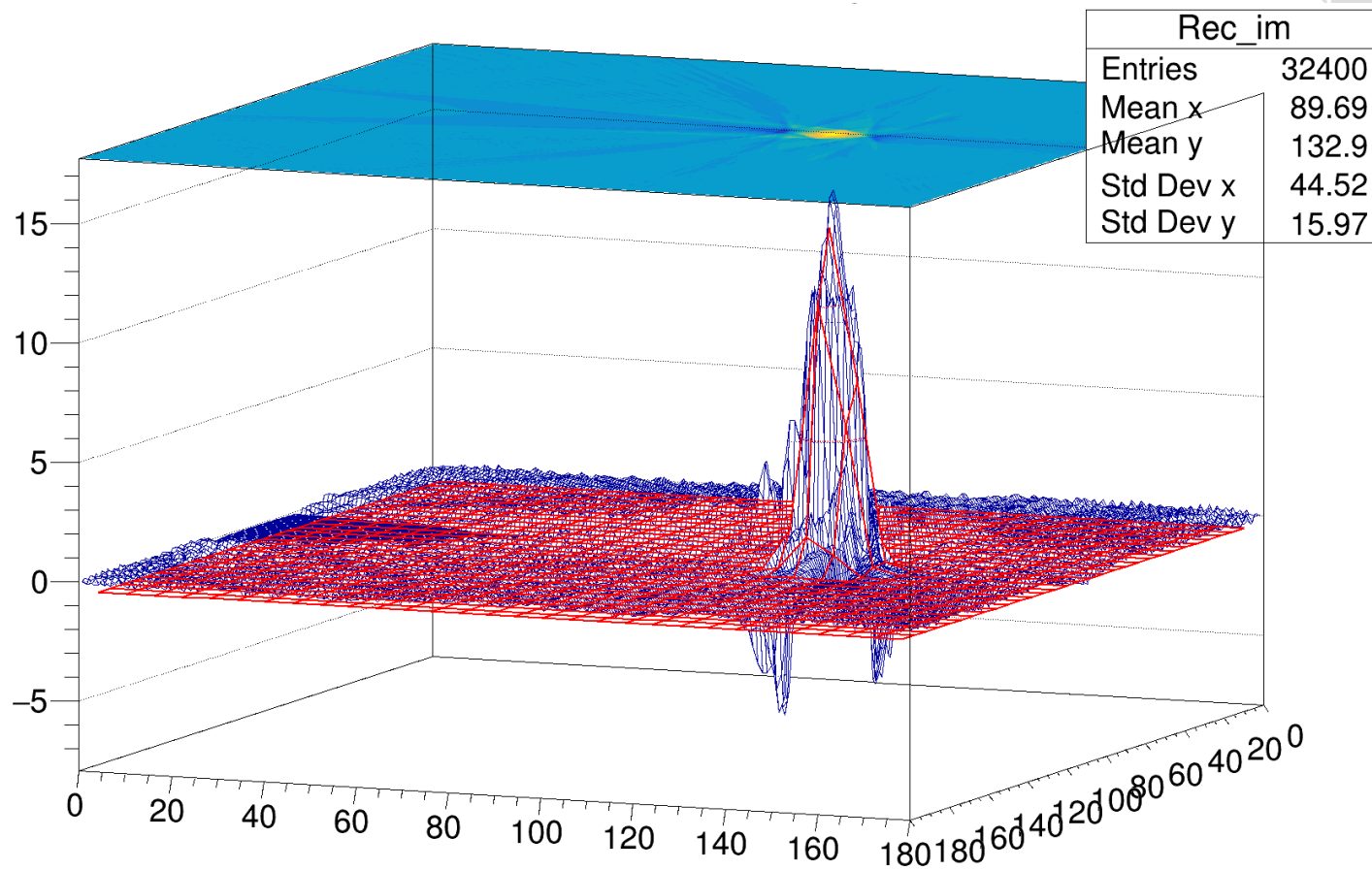
Fit Options  
 Integral  Use range  
 Best errors  Improve fit results  
 All weights = 1  Add to list  
 Empty bins, weights=1  Use Gradient

Draw Options  
 SAME  
 No drawing  
 Do not store/draw Advanced...

