

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Институт ядерной физики и технологий
кафедра №40 «Физика элементарных частиц»

ОТЧЁТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
**МОДЕЛИРОВАНИЕ И РЕКОНСТРУКЦИЯ СОБЫТИЙ В МЮОННОЙ
СИСТЕМЕ УСТАНОВКИ SPD**

Научный руководитель	_____	к.ф-м.н., доц. Солдатов Е.Ю.
Научный консультант	_____	к.ф-м.н. Верхеев А.Ю.
Студент группы М23-112	_____	Осетров А.О.

Москва 2025

СОДЕРЖАНИЕ

1 ВВЕДЕНИЕ	3
2 ЭКСПЕРЕМЕНТ SPD	4
2.1 Общее описание.....	4
2.2 Мюонная система	7
3 СОЗДАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОТОТИПА МЮОННОЙ СИСТЕМЫ SPD И МОДЕЛИРОВАНИЕ СОБЫТИЙ	10
4 АЛГОРИТМ КЛАСТАРИЗАЦИИ DBSCAN	14
5 НЕЙРОННЫЕ СЕТИ.....	17
5.1 Общий принцип работы	17
5.2 Сверточные нейронные сети.....	19
6 ЗАКЛЮЧЕНИЕ	22
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	23

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день барионная материя кажется хорошо изученной по сравнению с основными компонентами вселенной - темной материей и темной энергией. Несмотря на большие успехи, достигнутые в описании взаимодействия кварков и глюонов в рамках пертурбативного подхода КХД, вопрос о том, почему нуклоны именно такие, какими мы их видим, остается открытым. Понимание структуры и фундаментальных свойств адронов непосредственно из динамики составляющих его кварков и глюонов - одна из главных нерешенных задач КХД.

Нуклон имеет спин $\hbar/2$, что определяет его магнитный момент, а также такие фундаментальные свойства природы, как различные фазы вещества при низких температурах и стабильность известной Вселенной. Именно поэтому изучение спиновой структуры нуклона имеет особое значение. Кварковая модель успешно предсказывает большинство основных свойств адронов, таких как заряд, четность и изоспин. Однако она не позволяет объяснить спиновые свойства адронов в терминах их составных частей.

Научной установкой, которую предполагается использовать для изучения спиновой структуры нуклонов и других явлений, связанных со спином, является SPD (Spin Physics Detector) [1]. Её планируется разместить в одной из двух точек столкновения пучков коллайдера NICA, строящегося в Международной межправительственной научной организации “Объединенный институт ядерных исследований” (Дубна, Россия).

Для проектирования установки, изучения возможности решения поставленных физических задач и разработки методов регистрации и идентификации процессов в эксперименте необходимо моделирование различных детекторных систем. Работа посвящена моделированию мюонной системы SPD, с использованием программного пакета SpdRoot, и последующей разработке программного обеспечения для обработки и анализа данных эксперимента.

ЭКСПЕРИМЕНТ SPD

2.1 Общее описание

В планах коллаборации SPD установить детектор во второй точке взаимодействия строящегося коллайдера NICA (ОИЯИ, Дубна) для изучения спиновой структуры протона и дейтрона и других спиновых явлений. Планируется работать с поляризованными пучками частиц с энергией до 27 ГэВ в системе центра масс и светимостью до $10^{32} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$.

Установка SPD, показанная на рис. 1, представляет собой универсальный 4 π -детектор с расширенными возможностями отслеживания и идентификации частиц [2].

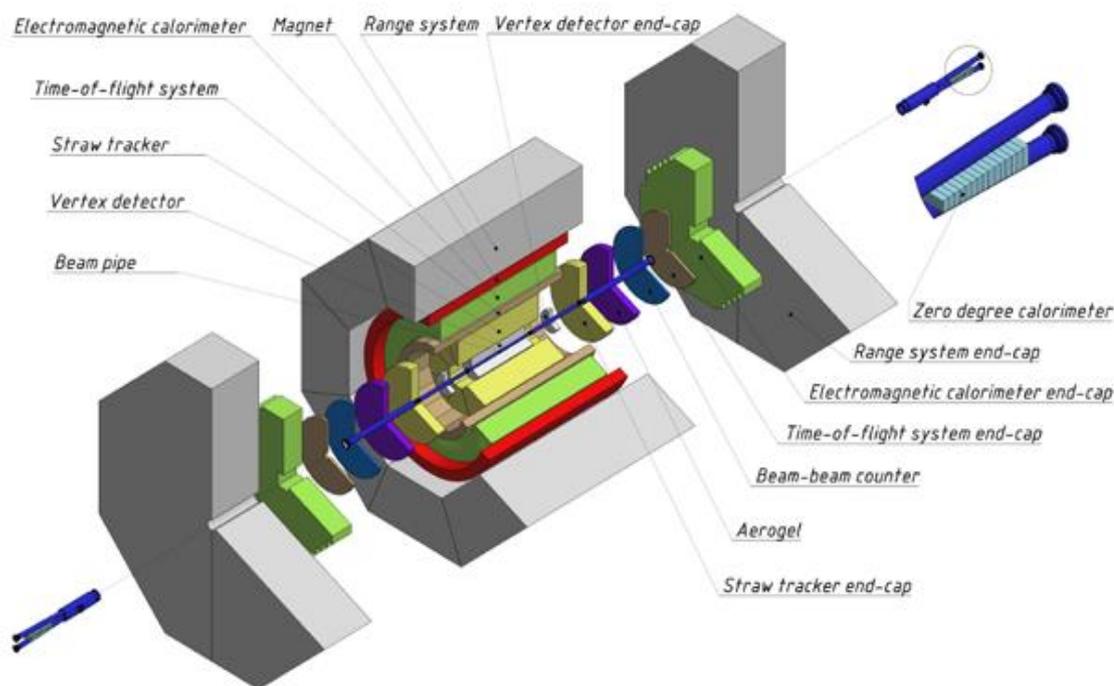


Рис. 1 Общая схема установки SPD

Прибор включает в себя следующие детекторные системы:

- магнитная система,
- вакуумная труба,
- время-пролетная система,
- вершинный детектор,
- трековый детектор,
- электромагнитный калориметр,
- счетчик столкновений пучков,
- калориметр нулевого угла,
- мюонная система.

