

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ) ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 539.1.07

ОТЧЕТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

ИЗУЧЕНИЕ РАСПАДА K^+ В 3π

Студент _____ Е. А. Завидов

Научный руководитель
д.ф-м.н. _____ С. Р. Слабоспицкий

Научный консультант
_____ А. В. Охотников

Москва 2025

Содержание

1	Введение	3
1.1	Эксперимент ОКА	3
1.2	Описание установки	3
2	Отбор событий	5
3	Диаграммы Далица и матричный элемент	6
4	Исследование возможности образования связанных состояний $\pi^+\pi^-$ в распадах каонов	13
5	Расчет ширины распада $A_{2\pi} \rightarrow 2\gamma$	14
5.1	Суммирование по поляризациям	15
5.2	Вектор состояния пиония	16
6	Заключение	19

1 Введение

1.1 Эксперимент ОКА

Эксперимент ОКА (сокращение от "Опыты с КАонами") - это экспериментальная установка на ускорителе У-70, находящаяся в Институте Физики Высоких Энергий в г. Протвино. Целями эксперимента является поиск отклонений от Стандартной Модели, проявляющихся в редких распадах каонов, а также наблюдении эффектов от прямого нарушения СР-симметрии в распадах заряженных каонов.

В частности в данной работе проводится исследование распада положительно заряженного каона на три заряженных пиона

$$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+$$

Анализ этого распада проводился в разное время в большом количестве экспериментов, наиболее известным из которых является NA-48 в CERN, закончивший работу в начале 00-ых. Однако подробного исследования данного распада на ОКА еще не проводилось, с чем и связана новизна данной работы.

1.2 Описание установки

Эксперимент ОКА использует вторичный адронный пучок, обогащенный каонами. Сама установка состоит из двух магнитных спектрометров, двух калориметров и распадного объема.

Первый магнитный спектрометр состоит из магнита M_1 , окруженного миллиметровыми пропорциональными камерами BPC_{1-4} , служащими для измерения импульса входящего пучка. В дополне-

ние к ним применяются два черенковских детектора C_{1-2} , служащих для идентификации каонов.

11-метровый распадный объем DV, наполненный гелием, внутри которого помещена медная мишень оснащена 11 кольцами защитной системы, в помощь к которым применяется гамма детектор (BGD), состоящий из хрусталя, используемый для наложения ограничений по углам разлета продуктов распада.

Второй спектрометр состоит из магнита SP_{40A} , 2-мм пропорциональных камер PC_{1-8} , и дрейфовых трубок ST_{1-2} , DT_{1-2} . Матричный годоскоп $HODO_{matrix}$, состоящий из 252 сцинтилляторов, используется для улучшения временного разрешения и связи $x - y$ проекций треков. Два сцинтилляционных счетчика S_{bk} служат для поглощения нераспавшихся частиц.

В задней части установки стоят два калориметра: электромагнитный GAMS-2000 и адронный HCAL. Наконец, 4 частично перекрывающихся мюонных счетчика стоят позади адронного калориметра. Более детальное описание установки дано в [1]

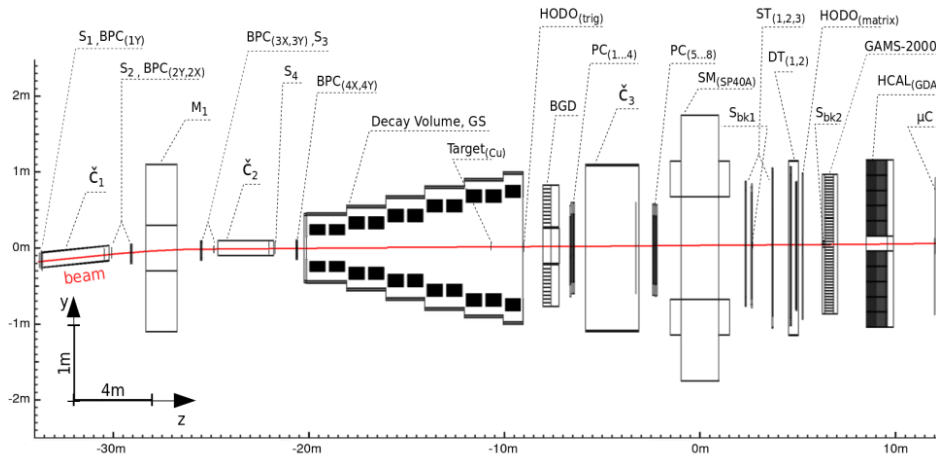


Рис. 1: Схема установки ОКА

2 Отбор событий

В данной работе проводится анализ данных, собранных за 14 сеанс работы ускорите в 2018 году, с использованием пучка импульсом 17.7 ГэВ.