X: 0.00 | 180.00  
 Y: 0.00 | 180.00

Update    Fit    Reset    Close

TH2D::Hammi | LIB Minuit | MIGRAD | Itr: 0 | Pm: DEF



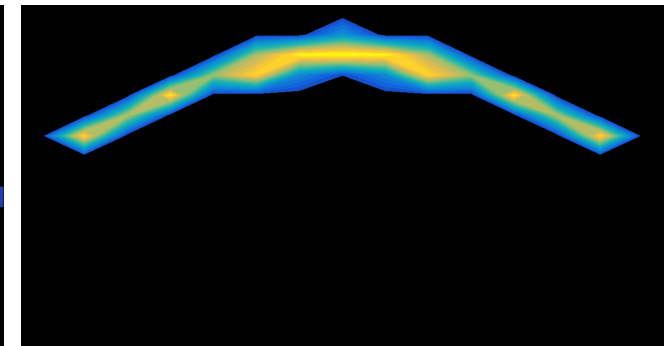
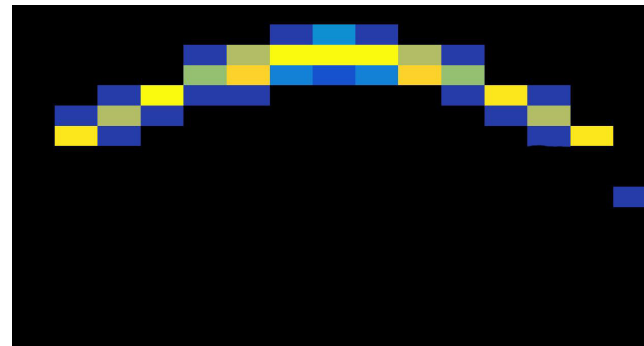
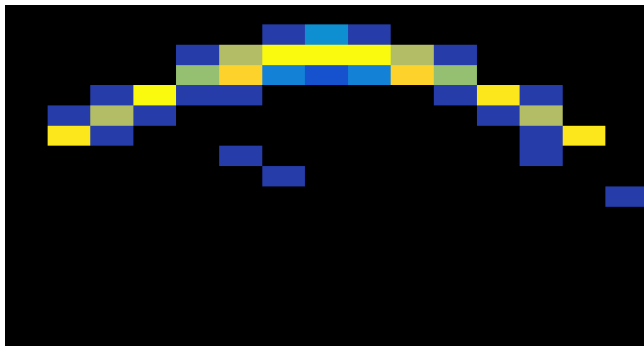
Name	Fix	Bound	value	Min	Set Range	Max	Step	Errors
p0	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.286663	1		50	0.01	0.019654
p1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	29.9258	75		105	1	1.70302
p2	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	20	0.5		20	0.1	0.442501
p3	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	139.32	75		150	0.1	0.60305
p4	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	9.37265	0.5		20	0.1	0.348167

Immediate preview Reset    Apply    OK    Cancel

# Сравнение результатов фитирования

фильтр	Ram-Lak	Shepp-Logan	Cosine	Hamming	Hann	Ram-Lak	Shepp-Logan	Cosine	Hamming	Hann	Ram-Lak	Shepp-Logan	Cosine	Hamming	Hann
$\sigma_x$	5,3	5,3	5,4	5,4	5,4	5,3	5,3	5,3	5,4	5,4	4,6	4,6	4,6	4,7	4,7
$\sigma_y$	3,4	3,4	3,5	3,5	3,5	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8
$\chi^2/ndf$	0,49	0,43	0,34	0,29	0,28	0,47	0,41	0,32	0,27	0,26	0,19	0,17	0,15	0,14	0,13

Синограммы,  
к которым  
применялся  
фильтр



# Заключение

- Изучены способы фильтрации изображения и синограммы в томографии.
- Применены различные способы фильтрации к синограмме 32-канального мини-ПЭТ
- Качественно сравнены способы фильтрации.
- В результате сравнения был сделан вывод, что фильтр Ханна подходит в нашем случае наилучшим образом.



**МИФИ**

Национальный  
исследовательский  
ядерный университет

**Спасибо за внимание!**

# Методы фильтрации. Преимущества и недостатки (доп)



Преимущества: Фильтр **Ram-Lak** обеспечивает хорошую резкость и контрастность в реконструируемом изображении, что делает его популярным выбором в медицинской визуализации.  
Недостатки: Он может усиливать шум, особенно в областях с низкой интенсивностью сигнала, что может привести к артефактам в изображении.

Преимущества: Фильтр **Shepp-Logan** обеспечивает хорошую резкость и контрастность, а также помогает уменьшить артефакты, связанные с шумом, по сравнению с фильтром Ram-Lak.  
Недостатки: В некоторых случаях он может не обеспечивать такую же резкость, как фильтр Ram-Lak, особенно в областях с высокими частотами.

Преимущества: Фильтр **Cosine** может быть полезен для уменьшения артефактов и шума в изображениях, обеспечивая при этом приемлемую резкость.  
Недостатки: Он может не обеспечивать такую же резкость, как фильтры Ram-Lak или Shepp-Logan, особенно в областях с высокими частотами.

Преимущества: Фильтр **Хэмминга** помогает уменьшить шум и артефакты в изображениях, обеспечивая при этом приемлемую резкость. Он может быть особенно полезен в случаях, когда данные содержат значительное количество шума.  
Недостатки: Хотя фильтр Хэмминга хорошо справляется с шумом, он может не обеспечивать такую же резкость, как фильтры Ram-Lak или Shepp-Logan, особенно в областях с высокими частотами.

Преимущества: Фильтр **Ханна** помогает уменьшить шум и артефакты в изображениях, обеспечивая при этом приемлемую резкость. Он может быть особенно полезен в случаях, когда данные содержат значительное количество шума.  
Недостатки: Хотя фильтр Ханна хорошо справляется с шумом, он может не обеспечивать такую же резкость, как фильтры Ram-Lak или Shepp-Logan, особенно в областях с высокими частотами.