Сверхпроводящий магнит является одной из важнейших частей установки SPD. Вместе с трековой системой он обеспечивает измерение моментов заряженных частиц с точностью около 2 %.

Вакуумная труба отделяет среду вершинного детектора от вакуума ускорителя, вследствие чего обладает большой механической прочностью и достаточно малой толщиной для минимизации многократного рассеяния и радиационных эффектов.

Цель время-пролетной системы — идентификация заряженных частиц разной массы в диапазоне импульсов до нескольких ГэВ. Планируется использовать время-пролетную систему в событиях с несколькими треками, чтобы как определить время столкновения, так и идентифицировать отдельные треки. Помимо определения типа частиц, система также сообщает время начала работы трекового детектора.

Вершинный детектор SPD — это кремниевая часть спектрометра, отвечающая за точное определение первичной точки взаимодействия и измерение вторичных вершин по распадам короткоживущих частиц (прежде всего, D-мезонов).

Целью трекового детектора является восстановление с высокой эффективностью треков первичных и вторичных частиц для измерения их импульсов по кривизне траектории в магнитном поле. Он также участвует в идентификации частиц посредством измерения энерговыделения (dE/dx).

Электромагнитный калориметр необходим для регистрации и идентификации частиц, рождающихся при столкновении адронов и вылетающих в телесный угол 4π . В его задачи входит также идентификация одиночных фотонов и нейтральных пионов, отделения фотонных ливней, порожденных π^0 -мезонами, для исключения фоновых событий.

Основными целями счетчика столкновения пучков являются локальная поляриметрия, мониторинг столкновений пучков и участие в точном определении времени столкновения, когда для этого не могут быть использованы другие детекторы (например, в случае упругого рассеяния).

Калориметр нулевого угла будет установлен в зонах разделения пучков по обе стороны от точки взаимодействия SPD. Его главные цели — измерение светимости пучка, локальная поляриметрия и создание временной метки для разделения событий.

Эксперимент SPD перекроет энергетический зазор между существующими экспериментами.

2.2 Мюонная система

Мюонная (пробежная) система SPD служит для идентификации мюонов в присутствии значительного адронного фона и оценки энергии адронов (грубая адронная калориметрия). Она также является единственным субдетектором основной части установки SPD, способным идентифицировать нейтроны путем объединения отклика с сигналами от электромагнитного калориметра и внутренними трекерами. Идентификация мюонов осуществляется посредством распознавания фрагментов трека частиц и дальнейшим их сопоставлением с треками внутри магнитов. Точное определение импульса мюона осуществляется внутренними трекерами в магнитном поле.

Одной из основных целей пробежной системы является идентификация мюонов из распадов $J/\psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$ в присутствии фоновых пионов и продуктов их распада.

Схематичный вид системы и ее основные размеры в мм показаны на рис. 2 (а). Схема мюонной системы, состоящей из слоёв поглотителя и детекторов, показана на рис. 2 (б).

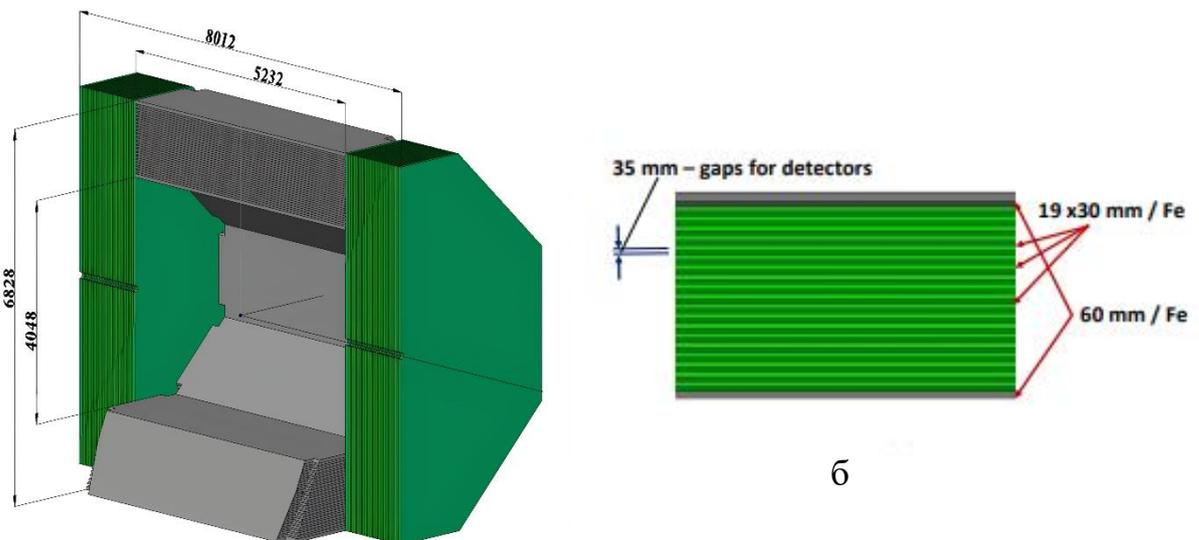


Рис. 2 (а) Схематичный вид (половина разреза) мюонной системы
Барельная часть показана серым цветом, торцевые диски – зеленым;
(б) Размеры слоев системы.

Мюонная система состоит из восьмимодульного бареля (“бочки”) и двух торцевых дисков.

Наружные слои железа толщиной 60 мм используются для скрепления модулей между собой. В межслоевые зазоры помещаются Mini Drift Tubes (MDT) детекторы и считывающая электроника. Толщина основных поглотительных железных пластин (30 мм) выбирается в сравнении с длиной пробега мюона в стали для лучшего разделения мюонов и адронов, а также для адронной калориметрии.

Общее количество MDT детекторов – около 8000 единиц. Они размещаются следующим образом: вдоль оси пучка в бареле и перпендикулярно в торцевых дисках.

Общая толщина поглотителя выбрана равной четырем длинам ядерного взаимодействия λ_I . Таким образом обеспечивается равномерная фильтрация мюонов во всех направлениях. Вместе с толщиной электромагнитного калориметра ($\sim 0,5\lambda_I$) общая толщина установки SPD получается около $4,5\lambda_I$.

