

ГАЛО СКРЫТОЙ МАССЫ ВОКРУГ ПЕРВИЧНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР

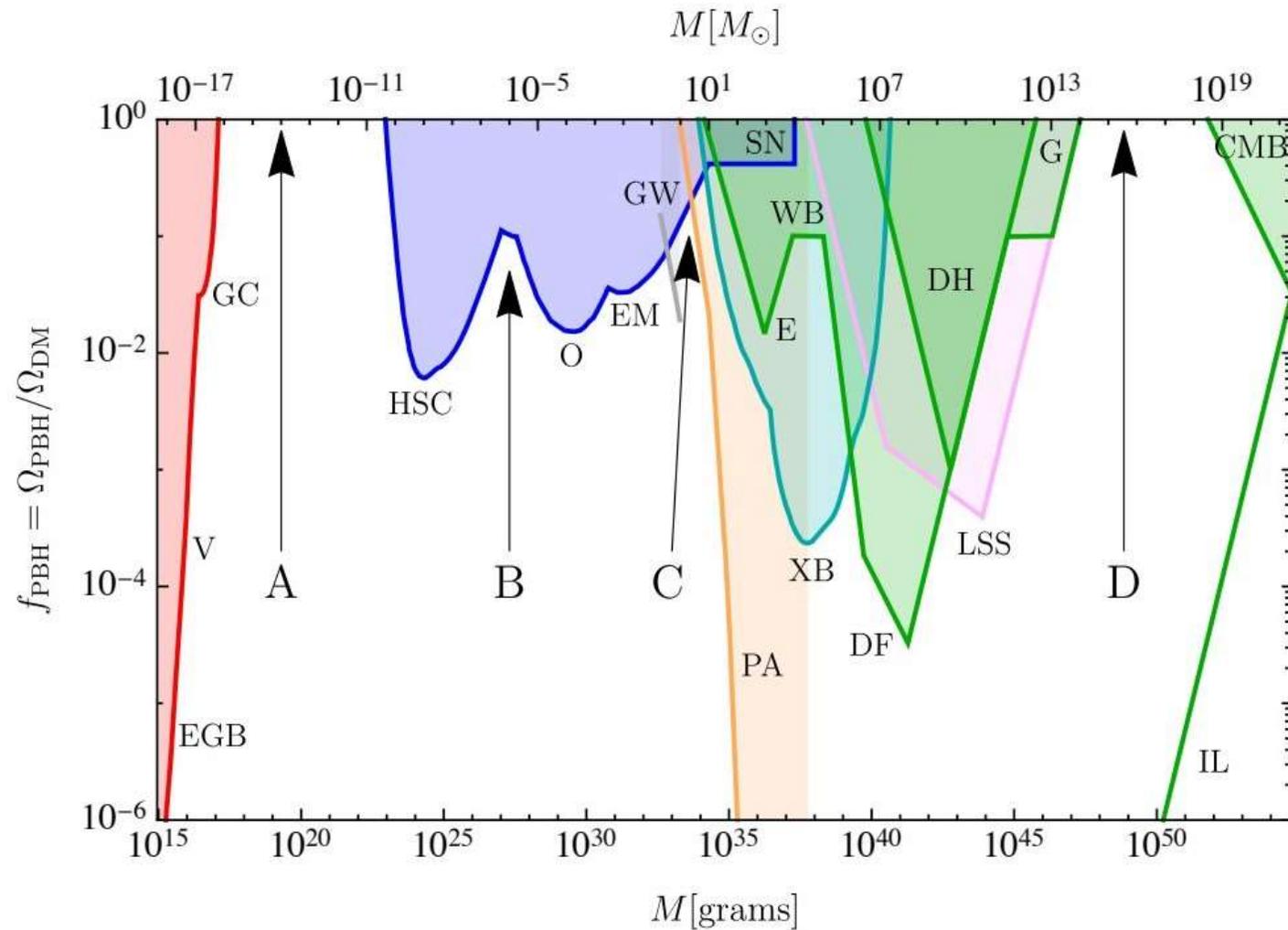
Научный руководитель: В. Д. Стасенко

Студент: К. М. Кузнецова, Б21-102

Введение

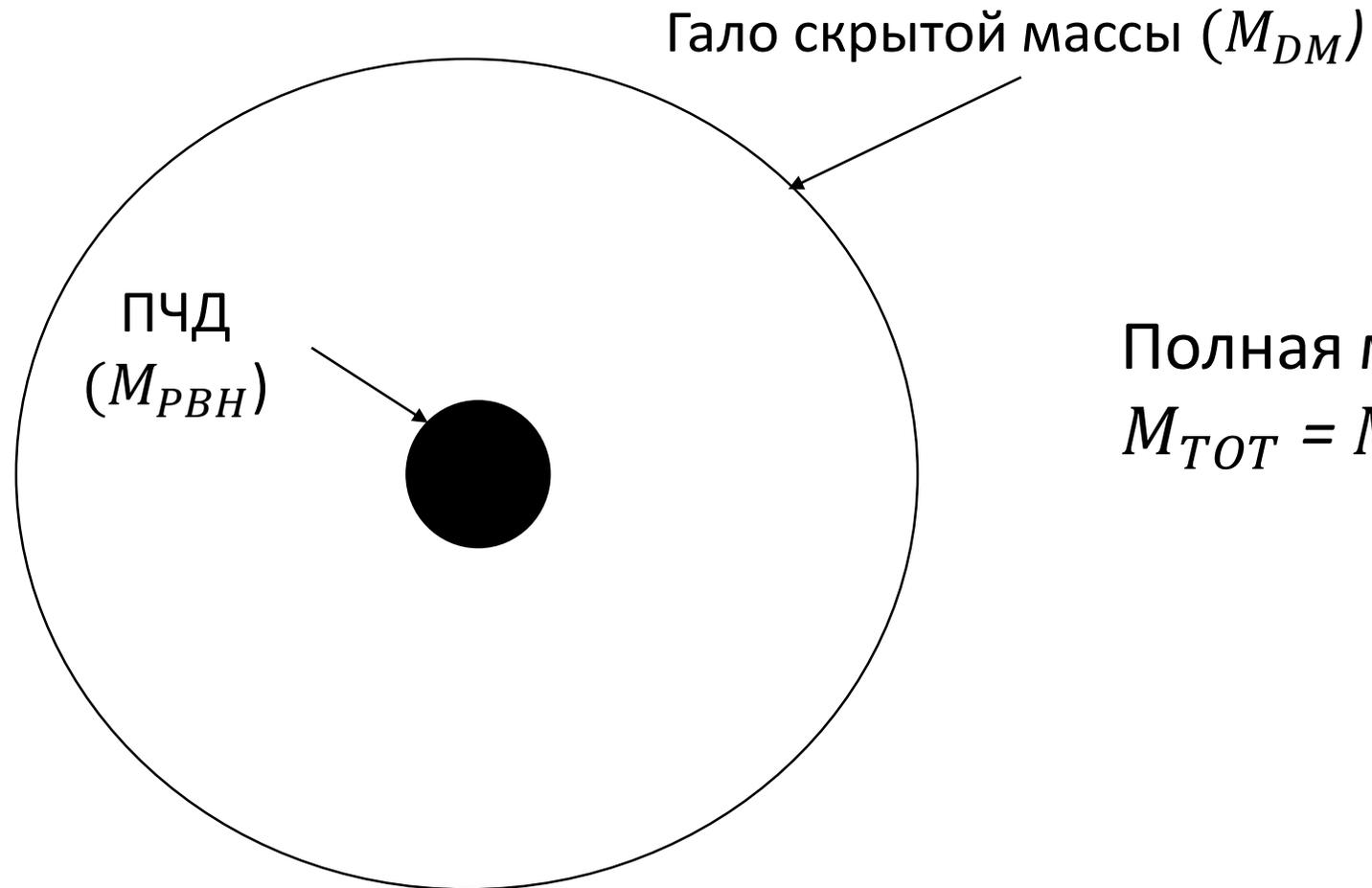
В большинстве космологических моделей скрытая масса является важной составляющей общей плотности массы Вселенной. В свою очередь в ранней Вселенной первичная черная дыра генерирует флуктуацию плотности, когда скрытая масса аккумулируется вокруг первичной черной дыры, образуя гало, эволюция которого представляет интерес.

Введение



Carr B., Kühnel F. Primordial black holes as dark matter candidates // SciPostPhysics Lecture Notes. — 2022. — arXiv:2110.02821 [astro-ph.CO]

Получение уравнения



Полная масса:

$$M_{TOT} = M_{PBH} + M_{DM}$$

Получение уравнения

Уравнение движения для оболочки радиуса r :

$$\ddot{r} = -\frac{8\pi G}{3}\rho_R - \frac{GM_{\text{TOT}}}{r^2} \quad (1)$$

G – гравитационная постоянная;
 M_{TOT} – полная масса материи;
 ρ_R – плотность излучения;

$$d\eta = dt/a(t) \quad (2)$$

η – конформное время;
 $a(\eta)$ – масштабный фактор;
 $R_\xi(\eta)$ – отклонение оболочки от

$$r = a(\eta)R_\xi(\eta)\xi \quad (3)$$

Хаббловского потока;
 ξ – сопутствующий размер оболочки;

Получение уравнения

Параметризация полной массы внутри оболочки:

$$M_{\text{TOT}} \equiv \frac{4\pi}{3} \rho_{eq} a_{eq}^3 [1 + \Phi(\xi)] \xi^3 \quad (4)$$

$$\Phi(\xi) = \delta\rho_M / \rho_M \quad (5)$$

$$x \equiv a / a_{eq} \quad (6)$$

M_{TOT} - полная масса материи;

