МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 539.17

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

ПРОБЛЕМА ФОРМИРОВАНИЯ УГЛОВЫХ МОМЕНТОВ ОСКОЛКОВ ПРИ ДЕЛЕНИИ ЯДЕР

Студент ________ С. Мико

Научный руководитель,
д.ф.-м.н., проф. ________ А. Л. Барабанов

Москва 2025

Аннотация

Рассматривается проблема формирования угловых моментов осколков при делении ядер. В данной работе особое внимание уделяется изучению распределений вероятностей собственных спинов осколков деления и их спиральностей с учетом принципа неопределенности Гейзенберга. Рассматривается случай спонтанного деления ядра калифорния-252 (^{252}Cf). Получено соотношение между амплитудами и вероятностями образования орбитальных моментов и спиральностей. Данная работа является частью более широкого проекта, нацеленного на теоретические исследования деления ядер и ядерных реакций.

Оглавление

Глава 1

Введение

Исследование углового момента осколков деления имеет важное значение для понимания фундаментальных процессов, происходящих при ядерном делении. Угловой момент играет ключевую роль в характеристике состояний фрагментов деления и особенно влияет на процессы испускания гамма-квантов, которые сопровождают этот процесс. В последние годы наблюдается заметный рост интереса к данной проблематике. Это связано как с развитием вычислительных методов, так и с появлением новых экспериментальных данных, позволяющих более глубоко анализировать поведение осколков деления. Например, в работах [1; 2], особое внимание приобрели современные симуляционные модели, такие как FREYA (Fission Reaction Event Yield Algorithm). Несмотря на то, что модель FREYA не основывается на квантово-механических принципах, она строго учитывает законы сохранения, в частности, закон сохранения углового момента, что делает её ценным инструментом для сравнения с более фундаментальными подходами.

Целью данной работы является квантово-механическое рассмотрение задачи деления ядра с учётом принципа неопределённости Гейзенберга. Такой подход позволяет исследовать взаимосвязь между физическими величинами, которые не являются одновременно измеримыми.

Для достижения поставленной цели в ходе работы решаются следующие задачи:

- Рассмотреть ядро до деления с угловым моментом J и проанализировать его распад на два фрагмента с собственными спинами S_H и S_L а также с относительным орбитальным моментом L.
- Рассчитать коммутацию между операторами, соответствующими уг-

ловым моментам и их проекциям вдоль оси деформации.

- установить связь между величинами, которые не могут быть измерены одновременно

Объектом исследования является процесс деления ядер, с акцентом на квантово-механическое описание формирования угловых моментов при делении.

Предметом исследования является анализ орбитального углового момента и спиральности осколков деления, а также распределений этих величин в процессе спонтанного деления ядра ^{252}Cf. В ходе исследования была установлена зависимость между амплитудой вероятности обнаружения состояния фрагментов с орбитальным угловым моментом L и спиральностью K_1

Научная новизна работы заключается в подходе к исследованию деления ядер с позиции квантовой механики. В отличие от большинства существующих исследований, которые рассматривают деление с точки зрения классической физики

Практическая значимость работы заключается в углублённом понимании механизмов формирования угловых моментов при делении ядер. Полученные результаты могут способствовать улучшению точности существующих теоретических моделей деления ядер, а также применяться для повышения точности модели процессов деления в таких областях, как ядерная энергетика, ядерная безопасность и радиационная защита. Кроме того, результаты могут быть полезны для более точного моделирования распределений осколков и гамма-излучений, что имеет значительное значение для разработки новых методов в ядерной физике и в исследовании испускания гамма-квантов.

Глава 2

Обзор литературы

Для глубокого понимания механизмов образования углового момента в ядерном делении необходимо обратиться к существующей научной литературе, в которой рассматриваются как классические, так и квантово-механические подходы. Настоящий обзор охватывает ключевые работы, лежащие в основе современного понимания данного явления.

Для начала, статья «Угловой момент первичных продуктов, образующихся при самопроизвольном делении ^{252}Cf» авторства Вильхелми Дж.Б. [3]. Его работа была направлена на определение величины углового момента первичных продуктов, образующихся при спонтаном делении ^{252}Cf, с использованием двух методов. Первый метод заключался в количественном сравнении интенсивностей внутриполосных переходов, наблюдаемых при делении, с теми, что сообщены в литературе для реакций с пучками, для которых распределение первичного углового момента было определено с помощью расчетов в оптической модели. Второй метод основывался на простом статистическом модельном анализе распределения углового момента на протяжении испарения нейтронов и фазы переходов γ-квантов перед достижением основного состояния в процессе девозбуждения.

Некоторые из выделенных выводов из анализа на основе статистической модели заключаются в следующем: (1) средний угловой момент продуктов составляет $S \approx 7 \pm 2\hbar$; (2) тяжелые продукты деления имеют на $\sim 20\%$ больший угловой момент, чем легкие продукты. Важно также отметить, что предполагалось, что наведённое распределение углового момента в реакциях не отличается радикально от распределения первичного углового момента продуктов деления. Последнее распределение, как было предложено Никсом и Свентецким, имеет форму $\sim (2L+1)\exp(-\frac{L^2}{B^2})$. где B – параметр, связанный с жёсткостью ядра относительно нормальных колебательных мод.

В последние десятилетия наблюдается значительный прогресс в понимании механизмов генерации углового момента при ядерном делении, чему способствовало развитие как экспериментальных методов, так и теоретических моделей. Особое внимание уделяется исследованию распределения углового момента с использованием современных статистически подходов, включая моделирование процессов на основе Монте-Карло.

В статье «Генерация углового момента при ядерном делении» авторства Дж. Н. Вилсона и др.[1] представлены современные экспериментальные результаты, проясняющие: (1) зависимость среднего спина от массы фрагмента,(2) корреляцию между спинами фрагментов.Авторы показывают, что: (i) отсутствует значительная корреляция между спинами парных фрагментов (что приводит к выводу о том, что угловой момент при делении генерируется после расщепления ядра — post-scission); (ii) средний спин сильно зависит от массы и варьируется по зигзагообразному распределению. См. рис. 2.1; (iii) не наблюдается заметной зависимости спина фрагмента от массы или заряда парного ядра, что подтверждает некоррелированную после разрывную природу механизма образования спина.

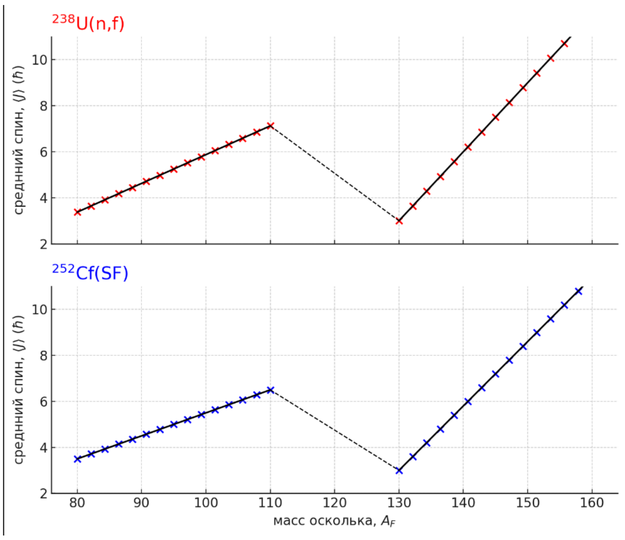

Рисунок 2.1 — **Зависимость среднего спина от массы фрагмента.** Средние спины, извлеченные для четных-четных ядер, полученных при быстром нейтронном делении $^{238}U,^{252}Cf$

.

В данной работе авторы утверждают, что некоррелированное происхождение углового момента свидетельствует о том, что фрагменты становятся двумя независимыми квантовыми системами. Также важно отметить, что предполагается: угловые моменты в обоих фрагментах ориентированы в направлении, перпендикулярном к направлению движения фрагментов деления.

Основываясь на этих выводах, Булгак А. в своей статье «Угловая корреляция между внутренними спинами фрагментов деления» [4] показывает, что неожиданный характер угловой корреляции между внутренними спинами первичных фрагментов деления, при котором наблюдается преимущественная противоположная направленность этих спинов, может быть понят с использованием простых общих аргументов фазового пространства. Наблюдения Вилсона Дж.Н.[1], согласно которым спины фрагментов деления некоррелированы, подтверждаются как результатами микроскопических расчетов Булгака и др. [5], так и анализом полной коррелированной вероятностной функции распределения спинов фрагментов вместе с относительным орбитальным угловым моментом первичных фрагментов деления.

В своей работе Булгак предлагает два типа распределений спина: равномерное распределение и статистическое распределение, основанное на теории модели ферми-газа Бете, которая пренебрегает квантовыми и оболочечными эффектами. Основываясь на предыдущем опыте, он продолжает работу, используя статистическое распределение (2.1). Затем он вноит незначительное изменение в распределение орбитального углового момента, чтобы обеспечить соблюдение закона сохранения углового момента. В результате он генерирует нормализованное объединённое распределение (2.2), которое сравнивает с объединёнными распределениями моделей FREYA и Т. Дёсинга.

$$P_1(S_{L,H}) \backsim (2S_{L,H}+1)\exp[-\frac{S_{L,H}(S_{L,H}+1)}{2\sigma^2_{L,H}}] \tag{2.1}$$

$$\bar{P}_3(S_L,S_H,L) \backsim NP_1(S_H)P_1(S_L)P_1(L)\Delta \tag{2.2}$$

где

$$\Delta = \Theta(\mathrm{L} - \mathrm{S}_L - \mathrm{S}_H)\Theta(|\mathrm{S}_H - \mathrm{S}_L| - \mathrm{L}) \tag{2.3}$$

причём $\Theta(x) = 1$ если $x \geqslant 0$ и $\Theta(x) = 0$ если $x < 0$ обеспечивая соблюдение закона сохранения углового момента.

