



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Институт ядерной физики и технологий
Кафедра физики элементарных частиц №40

Научно-исследовательская работа на тему:

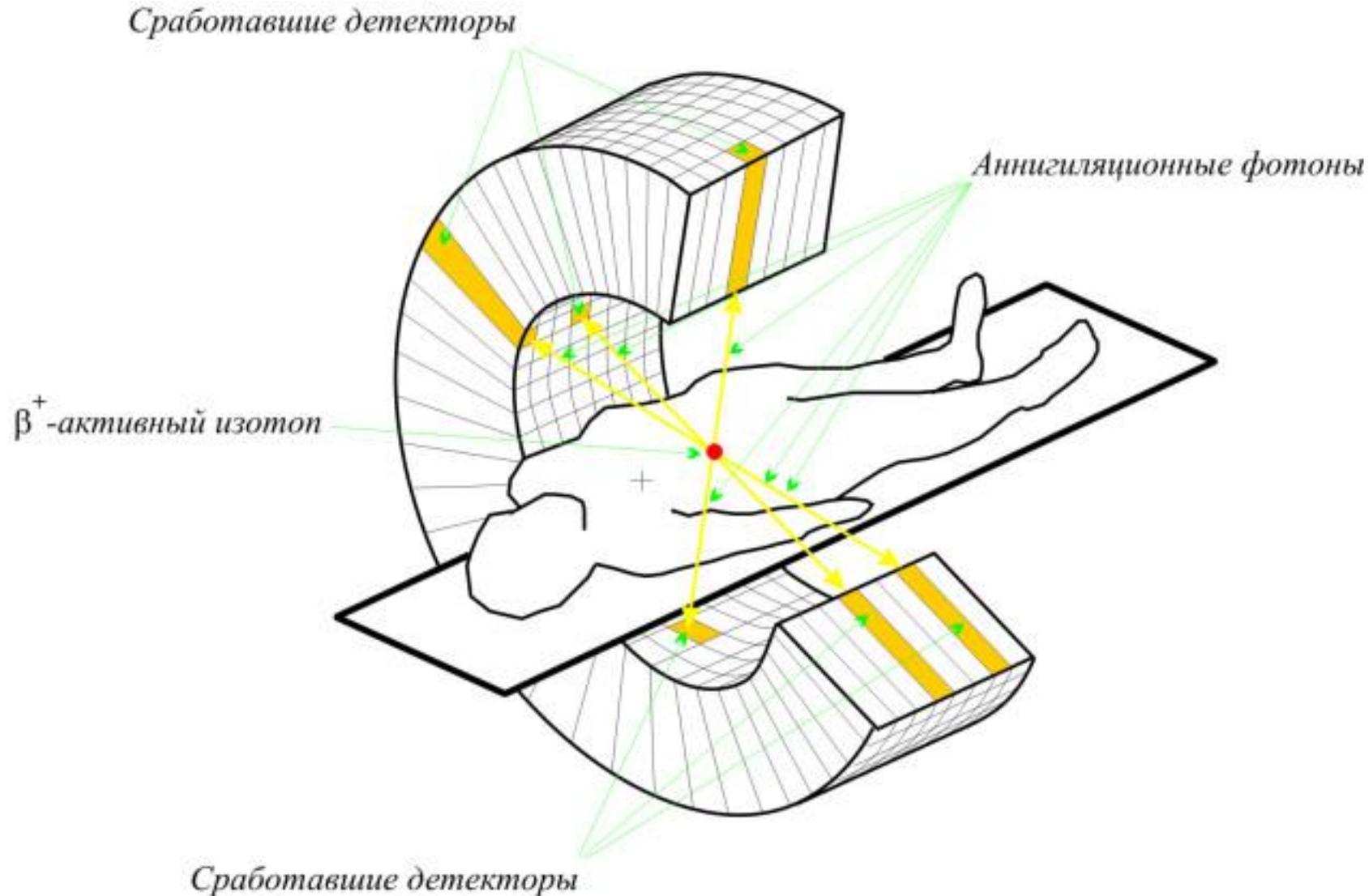
Разработка программного обеспечения по визуализации результатов измерений макета ПЭТ

Выполнила студентка группы М23-112:
Васильева П. Ф.

Научный руководитель:
Дубинин Ф. А.



Принцип работы ПЭТ



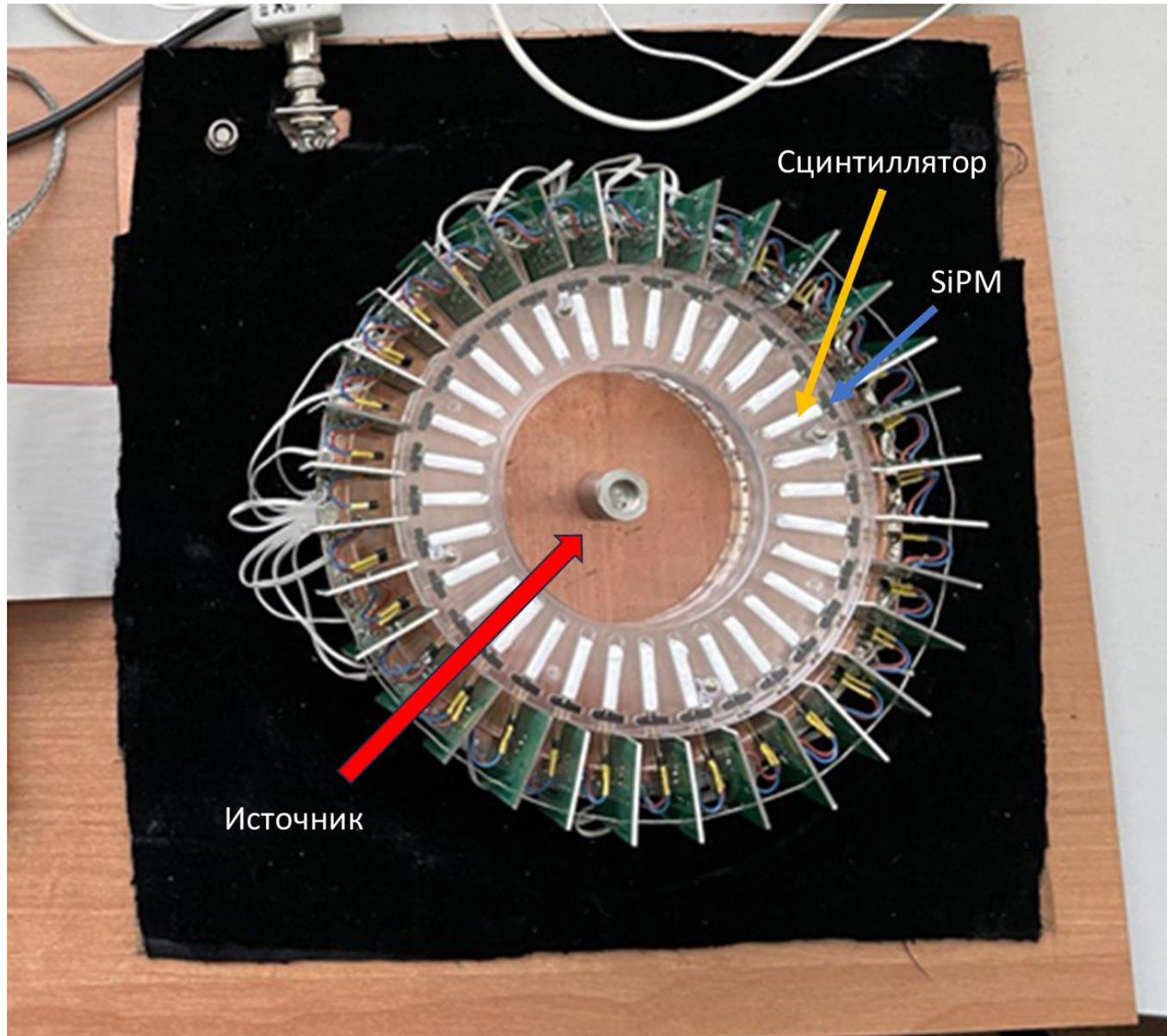
ПЭТ – позитрон-эмиссионная томография.

Пациенту вводится - активный изотоп, испускающий позитрон.

Позитрон аннигилирует с электроном среды и испускаются два фотона, которые разлетаются на 180° .

Рис. 1. Схема работы ПЭТ.

Макет ПЭТ



На картинке представлен макет ПЭТ, с помощью которого собирались данные. Он состоит из сцинтилляторов (GAGG), детекторов (SiPM) и считывающих плат, расположенных по кругу. Всего 32 детектора с шагом в 11,25 градуса.

В качестве источника использовался $Ti44$.