Отбор событий производился с использованием следующих кат-тов:

- Число треков в реконструированном событии равняется 4, что отвечает одному первичному треку и 3 вторичным.
- Распадная частица - каон. Проверка типа частицы идет по срабатыванию соответствующего триггера.
- Суммарный заряд реконструированных треков равняется +1.
- Вершина распада находится внутри распадного объема и не попадает в мишень.
- Заряженные треки, зарегистрированные электромагнитным калориметром, не соответствуют электронам.
- Энергии всех распадных частиц в системе покоя каона удовлетворяют условию $E_i^* \geq m_\pi = 0.14$ ГэВ.
- Модуль импульса системы вторичных треков в системе покоя каона $p_\Sigma < 0.025$ ГэВ.

Данный кат отображает закон сохранения импульса.

В связи с большим брэнчингом изучаемого распада [2],

$$Br(K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+) = (5.58 \pm 0.02)\%$$

и высокой точности алгоритма реконструкции, фоновые события сильно подавлены.

По результатам отбора для экспериментальных данных построено распределение по инвариантной массе системы продуктов.

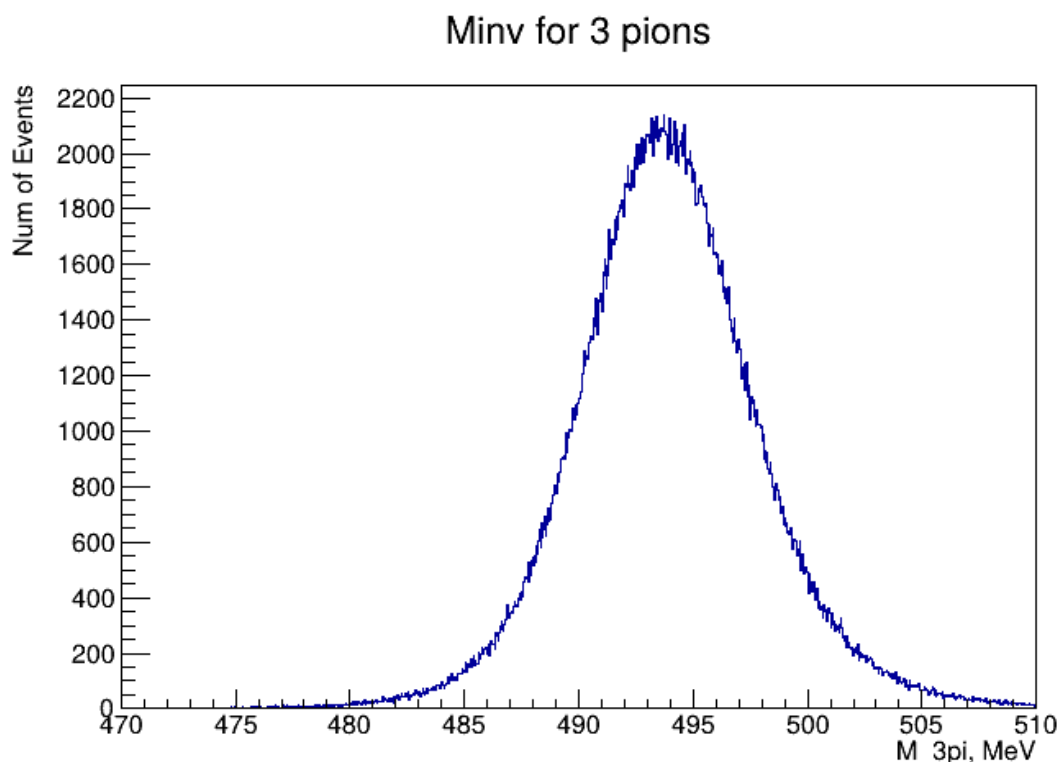


Рис. 2: Распределение по инвариантной массе продуктов распада

3 Диаграммы Далица и матричный элемент

Дальнейшая работа заключается в анализе диаграмм Далица.

Так как плотность распределения вероятности по фазовому объему в энергетических переменных не зависит от кинематики процесса,

любые уплотнения связаны с динамикой процесса и характеризуются квадратом модуля матричного элемента.

Для экспериментального определения зависимости квадрата модуля матричного элемента от набора кинематических инвариантов обычно переходят от стандартных переменных s_{ij} к параметризации, впервые предложенной С. Вайнбергом[3]:

$$|M|^2 \propto 1 + g \frac{s_3 - s_0}{m_{\pi^+}^2} + h \left[\frac{(s_3 - s_0)^2}{m_{\pi^+}^4} \right] + k \left[\frac{(s_2 - s_1)^2}{m_{\pi^+}^4} \right], \quad (1)$$

где $s_i = (p_K - p_i)^2$ и $s_0 = \frac{1}{3}(m_K^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2)$, а индекс 3 относится к нечетному пиону (в данном случае отрицательному). Переменные $\frac{s_3 - s_0}{m_{\pi^+}^2}$ и $\frac{(s_2 - s_1)^2}{m_{\pi^+}^4}$ обозначаются u и v соответственно. Тогда задача определения параметров g , h и k , становится полезной для работы с киральной теорией возмущения[4, 5] - эффективной теории поля, в частности описывающей распады легких мезонов, и при поиске прямого СР-нарушения.