Детектор MDT изначально был разработан и произведен в ОИЯИ для Мюонной системы эксперимента D0 в FNAL [3]. Позднее на его основе была создана и мюонная система для эксперимента COMPASS в CERN [4]. Модификация двухкоординатного считывания для MDT с открытой геометрией катода и внешними съемными электродами была предложена и принята коллаборацией PANDA [5] для мюонной системы их экспериментальной установки. Эта же новая версия MDT предлагается и для проекта SPD, так как имеет все необходимые характеристики – радиационную стойкость, координатное разрешение, временное разрешение, надежность, а также продвинутый уровень уже проведенных НИОКР в рамках проекта PANDA.

Сечение MDT детектора с открытой геометрией катода показано на рис. 3.

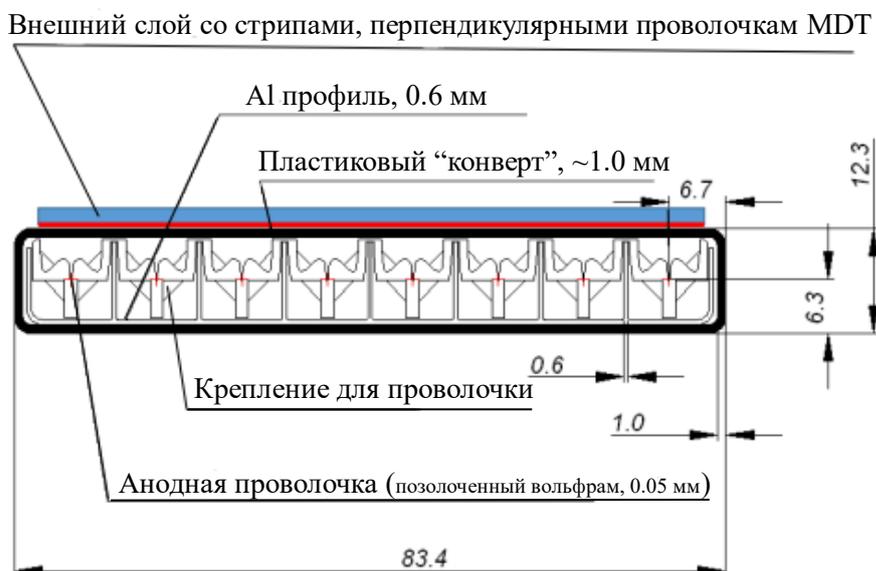


Рис. 3 Поперечное сечение MDT детектора

Детектор состоит из металлического катода (алюминиевый гребенчатый профиль из 8 ячеек), анодных проволочек и пластиковой оболочки (норил) для газонепроницаемости. Гребенчатый профиль катода обеспечивает каждой анодной проволоке отдельный сигнал для получения одной из координат. Перпендикулярная полосовая плоскость используется для получения второй координаты. Форма наведенного сигнала повторяет исходный, имея противоположную полярность, но амплитуда составляет около 15% от исходного. Таким образом, требуется усиление сигнала и надлежащее экранирование внешнего электромагнитного поля.

Применение открытой геометрии катода позволяет получать вторую координату считывания. Однако это приводит к потере симметрии электрического поля в каждой из 8 ячеек детектора и, следовательно, уменьшает необходимое приложенное напряжения для того же коэффициента газового усиления по сравнению со стандартной геометрией (катод закрыт крышкой из нержавеющей стали).

СОЗДАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОТОТИПА МЮОННОЙ СИСТЕМЫ SPD И МОДЕЛИРОВАНИЕ СОБЫТИЙ

Первый этап работы – описание прототипа мюонной системы, который в настоящее время используется для тестирования электроники, сбора космики, и интегрирование его в программную среду ROOT. Полученная геометрическая модель прототипа представлена на рис. 4.



Рис. 4 Геометрическая модель прототипа мюонной системы SPD

Сперва смоделирован MDT детектор из восьми ячеек, заполненных газовой смесью $\text{Ar} + \text{CO}_2$ (рабочее вещество газовой ячейки детектора). Затем 6 MDT объединены в одну детекторную плоскость. В железном корпусе размещено 16 детекторных плоскостей с железными поглотителями с шагом в 35 мм для электроники. В начале системы расположен так называемый *Vilayer*, состоящий из двух детекторных плоскостей, каждая из которых содержит четыре MDT детектора. За ними расположен железный лист толщиной 60 мм. Созданная модель прототипа должна стать частью разрабатываемого программного обеспечения для обработки и анализа данных проектируемого эксперимента SPD.

Далее прототип интегрирован в среду программного пакета SpdRoot с использованием методов объектно-ориентированного программирования. Необходимо было подключить все необходимые библиотеки из репозитория SpdRoot software и установить зависимости для переменных и параметров среды.

Следующим шагом произведено моделирование событий в прототипе, работу которого кратко можно описать последовательностью шагов:

- Задаются имена выходных файлов для данных и параметров,
- Создается объект SpdRunSim, который управляет симуляцией,
- Настраивается симуляция: задаются имя симулятора, используемые материалы, файл для вывода данных и конфигурация распада частиц,
- Инициализируется геометрия,
- Создаётся и настраивается генератор SpdIsotropicGenerator, который отвечает за изотропную генерацию частиц,
- Устанавливаются глобальные параметры симуляции,
- Инициализируется и запускается симуляция с заданным числом событий nEvents и отслеживанием времени выполнения,
- Параметры и данные симуляции сохраняются в выходные файлы для дальнейшей обработки и анализа.

После генерации событий запускается их визуализация для большей наглядности происходящих процессов. На рис. 5 и 6 приведены визуализации прохождения протона и мюона с энергиями 1 и 10 ГэВ через прототип. Сплошными линиями на рисунке обозначены: фиолетовая – протон, голубая – нейтрон, зеленая – электрон, желтая – позитрон, бирюзовая - мюон. Красной пунктирной линией обозначен гамма-квант, красными точками – хиты (происходящие в газовом объеме детектора). В представленных модельных событиях налетающие частицы «бьют» точно в центр детектора, тогда как в эксперименте частицы-снаряды налетают под разными углами.

