



Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Институт ядерной физики и технологий
Кафедра физики элементарных частиц №40

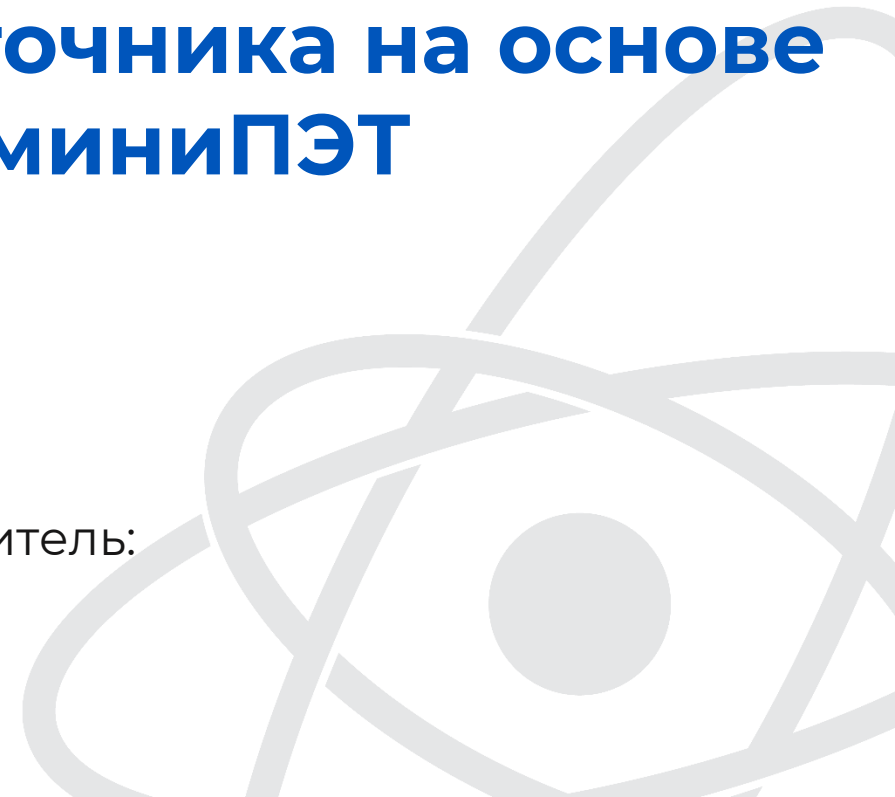
Научно-исследовательская работа на тему:

Реконструкция изображения источника на основе данных 32-канального миниПЭТ

Выполнила студентка группы М23-112:
Васильева П. Ф.

Научный консультант:
Дубинин Ф. А.

Научный руководитель:
Тетерин П. Е.



Цель

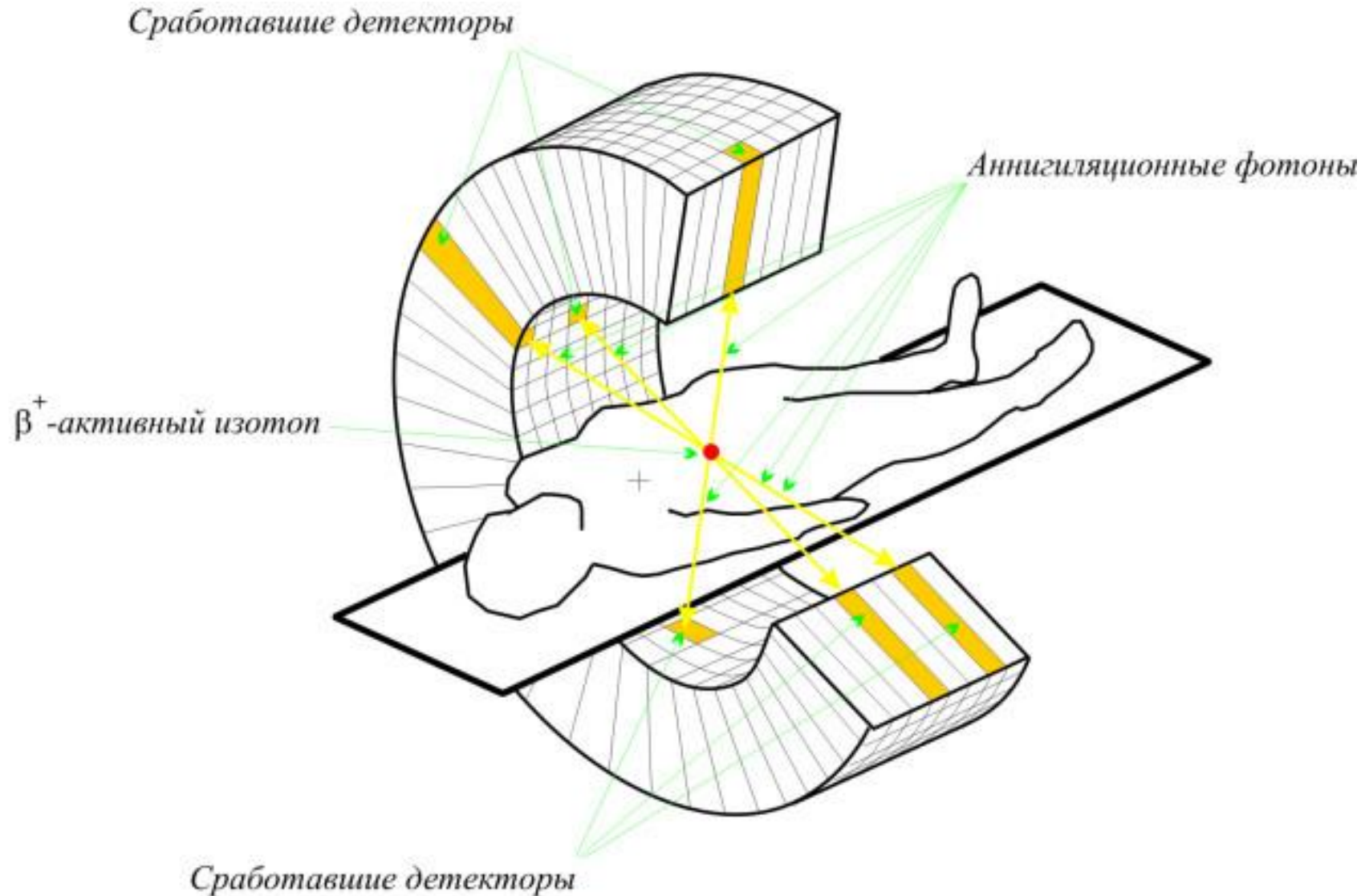


Разработать алгоритм реконструкции изображения по данным 32-канального мини-ПЭТ

Поставленные задачи

- Проанализировать принцип реконструкции томографического изображения в пакете Matlab
- Подобрать корректные параметры представления данных (синограммы)
- Изучить принципы фильтрации изображения и синограммы в томографии.
- Подобрать оптимальный фильтр данных для 32-канального мини-ПЭТ.