С учетом новой параметризации была построена диаграммы Далица для экспериментальных данных.

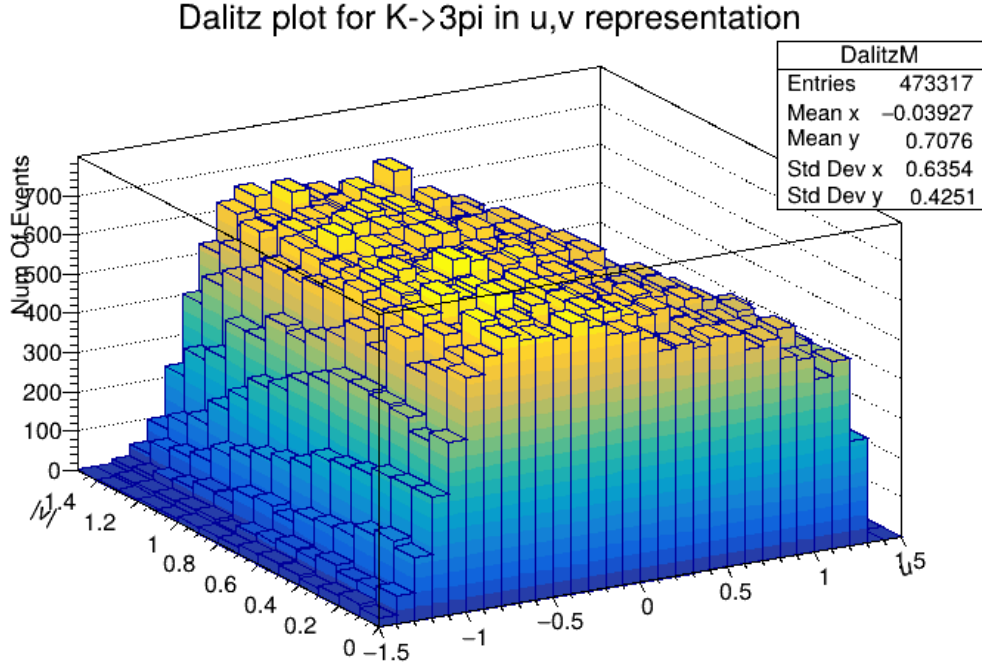


Рис. 3: Диаграмма Далица для экспериментальных данных

Фитирование экспериментальных данных проводится с помощью следующей функции

$$F(u, |v|)^{data} \sim F(u, |v|)_0^{MC} + gF(u, |v|)_u^{MC} + hF(u, |v|)_{u^2}^{MC} + kF(u, |v|)_{v^2}^{MC} \quad (2)$$

Слагаемые из правой части являются Далитц-распределениями Монте-Карло данных, взятых при постоянном матричном элементе и взвешенных с соответствующими координатами.

На рисунках 4, 5 в качестве проверки правильности работы МС-генератора, приведены распределения по инвариантной массе Монте-Карло данных до и после реконструкции соответственно.