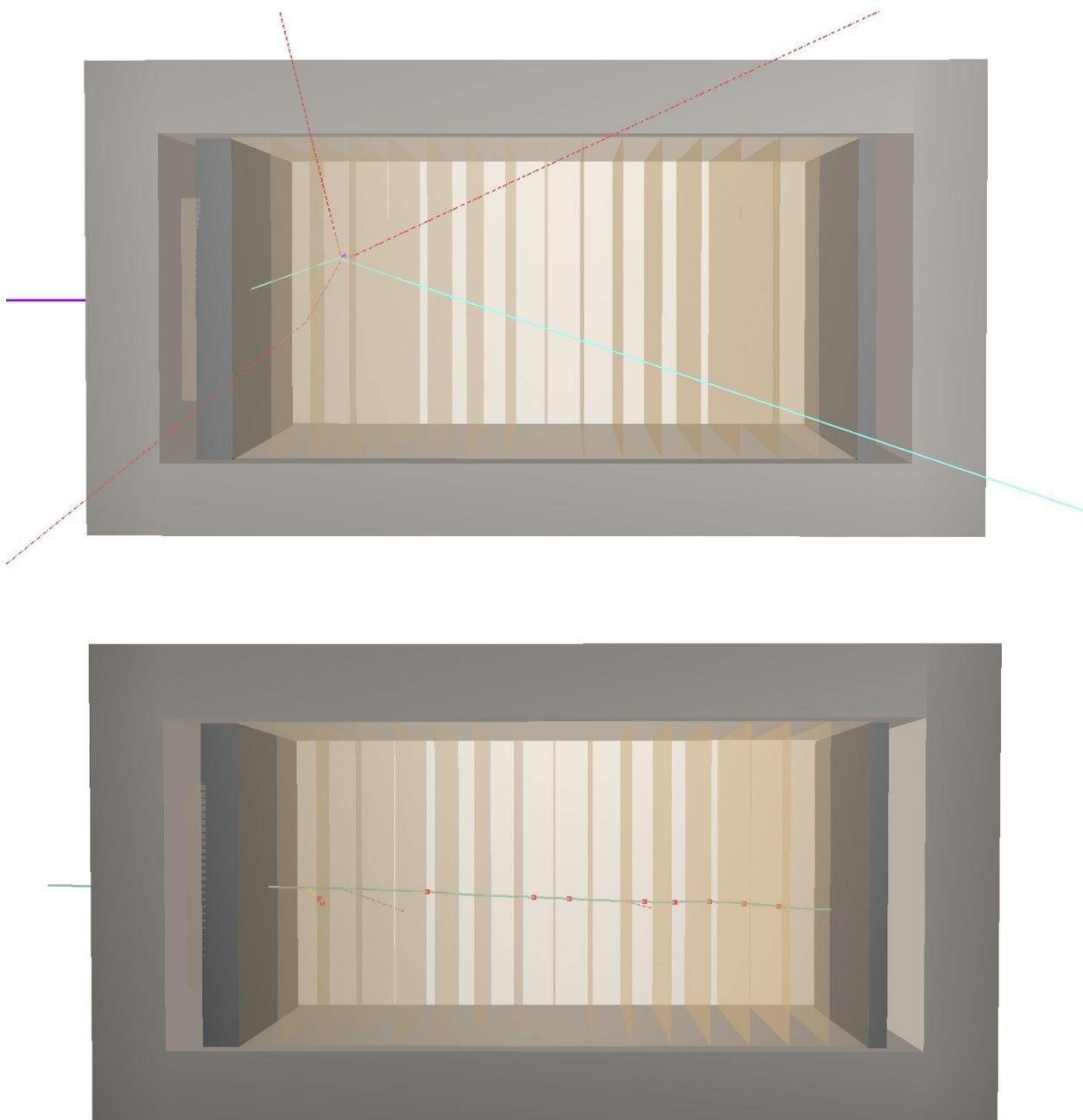


Рис. 5 Прохождения протона и мюона с энергией 1 ГэВ через прототип.
Сверху – протон, снизу – мюон.

На рисунке видно, что в данном примере в результате взаимодействия протона с веществом детектора рождаются нейтроны и фотоны, покидающие пределы прототипа, в то время как при взаимодействии мюона с веществом такого не происходит – порожденные электрон и гамма-квант поглощаются внутри прототипа.