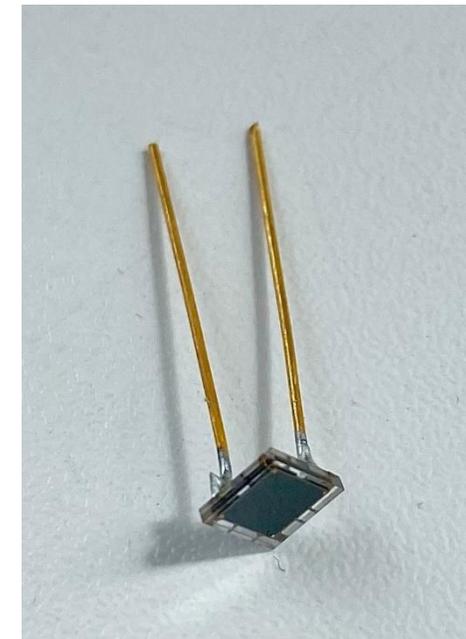
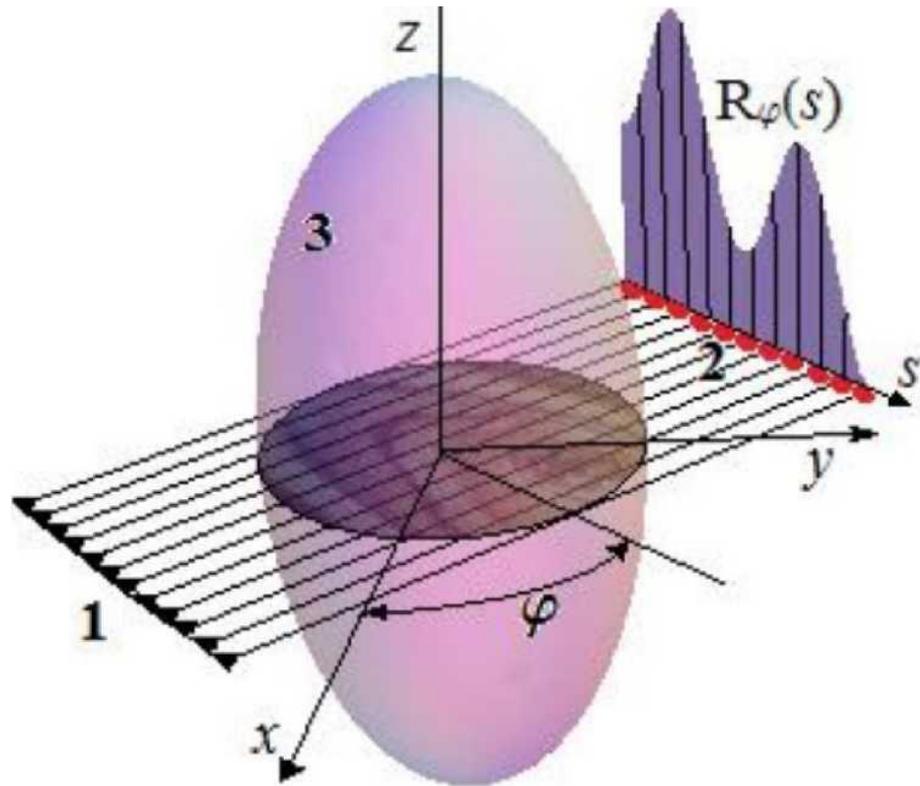


Рис. 2. Макет ПЭТ (слева);
детектор (справа).

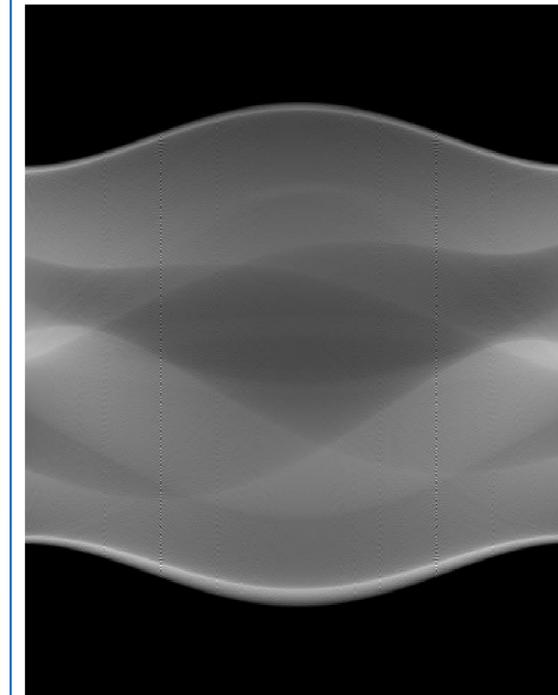
Преобразование Радона

Прямое преобразование. Синограмма

$$R(s, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(s \cos \varphi - t \sin \varphi, s \sin \varphi + t \cos \varphi) dt$$



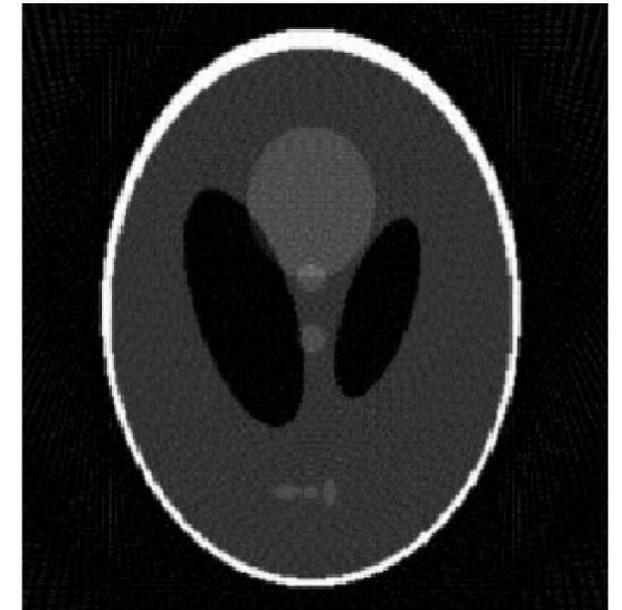
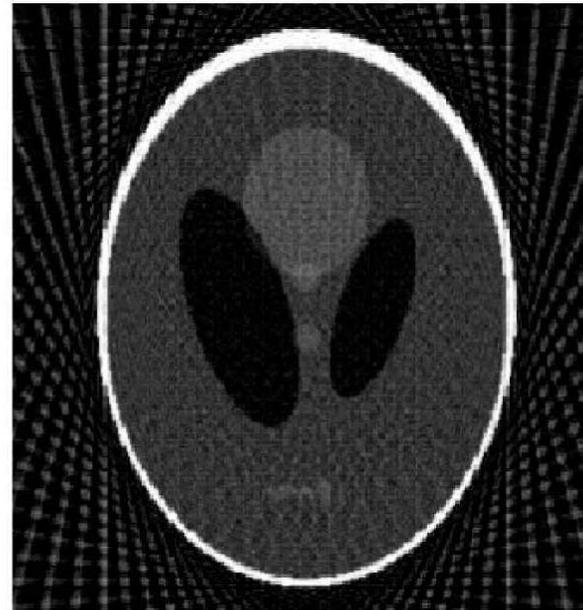
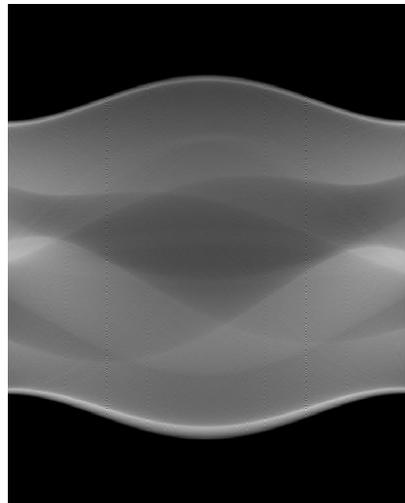
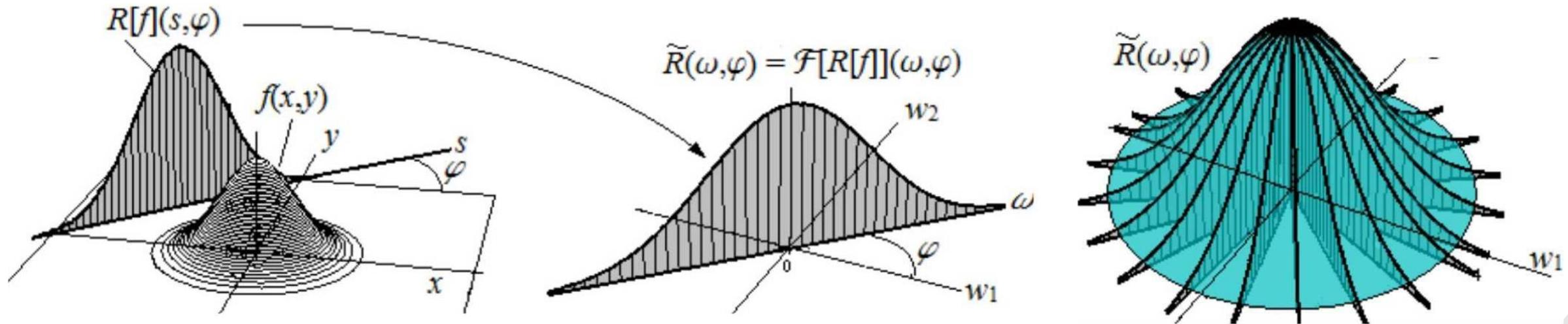
, mm