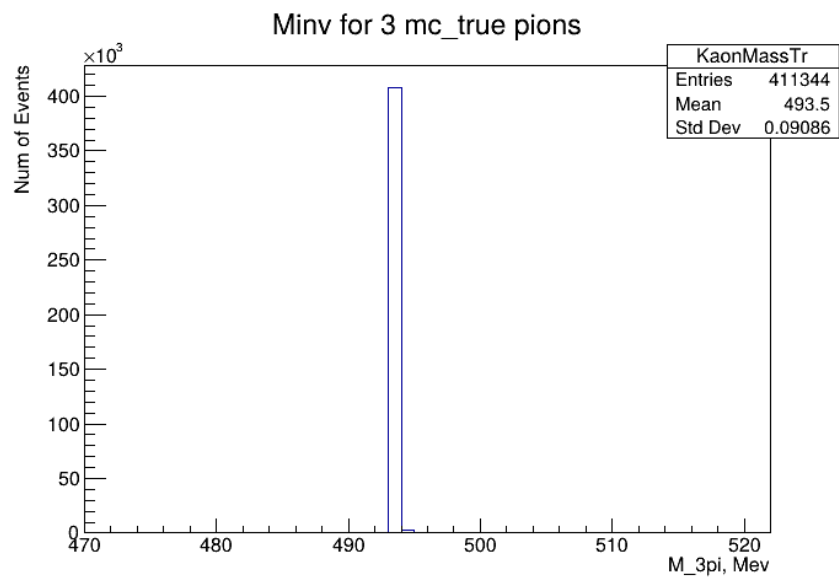


Рис. 4: Распределение по инвариантной массе распадных частиц до реконструкции

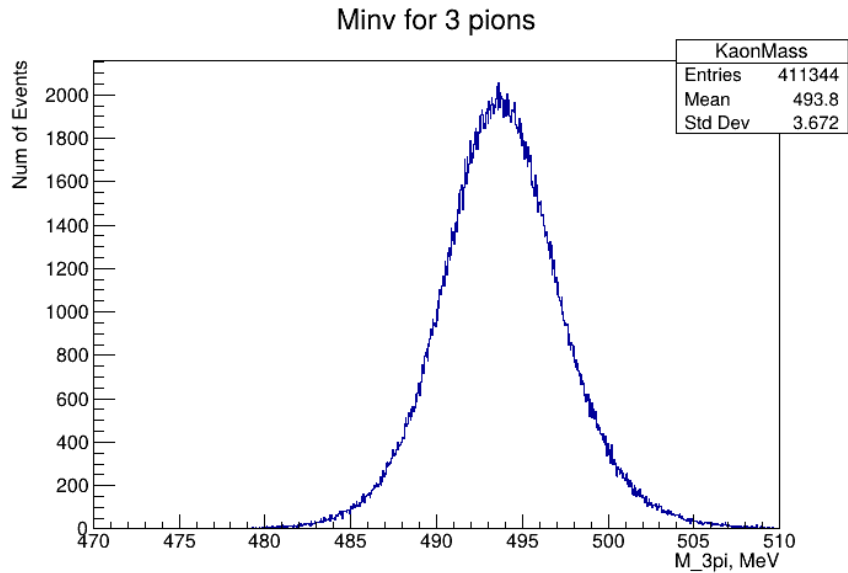


Рис. 5: Распределение по инвариантной массе распадных частиц после реконструкции

Именно данные, прошедшие реконструкцию используются в даль-

нейшем для построения взвешенных диаграмм Далица.

Построенные Диаграммы Далица, отнормированные на интеграл гистограммы приведены на рисунках 6-9 соответственно.