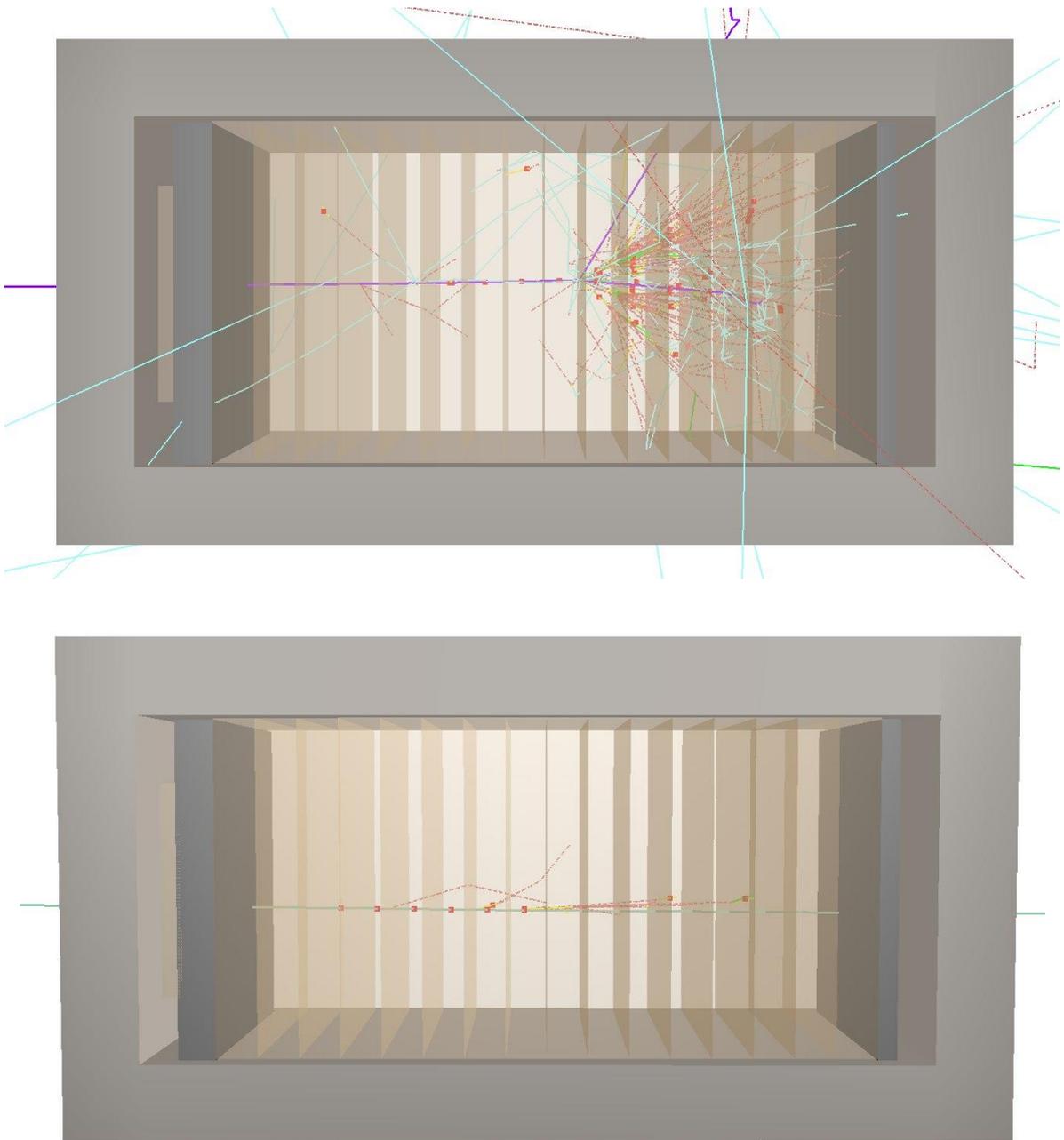


Рис. 6 Прохождения протона и мюона с энергией 10 ГэВ через прототип.
Сверху – протон, снизу – мюон.

Согласно представленному рисунку, протон с энергией 10 ГэВ порождает каскад в детекторе, чего не происходит ни для протона с энергией 1 ГэВ, ни для мюона с энергией 10 ГэВ. Высокоэнергетический мюон, в свою очередь, рождает в детекторе несколько заряженных лептонов и фотонов, которые не покидают пределы прототипа. В дальнейшем полученные результаты будут сравниваться с данными, полученными при прохождении космических лучей через детектор.

АЛГОРИТМ КЛАСТЕРИЗАЦИИ DBSCAN

Для реконструкции событий по хитам в работе использовался алгоритм кластеризации DBSCAN [6]. Он относится к классу алгоритмов, которые выделяют кластеры на основе плотности точек в пространстве данных. Предположим, существует некоторая база данных D точек некоторого k -мерного пространства S . Определим несколько ключевых для DBSCAN понятий:

- ε -окрестность точки p , обозначаемая как $N_\varepsilon(p)$, определяется как $N_\varepsilon(p) = \{q \in D \mid \text{dist}(p,q) \leq \varepsilon\}$, где $\text{dist}(p,q)$ – расстояние между точками p и q .
- MinPts (Минимальное количество точек): Минимальное число точек, которое должно быть в ε -окрестности точки p , чтобы она считалась "основной точкой" (core point).
- Основная точка (Core Point): Точка, которая имеет по крайней мере MinPts соседей в пределах своей ε -окрестности.
- Пограничная точка (Border Point): Точка, которая сама по себе не является основной точкой, но находится в ε -окрестности основной точки.
- Шумовая точка (Noise Point): Точка, которая не является ни основной, ни пограничной точкой.

Работу алгоритма вкратце можно описать несколькими последовательными операциями. Сперва нужно задать входные параметры ε и minPts. В идеале соответствующие параметры должны быть оптимально подобраны для каждого кластера, но нет простого способа получить их заранее для всех кластеров базы данных точек. Однако существует простая и эффективная эвристика (представленная в разделе 4.2 статьи [6]) для определения параметров ε и minPts "самого тонкого", т.е. наименее плотного, кластера в базе данных. Поэтому DBSCAN использует глобальные значения для ε и minPts, т.е. одинаковые значения для всех кластеров.

Алгоритм запускается с произвольной точки p и проверяет, является ли она основной. Если p является основной, то все точки в её ε -окрестности добавляются в текущий кластер. Все добавленные точки (кроме p) проверяются на признаки основной. Если очередная точка является основной, то по аналогии все точки из её ε -окрестности добавляются в тот же кластер. Затем в кластер добавляются все пограничные точки. Процесс продолжается, пока все точки, достижимые из начальной основной точки, не будут добавлены в кластер.

Далее алгоритм переходит к следующей непосещенной точке и повторяет процесс до тех пор, пока все точки не будут обработаны. Шумовые точки не добавляются ни в какой из кластеров и помечаются соответствующим образом. Как уже говорилось, для DBSCAN необходимы два параметра, ε и minPts , однако эксперименты, описанные в статье [6] указывают на то, что результат работы алгоритма остается практически постоянным для разных $\text{minPts} \geq 2 * n_{\text{dim}}$, где n_{dim} – размерность пространства точек. Вследствие этого можно уменьшить количество входных параметров до одного, задав minPts равным 6 для набора точек, положение которых задается тремя координатами.

На рис. 7 приведён результат работы алгоритма на трех разных базах данных точек в сравнении с другим похожим алгоритмом – CLARANS [7].

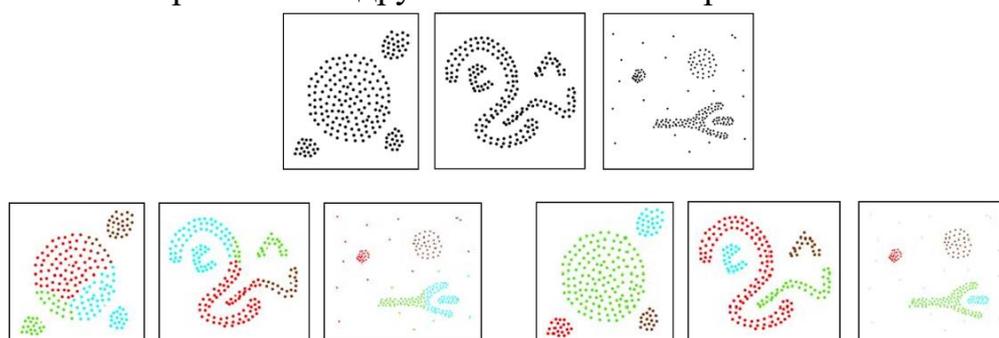


Рис. 7 Иллюстрация работы алгоритмов кластеризации. Сверху изображен оригинальный набор точек. Слева снизу – результат работы алгоритма CLARANS. Справа снизу – алгоритма DBSCAN.