Принцип работы ПЭТ

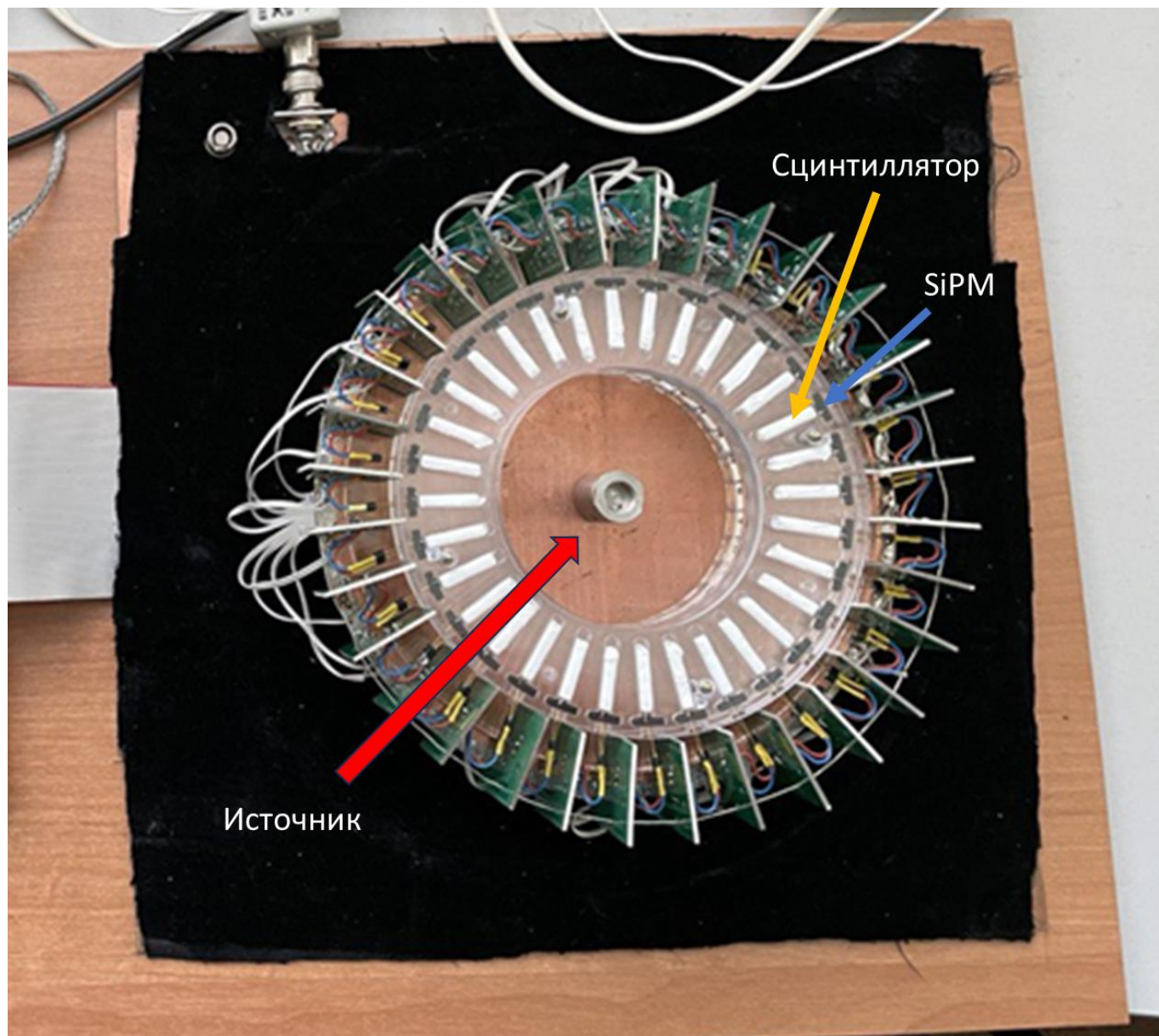


ПЭТ – позитрон-
эмиссионная
томография.

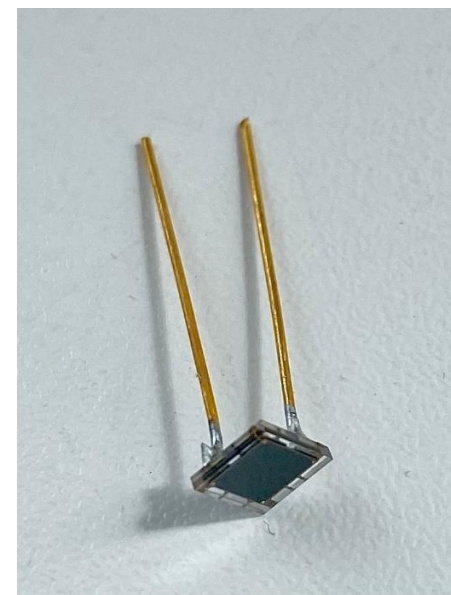
Пациенту вводится -
активный изотоп,
испускающий
позитрон.

Позитрон
аннигилирует с
электроном среды
и испускаются два
фотона, которые
разлетаются на
180°.

Макет ПЭТ



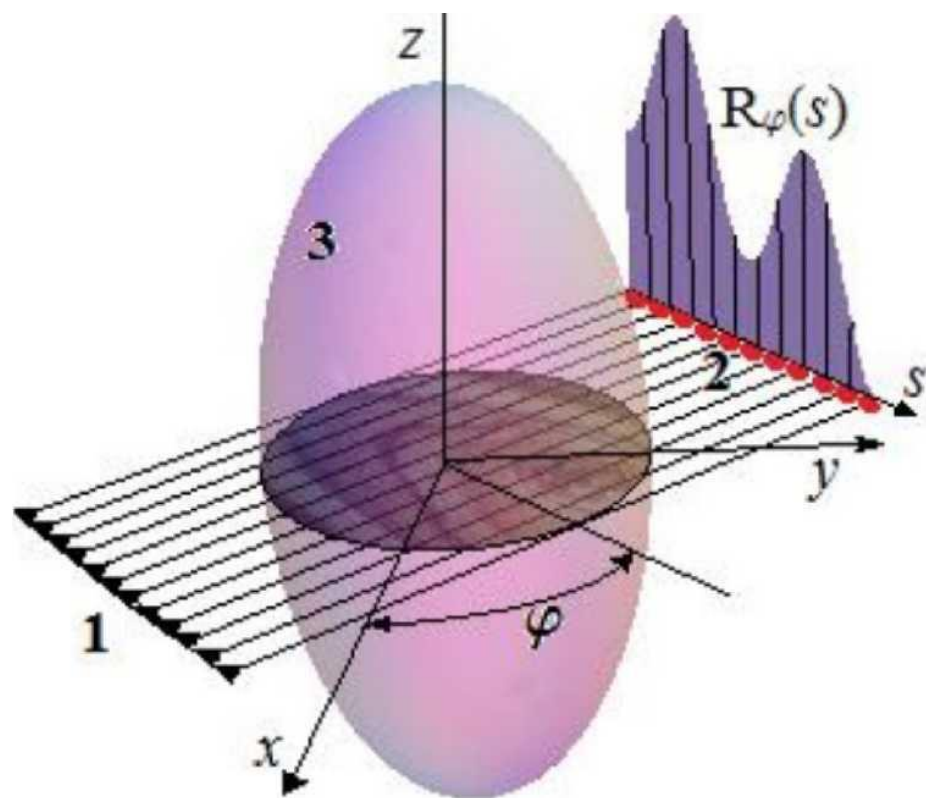
- 32 детектора с шагом в 11.25 градуса
- Сцинтиллятор: GAGG 3x3x20 мм
- SiPM SensL FC30035
- β^+ источник: Ti-44
- Диаметр источника в оболочке: 7 мм (внутри оболочки ~ 5 мм)



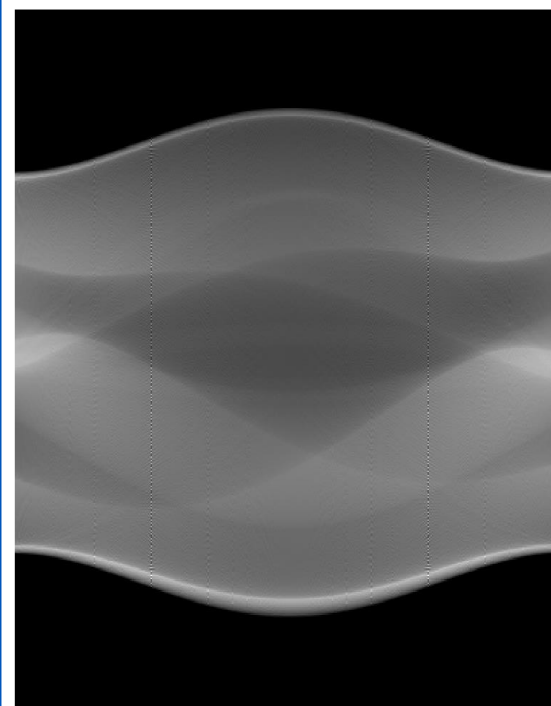
Преобразование Радона

Прямое преобразование. Синограмма

$$R(s, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(s \cos \varphi - t \sin \varphi, s \sin \varphi + t \cos \varphi) dt$$