ρ_M - плотность излучения;

R - отклонение оболочки от

Хаббловского потока;

a_{eq} - масштабный фактор на момент

MD-RD перехода;

ρ_{eq} - плотность материи на момент

MD-RD перехода;

ξ - сопутствующий размер оболочки;

Уравнение (1) примет вид:

$$x(1+x) \frac{d^2 R}{dx^2} + \left(1 + \frac{3}{2}\right) \frac{dR}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \Phi}{R^2} - R \right) = 0 \quad (7)$$

Численное решение

Условие остановки роста флуктуации:

$$\dot{r} = 0 \Leftrightarrow R + x \frac{dR}{dx} = 0 \quad (8)$$

Параметр уравнения (10):

$$\Phi(\xi) \equiv \frac{\delta\rho_M}{\rho_M} = \frac{M_{PBH}}{M_{DM}} \quad (10)$$

Начальные условия:

$$\begin{aligned} \dot{R}(x_0) &= 0 \\ R(x_0) &= 1 \\ x_0 &\ll 1 \end{aligned} \quad (9)$$

M_{DM} - скрытая масса;

M_{PBH} - масса первичной черной дыры (ПЧД);

ρ_M - плотность материи;

R - отклонение оболочки от Хаббловского потока;

ξ - сопутствующий размер оболочки;

Численное решение

Плотность и радиус на момент остановки:

$$\rho_{ta} = \left(\frac{1}{4\pi r^2} \right) \frac{dM}{dr} \quad (11)$$

$$r = R_{ta} x_{ta} \xi \quad (12)$$

M – масса внутри оболочки радиуса r ;
 R_{ta} – отклонение оболочки от Хаббловского потока на момент остановки;
 x_{ta} – масштабный коэффициент на момент остановки;
 ρ_{ta} – плотность материи на момент остановки;
 ξ – сопутствующий размер оболочки;

Численное решение

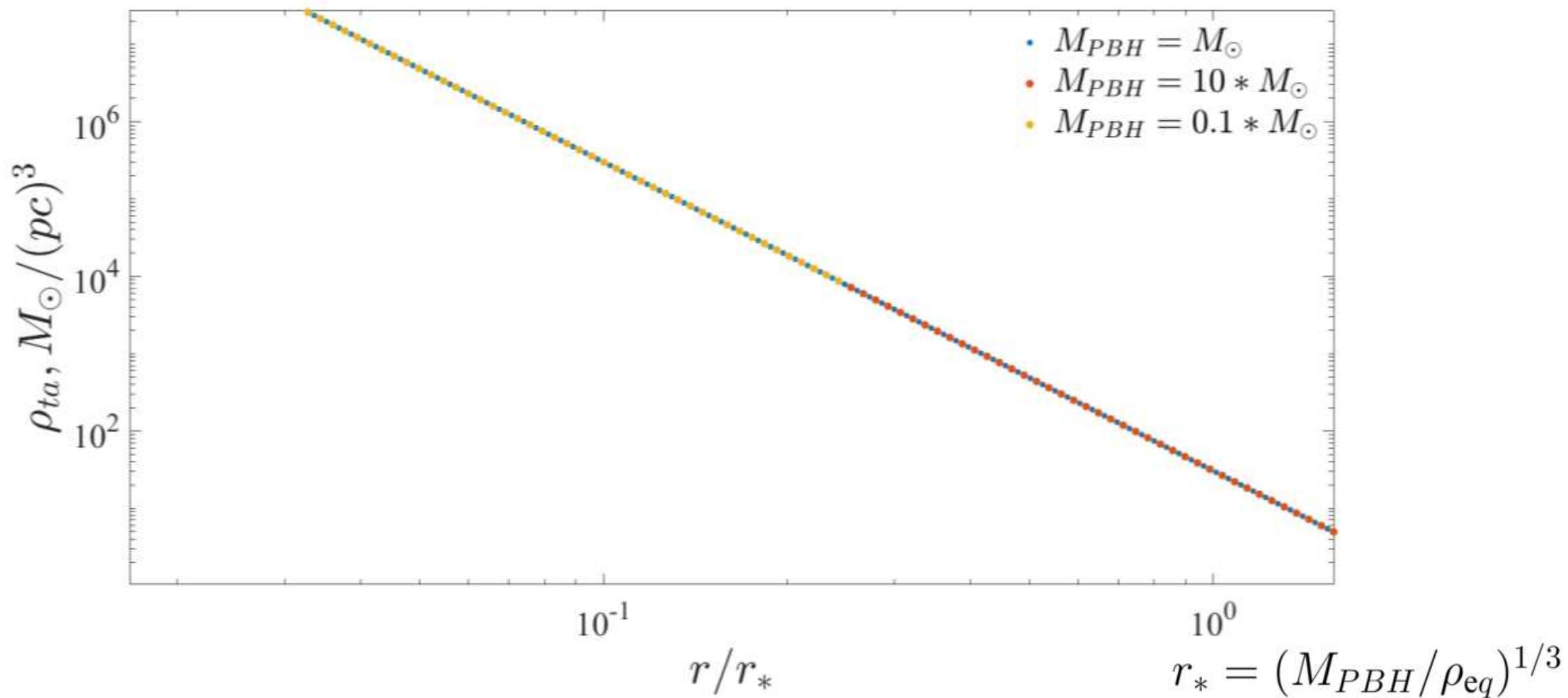


Рисунок 1. График профиля плотности сферической оболочки материи.