В недавней работе «Пространственная ориентация внутренних спинов фрагментов деления и их корреляции» авторства Гийома С., Булгака А. и др.[6], была предложена пересмотренная тройная функция распределения, основанная на той же концепции. Новое тройное распределение значительно ближе к тому, что мы пытаемся достичь в данной работе. Оно построено на основе вероятностного распределения $P(S_{H,L}, K_{H,L})$ для внутреннего спина $S_{H,L}$ с проекцией $K_{H,L}$ на ось деления.

Тройное распределение, предложенное Т. Дёсингом на семинаре «Fission Fragment Angular Momenta», прошедшем в Сиэтле (США) 21–24 июня 2022 года, предполагало, что внутренние спины фрагментов, до испарения нейтронов и излучения гамма-квантов, строго перпендикулярны оси деления. Это допускало только моды «изгиба» и «извивания» фрагментов деления (2.4). Подобные предположения использовались и в модели FREYA.

$$\tilde{P}_3(S_H, S_L, L) \backsim N P_1(S_H) P_1(S_H) \times [C^{L,0}_{S_H,0,S_L,0}]^2 \exp[-\frac{L(L+1)}{2 I_{rel} T}] \tag{2.4}$$

где I_{rel}, T есть относительный угловой момент и температура соответственно.

Впоследствии Т. Дёсинг и соавт. в статье «Угловой момент во фрагментах деления» [1] применили иной подход, основанный на теории плотности уровней. Его идея заключается в том, что угловой момент фрагментов деления генерируется за счёт возбуждения в момент разделения ядра (scission). Величина углового момента определяется энергией возбуждения и оболочечной структурой в плотности уровней. Авторы получили среднюю величину углового момента для ^{235}U, предполагая, что угловой момент фрагмента деления перпендикулярен оси деления. Была получена зигзагообразная зависимость среднего углового момента от массового числа, аналогичная той, что была получена Вилсоном и др. в 2021 году.

В заключение, предыдущие исследования предоставили ценные сведения о механизмах генерации углового момента при делении, заложив прочную основу для понимания ключевых концепций. Однако остаются нерешёнными несколько важных вопросов, в частности касающихся распределения орбитального углового момента. Существующие теории, несмотря на значительный вклад, зачастую пренебрегают рядом эффектов, опираются на классические приближения и т. д. Следовательно, существует настоятельная необходимость в дальнейшем исследовании, которое учитывает квантовомеханические эффекты и уточняет предыдущие допущения.

Глава 3

Теоретические основы

3.1 УГЛОВОЙ МОМЕНТ В МОДЕЛЬ FREYA

FREYA (Fission Reaction Event Yield Algorithm) является моделью Монте-Карло, способной быстро генерировать большие выборки полных событий деления, а именно полную кинематическую информацию для двух мгновенных ядер и всех мгновенных нейтронов и фотонов в каждом событии.[7]

На первой стадии нейтронно-индуцированного деления нейтрон с моментом p_0 сталкивается с ядром-мишенью. таким образом, нейтрон придает угловой момент $\rho \times p_0$, где ρ - прицельный параметр. Входящий нейтрон может вызвать испускание предравновесного нейтрона. Соответствующим образом уменьшаются массовое число, а также линейные и угловые моменты остаточной системы.Вторая стадия процесса деления – это эволюция предделительного составного ядра до двух хорошо разделенных и полностью ускоренных первичных фрагментов.

При достаточном возбуждении составное ядро может испарить один или несколько нейтронов до того, как произойдет деление. При каждом испарении FREYA уменьшает энергию возбуждения дочернего ядра и изменяет его линейный и угловой момент. В конце цепочки предделительного испарения мы приходим к делящемуся ядру с угловым моментом S_0, которое в целом переориентировано относительно $\rho \times p_0$.

При разрыве существуют три вектора углового момента: спины двух двуядерных партнеров S_L и S_H и их относительный угловой момент L. Поскольку система изолирована, их сумма сохраняется:

$$\mathbf{S_L} + \mathbf{S_H} + \mathbf{L} = \mathbf{S_0} \tag{3.1}$$

относительный орбитальный момент $\mathbf{L} = \mathbf{r_f} \times \mathbf{P}$, где $\mathbf{P}$–относительный линейный момент.

Собственные спины осколков деления были предметом старых и обновленных экспериментальных и теоретических исследований. В 1960-х годах было высказано предположение, что возникающие осколки деления приобретают собственные спины благодаря существованию нескольких коллективных мод спина осколков деления: двойные вырожденные поперечные моды, извивающиеся и изгибающиеся, и продольные моды, закручивающиеся и наклоняющиеся. Происхождение относительного орбитального углового момента между фрагментами никогда не было выяснено в полностью микроскопической структуре.[5]

3.2 УГЛОВЫЕ МОМЕНТЫ ДЛЯ ЯДРА ^{252}CF

Рассмотрим чистый случай спонтанного деления ^{252}Cf из основного состояния со спином и четностью $S^\pi = 0^+$. три угловых момента удовлетворяют закону сохранения ((3.2))

$$\mathbf{S_L} + \mathbf{S_H} + \mathbf{L} = \mathbf{0} \tag{3.2}$$

При возникновении осколков деления, будучи по своей природе несферическими, они вращаются с собственными спинами $\mathbf{S_L}$и$\mathbf{S_H}$, одновременно вращаясь как гантель вокруг общего центра масс с угловым моментом $\mathbf{L}$. До разрыва эти три угловых момента могут варьируются с учетом ограничений, ур.(3.2). После разрыва, когда обмен массой и энергией между возникающими осколками деления прекращается, эти угловые моменты перестают развиваться во времени.

Величины этих векторов угловых моментов удовлетворяют ограничению треугольника:

$$|S_H - S_L| \leqslant L \leqslant S_H + S_L \tag{3.3}$$

Допустимые угловые моменты $S_{L,R}$ и L находятся внутри трехгранной пирамиды, определяемой плоскостями:

$$-L + S_H + S_L = 0 \tag{3.4}$$

$$S_H - S_L - L = 0 \tag{3.5}$$

$$S_L - S_H - L = 0 \tag{3.6}$$

Далее, Можно определить угол между собственными спинами осколков деления. Смотри рисунок 3.1

$$\varphi_{LH} = \left\langle \arccos \frac{\mathbf{S}_L \cdot \mathbf{S}_H}{S_L S_H} \right\rangle \tag{3.7}$$

где скобки $\langle\ \rangle$ обозначают квантово-механическое математическое ожидание этого комплексного оператора.

Поскольку все относительные степени свободы собственных спинов осколков деления — изгиб, колебание, скручивание и наклон — рассматриваются явно, настоящее исследование является более общим, чем микроскопическое рассмотрение, представленное в работе [7; 8] FREYA, где были явно учтены только режимы изгиба и колебания. Ограничимся сначала случаем спонтанного деления ^{252}Cf, для которого уравнение ((3.2)) выпольняется. В этом пределе три вектора лежат в одной плоскости, а $\mathbf{L}$ перпендикулярен направлению деления. На квантовомеханическом уровне только величина и одна декартова составляющая каждого угловой момент может иметь одновременно вполне определенные значения. Таким образом, квантовые флуктуации приводят к «флуктуациям» ориентация плоскости, образованной этими тремя векторами. До разрыва идентичность осколков деления не определена однозначно, так как материя, импульс, угловой момент и энергия текут между ними. Собственные спины и L осколков деления четко выражены только при достаточно большом расстоянии между осколками деления.

Остается решить критический вопрос: перпендикулярны ли собственные спины осколков деления $\mathbf{S}_H$ и $\mathbf{S}_L$ оси деления? В случае калифорния (^{252}Cf), ясно, что их сумма $\mathbf{S}_H + \mathbf{S}_L$ перпендикулярна оси деления. Однако этот конкретный аспект еще предстоит решить как экспериментально,

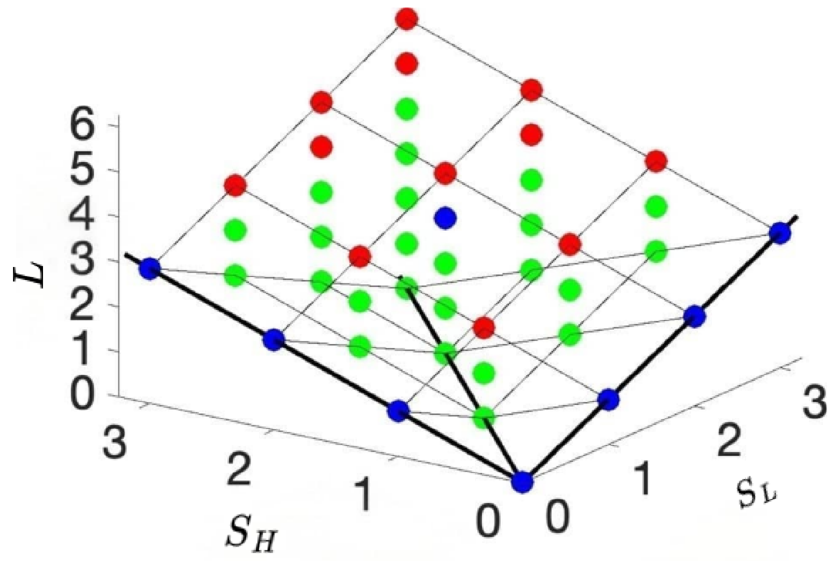

Рисунок 3.1 — На этом рисунке пули заполняют трехгранную пирамиду с вершиной (0, 0, 0). Зелеными маркерами показаны тройки (S_L, S_H, L) для которых $\cos\varphi_{LH} < 0$, синими маркерами показаны значения для $\cos\varphi_{LH} = 0$, а красными маркерами $\cos\varphi_{LH} > 0$, когда $S_{max} = 3$ Зелёный маркеры соответствуют $\varphi_{LH} > \frac{\pi}{2}$, а красные маркеры соответствуют $\varphi_{LH} < \frac{\pi}{2}$. Соотношение красных и зеленых маркеров для любого значения S_{max} всегда близко к 0,5, а это означает, что количество конфигураций в котором точка собственного спина оскольки в противоположном направлении является доминирующей. Черные линии – это пересечения пар плоскостей $(S_L = S_H, L = 0)$, $(S_L = L, S_H = 0)$, и они пересекаются в точке (0, 0, 0). Точки на каждой грани соединены тонкими линиями [4]

.