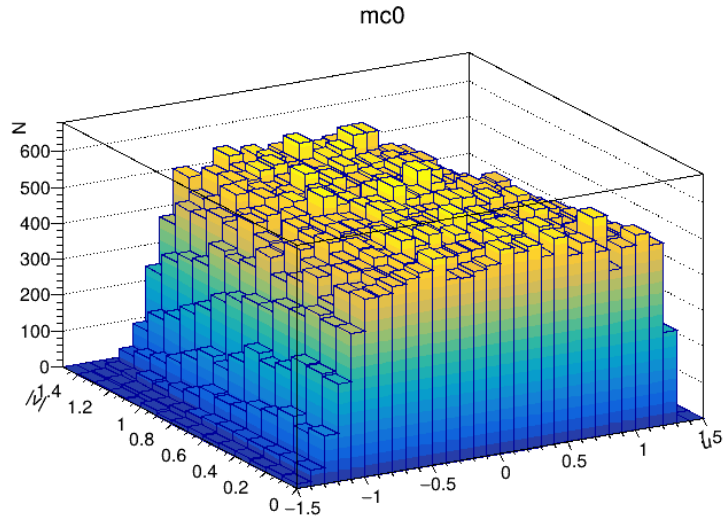


Рис. 6: Далиц плот для MC_{reco} с весом 1

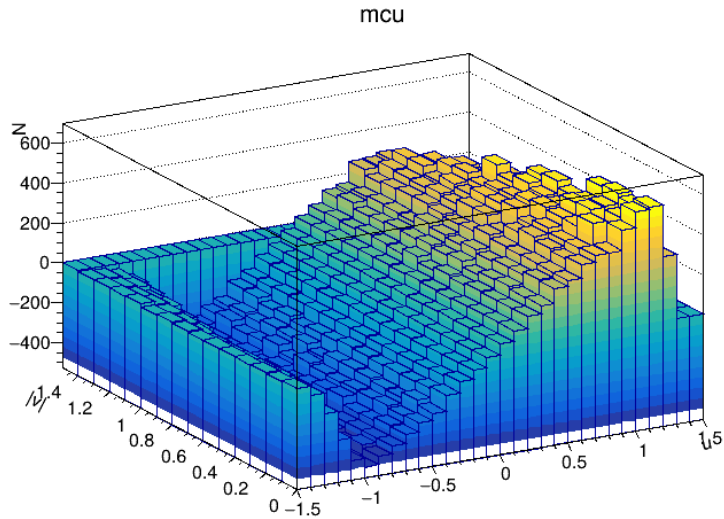


Рис. 7: Далиц плот для MC_{reco} с весом u

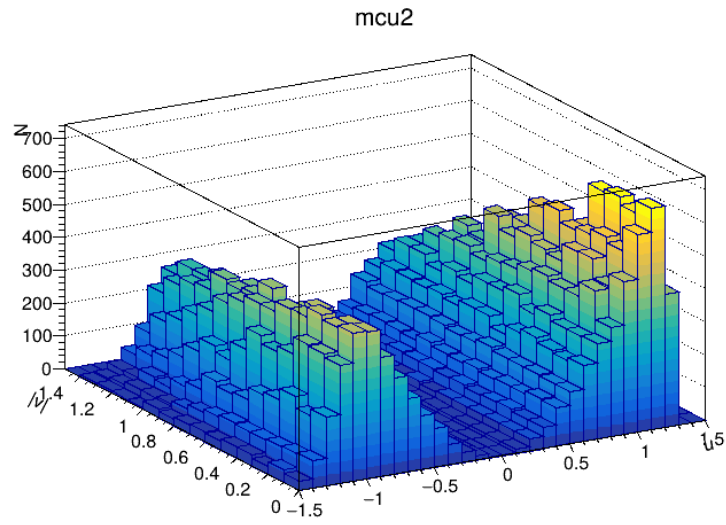


Рис. 8: Далиц плот для MC_{reco} с весом u^2

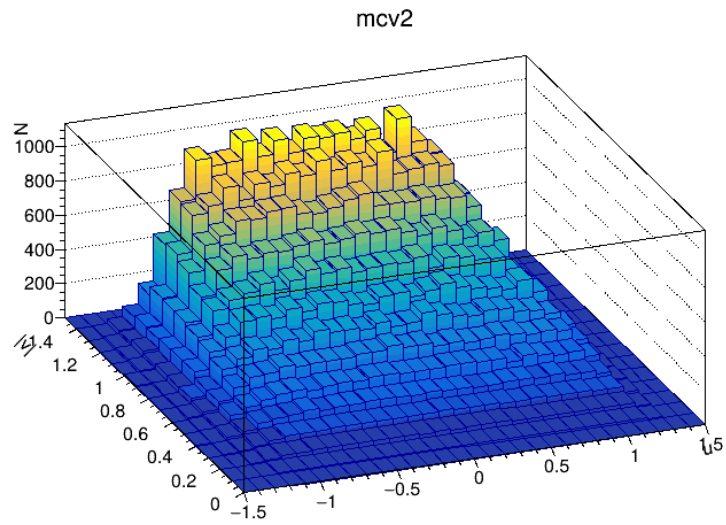


Рис. 9: Далиц плот для MC_{reco} с весом v^2

На данном этапе пока отсутствует возможность получить неизвестные параметры путем фитирования экспериментальных данных построенными распределениями, поэтому в качестве первичной оценки правильности работы алгоритмов отбора событий посмотрим на

согласие экспериментальной зависимости с моделью, данной построенными Монте-Карло с коэффициентами пропорциональности, взятыми из PDG.

Современные значения из [2]

$$\begin{aligned} g &= (-0.21134 \pm 0.00017) \\ h &= (0.01848 \pm 0.00040) \\ k &= (-0.00463 \pm 0.00014) \end{aligned} \tag{3}$$

Сравнение нормированных гистограмм приводит к следующему результату

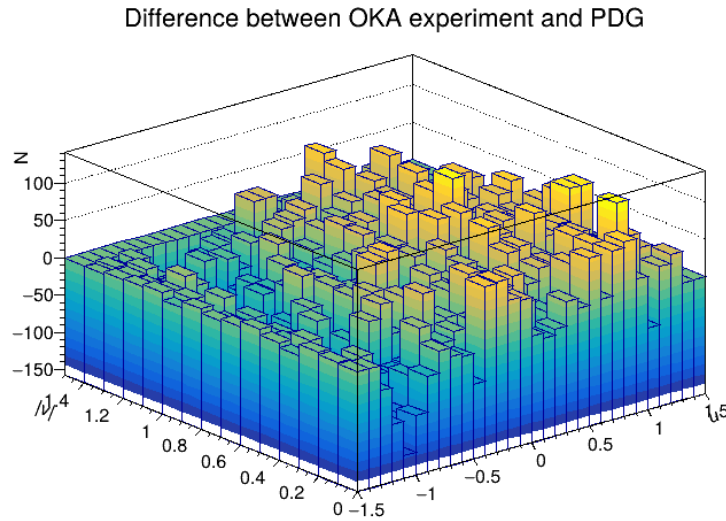


Рис. 10: Разность экспериментального распределения и Монте-Карло с параметрами из PDG

Из сравнения видно, что наибольшее отклонение от 0 достигает до $\frac{1}{6}$ от числа событий в бине экспериментальных данных. Еще большее отклонение заметно на краях распределения, но из-за небольшой статистики экспериментальных данных в этом регионе стоит ввести

параметр обрезания гистограммы, чтобы исключить влияние этих событий.