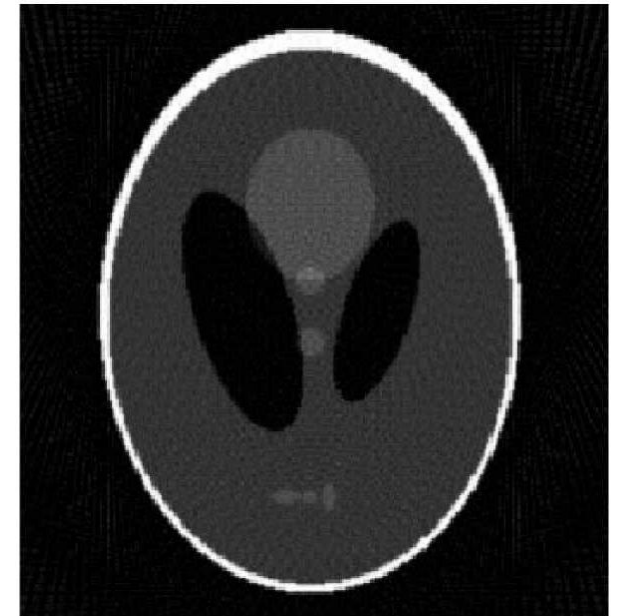
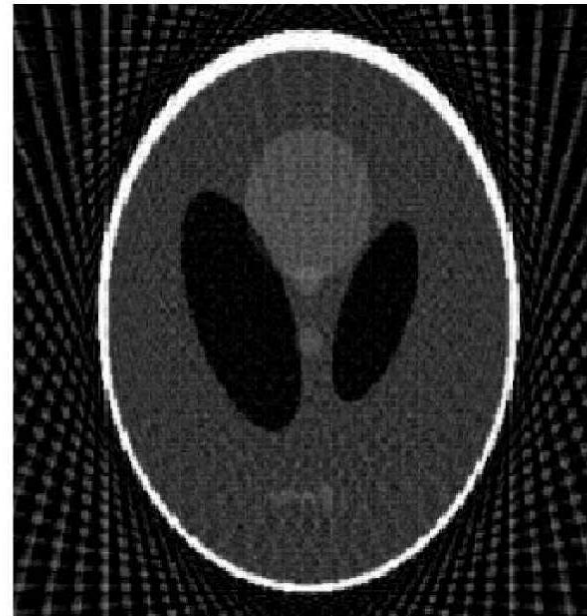
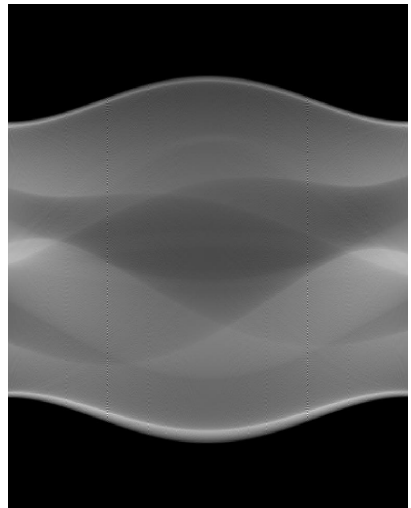
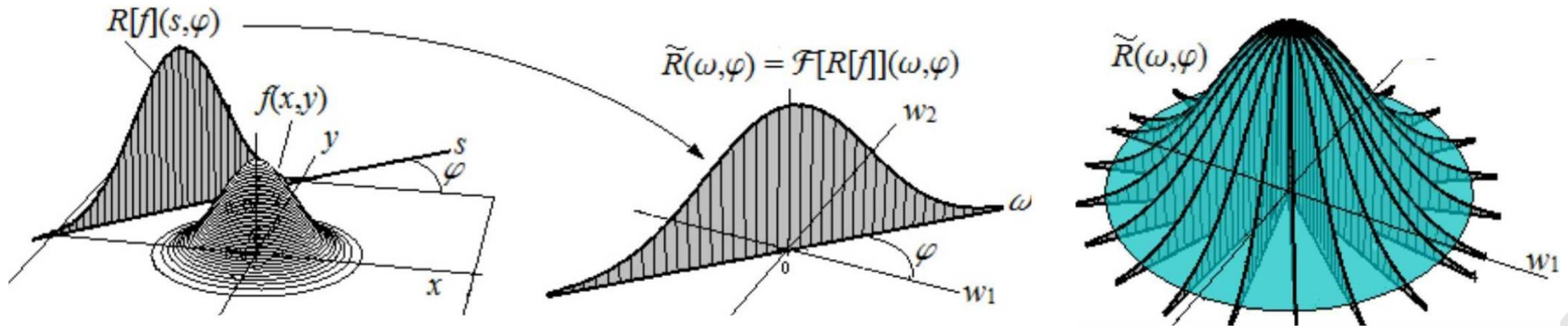
$s, \text{ mm}$



$\varphi, \text{ deg}$

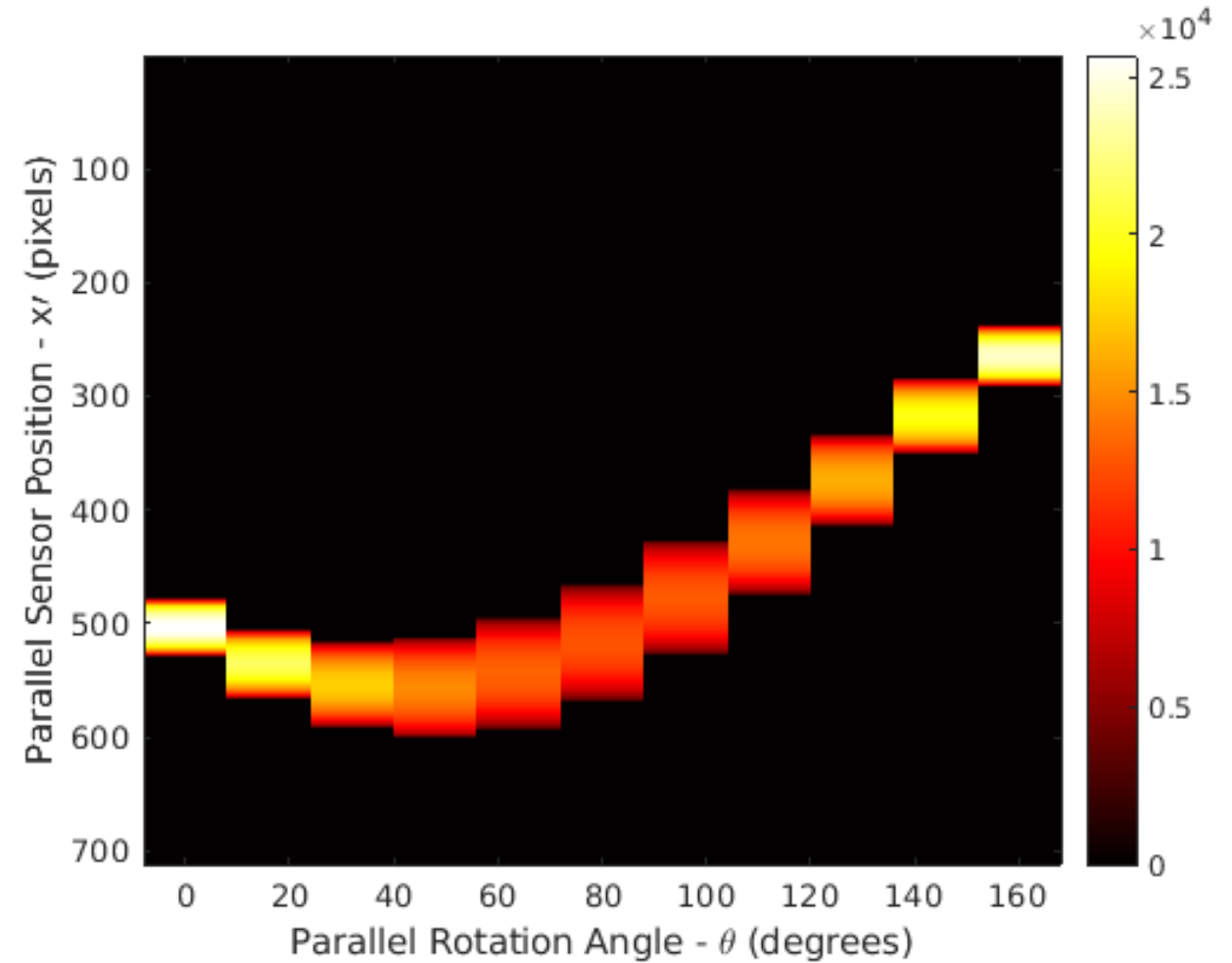
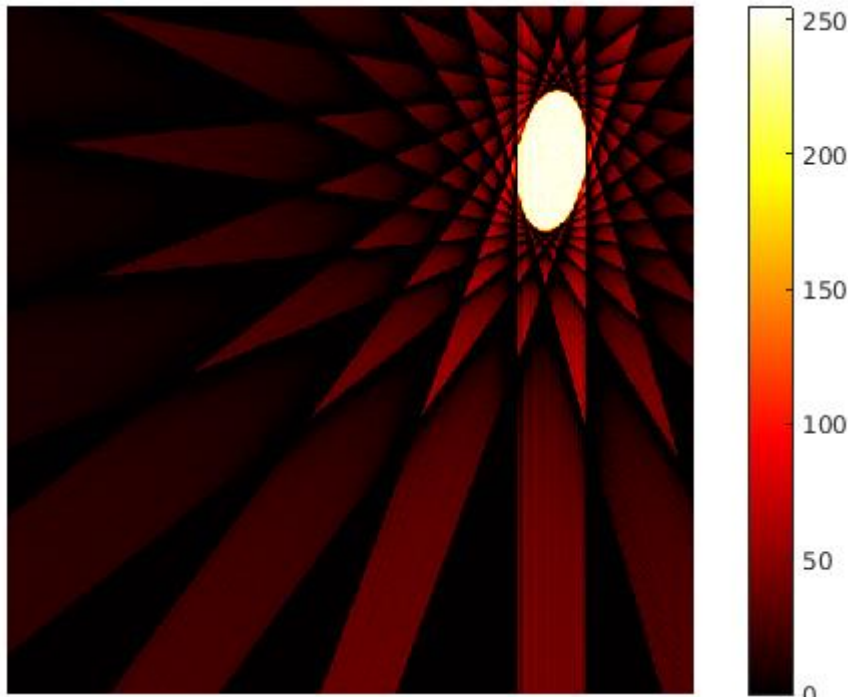
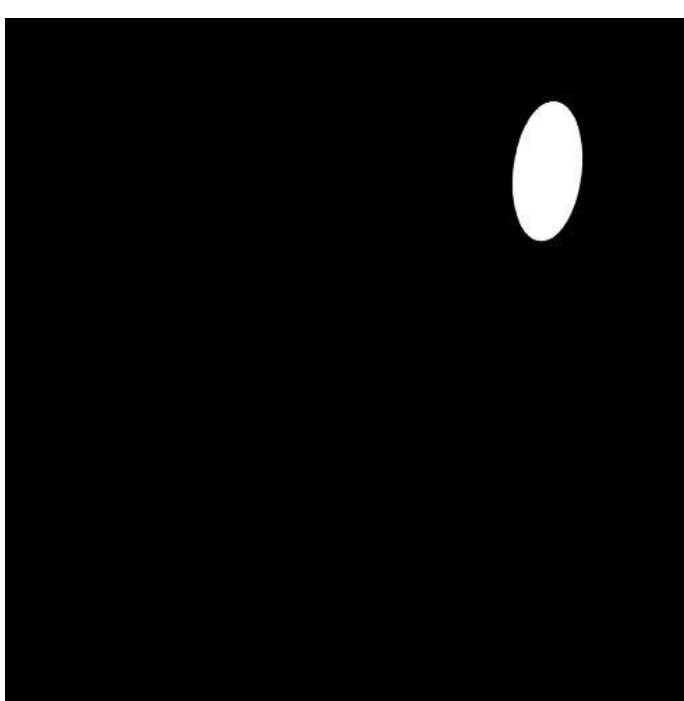
Преобразование Радона