так и теоретически. Эта неопределенность связана со значительными разногласиями между моделью FREYA и другими теоретическими концепциями. Пособытийная ориентация собственных спинов осколков деления имеет важные последствия, поскольку она будет влиять на направление испускания мгновенных нейтронов. Решение этого вопроса является одним из наиболее актуальных приоритетов будущих экспериментов.

Глава 4

Методика исследования

4.1 ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Рассмотрим распад ядра со спином J на две частицы (например, оскольки деления) со спинами S_H и S_L (см. рис. 4.1). Выберем вдоль направления ориентации ядер ось z. Ось x направлена вдоль импульса $\mathbf{P_1}$ тяжёлого осколка (при этом в системе центра масс $\mathbf{P_2} = -\mathbf{P_1}$). Ось y выбрана так, что относительный радиус-вектор осколькков $\mathbf{r_f} = \mathbf{r_2} - \mathbf{r_1}$ лежит в плоскости (x,y). Следовательно относительный орбитальный момент $\mathbf{L}$ направлен вдоль оси z. Польный угловой момент $\mathbf{s_0}$ делящегося ядра переходить в сумму орбитального момента $\mathbf{L}$ и суммарного спина осколькков $\mathbf{F} = \mathbf{S_L} + \mathbf{S_H}$. Проекция спина $\mathbf{J}$ на ось деформации есть $\mathbf{K}$ (a), тогда как k есть суммарная спиральность двух осколькков.

Угловой момент играет важную роль в ядерном делении, особенно в понимании испускании гамма кванты. Когда происходит деление, фрагменты находятся в возбужденном состоянии и освобождают энергию возбуждения, испуская 0-2 нейтрона и 1-3 гамма кванты, каждый из которых несет около 2 единиц углового момента. Спонтанное деление ^{252}Cf, которое начинается с нулевым угловым моментом, вызывает вопросы о внутреннем генерировании 5-7 единиц углового момента в каждом фрагменте.

В квантовой механике важно понимать ограничения одновременного измерения физических величин, такие как принцип неопределенности Гейзенберга, который гласит, что точное измерение одной величины ограничивает точность другой. Наша цель состоит в квантово механическом рассмотрении задачи с учётом принципа неопределённости Гейзенберга и

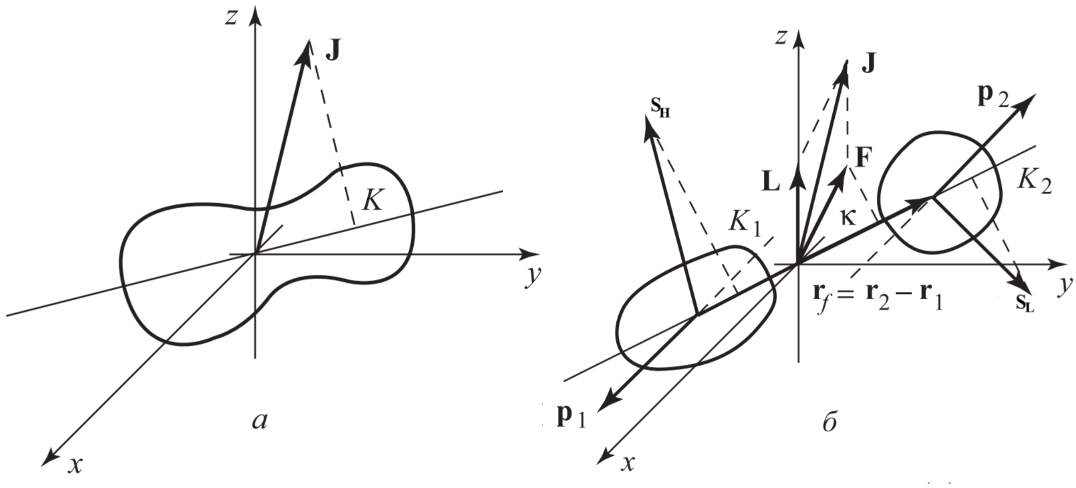

Рисунок 4.1 — Схема сложения угловых моментов в делении [9]: до деления (а) и после деления (б).

установление связи между величинами, которые не являются одновременно измеримыми.

4.2 ОБ ОДНОВРЕМЕННО ИЗМЕРИМОСТИ

Наша задача включает в себя анализ распределения вероятностей в разных представлениях, т.е нахождение набор коммутирующих операторов. Следовательно, мы заинтересованы в изучении коммутационных соотношений между следующими операторами:
$\hat{\vec{S}}_H^2$,$\hat{\vec{S}}_L^2$, $\hat{\vec{J}}^2$, $\hat{\vec{F}}^2$, $\hat{J}_z$,$\hat{\vec{L}}^2$,$\hat{K}$,$\hat{K}_1$, $\hat{K}_2$

$[\cdot,\cdot]$	$\hat{\vec{S}}_H^2$	$\hat{\vec{S}}_L^2$	$\hat{\vec{J}}^2$	$\hat{\vec{F}}^2$	$\hat{J}_z$	$\hat{\vec{L}}^2$	$\hat{K}$	$\hat{K}_1$	$\hat{K}_2$
$\hat{\vec{S}}_H^2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\hat{\vec{S}}_L^2$		0	0	0	0	0	0	0	0
$\hat{\vec{J}}^2$			0	0	0	0	0	0	0
$\hat{\vec{F}}^2$				0	0	0	0	$\times$	$\times$
$\hat{J}_z$					0	0	0	0	0
$\hat{\vec{L}}^2$						0	$\times$	$\times$	$\times$
$\hat{K}$							0	0	0
$\hat{K}_1$								0	0
$\hat{K}_2$									0

Таблица 4.1 — Коммутации между операторами

Поскольку коммутатор антисимметричен, т.е. выполняется равенство $[A,B] = -[B,A]$ то, достаточно рассмотреть только верхнюю (над диагональю) часть таблицы 4.1. Зная элементы верхнего треугольника таблицы, легко восстановить все оставшиеся элементы. Подробные вычисления соответствующих коммутаторов приведены на страницах приложения.

Таким образом существует 3 наиболее важных набора коммутирующих операторов и соответствующих им собственных векторов:

$$\hat{\vec{J}}^2,\hat{J}_z,\hat{\vec{S}}_H^2,\hat{\vec{S}}_L^2,\hat{\vec{F}}^2,\hat{K} \qquad |J,J_z,S_H,S_L,F,K\rangle \tag{4.1}$$

$$\hat{\vec{J}}^2,\hat{J}_z,\hat{\vec{S}}_H^2,\hat{\vec{S}}_L^2,\hat{\vec{F}}^2,\hat{\vec{L}}^2 \qquad |J,J_z,S_H,S_L,F,L\rangle \tag{4.2}$$

$$\hat{\vec{J}}^2,\hat{J}_z,\hat{\vec{S}}_H^2,\hat{\vec{S}}_L^2,\hat{K}_1,\hat{K}_2 \qquad |J,J_z,S_H,S_L,K_1,K_2\rangle \tag{4.3}$$

Эти наборы полностью определяют состояние системы и позволяют переходить между различными представлениями в зависимости от задач исследования.

4.3 КВАНТОВОЕ ОПИСАНИЕ ЯДРА

Опираясь на языке квантовой механике, состояние частицы с проекцией углового момента (спина) J на ось z описывается функцией ψ_{JM}. тогда чистое спиновое состояние описывается суперпозицией:

$$\Psi_J = \sum_M a_M(J)\psi_{JM} \tag{4.4}$$

при этом $|a_M(J)|^2$ есть вероятность того, что проекция спина J на ось z равна M. Условие нормировки имеет вид:

$$\sum_M |a_M(J)|^2 = 1. \tag{4.5}$$

Исходя из вольнового уравнения (ур. 4.4) можно получить волновую функцию для сильно деформированного ядра на барьере [9]

$$\Psi_J \backsim \sum_M a_M(J) \sum_k g^{JK}\Phi_K(\tau)\mathcal{D}^J_{MK}(\omega) \tag{4.6}$$

Где K – проекция спина J на ось деформации(см. рис. 4.1), $\Phi_K(\tau)$ – волнвая функция внутреннего движения ядра в системе отчёта, жёстко связанной с осью деформации (В этой системе отчёта число K есть интеграл движения в силу аксиальной симметрии системы), вектор ω указывает направление оси деформации. Амплитуды g^{JK} задают распределение по числу K. Условие нормировки для амплитуд принимает вид:

$$\sum_K |g^{JK}|^2 = 1 \tag{4.7}$$

Глава 5

Результаты и обсуждение

5.1 РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ СПИНОВ ОСКОЛЬКОВ

В рамках настоящей работы распределения собственных спинов осколков не рассчитывались напрямую. Поэтому в дальнейшем изложении мы будем придерживаться существующих предположений, основанных на модели ферми-газа, согласно которым форма распределения имеет вид (см. уравнение (2.1)).