# Преобразование Радона

## Математическая постановка задачи

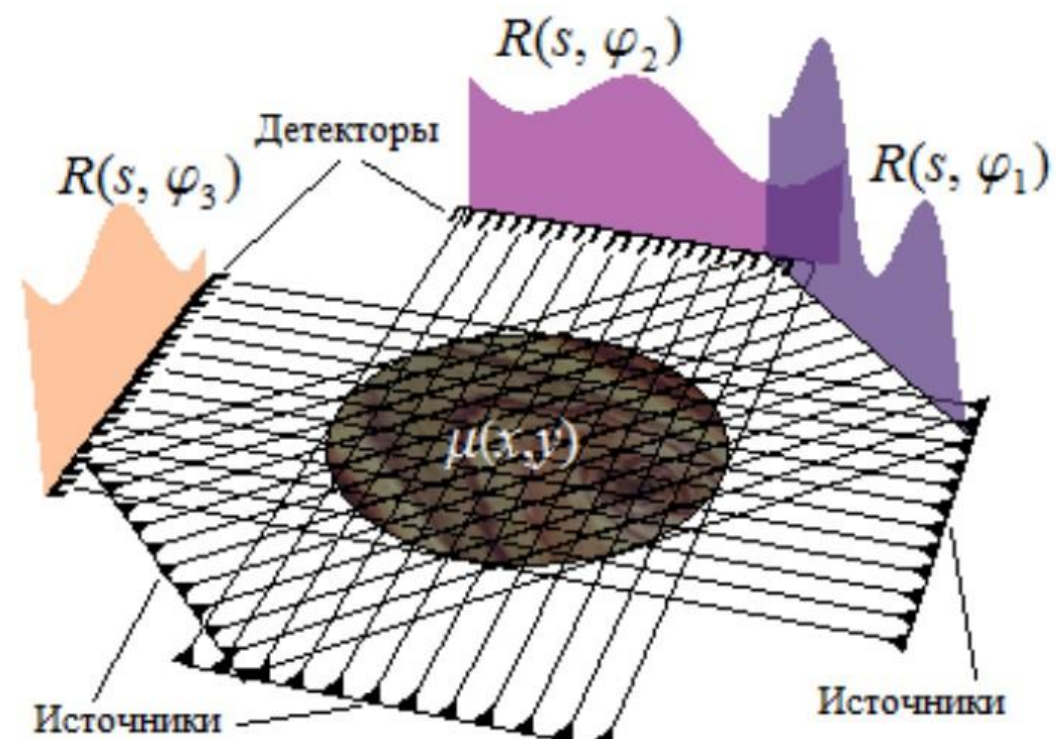
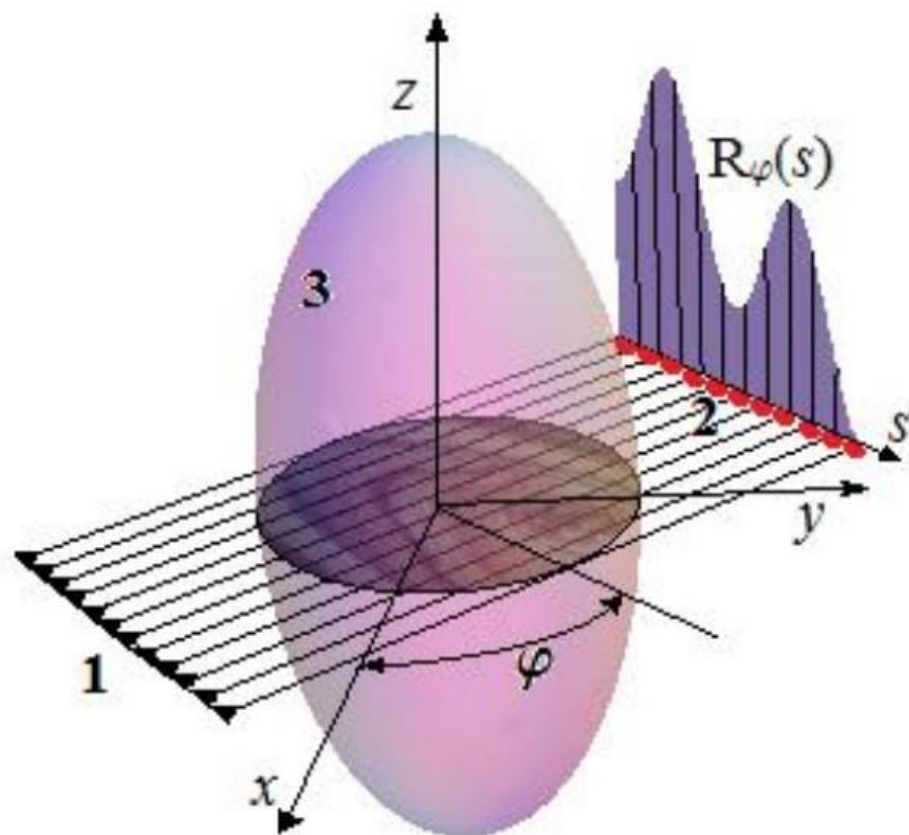


Рис. К.1. Зондирование трехмерного объекта (1 – источники; 2 – детекторы; 3 – объект)

Рис. К.2. Схема получения проекций одного слоя.