Как видно из рисунка, алгоритм DBSCAN точнее группирует точки в кластеры, а также, в отличие от CLARANS, определяет шумовые точки.

Поскольку программный пакет SpdRoot разработан на языке C++, стандартные библиотеки которого не содержат встроенной реализации алгоритма DBSCAN, была разработана собственная версия данного алгоритма для последующей интеграции в SpdRoot. В целях оптимизации работы с большими объемами данных использована структура kd-дерева, реализованная в свободно распространяемой библиотеке nanoflann [8]. На рис. 8 представлен пример сравнения результата работы алгоритма DBSCAN, реализованного на C++, с результатом стандартной версии из библиотеки scikit-learn языка Python на случайном наборе точек. Аналогичные эксперименты, проведенные на множестве других случайных выборок, показали, что в каждом тесте результаты обеих реализаций полностью совпадали.

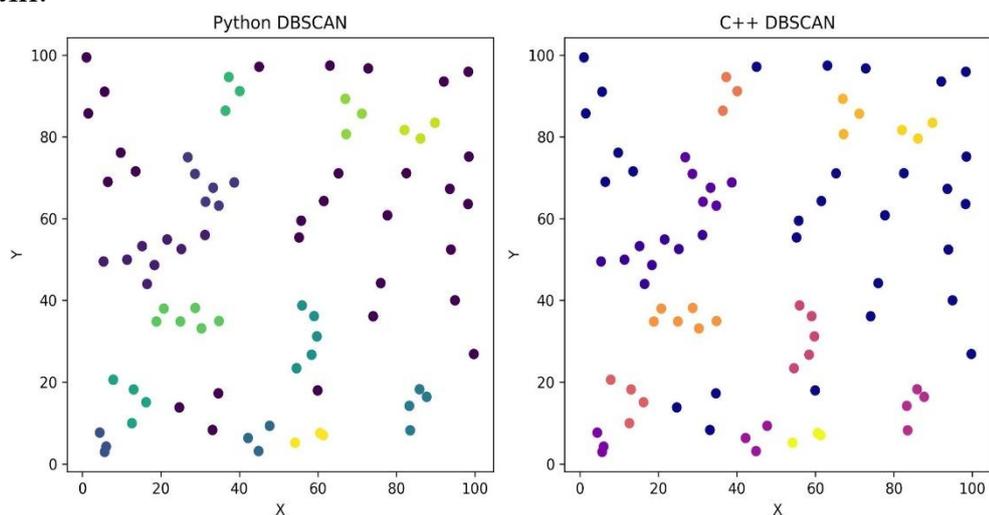


Рис. 8 Пример визуального сравнения работы двух реализаций алгоритма DBSCAN

Количество тестов n выбрано таким образом, чтобы обеспечить уровень доверия $\alpha = 0.99$ при предполагаемой вероятности ошибки в каждом тесте $p \leq 0.01$.

$$n \geq \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln(1-p)} \approx 459 \quad (1)$$

Разработанный алгоритм интегрирован в SpdRoot для формирования кластеров хитов и решения задачи классификации частиц в мюонной системе.

НЕЙРОННЫЕ СЕТИ

5.1 Общий принцип работы

С целью классификации треков, полученных в результате кластеризации хитов, в работе предполагается использование различных алгоритмов нейронных сетей.

Математическая модель нейрона, имитирующей деятельность нервных клеток, впервые была предложена Уорреном Маккаллоком и Уолтером Питтсом в работе [9]. Впоследствии Фрэнк Розенблатт разработал первую обучаемую нейронную сеть — персептрон, способную обучаться на основе примеров, что стало значимым этапом в развитии машинного обучения [10].

Искусственные нейронные сети представляют собой модели машинного обучения, основанные на принципах функционирования биологических нейронных сетей мозга. Они состоят из множества взаимосвязанных узлов — искусственных нейронов, организованных в слои. Каждый нейрон принимает входные данные, выполняет их обработку и передает результат следующим нейронам. Схема работы такого нейрона представлена на рис. 9.

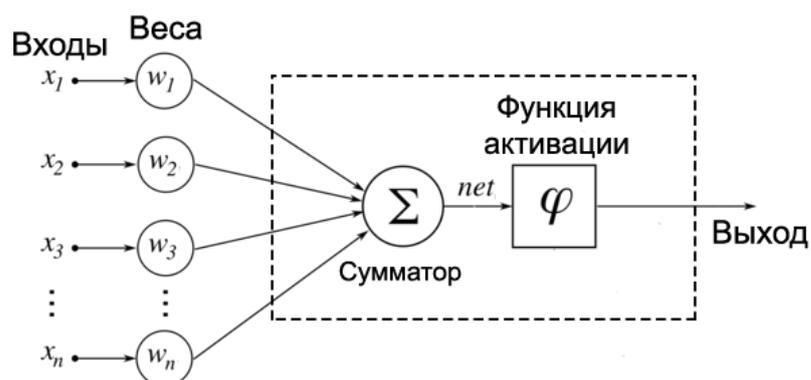


Рис. 9 Схема работы искусственного нейрона в нейронных сетях

Искусственный нейрон принимает несколько входных сигналов, которые умножаются на соответствующие весовые коэффициенты. Затем вычисляется их взвешенная сумма, к которой может добавляться смещение (bias).

Полученное значение передается на вход функции активации, определяющей выходной сигнал нейрона. Функция активации вводит в модель нелинейность, что позволяет нейросети решать более сложные задачи.

Нейроны формируют три основных типа слоев: входной, один или несколько скрытых и выходной. Исходные данные подаются на входной слой, затем проходят обработку в скрытых слоях и, в конечном итоге, поступают на выходной слой, формируя итоговый результат. Схематичное изображение структуры искусственной нейронной сети приведено на рис. 10.