, deg

Преобразование Радона

Обратное преобразование. Томограмма



Цели

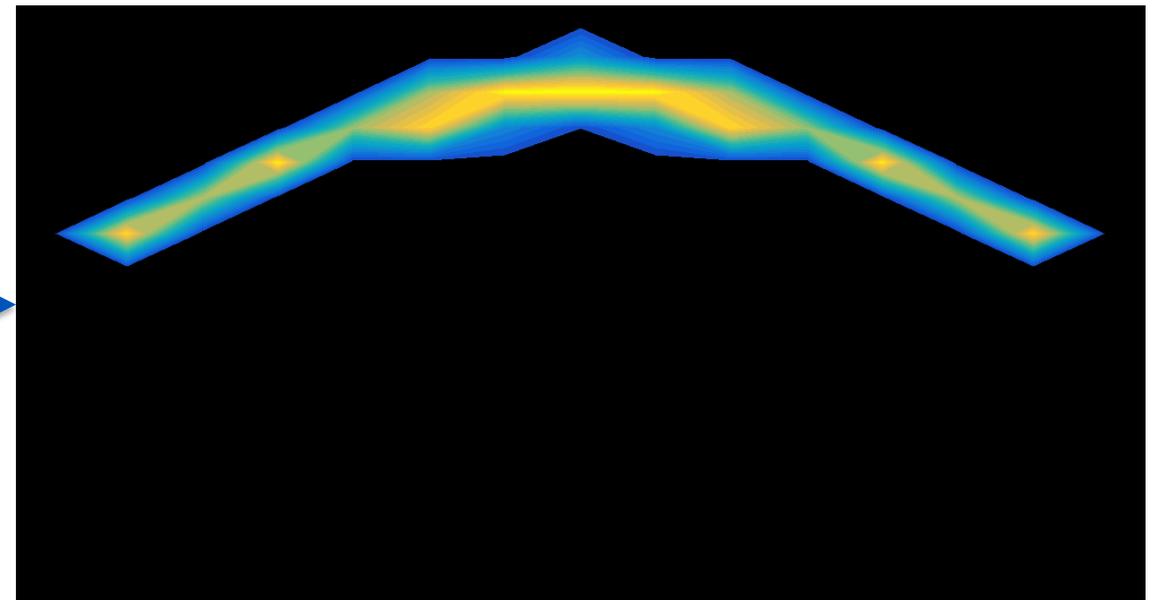
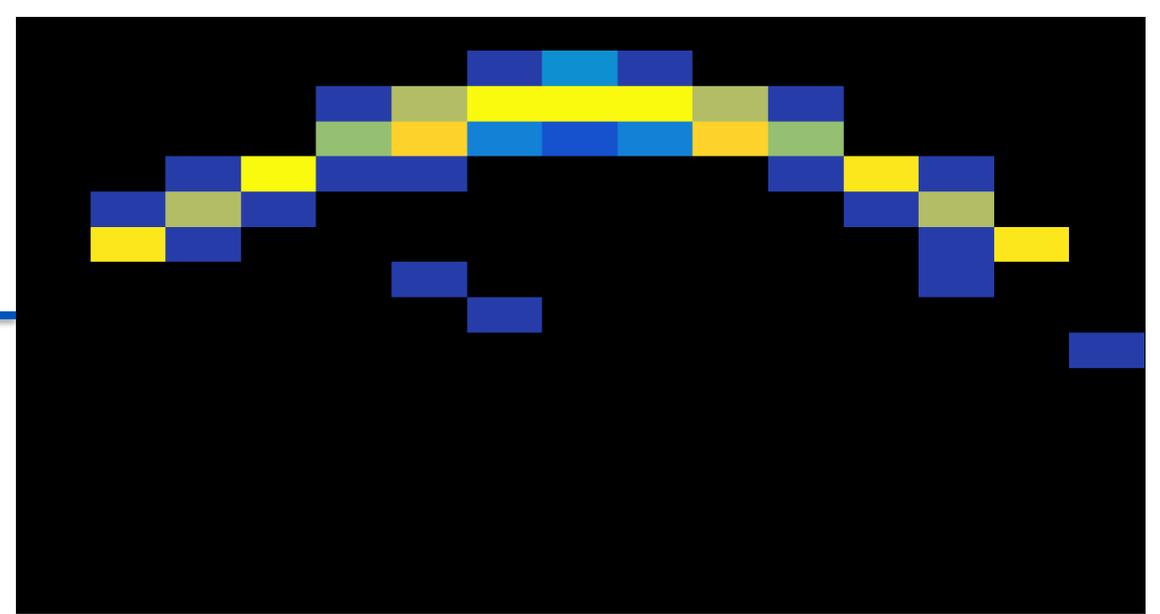
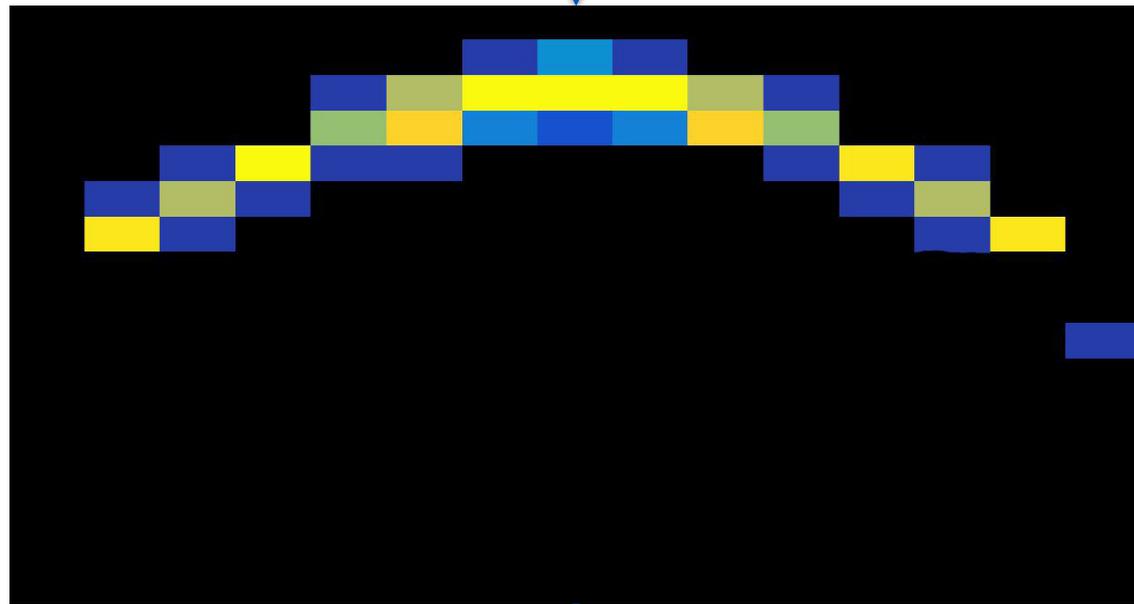
Подобрать оптимальный фильтр данных для 32-канального мини-ПЭТ.

Поставленные задачи

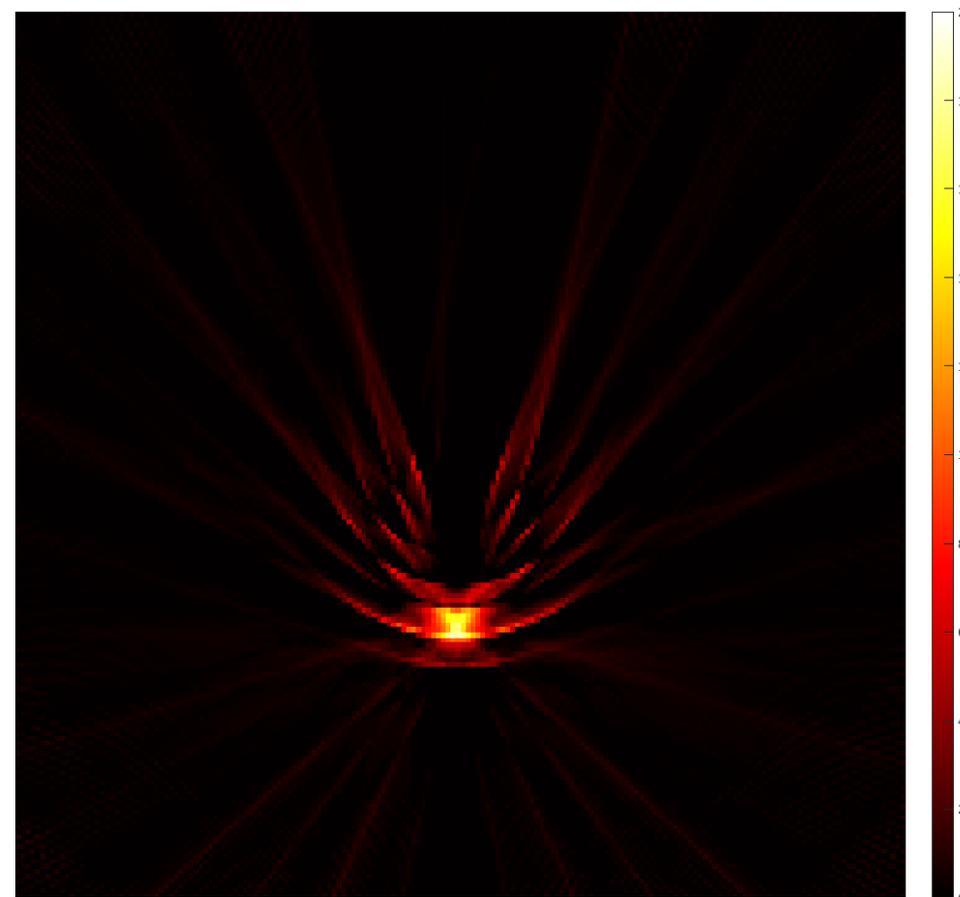
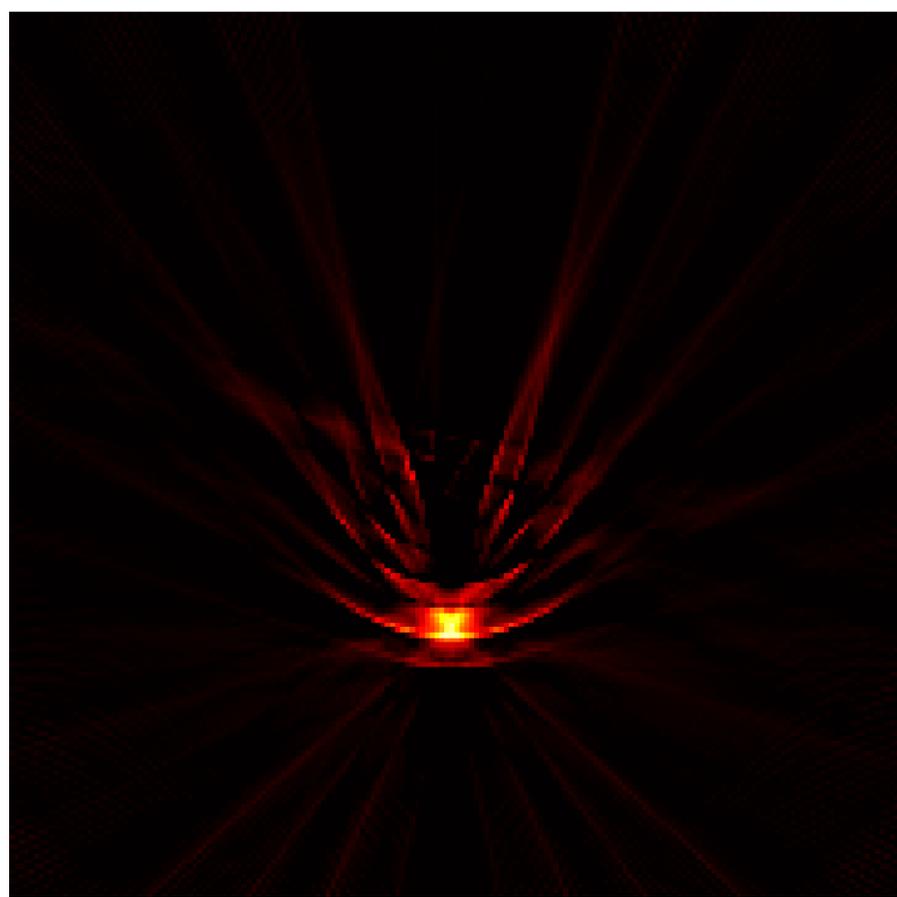
- Изучить способы фильтрации изображения и синограммы в томографии.
- Применить различные способы фильтрации к синограмме 32-канального мини-ПЭТ
- Качественно сравнить способы фильтрации.