4 Исследование возможности образования связанных состояний $\pi^+\pi^-$ в распадах каонов

Другая задача, поставленная во время изучения физики K -мезонов, заключается в исследовании возможности образования связанных состояний пионов, называемых пионием, образованных в результате адронных распадов каонов и определении их времени жизни.

Амплитуда рождения пионного атома при распаде каона дается формулой

$$\langle P_2, A_{2\pi} | P_1 \rangle = I(Q_1, \frac{P_A}{2}, \frac{P_A}{2}, Q_2) i \frac{\Psi(0)}{\sqrt{m}} \quad (4)$$

Здесь $I(Q_1, \frac{P_A}{2}, \frac{P_A}{2}, Q_2)$ - амплитуда рождения свободных частиц в реакции $Q_1 \rightarrow \pi^+(p_1) + \pi^-(p_2) + Q_2$, а $\Psi(0) = \Psi(\vec{x} = 0)$ - волновая функция водородоподного атома пиония в начале координат.

Амплитуда неатомного распада, входящая в (4) и дается распределением, обсужденным в прошлой главе. Именно поэтому важно получить точные значения параметров g, h, k .

Влияние моды распада пиония $A_{2\pi} \rightarrow \pi^0\pi^0$ на форму Далиц распределения в параметризации Вайнберга обсуждается в работе [6]. В данной работе рассмотрение начинается с вычисления парциальной ширины распада пиония на 2 фотона.

5 Расчет ширины распада $A_{2\pi} \rightarrow 2\gamma$

Аннигиляция пионов в два фотона в низшем порядке теории возмущений в рамках скалярной электродинамики дается 3 диаграммами:

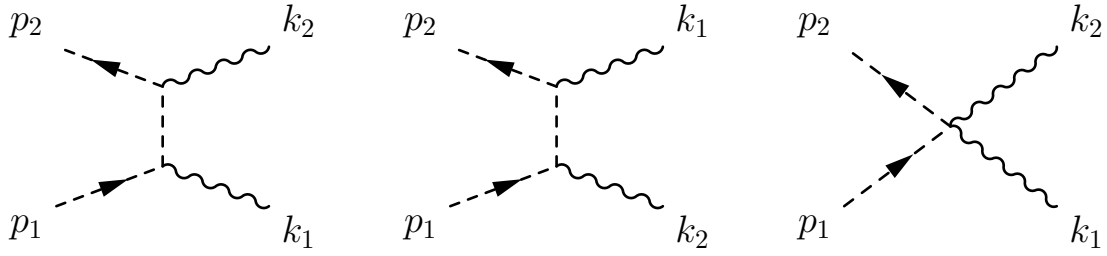


Рис. 11: Диаграммы Фейнмана аннигиляции пионов

Матричный элемент дается выражением (принимая, что нормированные волновые функции скалярных частиц равны 1)

$$\mathcal{M} = ie^2 \epsilon^{*\mu}(k_1) \epsilon^{*\nu}(k_2) \times \left(2g_{\mu\nu} - (p_1 + p)_\mu \frac{1}{p^2 - m^2} (p - p_2)_\nu - (p_1 + q)_\nu \frac{1}{q^2 - m^2} (q - p_2)_\mu \right) \quad (5)$$

Закон сохранения 4-импульса

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 &= k_1 + k_2 \\ p &= p_1 - k_1 \rightarrow p^2 - m^2 = -2p_1 k_1 \\ q &= p_1 - k_2 \rightarrow q^2 - m^2 = -2p_1 k_2 \end{aligned} \quad (6)$$

Перепишем матричный элемент в соответствии с приведенными выражениями для переданных импульсов

$$\mathcal{M} = ie^2 \epsilon^{*\mu}(k_1) \epsilon^{*\nu}(k_2) \times \left(2g_{\mu\nu} + \frac{(2p_1 - k_1)_\mu (p_1 - p_2 - k_1)_\nu}{2p_1 k_1} + \frac{(2p_1 - k_2)_\nu (p_1 - p_2 - k_2)_\mu}{2p_1 k_2} \right) \quad (7)$$

Полученный матричный элемент является калибровочно-инвариантным, что и следовало ожидать.