# Преобразование Радона

## Прямое преобразование

- Преобразование Радона:
  - функция двух действительных переменных.
- Физический смысл состоит в том, что функция - функция яркости точки, которая преобразуется в некую функцию, которая в свою очередь является интегральной яркостью точек в направлении .
- Геометрический смысл преобразования Радона состоит в том, что это интегралы от функции вдоль прямых, перпендикулярных вектору, проходящих на расстоянии (измеренном вдоль вектора с соответствующим знаком) от начала координат.

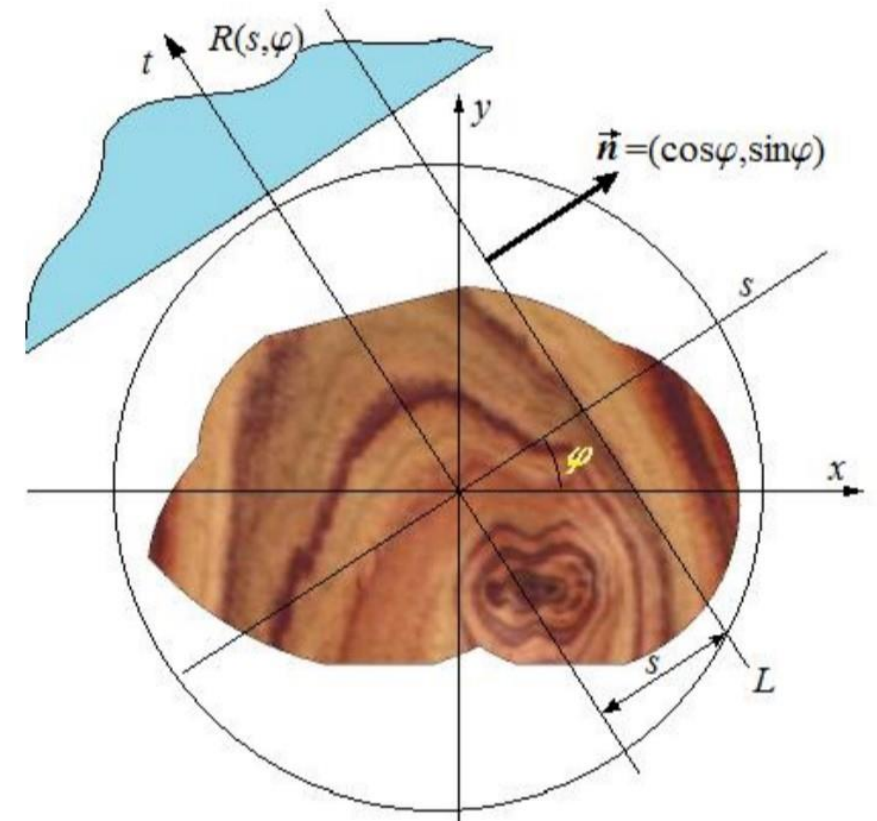


Рис. 5. К преобразованию Радона функции двух переменных.

# Обратное преобразование Радона

## Математическая постановка задачи

$$F(w_1, w_2) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i(w_1 x + w_2 y)} dx dy$$

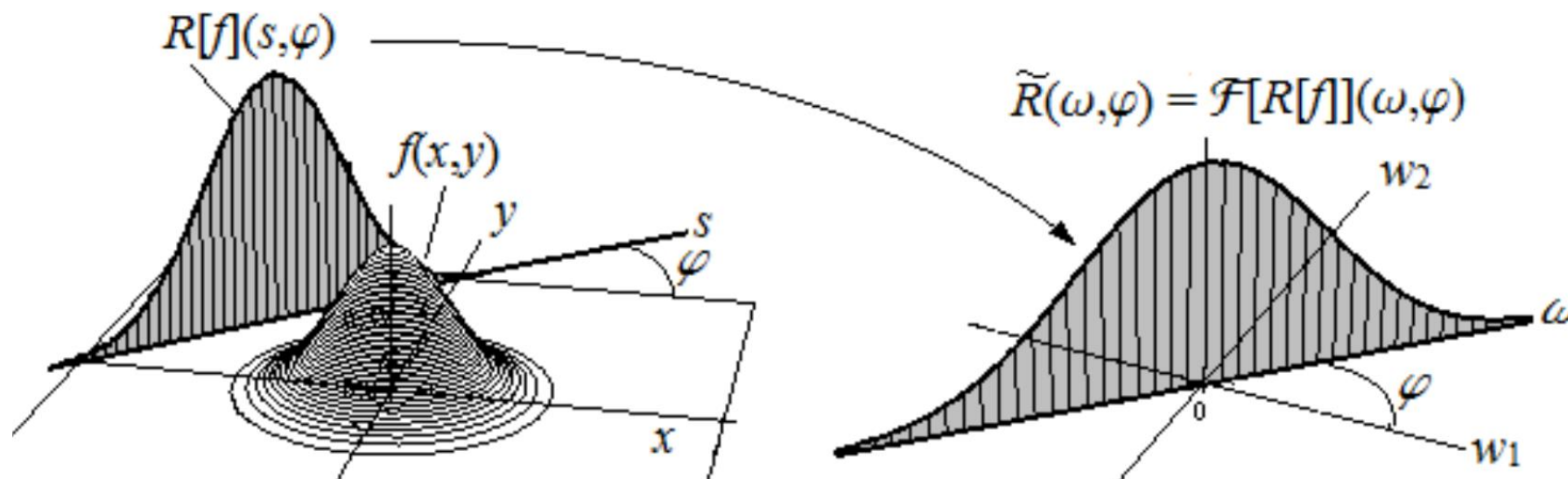
Прямое преобразование Фурье от 2х переменных.