Синопграммы

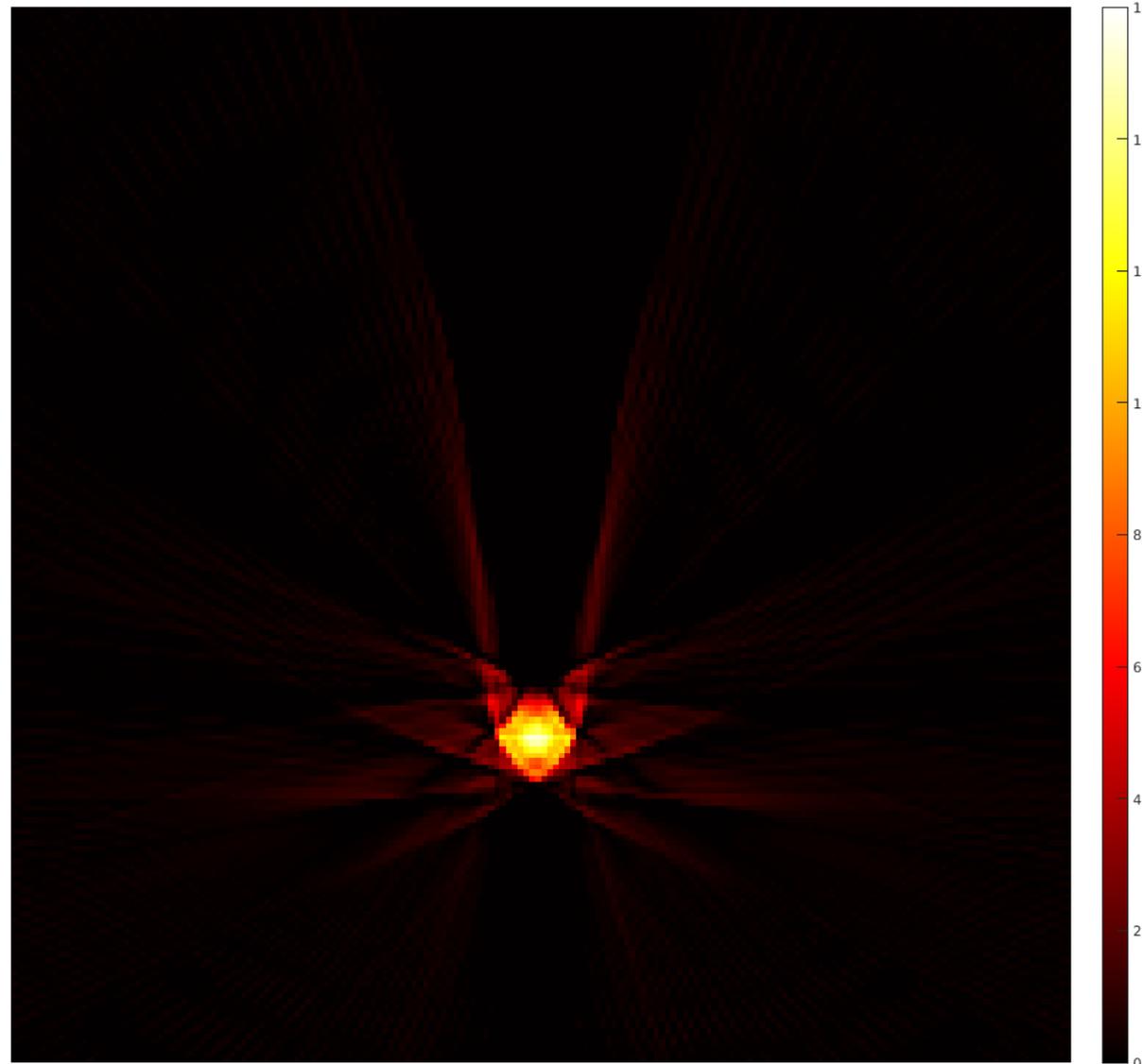
Данные смоделированы GEANT4



Восстановленные изображения без применения фильтров



Восстановленные изображения без фильтрации



Методы фильтрации

Фильтр **Ram-Lak** усиливает высокочастотные компоненты в синограммах, что критично для сохранения информации о краях и деталях изображения. В частотной области его можно выразить следующим образом:

$$H(f) = |f|$$

где $H(f)$ — это передаточная функция фильтра, а f — частота.

Фильтр **Cosine** позволяет уменьшить шум и артефакты в реконструируемом изображении. Он может быть представлен в частотной области как:

$$H(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq 0.5 \\ \frac{1}{2} (1 + \cos(\pi(|f| - 0.5))), & 0.5 < |f| < 1 \\ 0, & |f| \geq 1 \end{cases}$$

Фильтр **Shepp-Logan** усиливает высокочастотные компоненты для улучшения резкости и контрастности изображения, сохраняя при этом низкие частоты, что помогает избежать чрезмерного усиления шума.

Формула:

$$H(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq 0.5 \\ \frac{1}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} (|f| - 0.5) \right) \right), & 0.5 < |f| < 1 \\ 0, & |f| \geq 1 \end{cases}$$

Это означает, что фильтр полностью пропускает частоты до 0.5 и постепенно ослабляет частоты от 0.5 до 1.

Методы фильтрации



Фильтр **Хэмминга** имеет форму, которая плавно ослабляет высокочастотные компоненты, что помогает уменьшить шум и артефакты в изображениях. В частотной области фильтр Хэмминга может быть представлен как:

$$H(f) = 0.54 - 0.46 \cdot \cos 2\pi f$$

Фильтр **Ханна** похож на фильтр Хэмминга по форме, так же является оконным фильтром, но имеет иное уравнение. В частотной области фильтр Ханна может быть представлен как:

$$H(n) = 0.5 \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi n}{N-1} \right) \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

где N — это длина окна.

- Эти фильтры эффективно подавляют высокочастотные компоненты, что делает их полезными для уменьшения шумов.

Сравнение результатов фитирования



Fit Panel [X]

Data Set: TH2D::Hamming

Fit Function
 Type: Prev. Fit | xygauss

Operation
 Nop Add NormAdd Conv.

xygauss
 Selected:
 xygauss [Set Parameters...]