Аналитическое решение

Радиус остановки роста сферического слоя:

$$r_{ta} \simeq \frac{2r_{eq}}{5\delta_{eq}} = \frac{8\pi\rho_{eq}r_{eq}^4}{15M_{PBH}} \quad (13)$$

M_{PBH} – масса ПЧД;

δ_{eq} – флуктуация плотности;

r_{ta} – радиус оболочки на момент остановки;

r_{eq} – радиус оболочки на момент RD-MD перехода;

ρ_{eq} – плотность материи на момент RD-MD перехода;

$$\rho(r) = dM / 4\pi r^2 dr \quad (14)$$

$$dM = \left(\frac{15 M_{PBH}}{4} \right)^{3/4} \left(\frac{\pi\rho_{eq}}{r} \right)^{1/4} dr \quad (15)$$

Аналитическое решение

Профиль плотности:

$$\rho(r) = \left(\frac{15M_{PBH}}{16\pi} \right)^{3/4} \left(\frac{\rho_{eq}}{4} \right)^{1/4} r^{-9/4} \quad (16)$$

$$r_* = (M_{PBH}/\rho_{eq})^{1/3} \quad (17)$$

$$\rho \approx 0.29 \rho_{eq} \left(\frac{r}{r_*} \right)^{-9/4} \quad (18)$$

M_{PBH} – масса ПЧД;

r_{eq} – радиус оболочки на момент RD-MD перехода;

ρ_{eq} – плотность материи на момент RD-MD перехода;