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} F(w_1, w_2) e^{-i(w_1 x + w_2 y)} dw_1 dw_2$$

Обратное преобразование Фурье от 2х переменных.

$$R(s, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(s \cos \varphi - t \sin \varphi, s \sin \varphi + t \cos \varphi) dt$$

Прямое преобразование Радона



# Обратное преобразование Радона



## Математическая постановка задачи. Продолжение

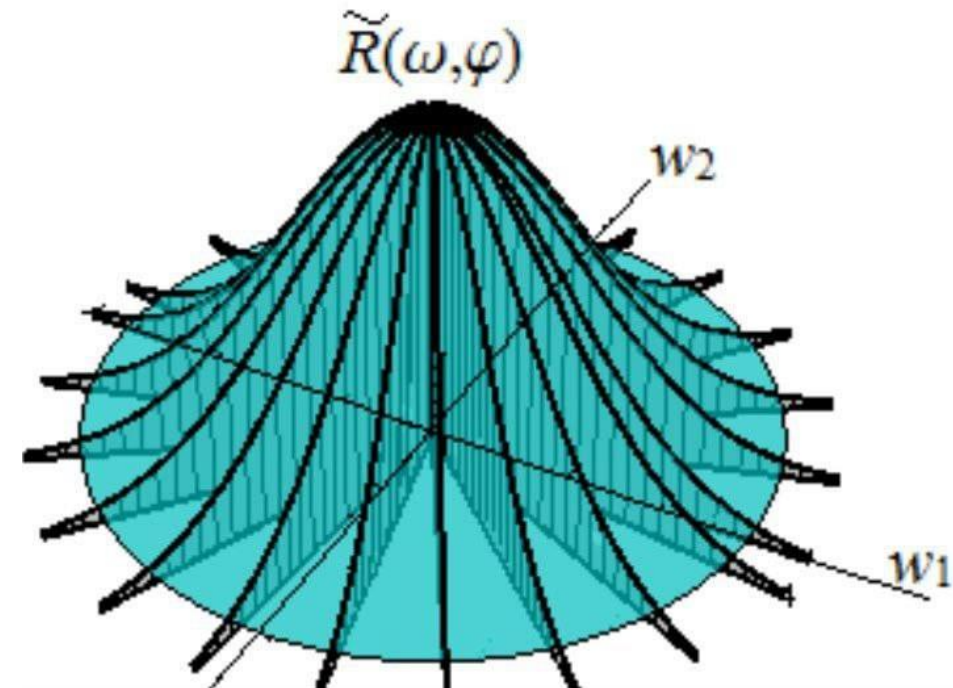
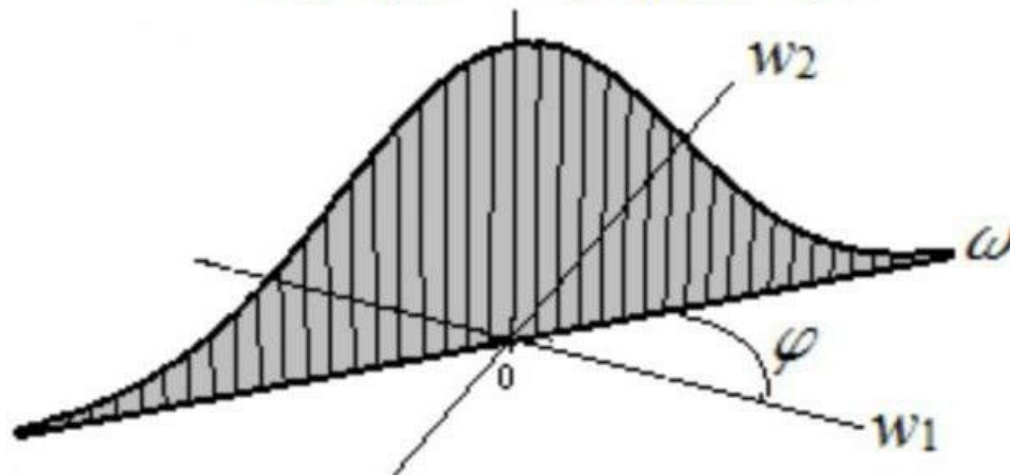
$$w_1x + w_2y = s$$



$$x\cos(\varphi) + y\sin(\varphi) = s$$

$$F(w_1, w_2) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} R[f](s, \varphi) e^{-i\omega s} ds = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \tilde{R}(\omega, \varphi)$$