Обратное преобразование. Томограмма



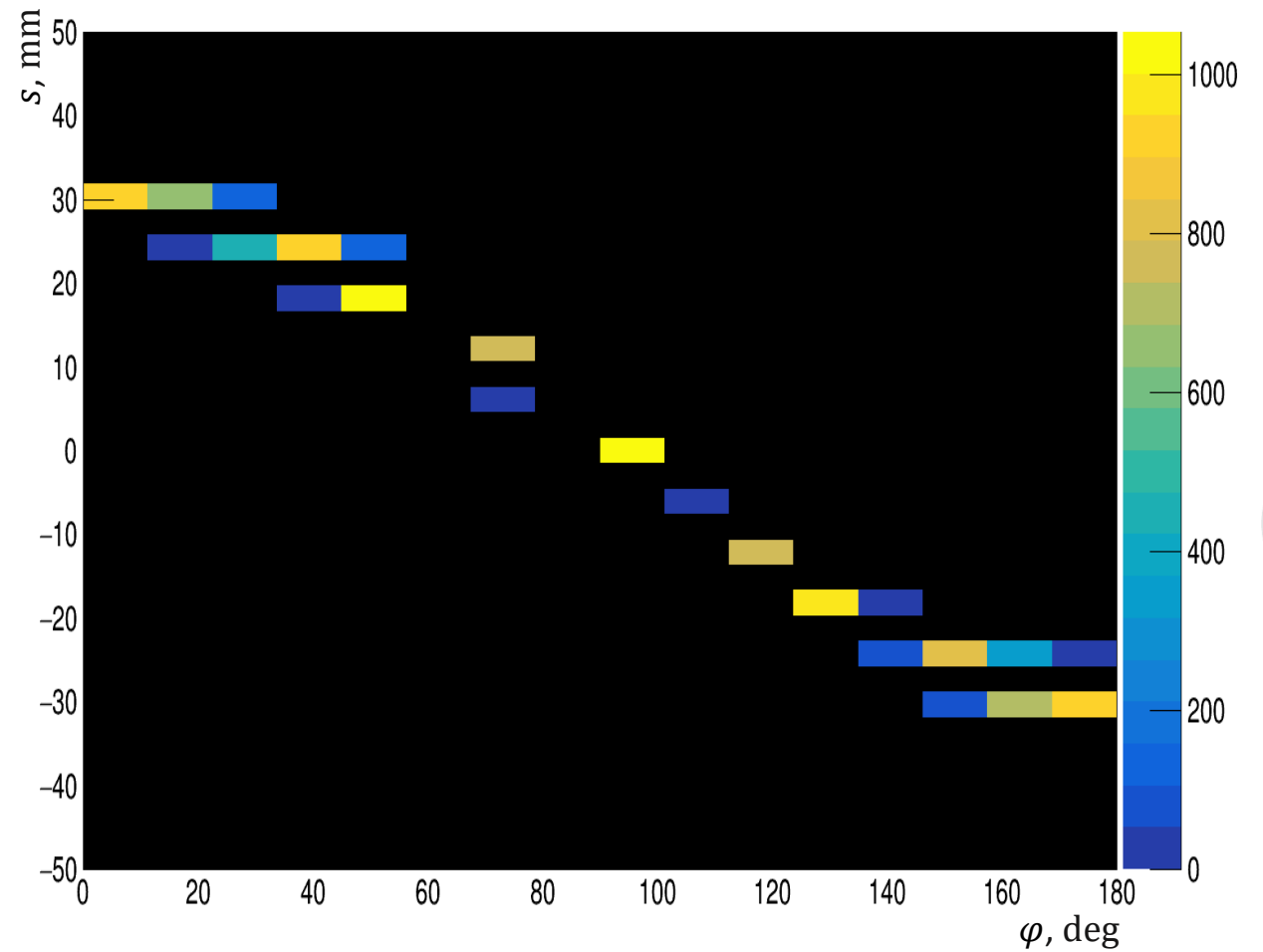
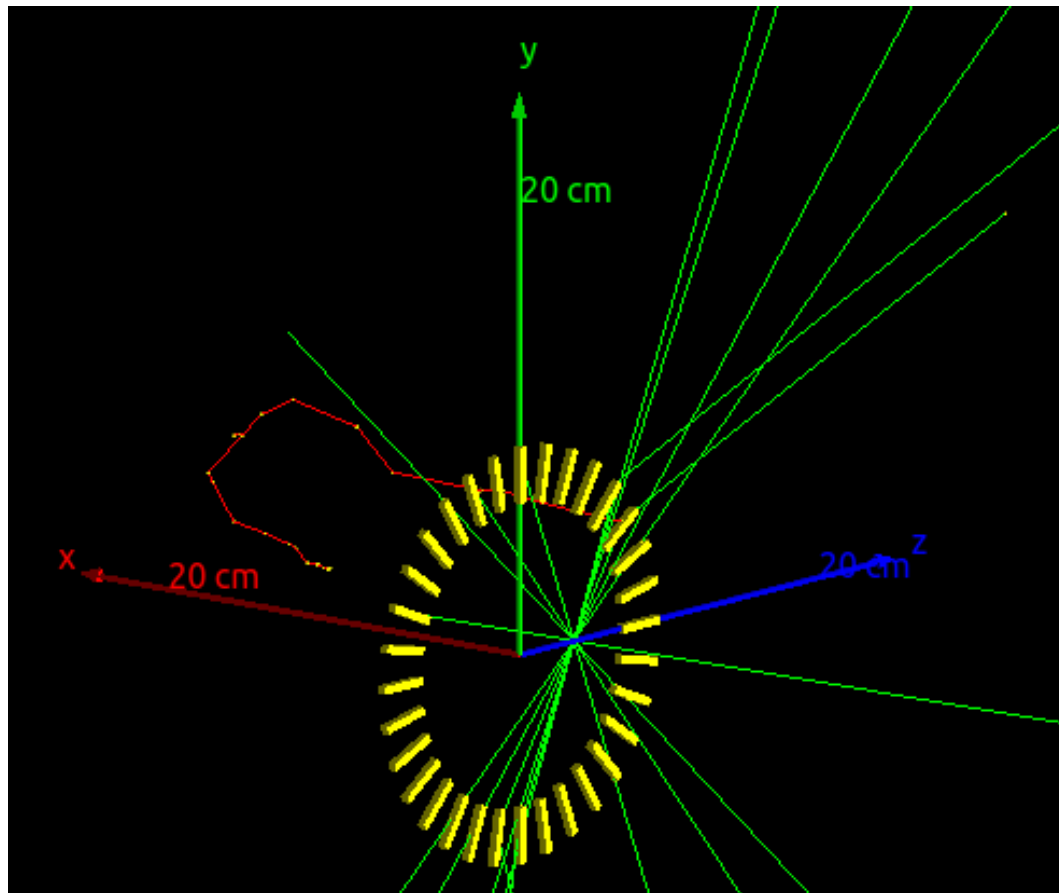
Восстановление изображения

Пример полного цикла восстановления
изображения



Восстановление изображения

Моделированные данные в GEANT4. Синограмма



Общие принципы фильтрации синограмм



Фильтрация синограммы выполняется над 2-мерным фурье-образом.

- Синограмма – след одного и того же объекта под разными углами.
- Частотное представление синограммы позволяет усилить или ослабить компоненты, мешающие восприятию.