General | Minimization

Fit Settings
 Method: Chi-square [User-Defined...]
 Linear fit Robust: 0.95

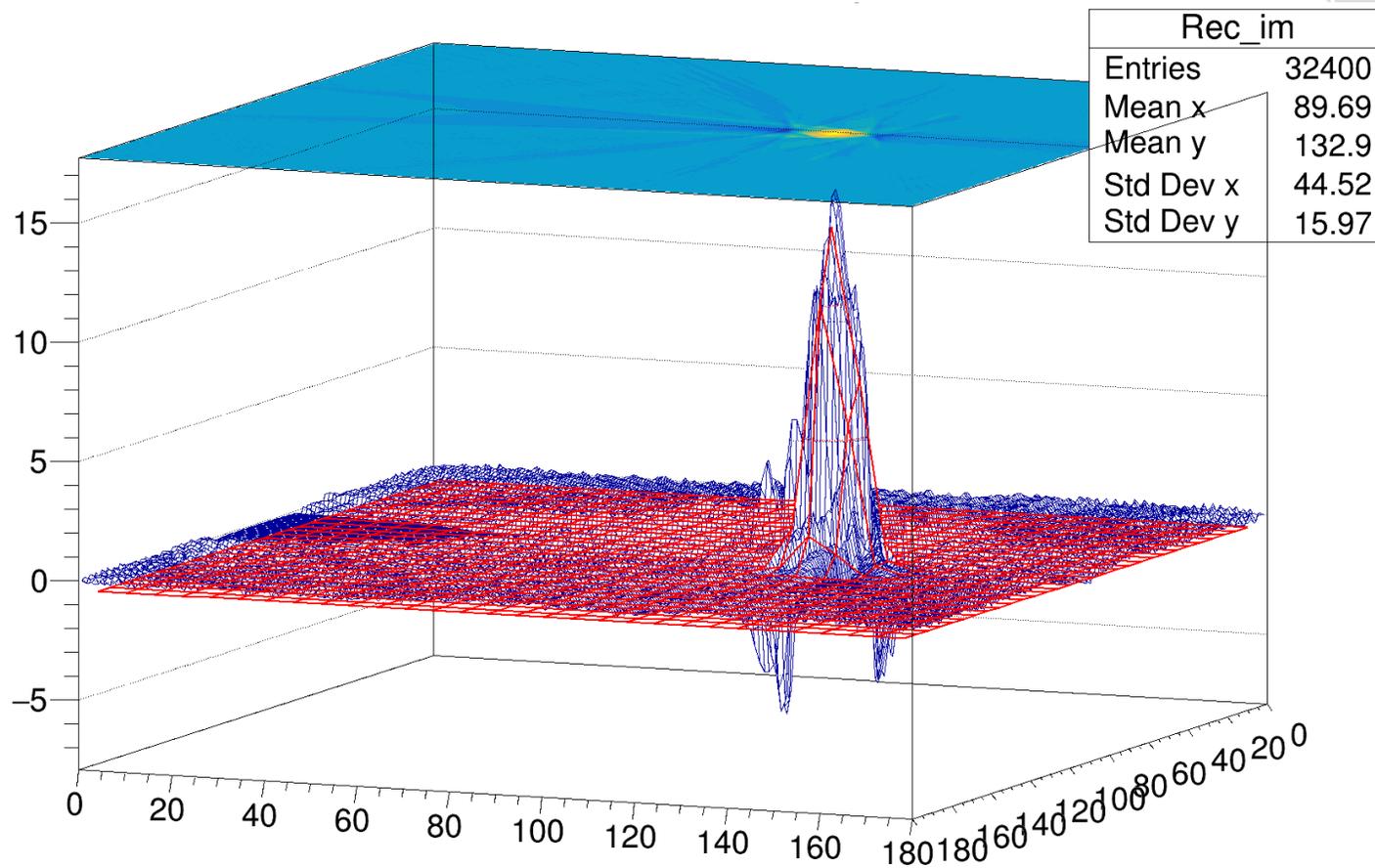
Fit Options
 Integral Use range
 Best errors Improve fit results
 All weights = 1 Add to list
 Empty bins, weights=1 Use Gradient

Draw Options
 SAME
 No drawing
 Do not store/draw [Advanced...]

X: 0.00 [180.00]
 Y: 0.00 [180.00]

[Update] [Fit] [Reset] [Close]

TH2D::Hammi | LIB Minuit | MIGRAD | Itr: 0 | Pm: DEF



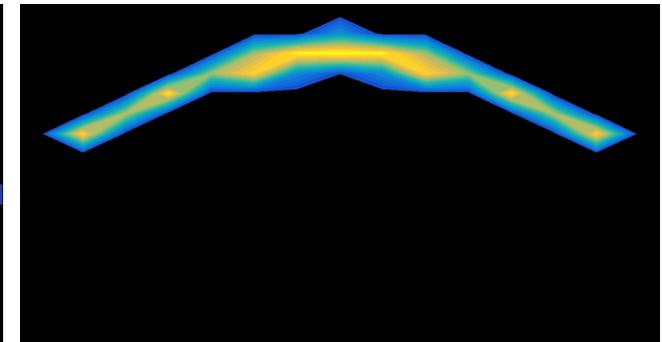
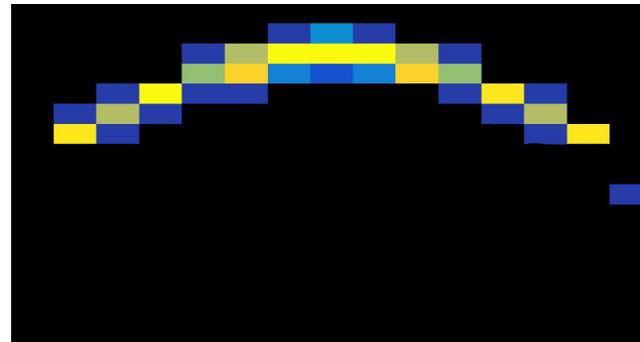
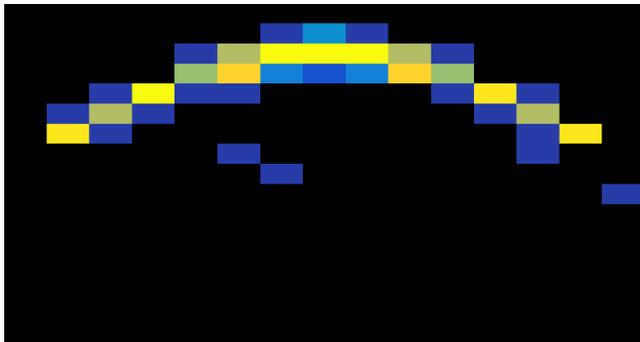
Name	Fix	Bound	value	Min	Set Range	Max	Step	Errors
p0	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	0.286663	1	[Slider]	50	0.01	0.019654
p1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	29.9258	75	[Slider]	105	1	1.70302
p2	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	20	0.5	[Slider]	20	0.1	0.442501
p3	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	139.32	75	[Slider]	150	0.1	0.60305
p4	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	9.37265	0.5	[Slider]	20	0.1	0.348167

Immediate preview [Reset] [Apply] [OK] [Cancel]

Сравнение результатов фитирования

фильтр	Ram-Lak	Shepp-Logan	Cosine	Hamming	Hann	Ram-Lak	Shepp-Logan	Cosine	Hamming	Hann	Ram-Lak	Shepp-Logan	Cosine	Hamming	Hann
σ_x	5,3	5,3	5,4	5,4	5,4	5,3	5,3	5,3	5,4	5,4	4,6	4,6	4,6	4,7	4,7
σ_y	3,4	3,4	3,5	3,5	3,5	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8
χ^2/ndf	0,49	0,43	0,34	0,29	0,28	0,47	0,41	0,32	0,27	0,26	0,19	0,17	0,15	0,14	0,13

Синограммы,
к которым
применялся
фильтр



Заключение

- Изучены способы фильтрации изображения и синограммы в томографии.
- Применены различные способы фильтрации к синограмме 32-канального мини-ПЭТ
- Качественно сравнены способы фильтрации.
- В результате сравнения был сделан вывод, что фильтр Ханна подходит в нашем случае наилучшим образом.



МИФИ

Национальный
исследовательский
ядерный университет

Спасибо за внимание!

28.12.2023

Методы фильтрации. Преимущества и недостатки (доп)



Преимущества: Фильтр **Ram-Lak** обеспечивает хорошую резкость и контрастность в реконструируемом изображении, что делает его популярным выбором в медицинской визуализации.
Недостатки: Он может усиливать шум, особенно в областях с низкой интенсивностью сигнала, что может привести к артефактам в изображении.

Преимущества: Фильтр **Shepp-Logan** обеспечивает хорошую резкость и контрастность, а также помогает уменьшить артефакты, связанные с шумом, по сравнению с фильтром Ram-Lak.
Недостатки: В некоторых случаях он может не обеспечивать такую же резкость, как фильтр Ram-Lak, особенно в областях с высокими частотами.

Преимущества: Фильтр **Cosine** может быть полезен для уменьшения артефактов и шума в изображениях, обеспечивая при этом приемлемую резкость.
Недостатки: Он может не обеспечивать такую же резкость, как фильтры Ram-Lak или Shepp-Logan, особенно в областях с высокими частотами.

Преимущества: Фильтр **Хэмминга** помогает уменьшить шум и артефакты в изображениях, обеспечивая при этом приемлемую резкость. Он может быть особенно полезен в случаях, когда данные содержат значительное количество шума.
Недостатки: Хотя фильтр Хэмминга хорошо справляется с шумом, он может не обеспечивать такую же резкость, как фильтры Ram-Lak или Shepp-Logan, особенно в областях с высокими частотами.

Преимущества: Фильтр **Ханна** помогает уменьшить шум и артефакты в изображениях, обеспечивая при этом приемлемую резкость. Он может быть особенно полезен в случаях, когда данные содержат значительное количество шума.
Недостатки: Хотя фильтр Ханна хорошо справляется с шумом, он может не обеспечивать такую же резкость, как фильтры Ram-Lak или Shepp-Logan, особенно в областях с высокими частотами.