Аналитическое решение

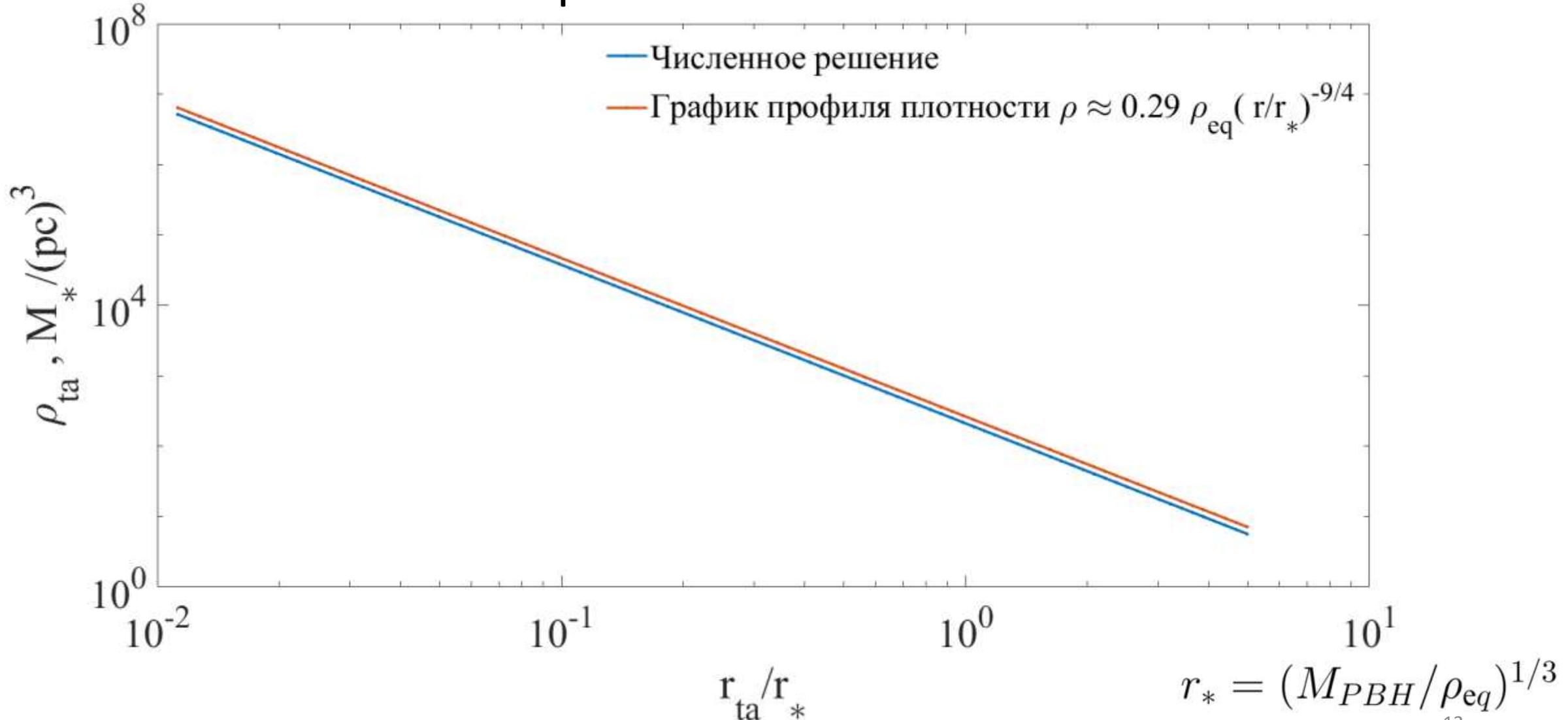


Рисунок 2. График профиля плотности сферической оболочки материи.

Остановка роста гало

Масса гало скрытой массы:

$$M_h \approx M_{PBH} \frac{1 + z_{eq}}{1 + z} \quad (19)$$

M_{PBH} – масса ПЧД;

$z_{eq} = 3402$ - красное смещение на момент RD-MD перехода;

$\delta_c = 1.69$ - флуктуация плотности;

Доля материи в структурах с массой большей, чем M_h :

$$P_{\text{inf}}(M > M_h) = 1 - \text{erf} \left(\frac{\delta_c}{\sqrt{2}\sigma(M_h)} \right) \quad (20)$$