Встроенные фильтры функции **iradon()** Matlab:

Ram-Lak

Shepp-Logan

Cosine

Hamming

Hann

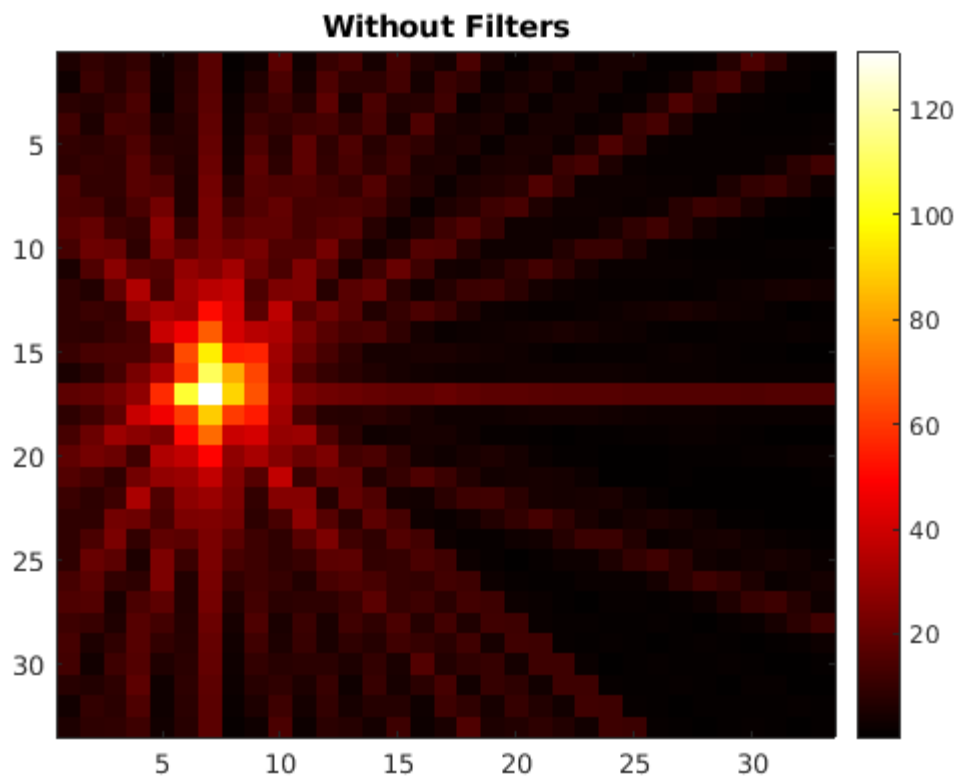


Уменьшение
шумов

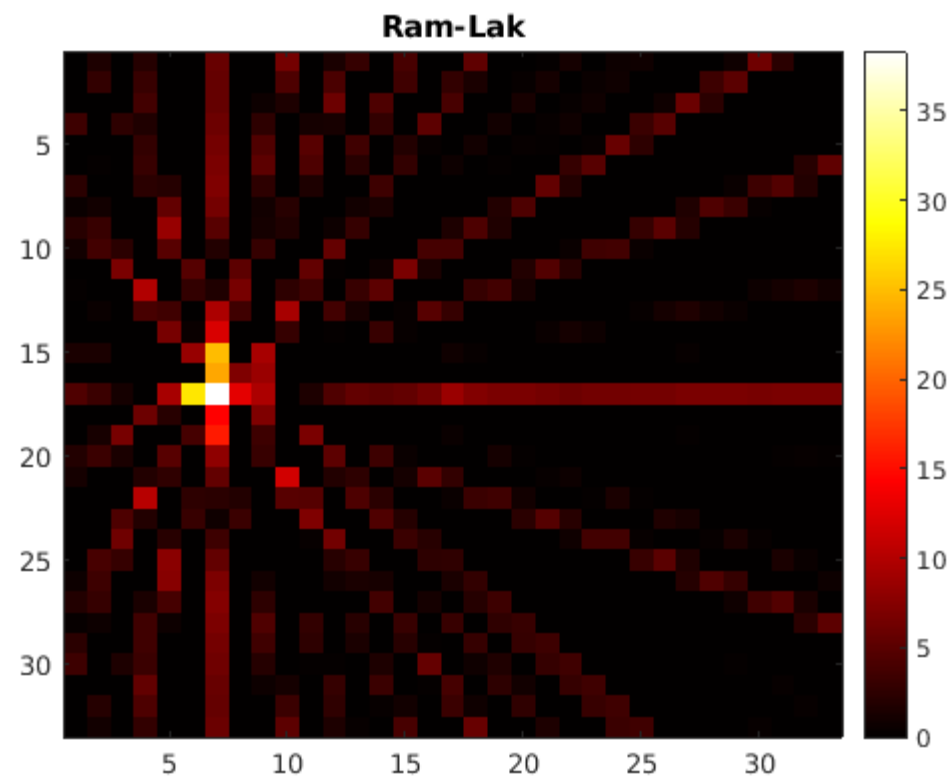
Увеличение
резкости

Восстановление изображения

Моделированные данные в GEANT4. Восстановленное изображение



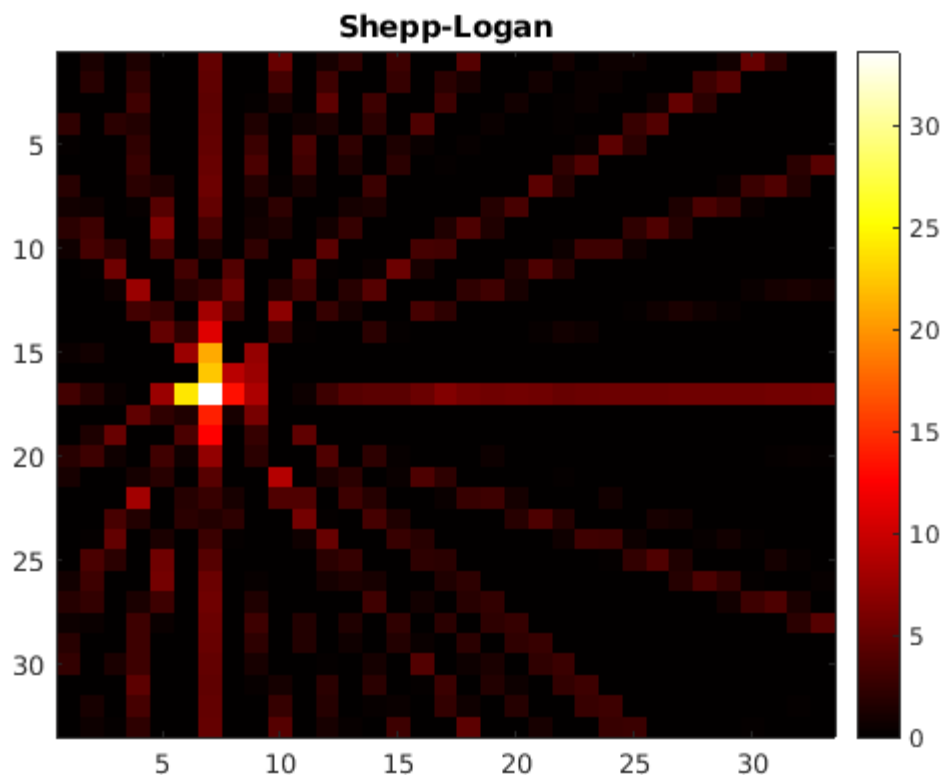
Восстановленное изображение, без фильтрации синограммы.



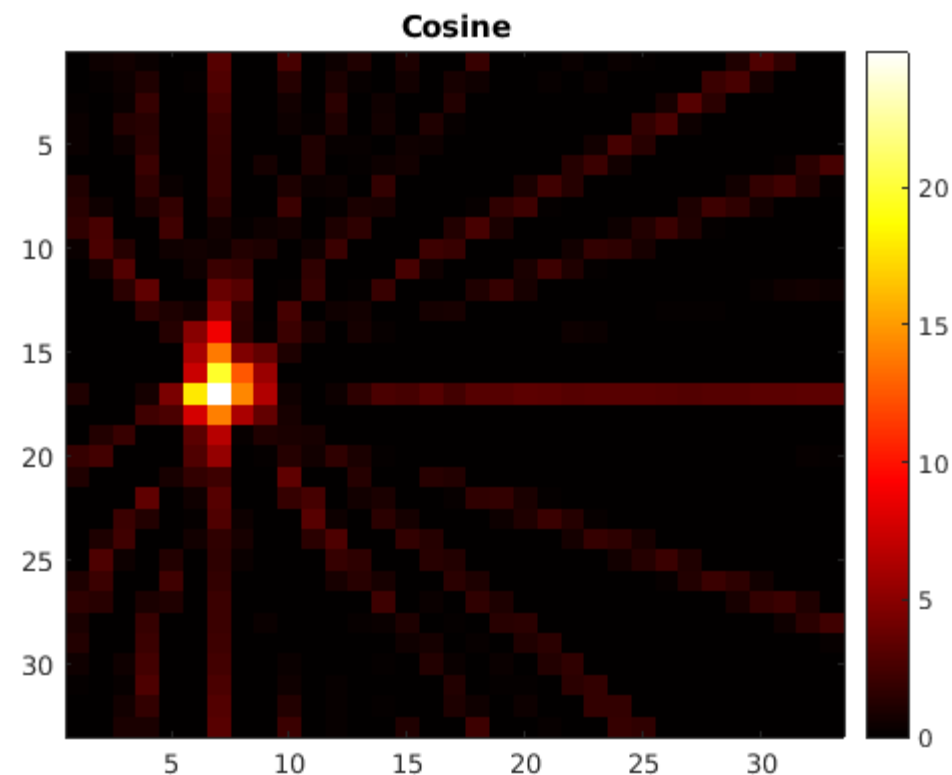
Фильтр **Ram-Lak** усиливает высокочастотные компоненты в синограммах.