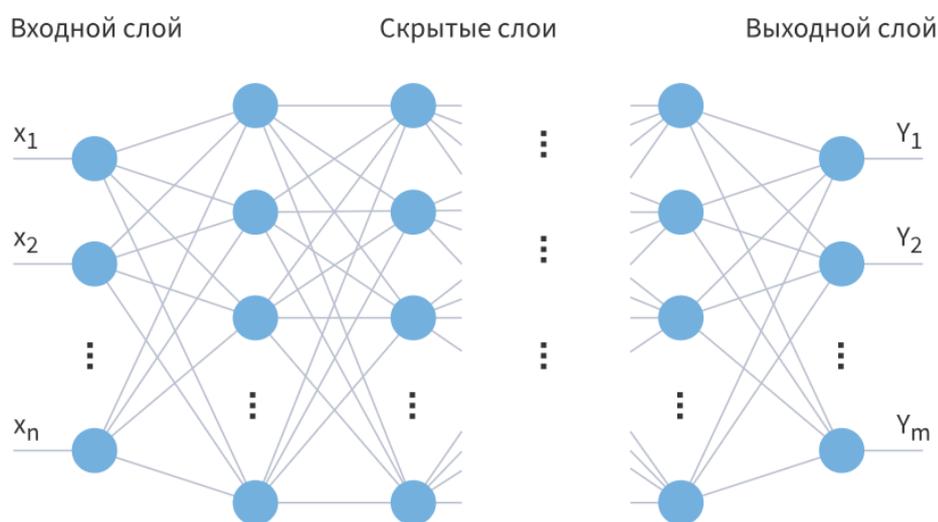


Рис. 10 Схема искусственной нейронной сети

Процесс обучения нейронной сети заключается в подборе значений весовых коэффициентов связей между нейронами с целью минимизации ошибки выходного сигнала. Одним из наиболее распространенных методов обучения является алгоритм обратного распространения ошибки [11], который корректирует веса на основе разницы между предсказанными и реальными значениями выходных данных.

Таким образом, искусственные нейронные сети моделируют процессы обработки информации, характерные для биологических систем, и находят широкое применение в задачах классификации, распознавания образов и прогнозирования.

5.2 Сверточные нейронные сети

Первым способом решения задачи классификации является применение сверточной нейронной сети (CNN), концепция которой была впервые предложена Яном Лекуном и его коллегами [12].

Сверточные нейронные сети (Convolutional Neural Networks, CNN) представляют собой специализированную архитектуру искусственных нейронных сетей, разработанную для эффективного распознавания и обработки данных с сеточной структурой, таких как изображения. Основу CNN составляет операция свертки, представляющая собой применение фильтров (также называемых ядрами свертки) к входным данным. Каждый фильтр представляет собой небольшую матрицу весов, которая перемещается по входному изображению, выполняя скалярное произведение между элементами фильтра и соответствующими элементами входных данных. В результате данной операции формируется карта признаков, отражающая наличие определенных характеристик в различных областях изображения. Пример работы данного механизма представлен на рис. 11.

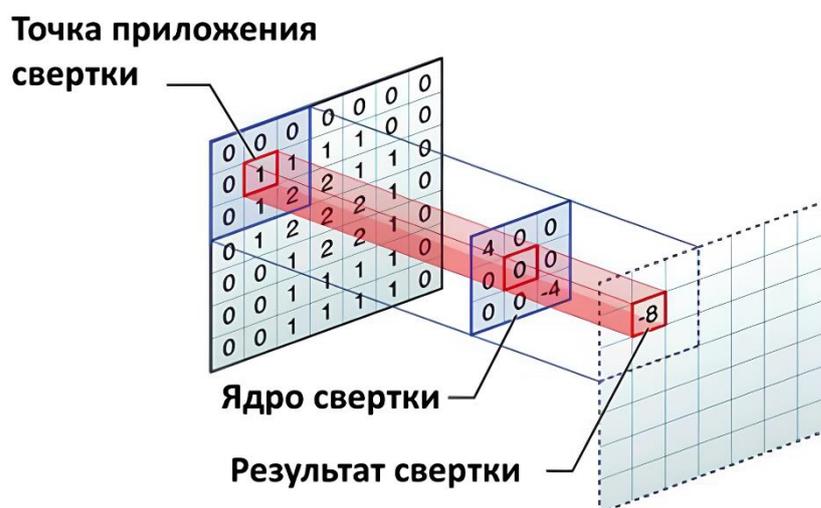


Рис. 11 Применение свертки в сверточном слое

Архитектура CNN, как правило, включает чередующиеся слои свёртки и подвыборки (пулинга), за которыми следуют один или несколько полносвязных слоёв, как показано на рис. 12. Свёрточные слои выполняют задачу извлечения локальных признаков, таких как края, углы и текстуры, в то время как слои пулинга уменьшают размер карт признаков, снижая вычислительную сложность и повышая устойчивость к смещениям и искажениям. Полносвязные слои, расположенные на завершающем этапе сети, предназначены для интеграции извлечённых признаков и выполнения окончательной классификации или регрессии.

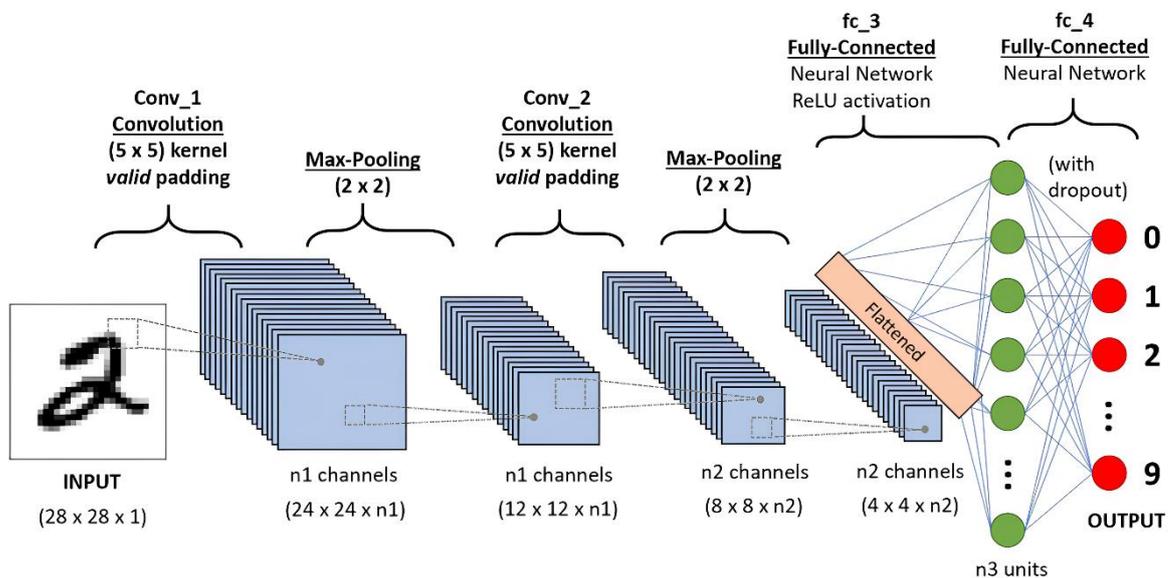


Рис. 12 Структура сверточной нейронной сети

В работе в качестве входных данных для алгоритма CNN планируется использование изображений кластеров, полученных в результате применения алгоритма DBSCAN. Для обучения модели предполагается привлечь данные, полученные в результате моделирования Монте-Карло для различных частиц с различными энергиями. На рис. 13 представлен пример кластеров, образованных в результате моделирования прохождения J/ψ через мюонную систему.