Преобразование Радона

Математическая постановка задачи

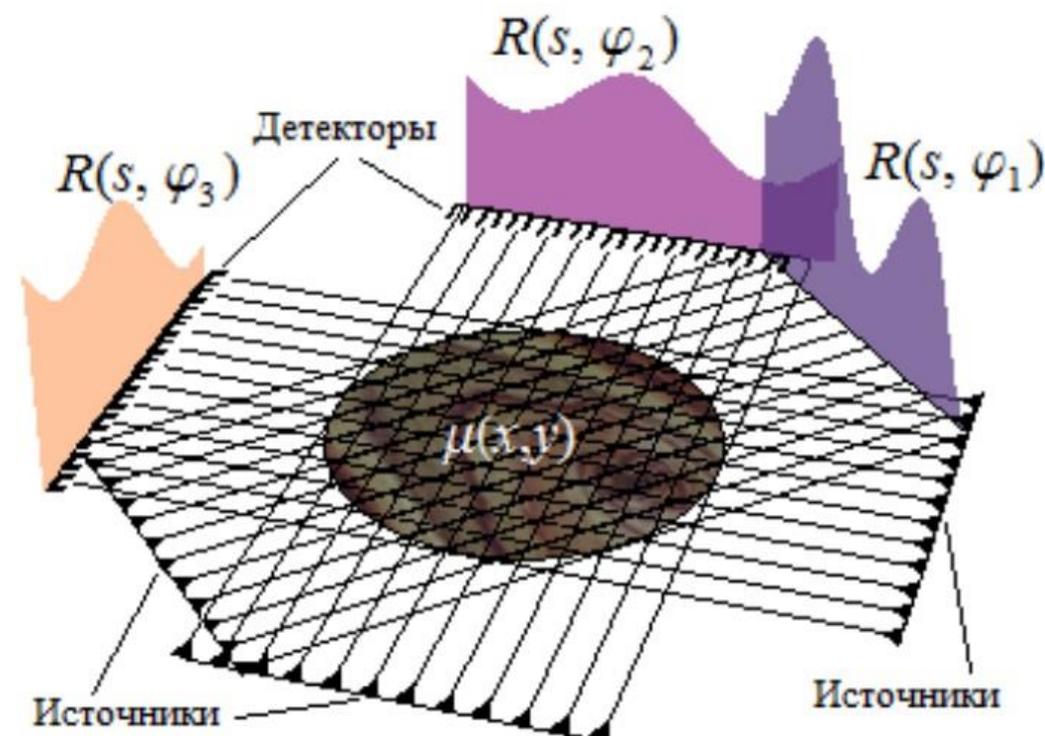
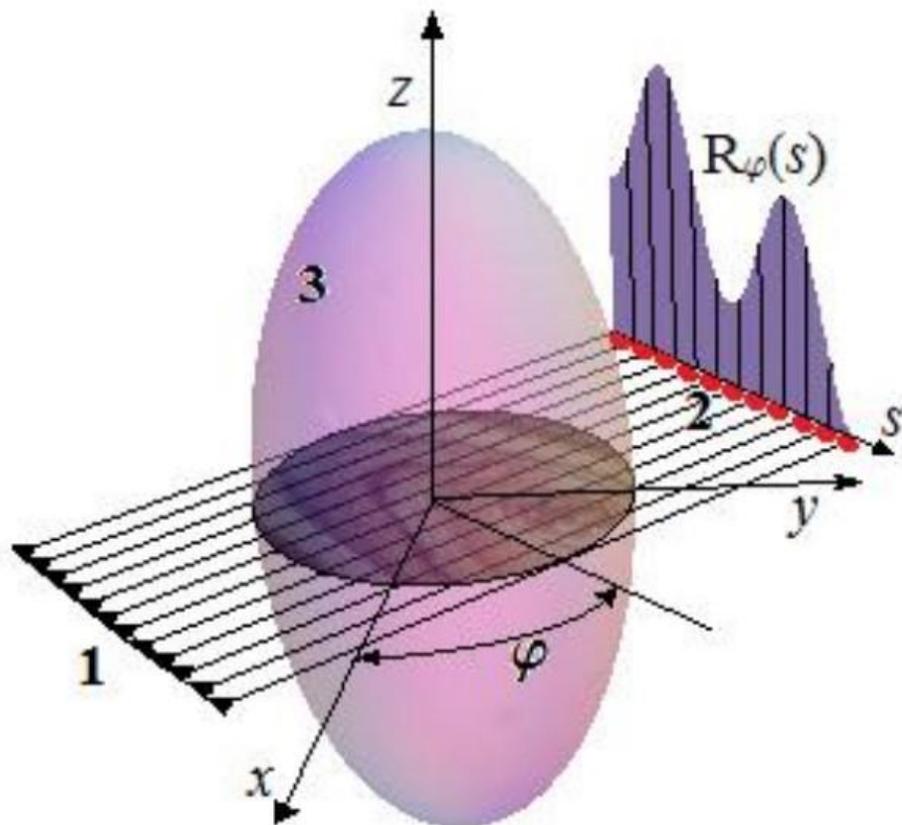


Рис. К.1. Зондирование трехмерного объекта (1 – источники; 2 – детекторы; 3 – объект)

Рис. К.2. Схема получения проекций одного слоя.

Преобразование Радона

Прямое преобразование

- Преобразование Радона:
 - функция двух действительных переменных.
- Физический смысл состоит в том, что функция - функция яркости точки, которая преобразуется в некую функцию, которая в свою очередь является интегральной яркостью точек в направлении.
- Геометрический смысл преобразования Радона состоит в том, что это интегралы от функции вдоль прямых, перпендикулярных вектору, проходящих на расстоянии (измеренном вдоль вектора s соответствующим знаком) от начала координат.

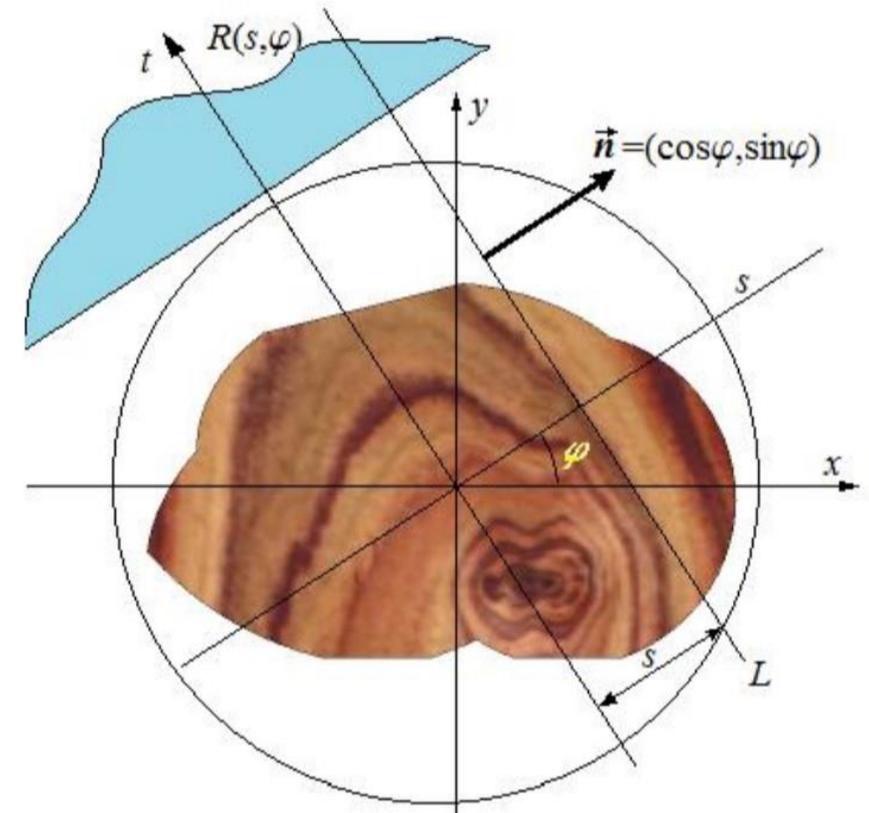


Рис. 5. К преобразованию Радона функции двух переменных.

Обратное преобразование Радона

Математическая постановка задачи

$$F(w_1, w_2) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i(w_1 x + w_2 y)} dx dy$$

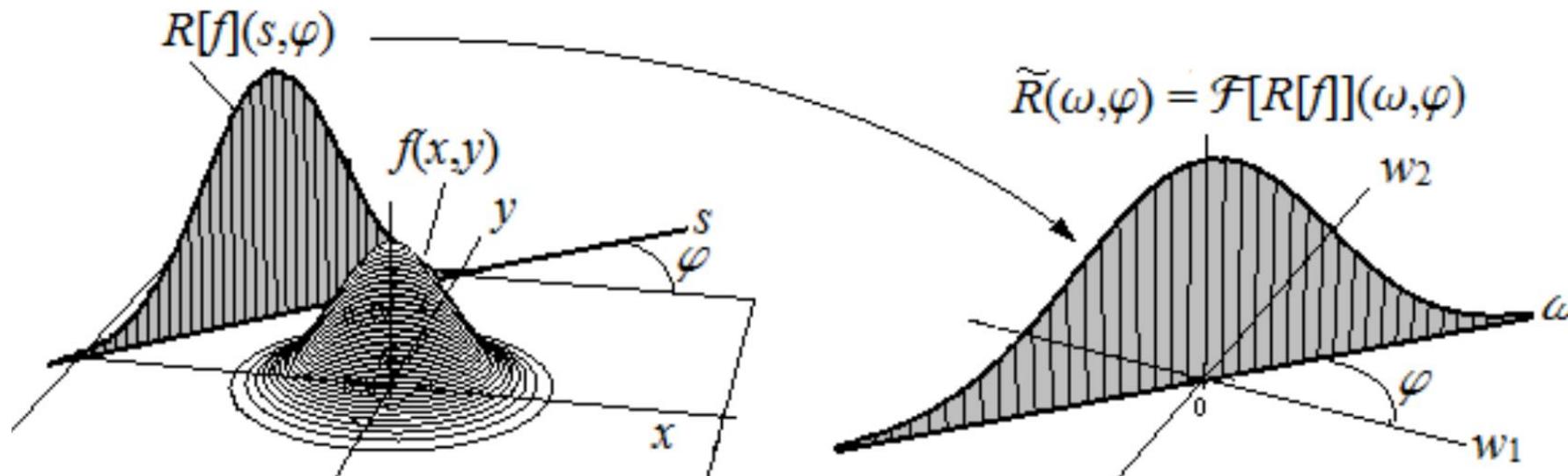
Прямое преобразование Фурье от 2х переменных.