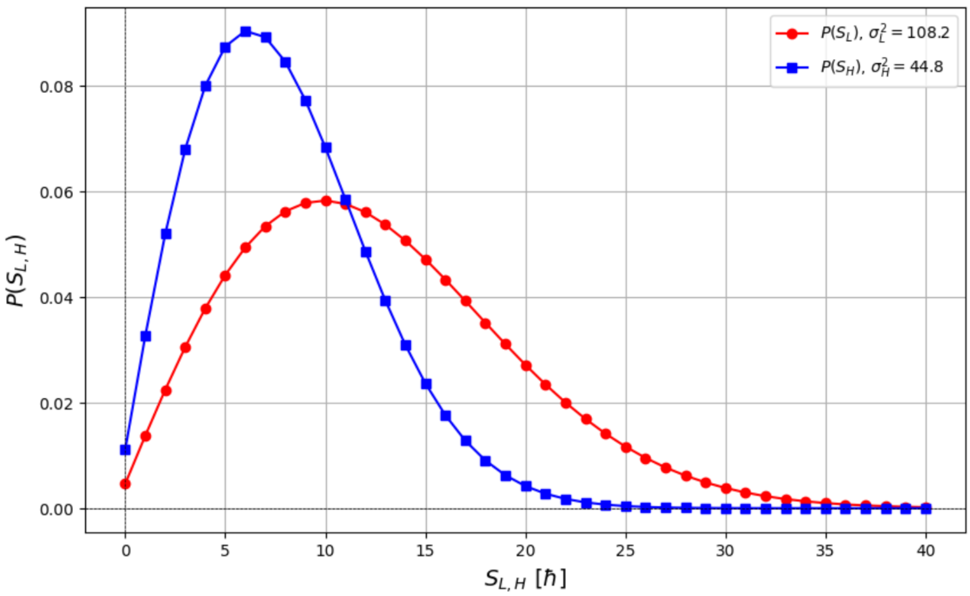

Рисунок 5.1 — Распределение вероятностей$P(S_{L,H})$ собственных спинов, полученное при выборе параметра $\sigma_{L,H} = [108.2, 44.8]$ соответственно. Параметры $\sigma_{L,H}$ выбираются так, чтобы примерно воспроизводить соответствующие собственное спиновые распределения фрагментов, определенные в микроскопических симуляциях в работе [5]

Следует отметить, что разработка более строгого подхода к определению распределений собственных моментов, например, с учетом квантово-механических эффектов и ограничений, наложенных принципом неопределенности, представляет собой важную задачу для будущих исследований. Вид распределения указан ниже (см. рис. 5.1)

5.2 РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СПИРАЛЬНОСТИ ОСКОЛЬКА

Экспериментальные данные показывают, что основные фрагменты деления в среднем имеют спины с величинами от $5\hbar$ до $7\hbar$ см. рис.2.1, ориентированные примерно перпендикулярно оси деления. Это наблюдение подразумевает, что проекция спина фрагмента деления вдоль оси деформации мала [1; 7].

При спонтанном делении ^{252}Cf проекция K углового момента J на ось деления (ось симметрии) обычно равна нулю. Проекция спина осколка также предполагается малой, это происходит потому что для каждого полного спина J, вращательная энергия деформированного ядра минимальна при $K = 0$. Поскольку плотность уровней $\rho(K)$ экспоненциально чувствительна к энергии возбуждения, конфигурации с малыми K статистически гораздо более вероятны. В частности, большие значения K соответствуют высокому вращательному энергетическому штрафу, что приводит к меньшей плотности доступных квантовых состояний. В результате, во время деления, осколки преимущественно образуются через состояния с малыми K. При $K \approx 0$ вектор углового момента лежит преимущественно в плоскости, перпендикулярной оси деления. Интегрирование по всем возможным направлениям приводит к преимущественному вылету осколков вдоль исходной оси деления, а не в поперечном направлении[10].

Предлагается узкое распределение $P(K_1)$ спиральности для фрагментов деления.(принято $S_H = 6\hbar$ и $S_L = 5\hbar$)

$$P(K_1) \backsim \exp\left(-\frac{K_1^2}{2\sigma_{K_1}^2}\right) \tag{5.1}$$

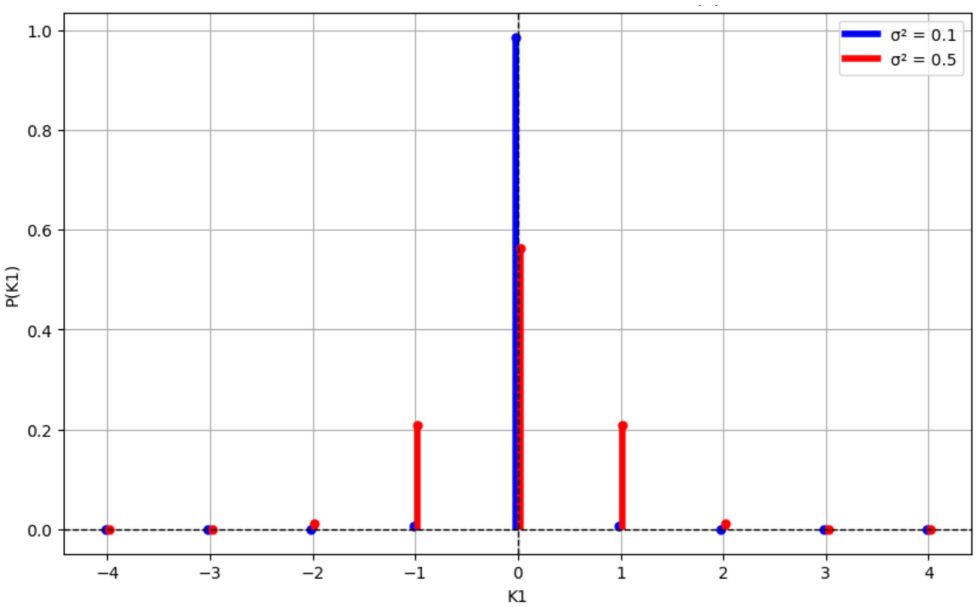

Рисунок 5.2 — Распределение вероятностей$P(K_1)$ спиральности, полученное при выборе параметра $\sigma_1^2 = [0.1, 0.5]$.

5.3 РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОРБИТАЛЬНОГО МОМЕНТА

В силу того, что было получено вверх (СМ. уравнения 4.6) выводится ещё три амплитуды $g^{\alpha}(LF)$, $g^{\alpha}(K_1K_2)$ и $g^{\alpha}(Fk)$. Нас интересуют только соотношением между двумя последними.

$$g^{\alpha}(FK) = \sum_{K_1K_2} \mathrm{C}^{FK}_{J_1K_1J_2K_2} g^{\alpha}(K_1K_2) \tag{5.2}$$

Здесь α обозначется усреднение по величинам, как зарядовые числа, число нуклонов, спины фрагментов, четности и энергия возбуйдения (Z_1, Z_2,N_1,N_2,S_H,S_L,Π_1,Π_2,E_1^*,E_2^*). Распределение вероятностей орбитального момента можно получить, взяв квадрат модуля амплитуды в уравнение (5.2)

В нашем исследовании мы будем анализировать распределение спиральности для ^{252}Cf. В этом случае начальный спин $S_0 = 0$, а угловой момент $L = F$. Спиральности полученных фрагментов связаны уравнением $k_1 = -k_2$. Уравнение (5.13) можно вывести из фундаментальных принципов квантовой механики. Ядро с нулевым полным спином и проекцией подвергается делению, в результате чего образуются два фрагмента со спинами S_H и S_L, которые имеют проекции вдоль оси деления, обозначенные как K_1 и K_2, соответственно. Квантовое состояние $|F0\rangle$ можно разложить в следующем виде:

$$\langle F0| = \sum_{K_1} \mathrm{C}^{F0}_{S_H K_1 S_L - K_1} \langle K_1, -\, k_1| \tag{5.3}$$

$$\langle L0| = \sum_{K_1} \mathrm{C}^{L0}_{S_H k_1 S_L - k_1} \langle K_1, -\, K_1| \tag{5.4}$$

$$\langle L0|\Psi\rangle = \sum_{K_1} \mathrm{C}^{L0}_{S_H k_1 S_L - k_1} \langle K_1, -\, K_1|\Psi\rangle \tag{5.5}$$

Это и есть связь между амплитудой обнаружения орбитального момента L и амплитудой обнаружения спиральности K_1 причем $K_2 = -K_1$. Взяв квадрат модулей этого выражения получится соответствуюшая связь между вероятностей.