Воспользуемся калибровкой Лоренца $k \cdot \epsilon(k) = 0$ и $p_1 \cdot \epsilon(k_i) = 0$, тогда в матричный элемент будет давать вклад только третья диаграмма

$$\mathcal{M} = 2ie^2 \epsilon^*(k_1) \cdot \epsilon^*(k_2) \quad (8)$$

Таким образом, квадрат модуля матричного элемента имеет вид

$$|\mathcal{M}|^2 = 4e^2 |\epsilon(k_1) \cdot \epsilon(k_2)|^2 \quad (9)$$

5.1 Суммирование по поляризациям

Перед тем как просуммировать матричный элемент по поляризациям фотона, рассмотрим, что означает выбор векторов поперечной поляризации ортогональных 4-импульсу пиона. В произвольной системе отсчета всегда можно выбрать 2 вектора поляризации, лежащих в плоскости ортогональной некоторым 4-векторам k и n , где k - импульс фотона, а n - произвольный 4-вектор, удовлетворяющий следующим условиям: $n^0 > 1$, $n^2 = 1$. Тогда, в системе отсчета, где $n^0 = 1$ и $k = \begin{pmatrix} k & 0 & 0 & k \end{pmatrix}$, вектора поперечной поляризации можно выбрать действительными $\epsilon^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ и $\epsilon^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Для произвольно ориентированного вектора k , вектора попереч-

ной поляризации выглядят следующим образом

$$\epsilon^1 = \begin{pmatrix} 0 & \cos \theta & 0 & -\sin \theta \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\epsilon^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

В общем случае, получаем для суммы по поляризациям двух фотонов

$$\sum_{s_1, s_2} |\epsilon^{s_1}(k_1) \cdot \epsilon^{s_2}(k_2)|^2 = 1 + \cos^2 \theta_{12} \quad (12)$$

θ_{12} - угол разлета фотонов. Соотношение следует из

$$\cos \theta_{12} = \cos(\theta_1 + \theta_2) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 = \vec{\epsilon}^1(k_1) \cdot \vec{\epsilon}^1(k_2) \quad (13)$$

Таким образом, квадрат матричного элемента, просуммированного по поляризациям фотонов имеет вид

$$\sum_{s_1, s_2} |\mathcal{M}|^2 = 4e^4(1 + \cos^2 \theta_{12}) \quad (14)$$

5.2 Вектор состояния пиония

Теперь необходимо перейти от рассмотрения аннигиляции свободных пионов к аннигиляции их связанного состояния. Для этого необходимо построить вектор состояния атома.

Систему двух частиц, взаимодействующих за счет центральных сил и образующих связанные состояния, удобно рассматривать, введя вместо импульсов p_1, p_2 , импульс центра масс P и относительный импульс p . Первоначальные импульсы записываются в виде

$$\vec{p}_1 = -\vec{p} + \frac{\vec{P}}{2} \quad (15)$$

$$\vec{p}_2 = \vec{p} + \frac{\vec{P}}{2} \quad (16)$$

Тогда для пиония, как водородоподобного атома, можно оценить импульс относительного движения пионов из соотношения неопределенности Гейзенберга (a - боровский радиус атома пиония):

$$p \cdot a \simeq 1 \Rightarrow p \simeq \frac{1}{a} = \frac{\alpha m_\pi}{2} \ll m_\pi \quad (17)$$

Следовательно для распада пиония, рассматривающегося в его системе покоя, импульсы π -мезонов можно считать нулевыми. Таким образом, в нашей задаче мы рассматриваем аннигиляцию пионов, также находящихся в покое.

Теперь, когда мы установили, что рассматриваемая система не является релятивистской и допускает использования импульсов p и P , мы можем написать вектор состояния атома:

$$\left| A_{2\pi}(\vec{P}_B) \right\rangle = \int \frac{dp dP}{(2\pi)^6} \left| \vec{p}, \vec{P} \right\rangle \left\langle \vec{p}, \vec{P} \right| A_{2\pi}(\vec{P}) \rangle \quad (18)$$

Так как мы допускаем, что импульс пиония (импульс центра масс) представляется достаточно узким волновым пакетом, мы можем положить, что

$$\left\langle \vec{P} \right| \vec{P}_B \rangle = (2\pi)^3 \delta(\vec{P} - \vec{P}_B) \quad (19)$$

И вектор состояния примет вид

$$\left| A_{2\pi}(\vec{P}_B) \right\rangle = \int \frac{dp}{(2\pi)^3} \left| \vec{p}, \vec{P}_B \right\rangle \psi(p) \quad (20)$$

Здесь $\psi(p)$ - волновая функция водородоподобного атома. Теперь воспользуемся тем, что между фоковскими пространствами векторов состояния существует связь (мы уже задали явный вид преобразования) $|p_1, p_2\rangle \simeq |p\rangle \otimes |P\rangle = |p, P\rangle$. Дополнительно введем релятивистские нормировочные множители (так как для вычислений в рамках КЭД удобнее всего использовать релятивистски инвариантную нормировку одночастичных состояний)

$$\left| A_{2\pi}(\vec{P}_B) \right\rangle = \sqrt{2M} \int \frac{dp}{(2\pi)^3 \sqrt{2m} \sqrt{2m}} |-\vec{p}, \vec{p}\rangle \psi(p) \quad (21)$$

Здесь мы воспользовались тем, что рассматриваем пионий в его системе покоя и из анализа значений относительного импульса можем заменить $\sqrt{2E_\pi}$ на $\sqrt{2m_\pi}$.