Остановка роста гало

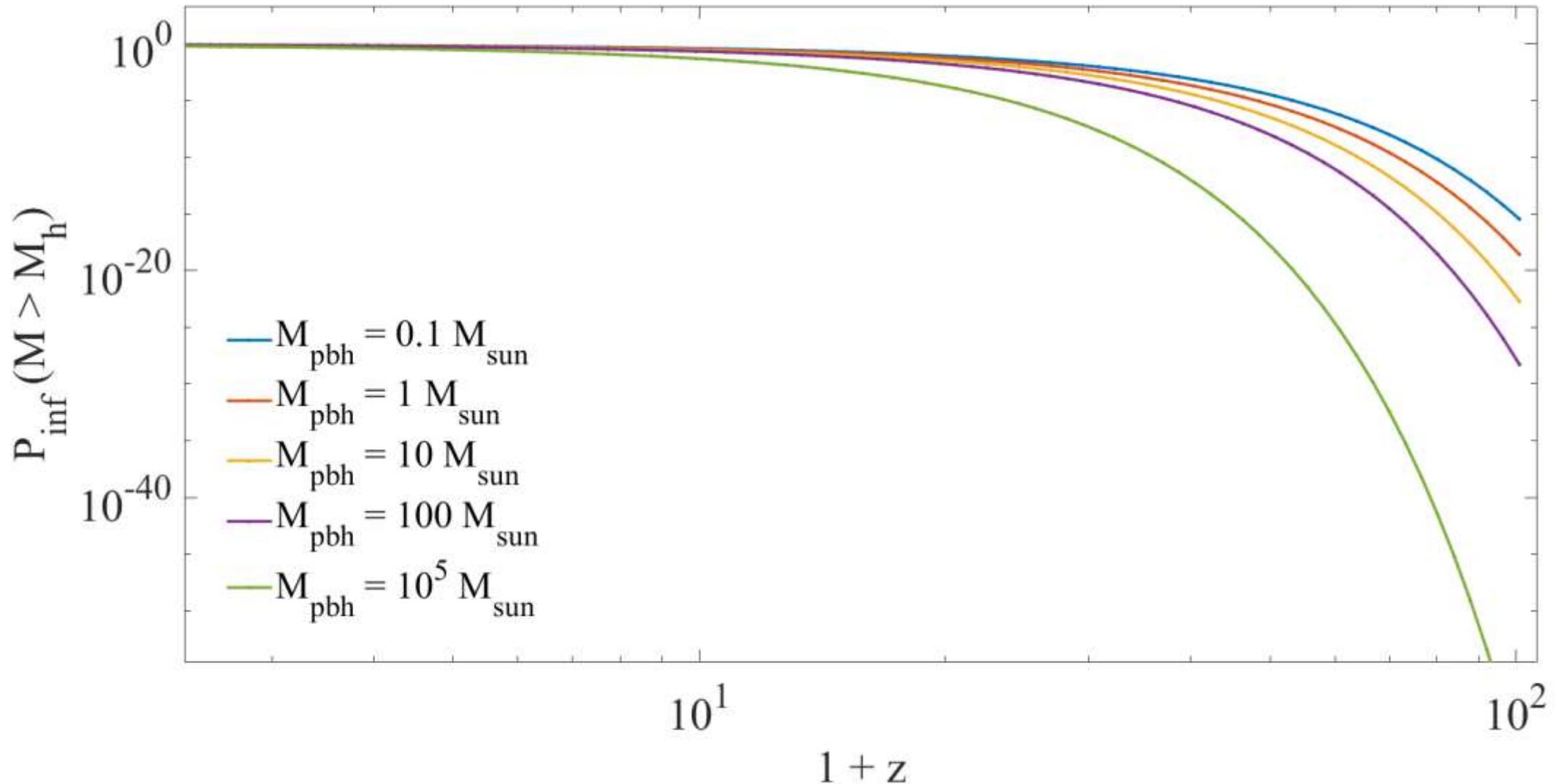


Рисунок 3. Графики зависимости доли материи P_{inf} от красного смещения z .

Остановка роста гало

Доля массы, которая аккумулируется вокруг ПЧД:

$$P_{PBH} = \frac{M_h f_{PBH}}{M_{PBH}} \quad (25)$$

M_{PBH} – масса ПЧД;

M_h – масса гало;

z_{eq} – красное смещение на момент RD-MD перехода;

P_{inf} – доля материи в структурах массой больше, чем M_h ;

Приравниваем правые части уравнений (23) и (24):

$$P_{PBH}(M_h(z)) = P_{inf}(M_h(z)) \quad (26)$$

Остановка роста гало

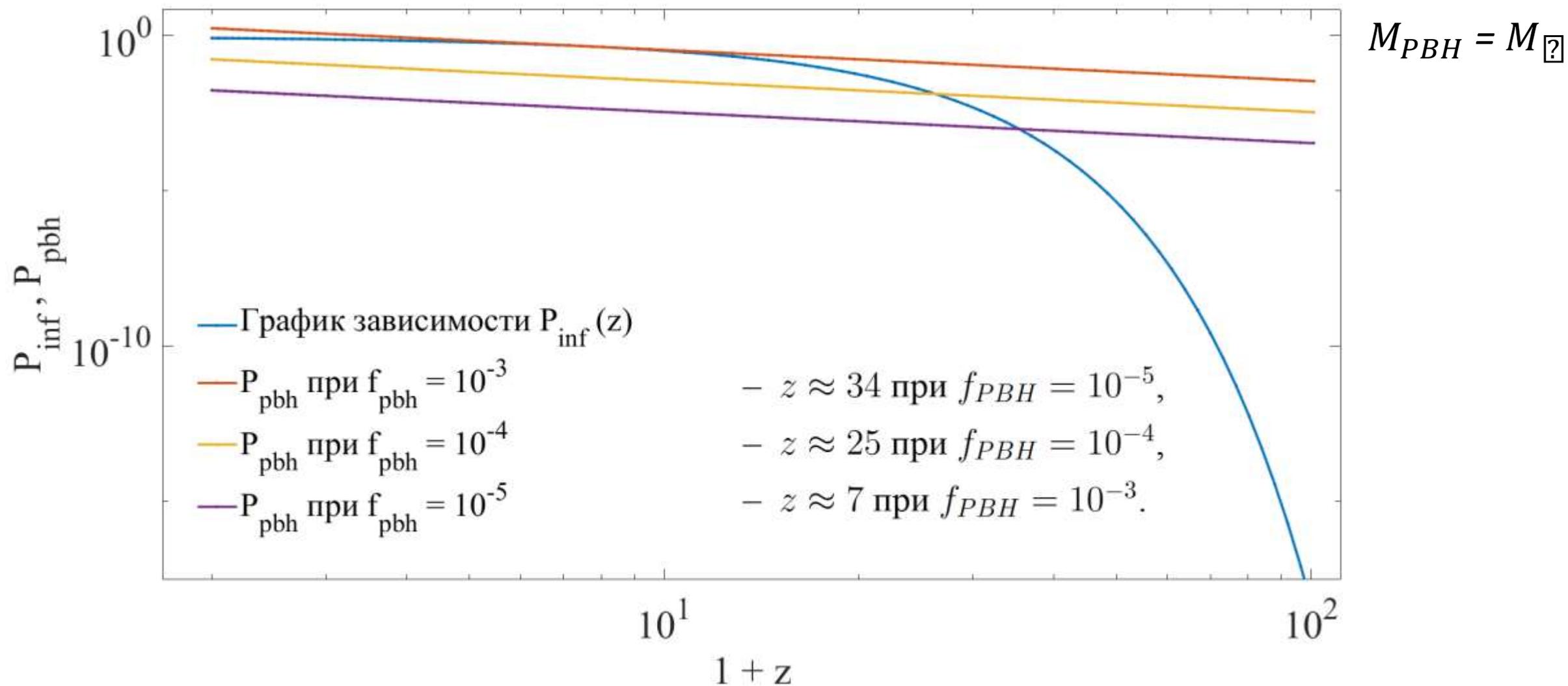


Рисунок 4. Графическое решения уравнения (25).