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} F(w_1, w_2) e^{-i(w_1 x + w_2 y)} dw_1 dw_2$$

Обратное преобразование Фурье от 2х переменных.

$$R(s, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(s \cos \varphi - t \sin \varphi, s \sin \varphi + t \cos \varphi) dt$$

Прямое преобразование Радона



Обратное преобразование Радона



Математическая постановка задачи. Продолжение

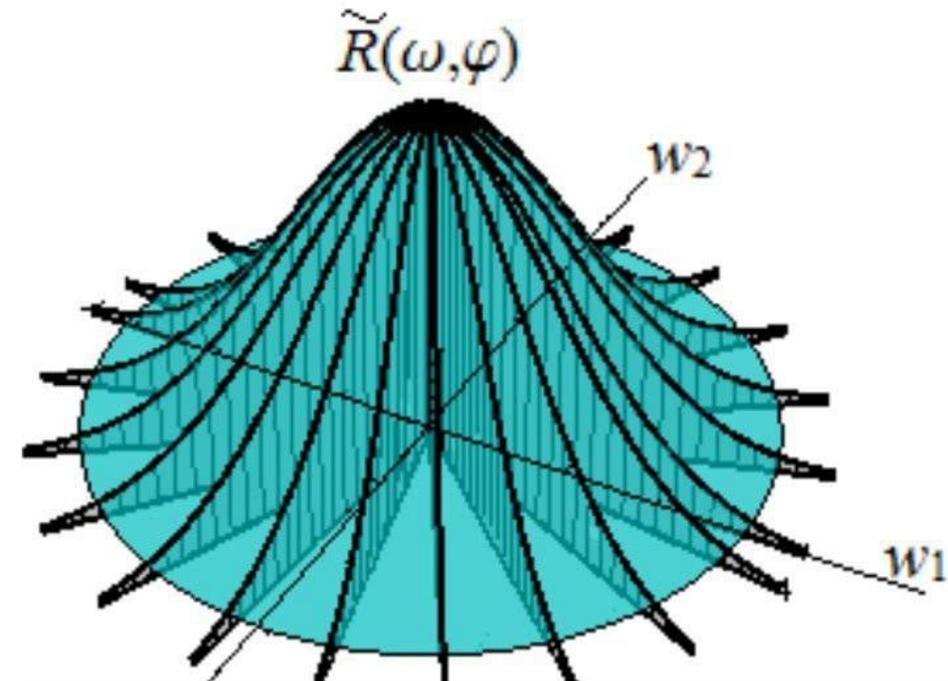
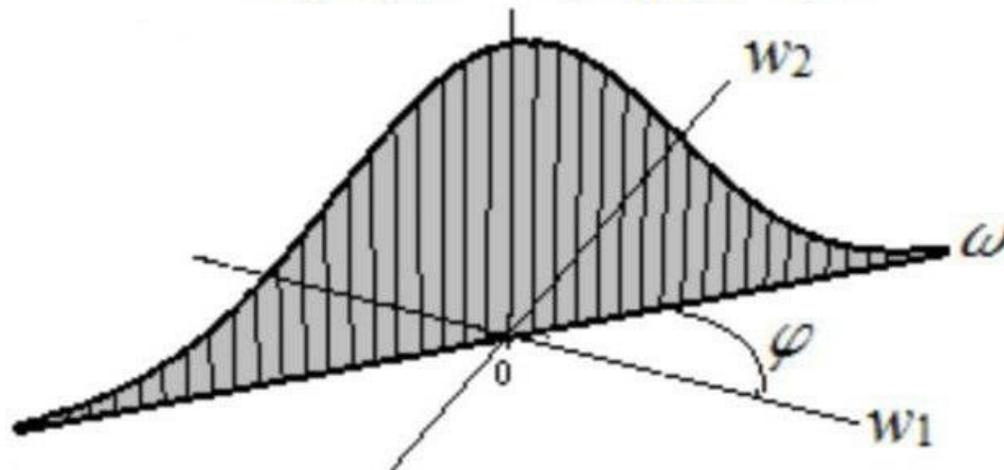
$$w_1x + w_2y = s$$



$$x\cos(\varphi) + y\sin(\varphi) = s$$

$$F(w_1, w_2) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} R[f](s, \varphi) e^{-i\omega s} ds = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \tilde{R}(\omega, \varphi)$$

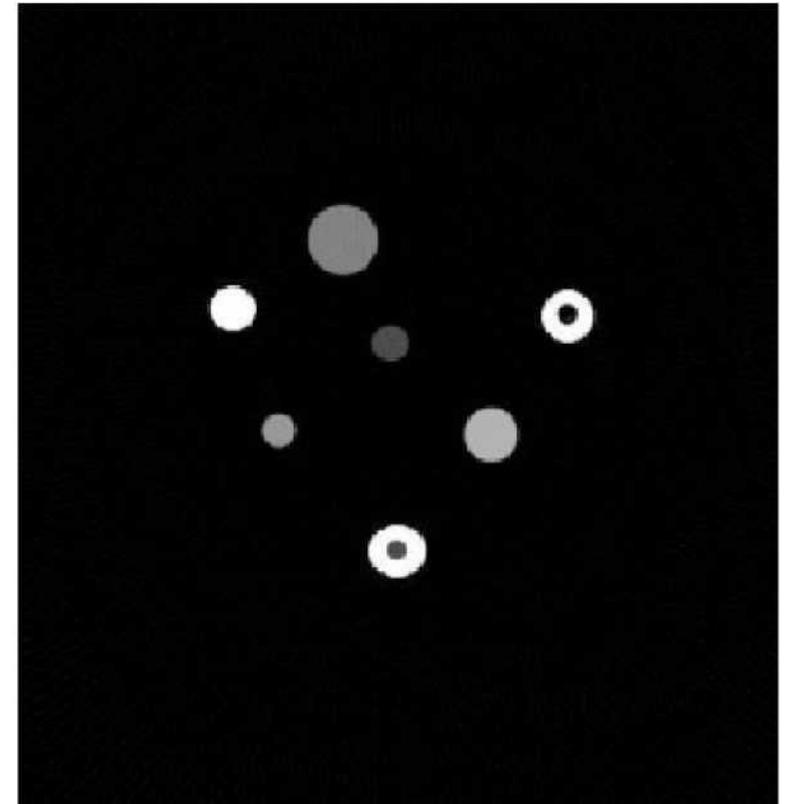
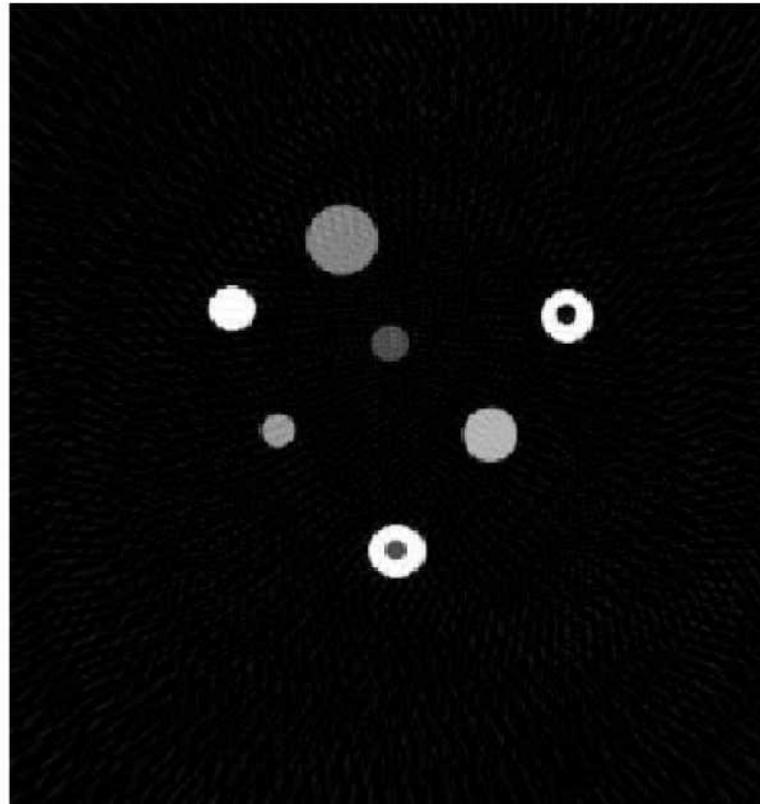
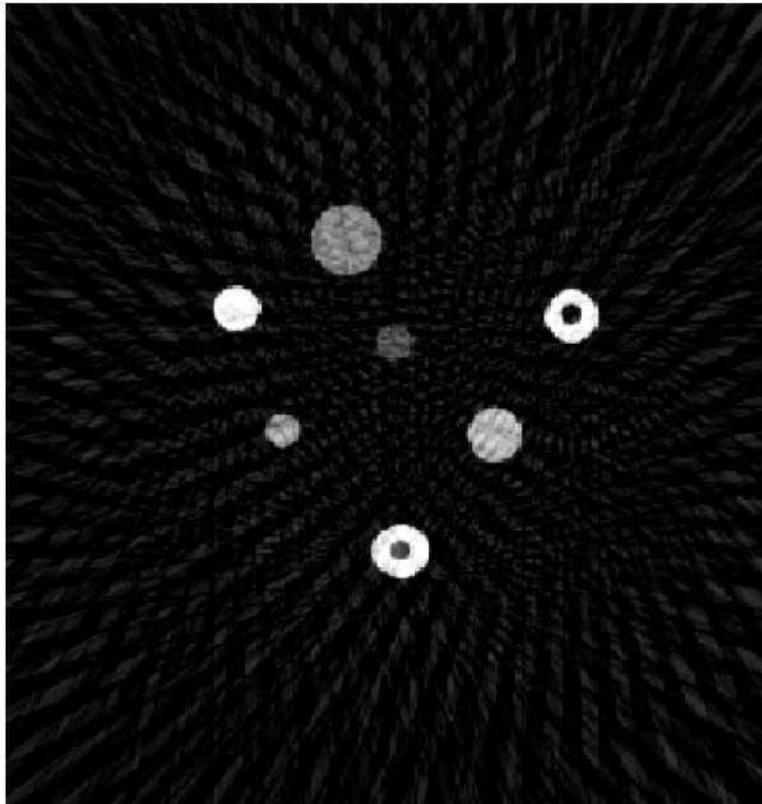
$$\tilde{R}(\omega, \varphi) = \mathcal{F}[R[f]](\omega, \varphi)$$