Восстановление изображения

Моделированные данные в GEANT4. Восстановленное изображение с применением фильтров



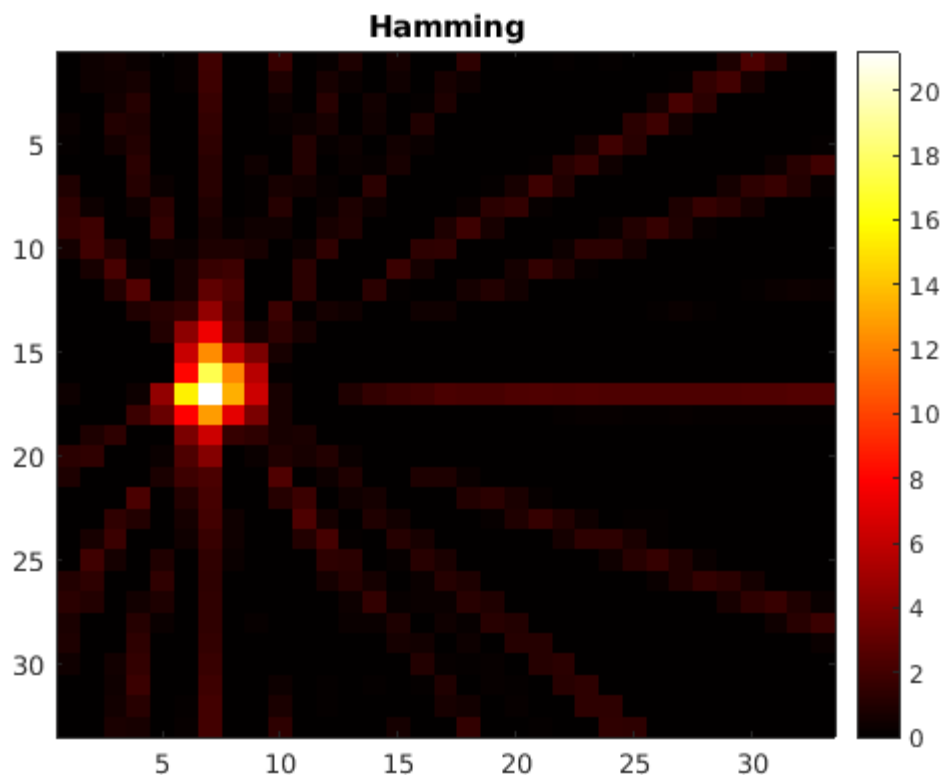
Фильтр **Shepp-Logan** усиливает высокочастотные компоненты, сохраняя при этом низкие частоты



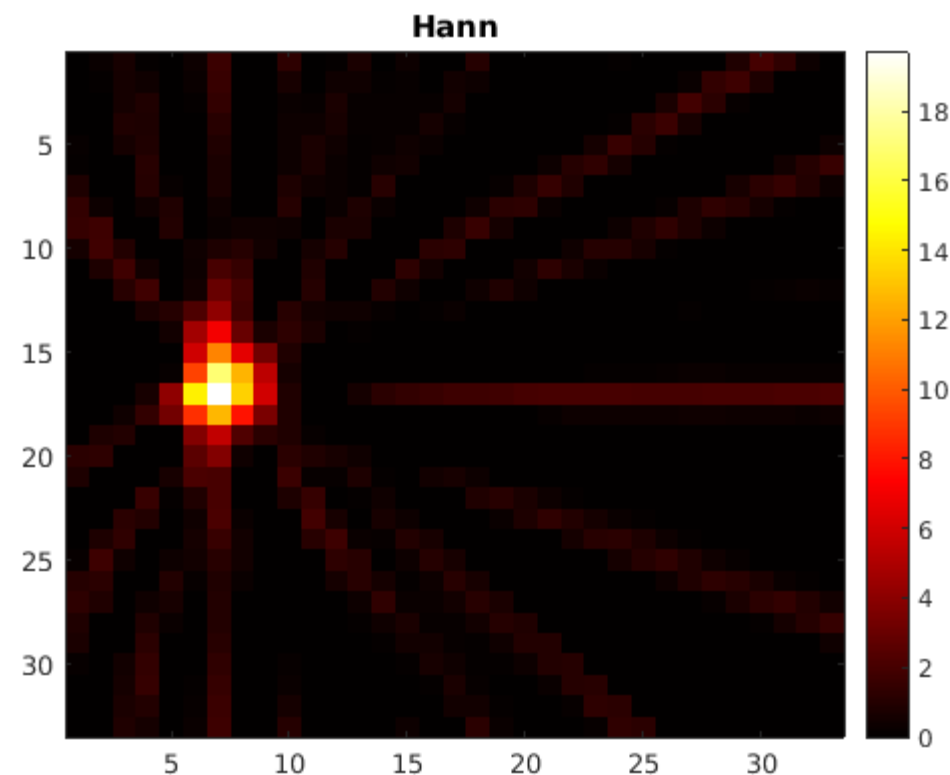
Фильтр **Cosine** позволяет уменьшить шум и артефакты в реконструируемом изображении, но с меньшей резкостью, чем Shepp-Logan или Ram-Lak.