Обозначим:

$$a_{K_1} := \langle K_1, -K_1|\Psi\rangle, \quad C_{K_1} := C^{L0}_{S_H K_1\, S_L\, - K_1}$$

Тогда:

$$\langle L{,}0|\Psi\rangle = \sum_{K_1} C_{K_1} \cdot a_{K_1} \tag{5.6}$$

Переход к вероятности — это взятие модуля в квадрат:

$$P(L) = |\langle L{,}0|\Psi\rangle|^2 = \left| \sum_{K_1} C_{K_1} a_{K_1} \right|^2 \tag{5.7}$$

Раскрывая модуль:

$$P(L) = \sum_{K_1, K_1'} C_{K_1} a_{K_1} \cdot (C_{K_1'} a_{K_1'})^* = \sum_{K_1, K_1'} C_{K_1} C^*_{K_1'} \cdot a_{K_1} a^*_{K_1'} \tag{5.8}$$

Это можно представить в виде двух слагаемых:

$$P(L) = \sum_{K_1} |C_{K_1}|^2 |a_{K_1}|^2 + \sum_{K_1 \neq K_1'} C_{K_1} C^*_{K_1'} a_{K_1} a^*_{K_1'} \tag{5.9}$$

При некоторых физических допущениях (например, в статистических моделях), предполагается, что амплитуды a_{K_1} являются случайными комплексными величинами с ненаправленными фазами и статистической независимостью:

$$\langle a_{K_1} a^*_{K_1'} \rangle = \delta_{K_1,K_1'} \cdot \langle |a_{K_1}|^2 \rangle \tag{5.10}$$

В этом случае среднее значение перекрёстных членов обнуляется, и остаётся только диагональная сумма:

$$P(L) = \sum_{K_1} |C_{K_1}|^2 \cdot |a_{K_1}|^2 \tag{5.11}$$

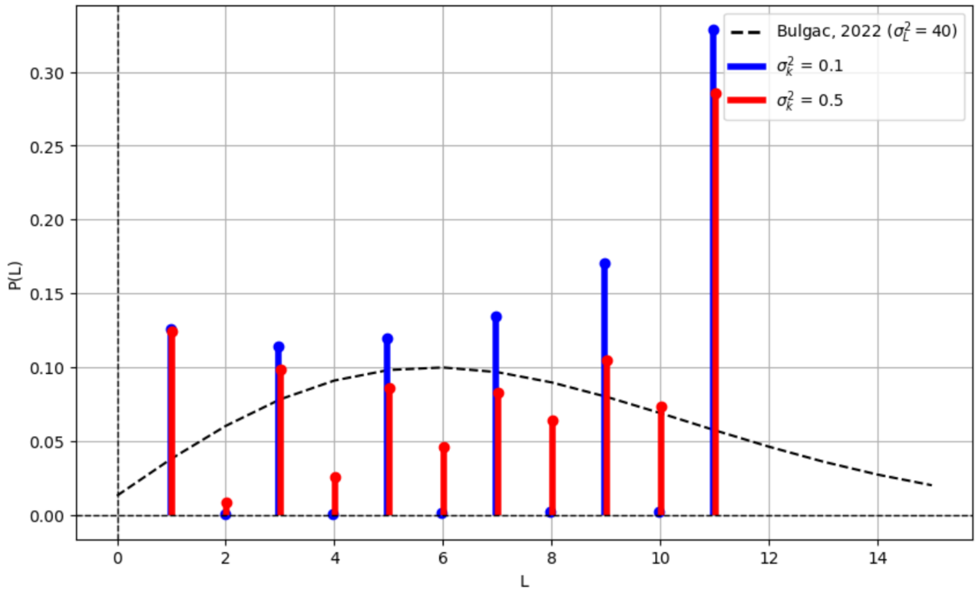

Рисунок 5.3 — Распределение вероятностей$P(K_1)$ орбитального момента, полученное при выборе параметра $\sigma^2_{K_1} = [0.1, 0.5]$, спины фрагментов S_L,H = [5$\hbar$,6$\hbar$]. Сравнение с результатами, полученными при использовании различных функционалов плотности [4].

5.4 ПРОВЕРКА ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В предыдущих разделах были представлены результаты полученных распределений орбитального углового момента и спиральности осколька, образующегося при делении ^{252}Cf. На графике (см. рис.5.3) видно, что более вероятно орбитальный момент равной сумме спинов осколькоов.Это объясняется тем, что Разделение сопровождается преимущественно колебательными и изгибными вращательными режимами, которые способствуют накоплению углового момента, поэтому фрагменты деления приобретают угловые моменты, почти перпендикулярные направлению их относительного движения. Это приводит к возникновению значительного компенсирующего орбитального момента.

Для проверки согласованности полученных результатов предлагается провести обратный анализ: восстановить распределение проекций спина на ось деления (геликити) на основе распределения орбитального момента. В данном подходе предполагается узкое гауссовское распределение вероятности $P(L)$(см. уравнение (5.12)) орбитального момента с пиком в точке $L = S_L + S_H$, что отражает физические механизмы накопления углового момента в процессе деления.

$$P(L) \backsim \exp\left(-\frac{(L-\mu)^2}{2\sigma_L^2}\right) \tag{5.12}$$

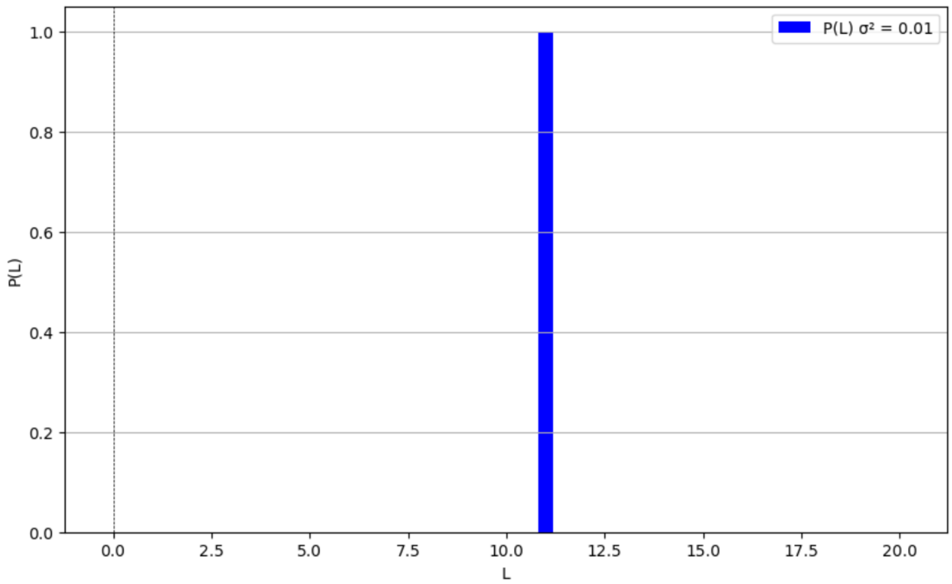

Рисунок 5.4 — Рис. 4: узкое распределение P(L) орбитального момента с пиком при $L = S_L + S_H$. значения спина S_L и S_H равны $5\hbar$ и $6\hbar$ соответственно.

Как показано в разделе 5.3, была выведена формула взаимосвязи между амплитудой распада в состояния сопределенными спиральности K_1 и K_2 и амплитудой распада в состояния сопределенными относительным орбитальным моментом осколков и суммарным спином осколков (формула (5.2)). Обратное преобразование имеет вид: (5.13). Для получения формулы связи между вероятностями, берем квадрат модуля этого выражения 5.13 аналогичным образом как, в разделе 5.3.

$$g^{\alpha}(K_1K_2) = \sum_{FK} \mathrm{C}^{FK}_{J_1K_1J_2K_2} g^{\alpha}(FK) \tag{5.13}$$

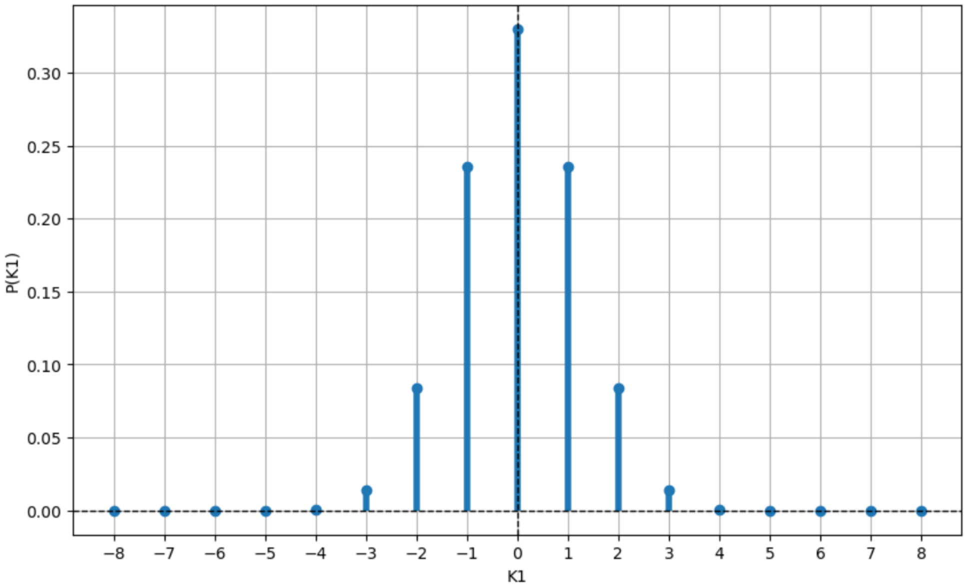

Рисунок 5.5 — Рис. 5: Распределение P(K1) спиральности осколка деления

Распределение спиральности K_1 представляет собой узкую, но не одно-пиковую структуру. Хотя для деления ^{252}Cf можно было бы ожидать одиночный пик в распределении K_1, реальная картина отличается. Это связано с тем, что орбитальный момент L и проекция спина на ось деформации K_1 не являются одновременно измеримыми величинами в силу принципа неопределённости Гейзенберга. Следовательно, даже если орбитальный момент L задан в виде узкого одно-пикового распределения, распределение спиральности K_1 не может быть таким же. Наличие чётко выраженных максимумов одновременно в L и K_1 противоречило бы фундаментальным ограничениям квантовой механики.