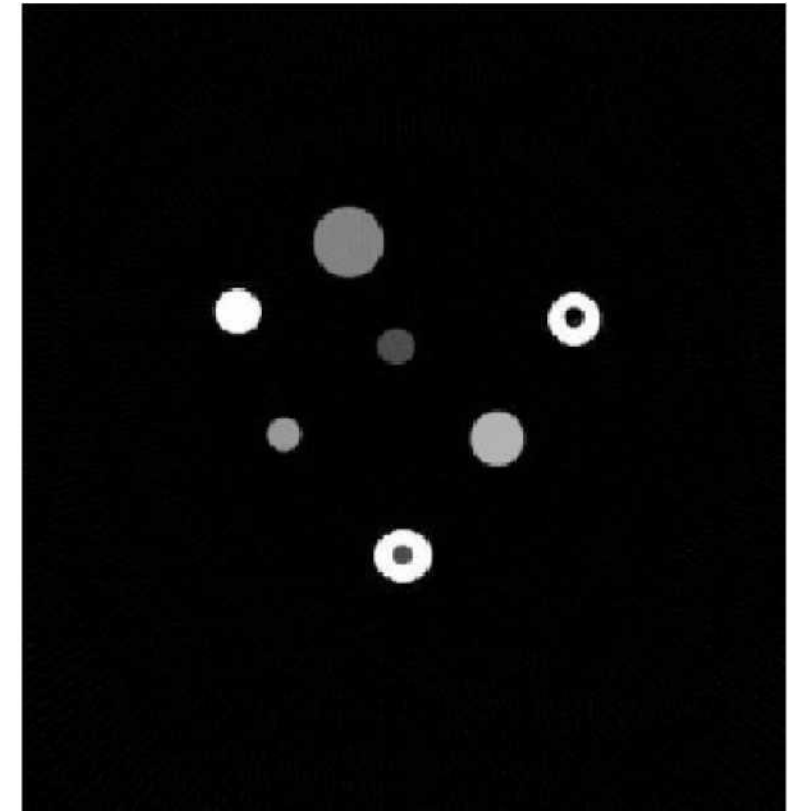
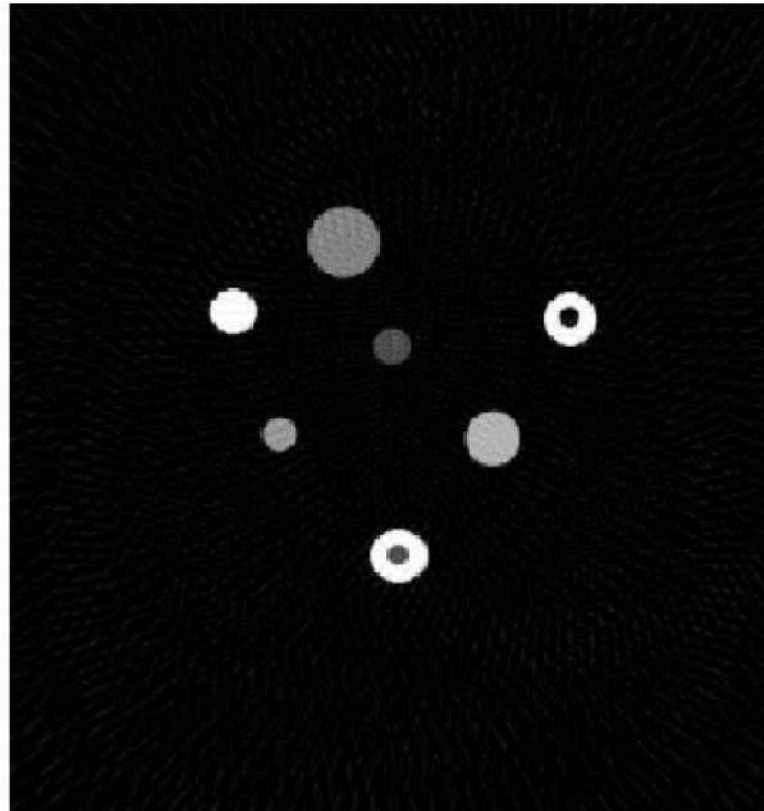
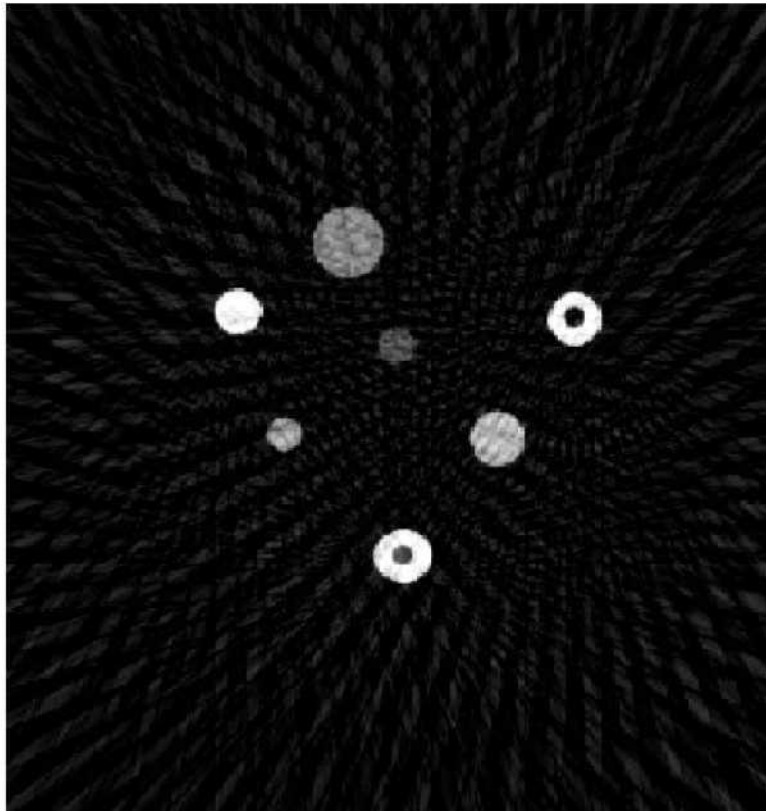
$$\tilde{R}(\omega, \varphi) = \mathcal{F}[R[f]](\omega, \varphi)$$