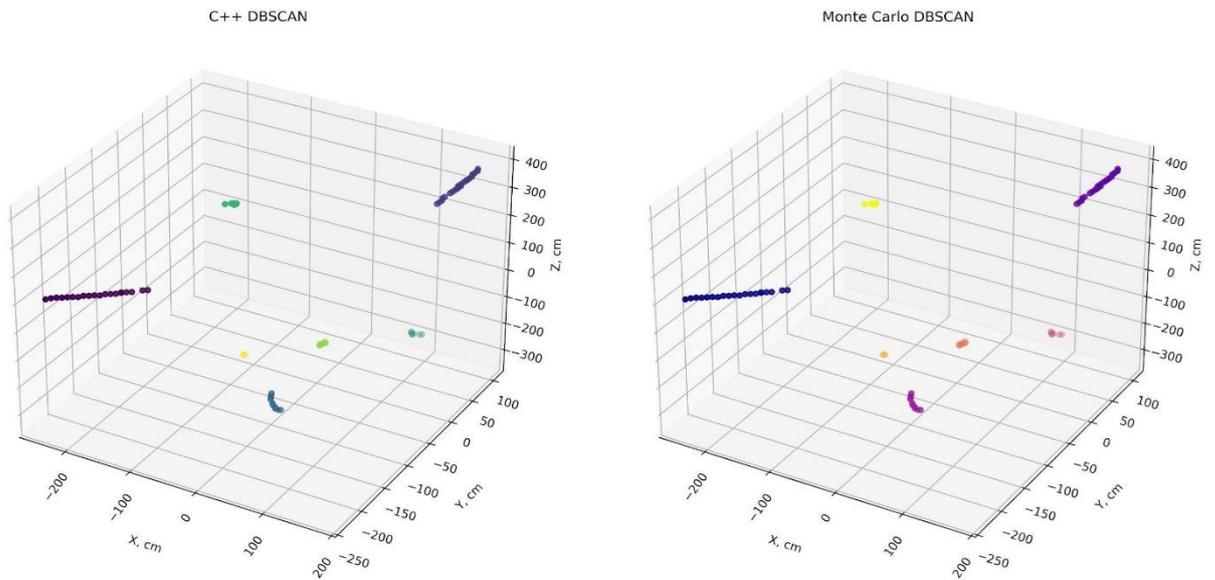


Рис. 13 Кластеризация хитов для смоделированного события J/ψ .
 На рисунке показано сравнение кластеров, полученных в результате работы алгоритма, интегрированного в SpdRoot, и его стандартной реализации.

Обученная нейронная сеть будет использоваться для классификации частиц, включая мюоны, по кластерам хитов, сформированным в мюонной системе. В дальнейшем планируется применение других типов нейронных сетей для решения данной задачи и поиска оптимального подхода к идентификации мюонов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе произведено моделирование прототипа мюонной системы эксперимента SPD с использованием программного пакета SpdRoot. В дальнейшем геометрическую модель планируется использовать для разработки алгоритмов идентификации частиц и анализа их взаимодействия с веществом детектора. Также произведено моделирование и визуализация событий в прототипе, получен набор хитов частиц. С использованием алгоритма кластеризации DBSCAN сформированы треки для дальнейшей обработки и анализа данных моделирования. Реализация алгоритма выполнена на языке C++ и интегрирована в программный пакет SpdRoot. На следующем этапе предполагается разработка алгоритма идентификации различных частиц и измерения их характеристик с использованием нейронных сетей. Кроме того, планируется усложнение существующей модели мюонной системы за счет учета дополнительных компонентов (электроника, крепежные элементы и др.), а также модификация ее геометрии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Technical design report of the Spin Physics Detector / International spin physics collaboration at the collider NICA // 12 February, 2023
- [2] Conceptual design of the Spin Physics Detector/ V.M. Abazov, V. Abramov, L.G. Afanasyev // arXiv:2102.00442, January 2021
- [3] The Muon system of the run II D0 detector / V. M. Abazov et al. // Nucl. Instrum. Meth., 2005
- [4] The COMPASS experiment at CERN / P. Abbon et al. // Nucl. Instrum. Meth., 2007
- [5] Technical Design Report for the PANDA Electromagnetic Calorimeter / Rainer Novotny et al. // panda.gsi.de, August 2008
- [6] A Density-Based Algorithm for Discovering Clusters in Large Spatial Databases with Noise / Martin Ester et al. // Proceedings of the Second International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD-96), pp. 226-231, 1996
- [7] CLARANS: A Method for Clustering Objects for Spatial Data Mining / Ng, R. T., & Han, J. // IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 14(5), 1003-1016, 1994
- [8] nanoflann: A C++ header-only fork of FLANN, a library for Nearest Neighbor (NN) with KD-trees / J. L. Blanco, P. K. Rai // Retrieved from: <https://github.com/jlblancoc/nanoflann>
- [9] A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity / W. McCulloch, W. Pitts // Bulletin of Mathematical Biophysics, 1943
- [10] The Perceptron: A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain / F. Rosenblatt // Psychological Review, 1958
- [11] Learning Representations by Back-Propagating Errors / D. Rumelhart, G. Hinton, R. Williams // Nature, 1986

[12] Backpropagation Applied to Handwritten Zip Code Recognition / Y. LeCun, B. Boser, J. S. Denker, D. Henderson, R. E. Howard, W. Hubbard, L. D. Jackel // Neural Computation, 1989