Теперь мы можем написать амплитуду аннигиляции в виде

$$\mathcal{M}(A_{2\pi} \rightarrow 2\gamma) = \sqrt{2M} \int \frac{dp}{(2\pi)^3 \sqrt{2m} \sqrt{2m}} \mathcal{M}(\pi^+ \pi^- \rightarrow 2\gamma) \psi(p) e^{i\vec{p} \cdot \vec{0}} \quad (22)$$

Следовательно, квадрат матричного элемента с суммированием по поляризациям будет равен

$$|\mathcal{M}(A_{2\pi} \rightarrow 2\gamma)|^2 = |\mathcal{M}(\pi^+ \pi^- \rightarrow 2\gamma)|^2 \cdot |\psi(0)|^2 \cdot \frac{1}{m_\pi} \quad (23)$$

Парциальная ширина распада дается выражением

$$d\Gamma = \frac{1}{2M} \frac{1}{2} \frac{d^3 k_1 d^3 k_2}{2\omega_1 2\omega_2} \frac{1}{(2\pi)^6} |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P - k_1 - k_2) \quad (24)$$

Множитель $\frac{1}{2}$ связан с Бозе-симметрией конечного состояния. Интегрируя по импульсу k_2 и телесному углу 4π приходим к выражению

$$d\Gamma = \frac{1}{8m_\pi^2\pi} \frac{\omega_1^2 d\omega_1}{4\omega_1\hat{\omega}_2} 4e^4(1 + \cos^2 \pi) |\psi(0)|^2 \delta(M - \omega_1 - \hat{\omega}_2) \quad (25)$$

Дельта-функция устанавливает значение импульса k_2 и как следствие энергию 2-го фотона

$$0 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \rightarrow \hat{\omega}_2 = \omega_1 \quad (26)$$

Ширина принимает вид

$$\Gamma = \frac{e^4}{8m_\pi^2\pi} |\psi(0)|^2 \int d\omega_1 \delta(m_\pi - \omega_1) = \frac{e^4}{8m_\pi^2\pi} |\psi(0)|^2 \quad (27)$$

Координатная волновая функция в начале координат

$$|\psi(0)|^2 = \frac{1}{\pi a^3} = \frac{\alpha^3 m_\pi^3}{8\pi} \quad (28)$$

Подставляя в выражение для ширины и используя соотношение $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$, получим

$$\Gamma = \frac{e^4 \alpha^3 m_\pi}{64\pi^2} = \frac{\alpha^5 m_\pi}{4} \quad (29)$$

6 Заключение

В ходе семестровой работы было продолжено изучение распада $K^+ \rightarrow 3\pi$, увеличено количество обрабатываемых событий, получено улучшенное Далиц распределение по кинематическим переменным в параметризации Вайнберга.

Построены распределения для событий из Монте-Карло генератора с постоянным матричным элементом с учетом веса каждого из событий.

Получена первичная оценка справедливости формулы (2).

Начато изучение влияния образования связанных $\pi\pi$ состояний на Далиц распределения. Получена ширина распада пиония в 2 фотона в рамках низшего порядка теории возмущений.

Дальнейшая работа заключается в независимом получении параметров наклона Далиц плота g, h, k .

Анализе влияния появления связанных состояний на форму распределений как для распада $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+$, так и для $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0$.

Список литературы

- [1] M. Shapkin et al. Study of the decay $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\gamma$ in the OKA experiment. *The European Physical Journal C*, 79, 2019.
- [2] P. Zyla et al. Review of particle physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2020.
- [3] Steven Weinberg. New test for $\Delta I = \frac{1}{2}$ in K^+ decay. *Phys. Rev. Lett.*, 4(2), 1960.
- [4] Hai-Yang Cheng, C. Y. Cheung, and Wai Bong Yeung. Analysis of $K^+ \rightarrow 3\pi$ decays in chiral perturbation theory. *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields*, 43, 1989.
- [5] John F. Donoghue, Eugene Golowich, and Barry R. Holstein. Kaon decays and a determination of the scale of chiral symmetry. *Phys. Rev. D*, 30(3):587–593, 1984.

- [6] Gilberto Colangelo, Juerg Gasser, Bastian Kubis, and Akaki Rusetsky. Cusps in $K \rightarrow 3 \pi$ decays. *Phys. Lett. B*, 638:187–194".