Взаимодействие звезды с гало вокруг ПЧД

Угол прецессии орбиты звезды:

$$\delta\phi = \frac{\partial}{\partial L} \left(\frac{2m}{L} \int_0^\pi r^2(\phi) \delta U d\phi \right) \quad (27)$$

L – угловой момент звезды;

m – масса звезды;

ρ_{eq} – плотность материи на момент RD-MD перехода;

δU – малая поправка к потенциалу ПЧД;

R_{min} – минимальный радиус, до которого дотянется профиль плотности;

Взаимодействие звезды с гало вокруг ПЧД

Полная масса СМ:

$$M_{DM}(r) = 4\pi \left(\frac{4}{3}\right) 0.29\rho_{eq}r_*^3 \left[\left(\frac{r}{r_*}\right)^{3/4} - \left(\frac{R_{min}}{r_*}\right)^{3/4} \right] \quad (28)$$

Поправка к потенциалу в случае профиля плотности (18):

$$\delta U = 4\pi G \left[\left(-\frac{16}{3}\right) 0.29\rho_{eq}r_*^2 \left(\frac{r}{r_*}\right)^{-1/4} + \frac{C_1}{r} + C_2 \right] \quad (29)$$

$$\rho \approx 0.29 \rho_{eq} \left(\frac{r}{r_*}\right)^{-9/4}$$

$$r_* = (M_{PВН}/\rho_{eq})^{1/3}$$

$M_{PВН}$ – масса ПЧД;

ρ_{eq} – плотность материи на момент RD-MD перехода;

G – гравитационная постоянная;

C_1, C_2 – константы;

Заключение

В данной работе было получено численное решение уравнения (7), описывающего эволюцию оболочки скрытой массы вокруг первичной черной дыры. Была найдена аналитическая формула профиля плотности сферической оболочки (18), которая отражает зависимость, полученную при численном решении (рис. 4).

Также было получено графическое решение уравнения (26), определяющего момент остановки роста гало скрытой массы вокруг первичной черной дыры.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Kolb E.W., Tkachev I.I. Large-amplitude isothermal fluctuations and high-density dark-matter clumps // Phys. Rev. D. — 1994. — July. — Vol. 50,issue 2. — P. 769–773. — arXiv:astro-ph/9403011.
2. Kolb E.W., Turner M.S. The Early Universe. — Addison-Wesley, RedwoodCity, Ca., 1990.
3. Meszaros P. The behaviour of point masses in an expanding cosmological substratum. // Astronomy and Astrophysics. — 1974. — Dec. — Vol. 37,no. 2. — P. 225–228.
4. Zel'dovich Y. B. N.I. The Hypothesis of Cores Retarded during Expansion and the Hot Cosmological Model // Soviet Astronomy. — 1966.
5. Carr B., Hawkins M. Black Holes in the Early Universe // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1974.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

6. Carr B., Silk J. Primordial Black Holes as Generators of Cosmic Structures // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2018. — Vol. 478, no. 3. — P. 3756–3775. — arXiv: 1801.00672 [astro-ph.CO].
7. Press W.H., Schechter P. Formation of Galaxies and Clusters of Galaxies by Self-Similar Gravitational Condensation // Astrophys. J. — 1974. — Feb. — Vol. 187. — P. 425–438.
8. Bardeen J.M., Bond J.R., Kaiser N., Szalay A.S. The Statistics of Peaks of Gaussian Random Fields // Astrophys. J. — 1986. — Vol. 304. — P. 15–61.
9. Mo H.J., White S.D.M. The Abundance and clustering of dark haloes in the standard Λ -CDM cosmogony // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2002. — Vol. 336. — P. 112. — arXiv: astro-ph/0202393.

Получение уравнения

Масштабный фактор $a(\eta)$ удовлетворяет уравнениям:

$$a'^2 = \frac{8\pi G}{3} (\rho_M + \rho_R) a^4 \quad (4)$$

$$a'' = \frac{4\pi G}{3} \rho_M a^3 \quad (5)$$

G – гравитационная постоянная;
 M_{TOT} – полная масса материи;
 ρ_R – плотность излучения;
 ρ_M – плотность материи;
 R – отклонение оболочки от Хаббловского потока;
 a – масштабный фактор;
 ξ – сопутствующий размер оболочки;

Уравнение (1) примет вид:

$$aR'' + a'R' + \left(\frac{GM_{TOT}}{\xi^3 R^2} - \frac{4\pi G}{3} a^3 \rho_M R \right) = 0 \quad (6)$$

Численное решение

Плотность и радиус на момент остановки:

$$\rho_{ta} = \left(\frac{1}{4\pi r^2} \right) \frac{dM}{dr} \quad (14)$$

Масштабный коэффициент на момент остановки:

$$x_{ta} = C_x / \Phi \quad (16)$$

$$r = R_{ta} x_{ta} \xi \quad (15)$$

M – масса внутри оболочки радиуса *r*;