Восстановление изображения

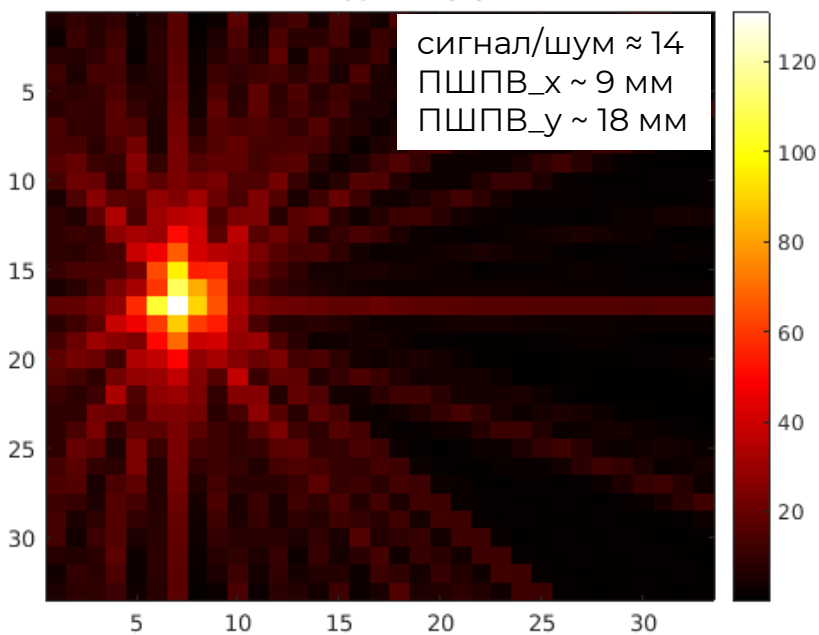
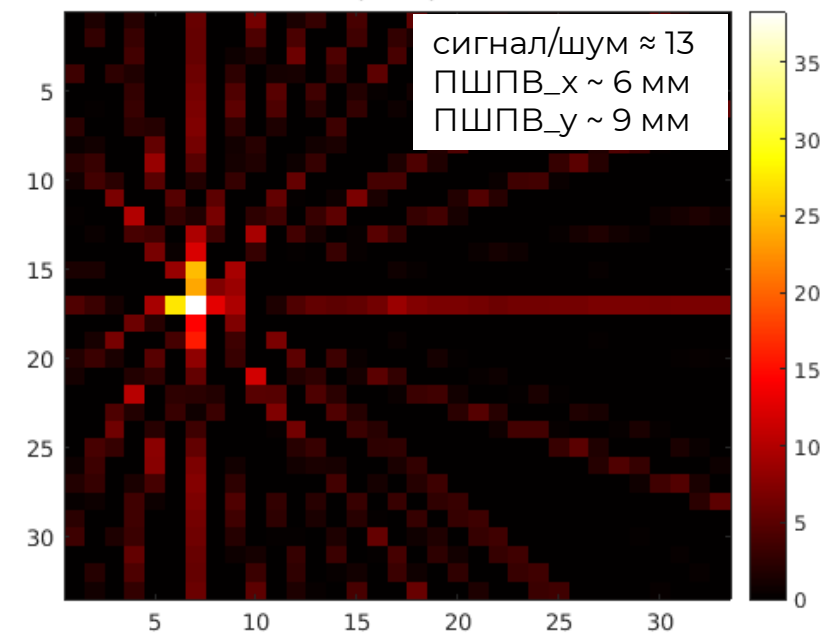
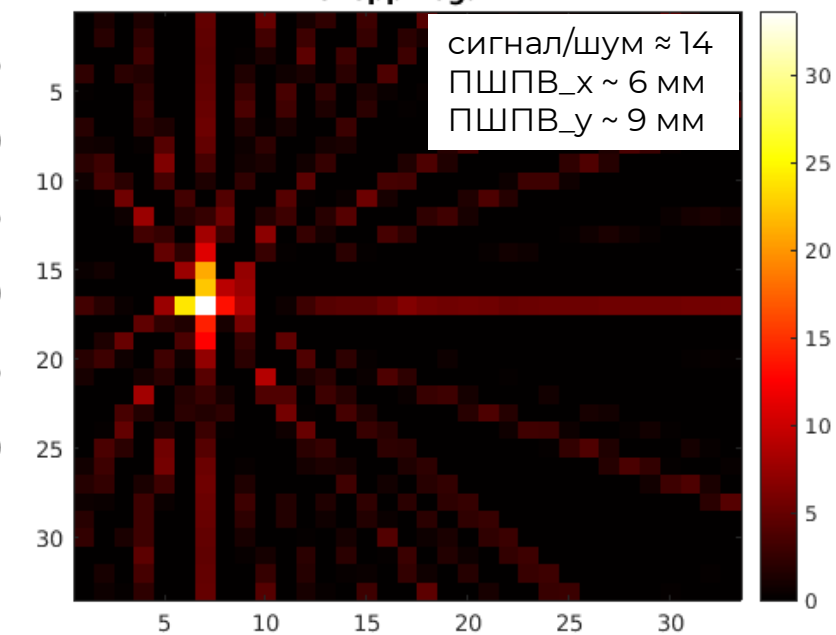
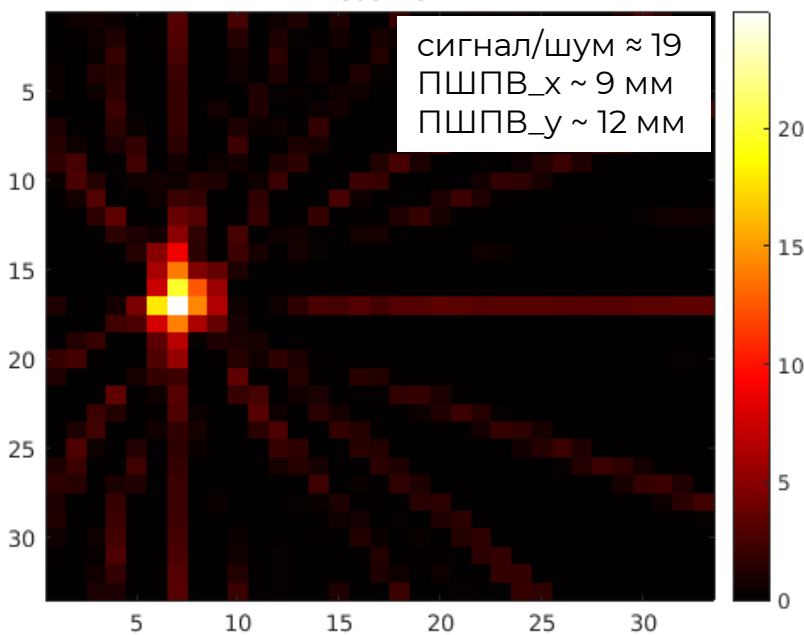
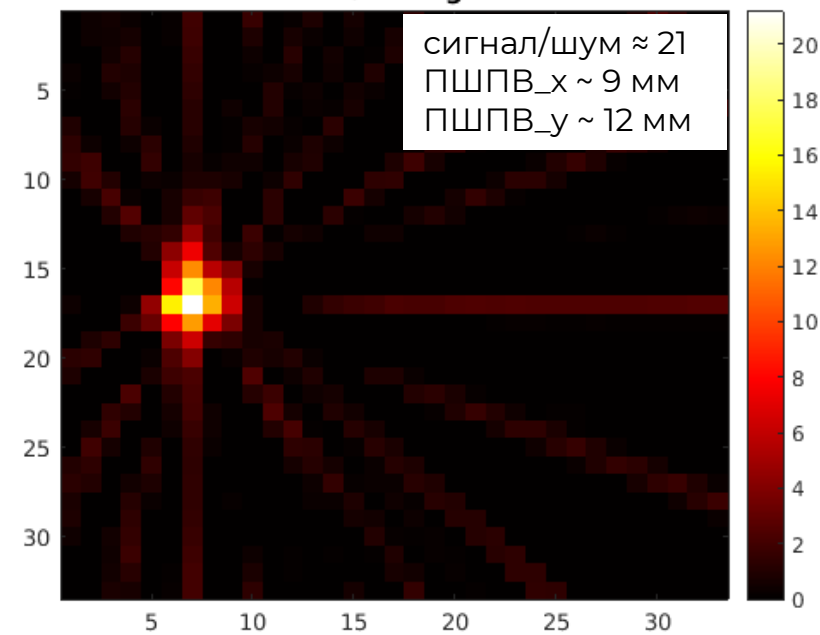
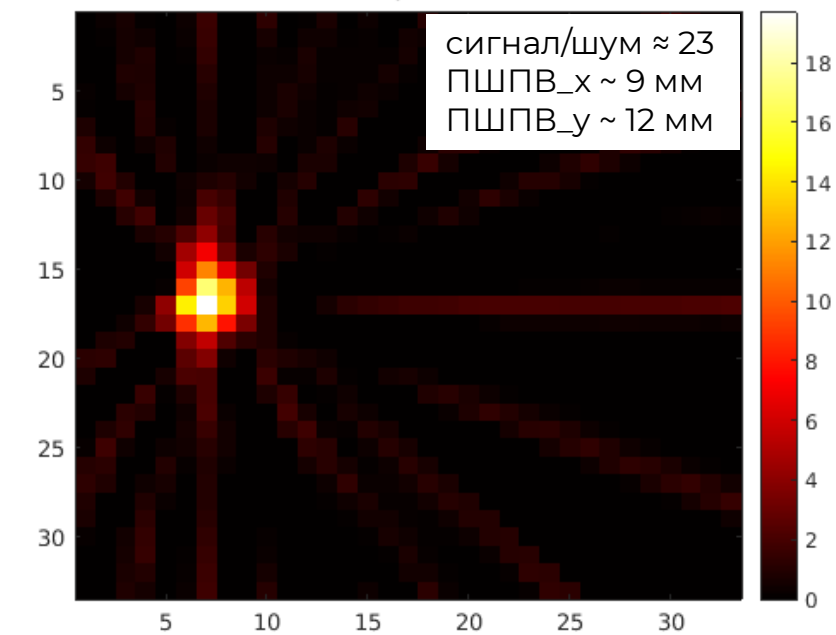
Моделированные данные в GEANT4. Восстановленное изображение с применением фильтров



Фильтр **Хэмминга** плавно ослабляет высокочастотные компоненты.