Обратное преобразование Радона

Пример получения томограммы (реальное изображение)

Восстановленное изображение (томограмма)
для 36 проекций (слева), 90 проекций (по центру) и 180 проекций (справа)



Позитронно-эмиссионная томография (ПЭТ)

Реальные примеры использования ПЭТ

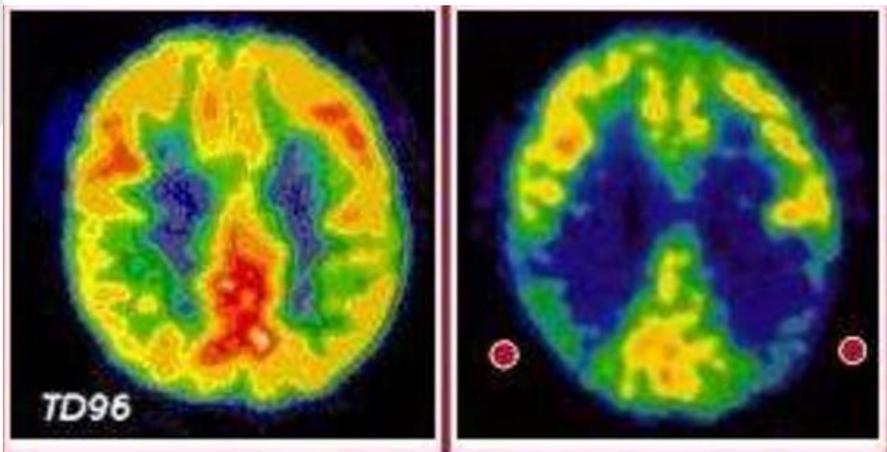


Рис. 2. ПЭТ-изображение:
– Здорового мозга (слева)
– Болезнь Альцгеймера (справа)

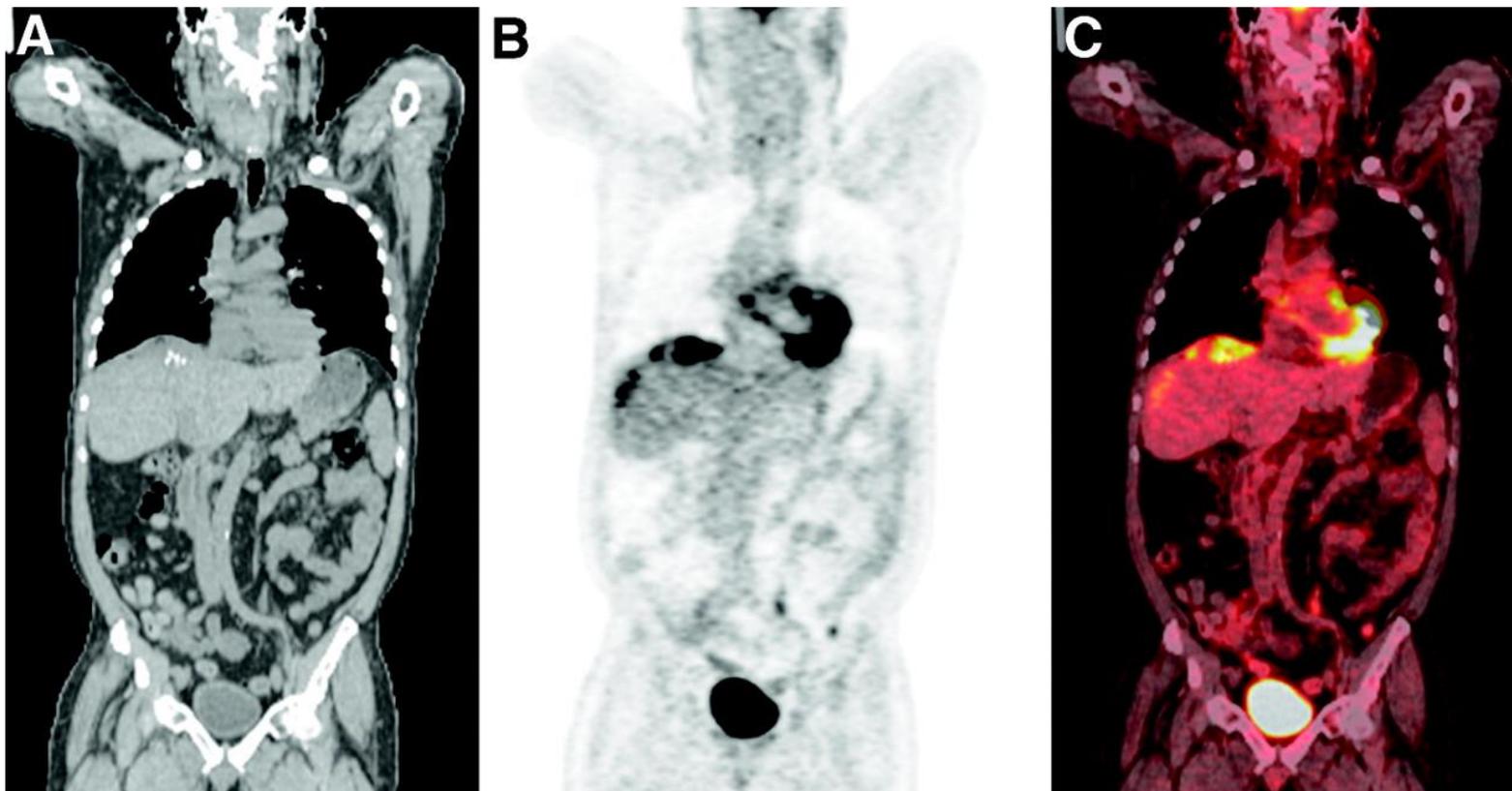
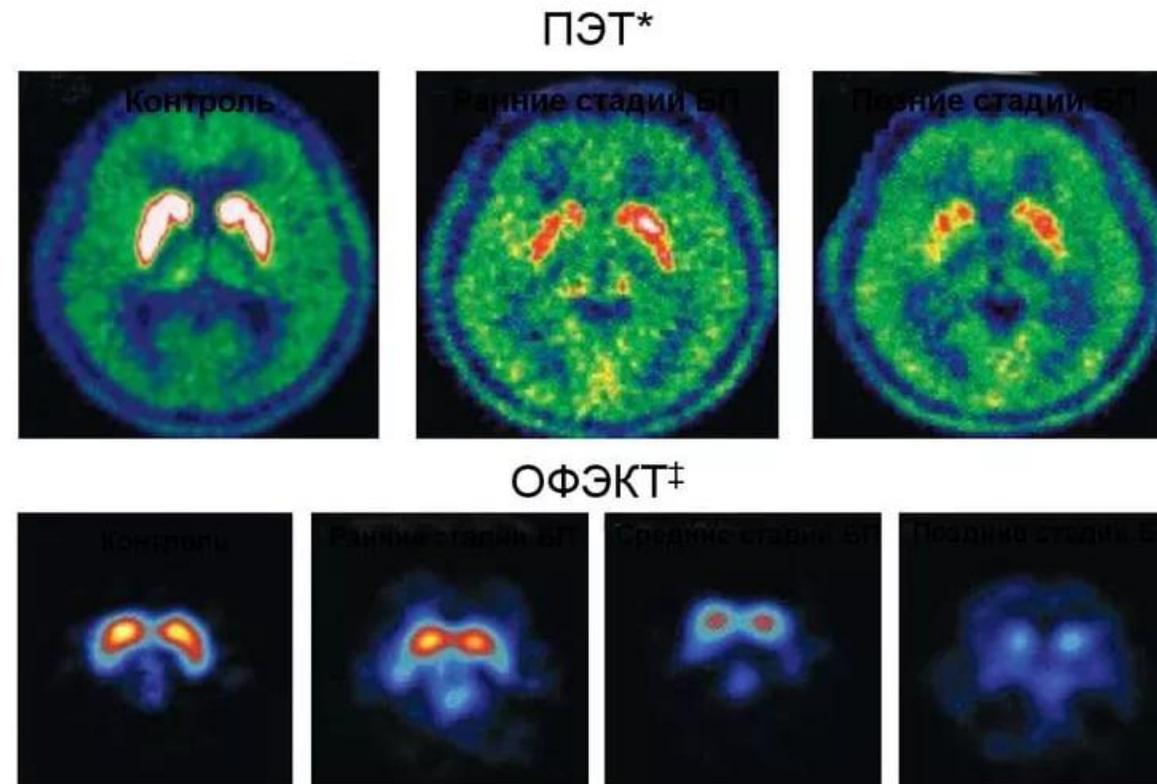


Рис. 3. А. КТ-изображение. В. ПЭТ-изображение. С. КТ/ПЭТ-изображение.

Сравнение ПЭТ и ОФЭКТ



* позитронно-эмиссионная томография с флуородопой

‡ однофотонная эмиссионная компьютерная томография с 2β-карбометокси-3β-(4-йодофенил)тропаном

Schapira AH, Olanow CW. *JAMA* 2004;291:358-64.

© 2004 American Medical Association. All rights reserved.

Рис. 4. Нейровизуализация при болезни Паркинсона