Заключение

В настоящей работе была рассмотрена проблема формирования угловых моментов осколков при делении ядер, с акцентом на квантовомеханические аспекты распределения орбитального момента.

Основные результаты можно сформулировать следующим образом:

- получено соотношение между амплитудами, вероятностями образования орбитальных моментов и спиральностей
- Показано, что если распределение по спиральности является узким, то распределение по орбитальному моменту не будет гауссовским(противоречие с моделью FREYA)
- Показано, что для получения узкого распределения спиральности фрагмента деления для случая ^{252}Cf распределение орбитального момента должно иметь значительный максимум при $L \approx S_H + S_L$

Таким образом, проведённый анализ показал, что распределение орбитального углового момента осколков деления не является гауссовским, как это предполагается в ряде современных моделей, а имеет более сложную форму, определяемую квантовомеханическими свойствами системы. Эти результаты подчёркивают важность учёта квантовых эффектов при моделировании формирования углового момента в процессах деления.

В качестве перспективных направлений дальнейших исследований можно выделить следующие задачи:

- Изучение распределения углового момента на квантовомеханическом уровне, включая анализ спинов фрагментов деления.
- Расширение анализа на другие нуклиды, в том числе индуцированное деление, что позволит проверить универсальность полученных выводов за пределами случая спонтанного деления

Приложение I. Вычисление коммутаторов

Рассмотрим коммутацию между следующими операторами, соответствующими векторам, показанным на рис. 4.1:

$$\hat{\vec{J}}, \hat{\vec{L}}, \hat{\vec{S_H}}, \hat{\vec{S_L}}, \hat{\vec{F}}, \hat{K}, \hat{K}_1, \hat{K}_2, \hat{\vec{L}}^2$$

Следующие коммутации будем считать известными и на их основе будем вычислять другие коммутации (имея в виду что $\hat{L}_k = -i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{r}_i\dfrac{\partial}{\partial\hat{r}_j}$)

$$\begin{aligned}
&[\hat{L}_i, \hat{L}_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{L}_k && [\hat{S}_{Hi},\hat{L}_j] = 0\\
&[\hat{J}_i,\hat{J}_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{J}_k && [\hat{S}_{Hi},\hat{S}_{Lj}] = 0\\
&[\hat{L}_i,\hat{r}_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{r}_k && [\hat{S}_{Hi},\hat{n}_j] = 0\\
&[\hat{S}_{Li},\hat{n}_j] = 0 && [\hat{S}_{Li},\hat{L}_j] = 0
\end{aligned}$$

Далее мы посчитаем коммутацию между заданными операторами

$$[\hat{J}_i, \hat{L}_j] = [\hat{S}_{Hi} + \hat{S}_{Li} + L_i, \hat{L}_j] = [\hat{L}_i, \hat{L}_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{L}_k \tag{I.1}$$

$$[\hat{J}_i, \hat{S}_{Hj}] = [\hat{S}_{Hi} + \hat{S}_{Li} + \hat{L}_i, \hat{S}_{Hj}] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hk} \tag{I.2}$$

$$[\hat{J}_i, \hat{S}_{Lj}] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Lk} \quad \textbf{(Аналогично } I.2\textbf{)} \tag{I.3}$$

$$[\hat{J}_i, \hat{F}_j] = [\hat{J}_i, \hat{S}_{Hj}] + [\hat{J}_i, \hat{S}_{Lj}] = i\hbar\varepsilon_{ijl}\hat{S}_{Hl} + i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Lk} \tag{I.4}$$

$$[\hat{L}_i,\hat{F}_j] = [\hat{L}_i,\hat{S}_{Hj}] + [\hat{L}_i,\hat{S}_{Lj}] = 0 \tag{I.5}$$

$$\begin{aligned}
[\hat{L}_i,\hat{K}] &= [\hat{L}_i,\hat{J}_j\hat{n}_j] = \hat{J}_j[\hat{L}_i,\hat{n}_j] + [\hat{L}_i,\hat{J}_j]\hat{n}_j = \\
&= -i\hbar\varepsilon_{\alpha ji}\hat{n}_\alpha\hat{J}_j + i\hbar\varepsilon_{ij\beta}\hat{L}_\beta\hat{n}_j = -i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{n}_i\hat{F}_j
\end{aligned} \tag{I.6}$$

$$[\hat{L}_i,\hat{K}_1] = [\hat{L}_i,\hat{S}_{Hj}\hat{n}_j] = \hat{S}_{Hj}[\hat{L}_i,\hat{n}_j] + [\hat{L}_i,\hat{S}_{Hj}]\hat{n}_j = -i\hbar\varepsilon_{kji}\hat{n}_k\hat{S}_{Hj} \tag{I.7}$$

$$[\hat{L}_i,\hat{K}_2] = \Big(\text{Аналогично } [\hat{L}_i,\hat{K}_1]\Big) = -i\hbar\varepsilon_{kji}\hat{n}_k\hat{S}_{Lj} \tag{I.8}$$

$$[\hat{J}_i,\hat{K}] = [\hat{J}_i,\hat{J}_j\hat{n}_j] = \hat{J}_j[\hat{J}_i,\hat{n}_j] + [\hat{J}_i,\hat{J}_j]\hat{n}_j = \tag{I.9}$$

$$= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{J}_k\hat{n}_j - i\hbar\hat{J}_j[\varepsilon_{\alpha\beta i}\hat{r}_\alpha\frac{\partial}{\partial\hat{r}_\beta},\frac{\hat{r}_j}{\sqrt{r_\gamma^2}}] =$$

$$= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{J}_k\hat{n}_j - i\hbar\hat{J}_j\varepsilon_{\alpha\beta i}\left(\frac{\hat{r}_\alpha}{\sqrt{r_\gamma^2}}\delta_{\beta j} - \hat{r}_\alpha\hat{r}_j\frac{\hat{r}_\beta}{r_\gamma^2\sqrt{r_\gamma^2}}\right) =$$

$$= i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{J}_k\hat{n}_j - i\hbar\varepsilon_{\alpha ji}\hat{J}_j\hat{n}_\alpha = 0$$

$$[\hat{J}_i,\hat{K}_1] = [\hat{J}_i,\hat{S}_{Hj}\hat{n}_j] = \hat{S}_{Hj}[\hat{J}_i,\hat{n}_j] + [\hat{J}_i,\hat{S}_{Hj}]\hat{n}_j = \tag{I.10}$$

$$= \Big(\text{из предыдущей } [\hat{J}_m,\hat{n}_l] = [\hat{L}_m,\hat{n}_l] = -i\hbar\varepsilon_{\alpha lm}\hat{n}_\alpha\Big)$$

$$= -i\hbar\varepsilon_{\alpha ji}\hat{n}_\alpha\hat{S}_{Hj} + i\hbar\varepsilon_{ij\beta}\hat{S}_{H\beta}\hat{n}_j = 0$$

$$[\hat{J}_i,\hat{K}_2] = 0 \tag{I.11}$$

$$[\hat{S}_{Hi},\hat{F}_j] = [\hat{S}_{Hi},\hat{S}_{Hj}] + [\hat{S}_{Hi},\hat{S}_{Lj}] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hk} \tag{I.12}$$

$$[\hat{S}_{Li},\hat{F}_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Lk} \tag{I.13}$$

$$[\hat{S}_{Hi},\hat{K}] = [\hat{S}_{Hi},\hat{J}_j\hat{n}_j] = \hat{J}_j[\hat{S}_{Hi},\hat{n}_j] + [\hat{S}_{Hi},\hat{J}_j]\hat{n}_j = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hk}\hat{n}_j \tag{I.14}$$

$$[\hat{S}_{Hi},\hat{K}_1] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hk}\hat{n}_j \tag{I.15}$$

$$[\hat{S}_{Hi},\hat{K}_2] = 0 \tag{I.16}$$

$$[\hat{S}_{Li},\hat{K}] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Lk}\hat{n}_j \tag{I.17}$$

$$[\hat{S}_{Li},\hat{K}_1] = 0 \tag{I.18}$$

$$[\hat{S}_{Li},\hat{K}_2] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Lk}\hat{n}_j \tag{I.19}$$

$$[\hat{F}_i,\hat{K}] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{n}_j\hat{F}_k \tag{I.20}$$

$$[\hat{F}_i,\hat{K}_1] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{n}_j\hat{S}_{Hk} \tag{I.21}$$

$$[\hat{F}_i,\hat{K}_2] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{n}_j\hat{S}_{Lk} \tag{I.22}$$