# Обратное преобразование Радона

## Пример получения томограммы (реальное изображение)

Восстановленное изображение (томограмма)  
для 36 проекций (слева), 90 проекций (по центру) и 180 проекций (справа)



# Позитронно-эмиссионная томография (ПЭТ)

Реальные примеры использования ПЭТ

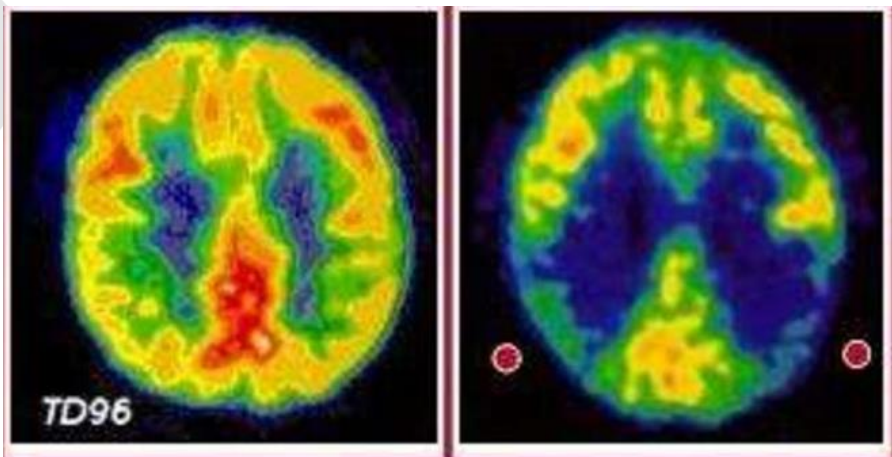


Рис. 2. ПЭТ-изображение:  
– Здорового мозга (слева)  
– Болезнь Альцгеймера (справа)