Φ - параметр уравнения;

R_{ta} – отклонение оболочки от Хаббловского потока на момент остановки;

x_{ta} – масштабный коэффициент на момент остановки;

ρ_{ta} – плотность материи на момент остановки;

ξ - сопутствующий размер оболочки;

Численное решение

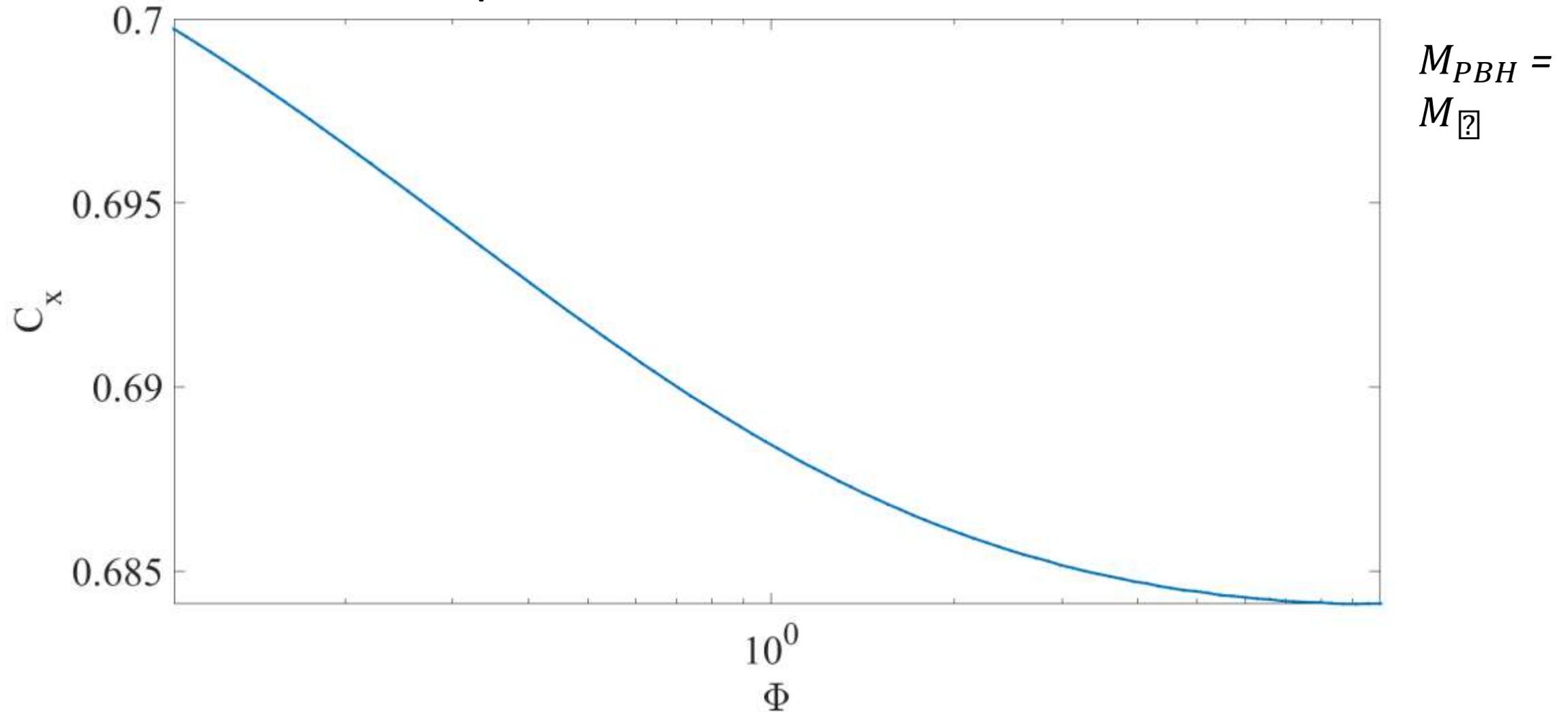


Рисунок 3. График зависимости коэффициента C_x от параметра Φ .

Остановка роста гало

Дисперсия флуктуации материи на массовом масштабе M_h :

$$\sigma^2(M_h, z) = D^2(z) \int \frac{dk}{2\pi^2} k^2 P(k) W^2(kR) \quad (21)$$

Спектр мощности:

$$P(k) = A T^2(k) k^{n_s} \quad (22)$$

Описание линейного роста флуктуаций плотности:

$$D(z) = g(z) / [g(0)(1 + z)] \quad (23)$$

Сферическая оконная функция в импульсном пространстве:

$$W(kR) = \frac{3(\sin kR - kR \cos kR)}{(kR)^3} \quad (24)$$