Рассмотрим коммутационные соотношения между следующими операторами: $\hat{\vec{S}}_H^2,\hat{\vec{S}}_L^2,\hat{\vec{J}}^2,\hat{\vec{F}}^2,\hat{J}_z,\hat{\vec{L}}^2,\hat{K},\hat{K}_1,\hat{K}_2$

$$[\hat{\vec{S}}_H^2,\hat{\vec{S}}_L^2] = 0 \tag{I.23}$$

$$\begin{aligned}[\hat{\vec{J}}^2,\hat{\vec{S}}_H^2] &= \hat{J}_i[\hat{J}_i,\hat{S}_{Hi}]\hat{S}_{Hj} + \hat{J}_i\hat{S}_{Hj}[\hat{J}_i,\hat{S}_{Hj}] + \hat{S}_{Hj}\hat{J}_i[\hat{J}_i,\hat{S}_{Hj}] + \hat{S}_{Hj}[\hat{J}_i,\hat{S}_{Hj}]\hat{J}_i = \\ &= \left([\hat{J}_i, \hat{S}_{Hj}] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hk}\right) = 0\end{aligned} \tag{I.24}$$

$$[\hat{\vec{J}}^2,\hat{\vec{S}}_L^2] = 0 \tag{I.25}$$

$$[\hat{\vec{J}}^2,\hat{\vec{F}}^2] = \hat{J}_i[\hat{J}_i,\hat{F}_j]\hat{F}_j + \hat{J}_i\hat{F}_j[\hat{J}_i,\hat{F}_j] + [\hat{J}_i,\hat{F}_j]\hat{F}_j\hat{J}_i + \hat{F}_j[\hat{J}_i,\hat{F}_j]\hat{J}_i = 0 \tag{I.26}$$

так как $[\hat{J}_i,\hat{F}_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hk} + i\hbar\varepsilon_{ijm}\hat{S}_{Lm}$

так, что перемножая $\hat{F}_j = \hat{S}_{Hj} + \hat{S}_{Lj}$ Получим

$$\hat{F}_j[\hat{J}_i,\hat{F}_j] = i\hbar\left([\hat{\vec{S}}_L \times \hat{\vec{S}}_H]_i + [\hat{\vec{S}}_H \times \hat{\vec{S}}_L]_i\right) = 0$$

$$[\hat{\vec{J}}^2,\hat{\vec{L}}^2] = 0 \left(\text{аналогично используя } \hat{L}_j[\hat{J}_i,\hat{L}_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{L}_k\hat{L}_j = 0\right) \tag{I.27}$$

$$[\hat{\vec{S}}_H^2,\hat{\vec{L}}^2] = 0 \text{ так как } [\hat{S}_{Hi},\hat{L}_j] = 0 \tag{I.28}$$

$$[\hat{\vec{S}}_L^2,\hat{\vec{L}}^2] = 0 \tag{I.29}$$

$$[\hat{\vec{S}}_H^2,\hat{\vec{F}}^2] = 0 \text{ так как } \hat{S}_{Hi}[\hat{S}_{Hi},\hat{F}_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hk}\hat{S}_{Hi} = 0 \tag{I.30}$$

$$[\hat{\vec{S}}_L^2,\hat{\vec{F}}^2] = 0 \tag{I.31}$$

$$[\hat{\vec{L}}^2,\hat{\vec{F}}^2] = 0 \text{ так как } [\hat{L}_i,\hat{F}_j] = 0 \tag{I.32}$$

$$\begin{aligned}[\hat{\vec{F}}^2,\hat{K}] &= [\hat{\vec{F}}^2,\hat{K}_1 + \hat{K}_2] = \hat{F}_\mu[\hat{K}_1 + \hat{K}_2, \hat{F}_\mu] + [\hat{K}_1 + \hat{K}_2, \hat{F}_\mu]\hat{F}_\mu = \\ &= \hat{F}_\mu[\hat{K}_1,\hat{F}_\mu] + [\hat{K}_1,\hat{F}_\mu]\hat{F}_\mu + \hat{F}_m u[\hat{K}_2,\hat{F}_\mu] + [\hat{K}_2,\hat{F}_\mu]\hat{F}_\mu = \\ &= 2i\hbar\hat{n}_\gamma\varepsilon_{\mu\nu\gamma}\hat{S}_{L\mu}\hat{S}_{H\nu} + 2i\hbar\hat{n}_\omega\varepsilon_{\mu\nu\omega}\hat{S}_{H\mu}\hat{S}_{L\nu} = 0\end{aligned} \tag{I.33}$$

$$[\hat{\vec{S}}_H^2,\hat{J}_z] = \hat{S}_{Hi}[\hat{S}_{Hi},\hat{J}_z] + [\hat{S}_{Hi},\hat{J}_z]\hat{S}_{Hi} = 0 \text{ так как } \hat{S}_{Hi}[\hat{S}_{Hi},\hat{J}_z] = 0 \tag{I.34}$$

$$[\hat{\vec{S}}_L^2,\hat{J}_z] = 0 \tag{I.35}$$

$$[\hat{\vec{S}}_H^2,\hat{K}_1] = 0 \text{ Так как } \hat{S}_{Hi}[\hat{K}_1,\hat{S}_{Hi}] = i\hbar\varepsilon_{ijk}\hat{S}_{Hi}\hat{S}_{Hj}\hat{n}_k = 0 \tag{I.36}$$

$$[\hat{\vec{S}}_H^2,\hat{K}_2] = 0 \tag{I.37}$$

$$[\hat{\vec{S}}_L^2,\hat{K}_1] = 0 \tag{I.38}$$

$$[\hat{\vec{S}}_L^2,\hat{K}_2] = 0 \tag{I.39}$$

$$[\hat{\vec{S}}_H^2,\hat{K}] = 0 \tag{I.40}$$

$$[\hat{\vec{S}}_L^2,\hat{K}] = 0 \tag{I.41}$$

$$[\hat{\vec{J}}^2, \hat{J}_z] = \hat{J}_i[\hat{J}_i, \hat{J}_z] + [\hat{J}_i, \hat{J}_z]\hat{J}_i = \left(\hat{J}_i[\hat{J}_i, \hat{J}_z] = 0\right) = 0 \tag{I.42}$$

$$[\hat{\vec{J}}^2, \hat{K}_1] = 0 \text{ Так как } [\hat{K}_1, \hat{J}_i] = 0 \tag{I.43}$$

$$[\hat{\vec{J}}^2, \hat{K}_2] = 0 \tag{I.44}$$

$$[\hat{\vec{J}}^2, \hat{K}] \qquad = 0 \tag{I.45}$$

$$[\hat{J}_z, K_1] = 0 \tag{I.46}$$

$$[\hat{J}_z, K_2] = 0 \tag{I.47}$$

$$[\hat{J}_z, K] = 0 \tag{I.48}$$

$$[\hat{\vec{F}}^2, \hat{J}_z] = \hat{F}_i[\hat{F}_i, \hat{J}_z] + [\hat{F}_i, \hat{J}_z]\hat{F}_i = \hat{F}_i\left(i\hbar\varepsilon_{3ki}\hat{S}_{Hk} + i\hbar\varepsilon_{2mi}\hat{S}_{Lm}\right) + \\ + \left(i\hbar\varepsilon_{3ni}\hat{S}_{Hn} + i\hbar\varepsilon_{3\alpha i}\hat{S}_{L\alpha}\right)\hat{F}_i = \left(\hat{F}_i = \hat{S}_{Hi} + \hat{S}_{Li}\right) = 0 \tag{I.49}$$

$$[\hat{\vec{L}}^2, \hat{J}_z] = 0 \text{ так как } [\hat{L}_i, \hat{J}_z] = i\hbar\varepsilon_{ik3} \tag{I.50}$$

$$[\hat{K}_1, \hat{\vec{L}}^2] = \hat{L}_i[\hat{K}_1, \hat{L}_i] + [\hat{K}_1, \hat{L}_i]\hat{L}_i = 2i\hbar\left(\vec{n}\cdot[\hat{\vec{S}}_H \times \hat{\vec{L}}]\right) \tag{I.51}$$

$$[\hat{K}_2, \hat{\vec{L}}^2] = \hat{L}_i[\hat{K}_2, \hat{L}_i] + [\hat{K}_2, \hat{L}_i]\hat{L}_i = 2i\hbar\left(\vec{n}\cdot[\hat{\vec{S}}_L \times \hat{\vec{L}}]\right) \tag{I.52}$$

$$[\hat{K}, \hat{\vec{L}}^2] = 2i\hbar\left(\vec{n}\cdot[\hat{\vec{F}} \times \hat{\vec{L}}]\right) \tag{I.53}$$

Приложение II. Результаты Распределение спиральности

Показано полученные распределения спиральности осколька при заданном распределении орбитального момента, заданного в виде(см. формула (5.12)).