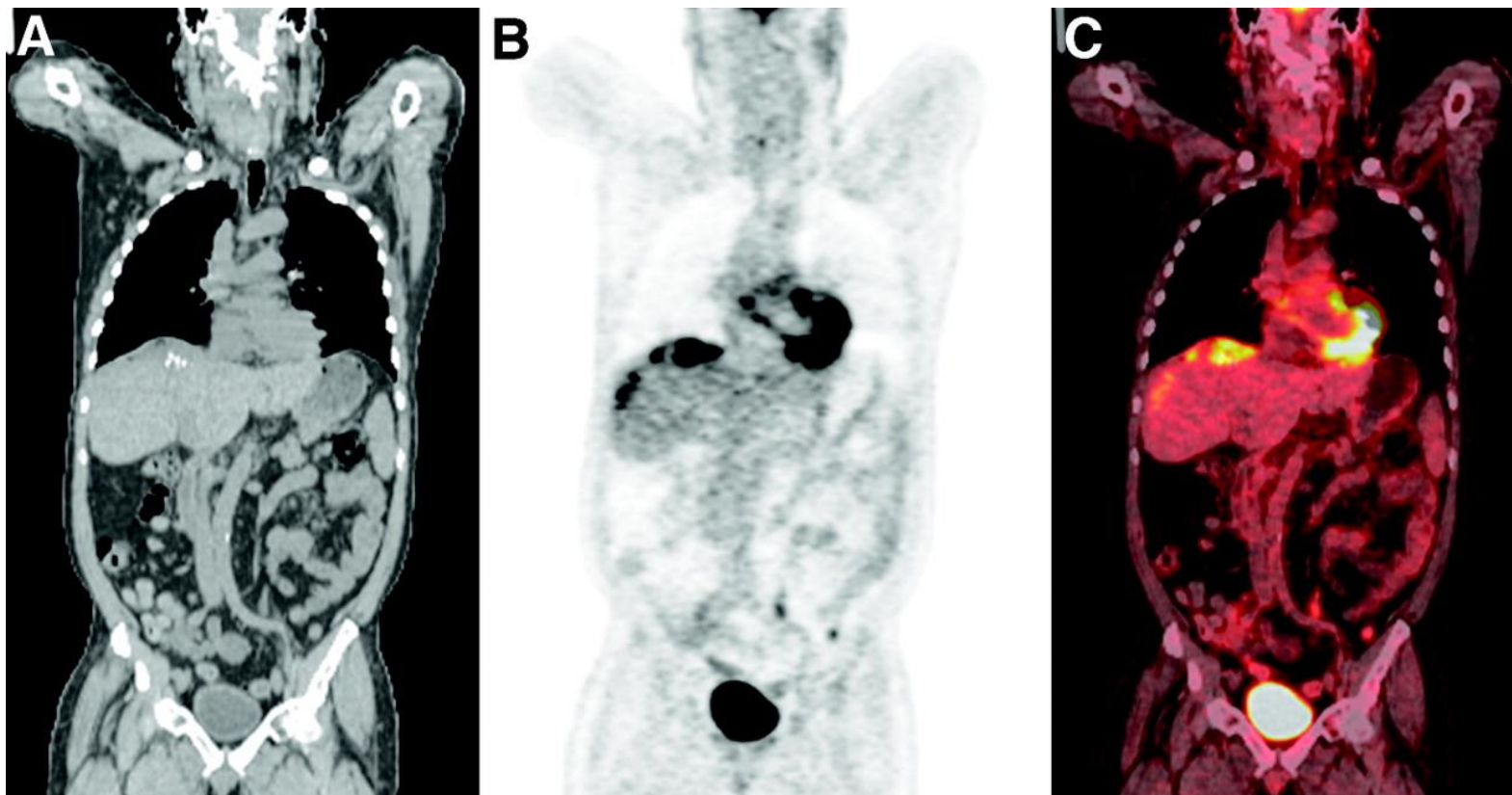
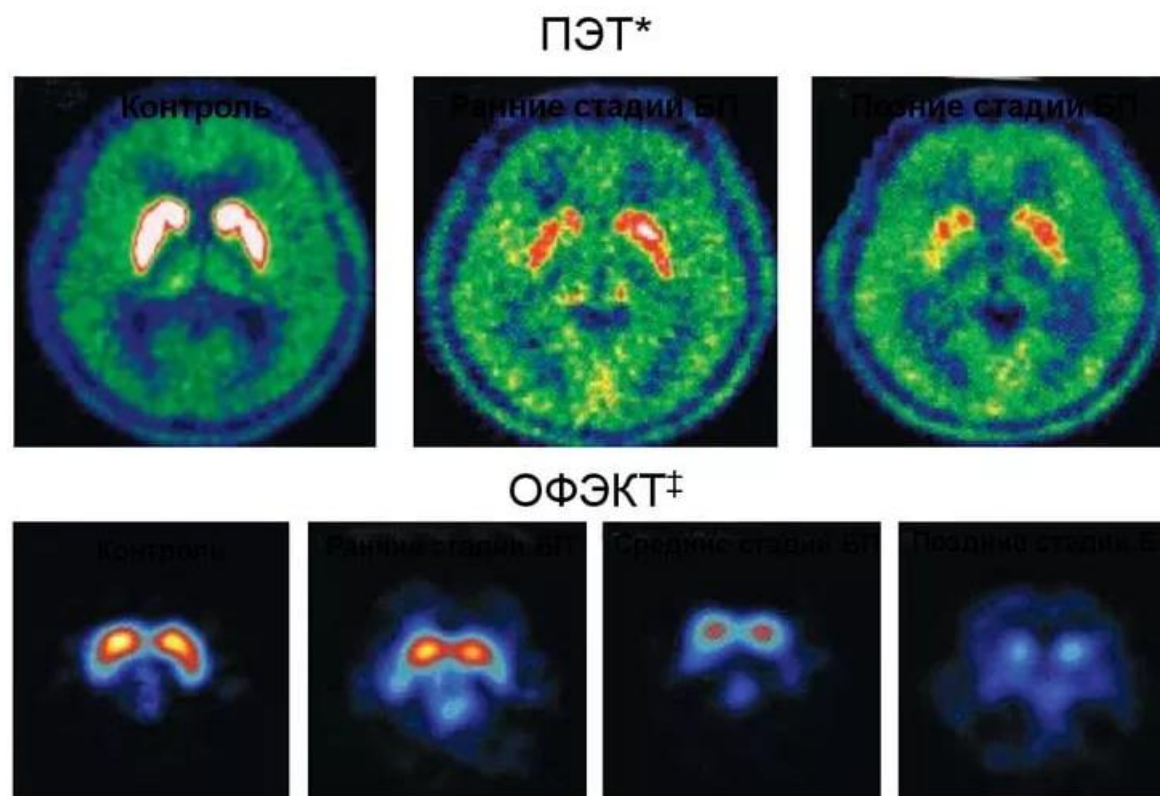


Рис. 3. А. КТ-изображение. В. ПЭТ-изображение. С. КТ/ПЭТ-изображение.

# Сравнение ПЭТ и ОФЭКТ



\* позитронно-эмиссионная томография с флуородопой

‡ однофотонная эмиссионная компьютерная томография с 2β-карбометокси-3β-(4-йодофенил)тропаном

Schapira AH, Olanow CW. *JAMA* 2004;291:358-64.

© 2004 American Medical Association. All rights reserved.

Рис. 4. Нейровизуализация при болезни Паркинсона