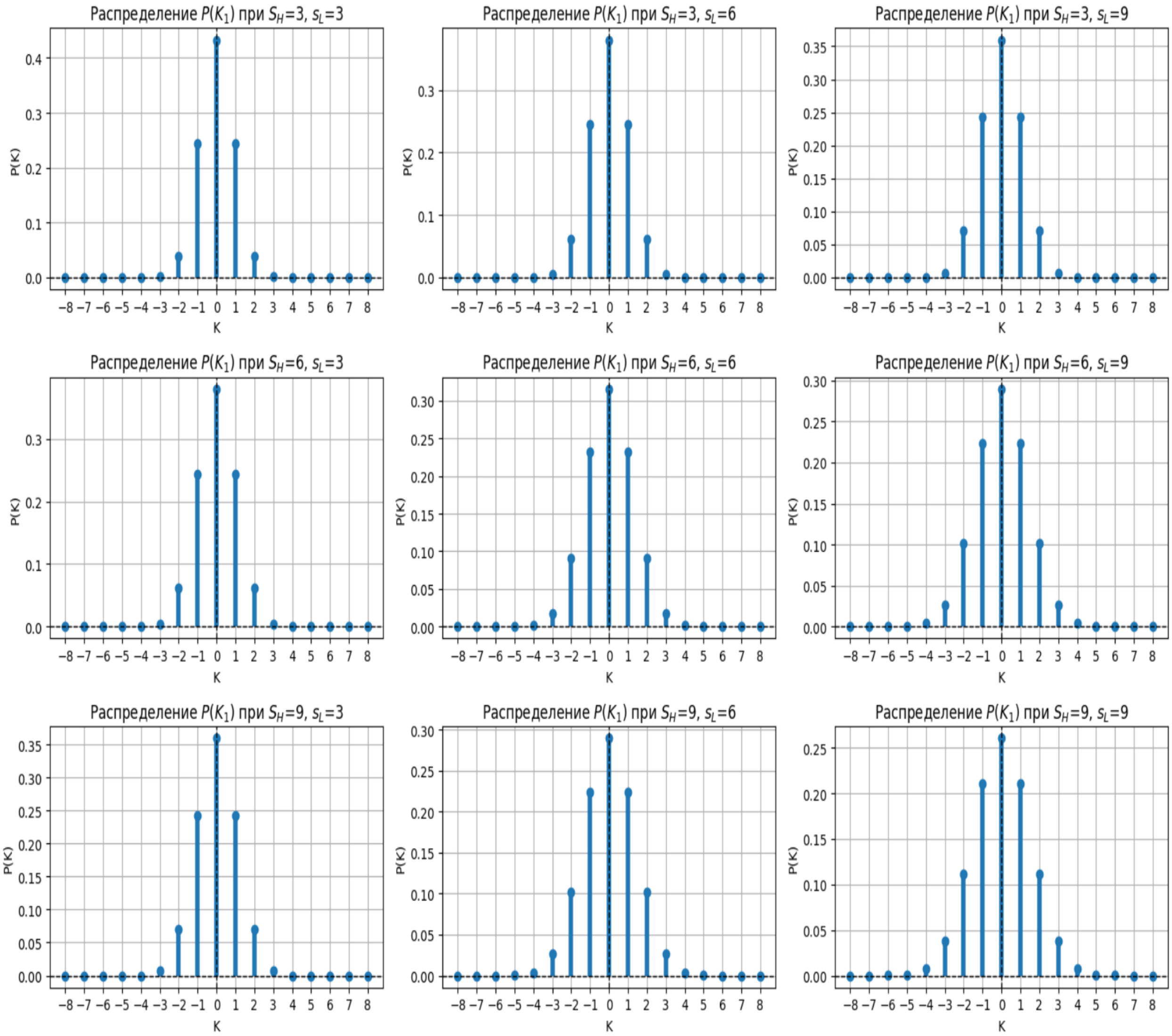

Рисунок 5.6 — распределения спиральности осколька при $S_{H,L}$ = [3,6,9] параметр μ т.е положение пика, было выбрано в точке $L = S_H + S_L$

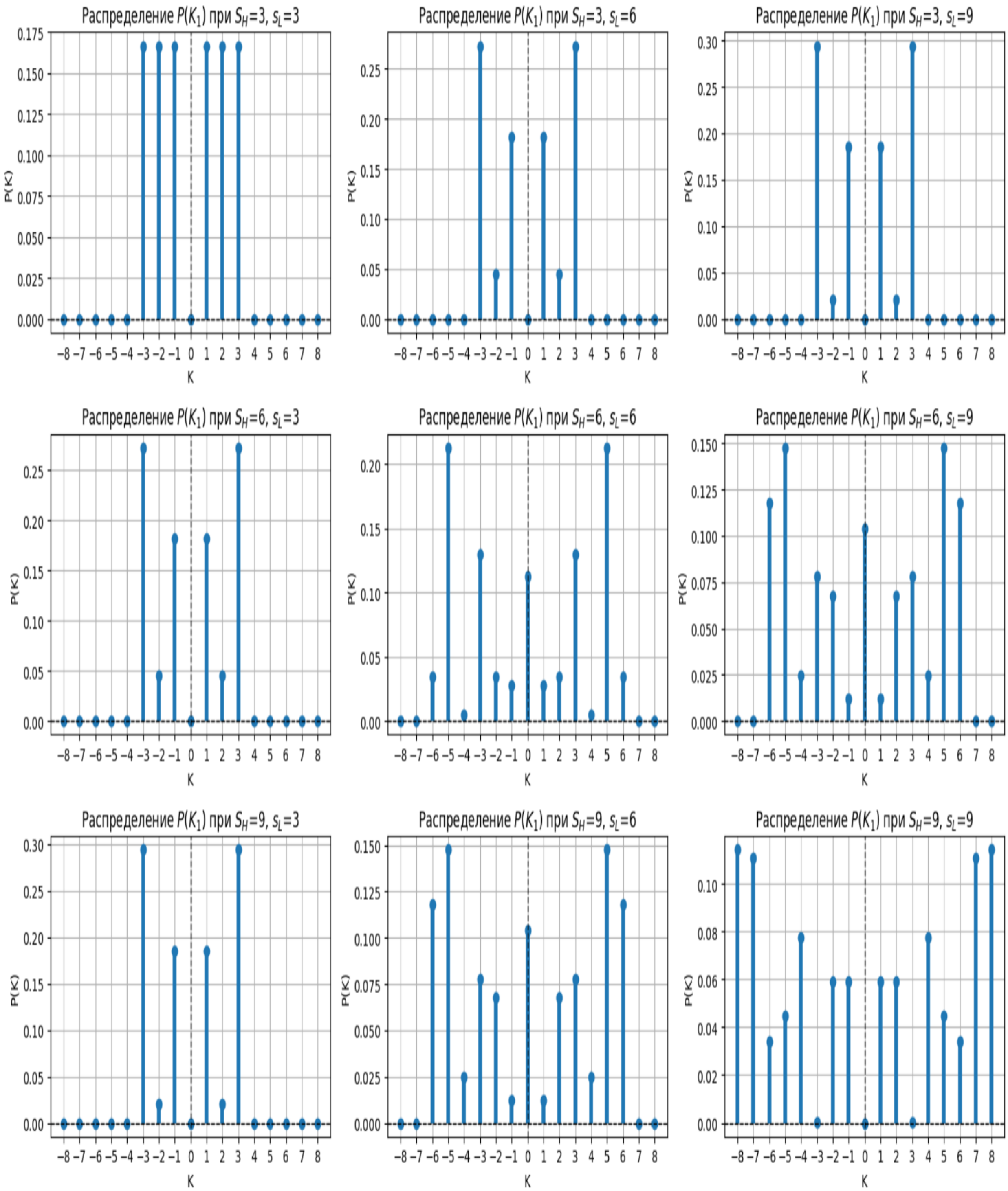

Рисунок 5.7 — распределения спиральности осколька при $S_{H,L}$ = [3,6,9] параметр μ т.е положение пика, было выбрано в точке $L = \dfrac{(S_H + S_L) + |S_H - S_L|}{2}$

Список литературы

1. *Wilson J. N.*, *Thisse D.*, *et al.* Angular momentum generation in nuclear fission // Nature. — 2021. — V.590, 566.
2. *Døssing T.*, *Åberg S.*, *et al.* Angular momentum in fission fragments // Phys. Rev. C. — 2024. — V.109, 034615.
3. *Wilhelmy J.*, *Cheifetz E.*, *et al.* Angular momentum of primary products formed in the spontaneous fission of ^{252}Cf // Phys. Rev. — 1971.
4. *Bulgac A.* Angular correlation between the fission fragment intrinsic spins // Phys. Rev. C. — 2022. — V.106, 014624.
5. *Bulgac A.*, *Abdurrahman I.*, *et al.* Fragment Intrinsic Spins and Fragments' Relative Orbital Angular Momentum in Nuclear Fission // Phys. Rev. Lett. — 2022. — V.128, 022501.
6. *Scamps G.*, *Abdurrahman I.*, *et al.* Spatial orientation of the fission fragment intrinsic spins and their correlations // Phys. Rev. C. — 2023. — V.108, L061602.
7. *Vogt R.*, *Randrup J.* Angular momentum effects in fission // Phys. Rev. C. — 2021. — V.103, 014610.
8. *Randrup J.*, *Vogt R.* Generation of Fragment Angular Momentum in Fission // Phys. Rev. Lett. — 2021. — V.127, 062502.
9. *Барабанов А. Л.* Симметрии и спин-угловые корреляции в реакциях и распадах. — Москва : ФИЗИМАТЛИТ, 2010. — С. 520. — ISBN 978-5-9221-1226-0.
10. *Ericson T.* On the level density of the deformed nuclei // Nuc. Phys. — 1958.
11. *Michael B.*, *Bernard R.*, *et al.* Future of nuclear fission theory // Nucl. Part. Phys. G. — 2020. — V.47, 113002.

12. *Vogt R.*, *Randrup J.* Detailed modeling of fission with FREYA // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A. — 2020. — V.954, 161225.

13. *Bulgac A.*, *Abdurrahman I.*, *et al.* Fission Fragment Intrinsic Spins and Their Correlations // Phys. Rev. Lett. — 2021. — V.126, 142502.

14. *Bertsch G. F.*, *Kawano T.*, *Robledo L. M.* Angular momentum of fission fragments // Phys. Rev. C. — 2019. — V.99, 034603.