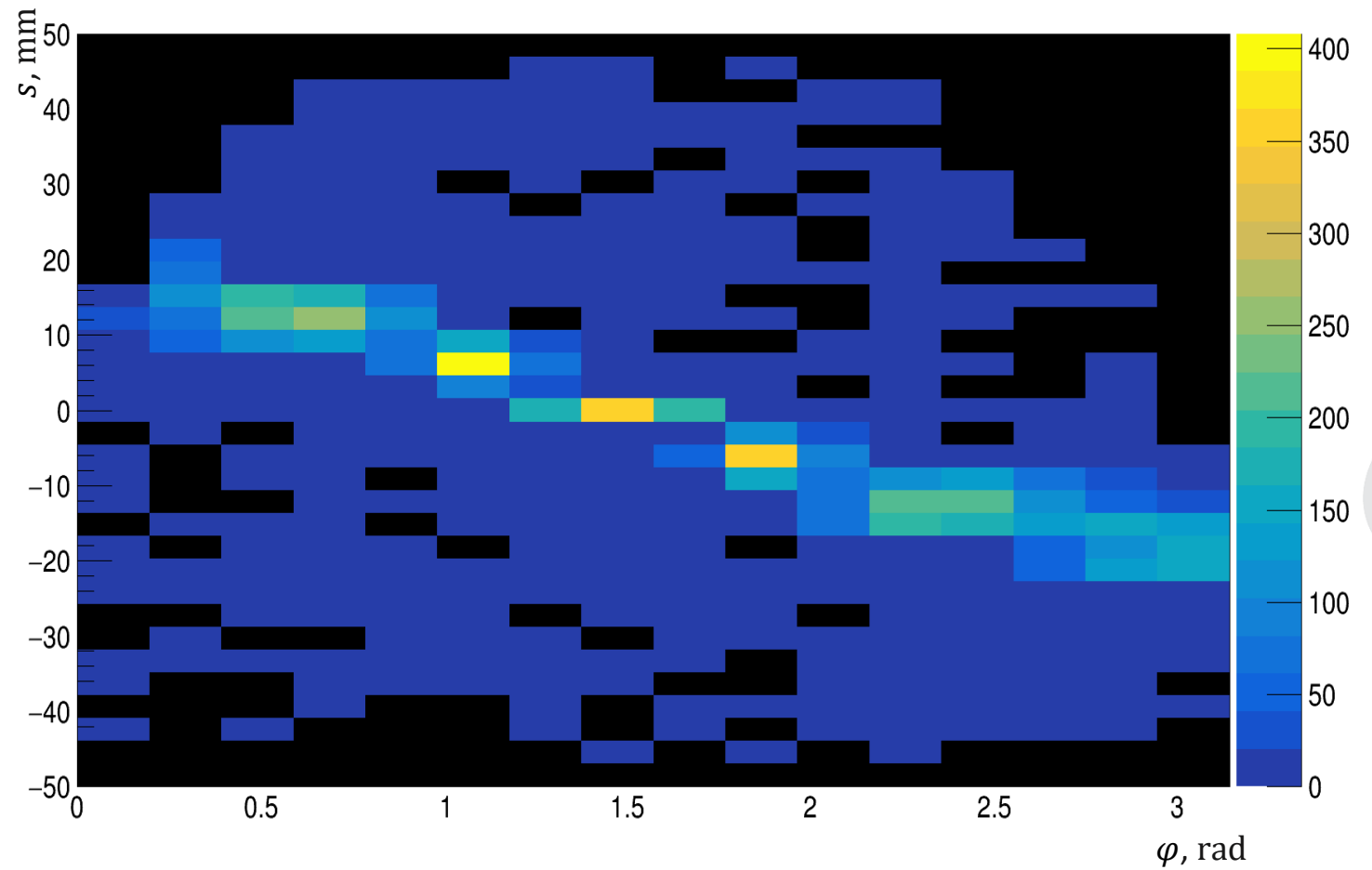
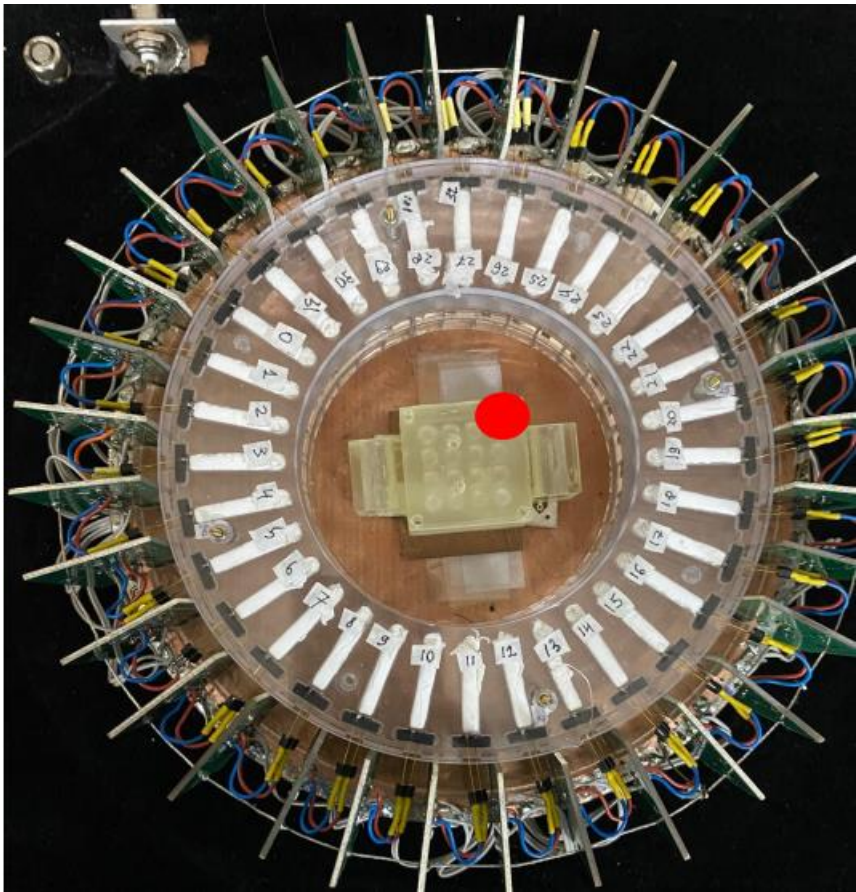


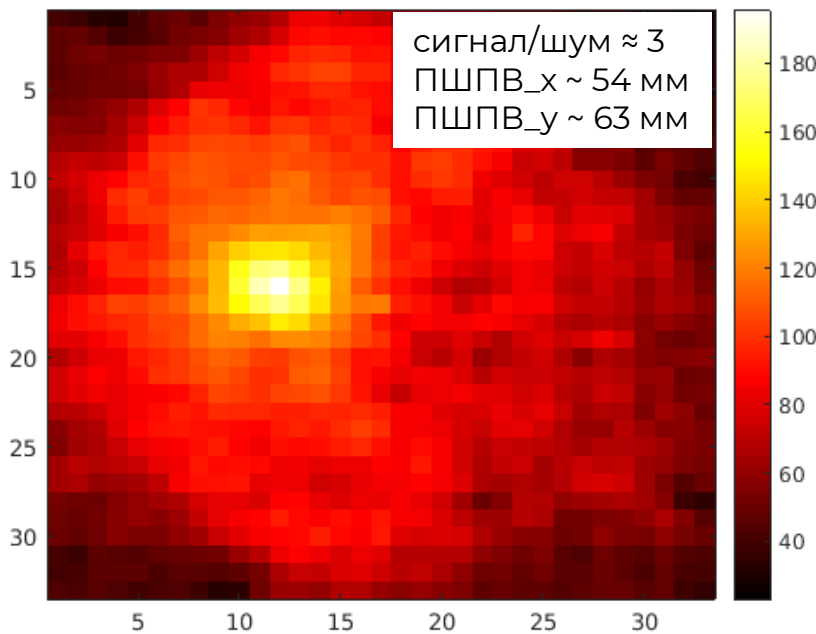
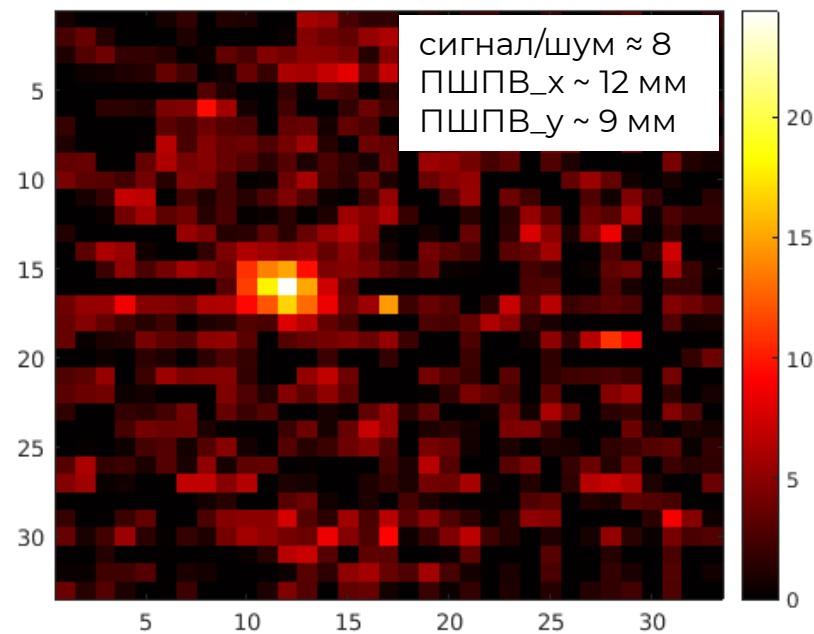
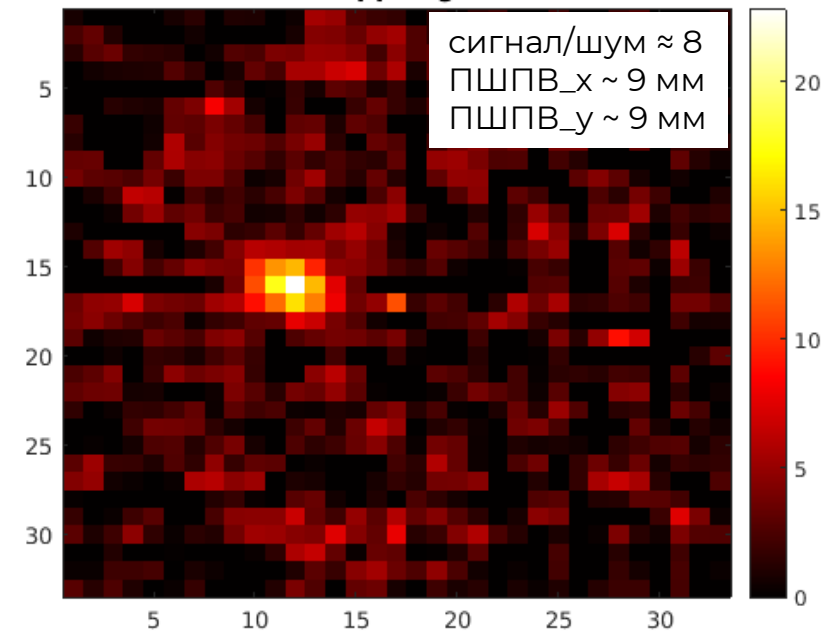
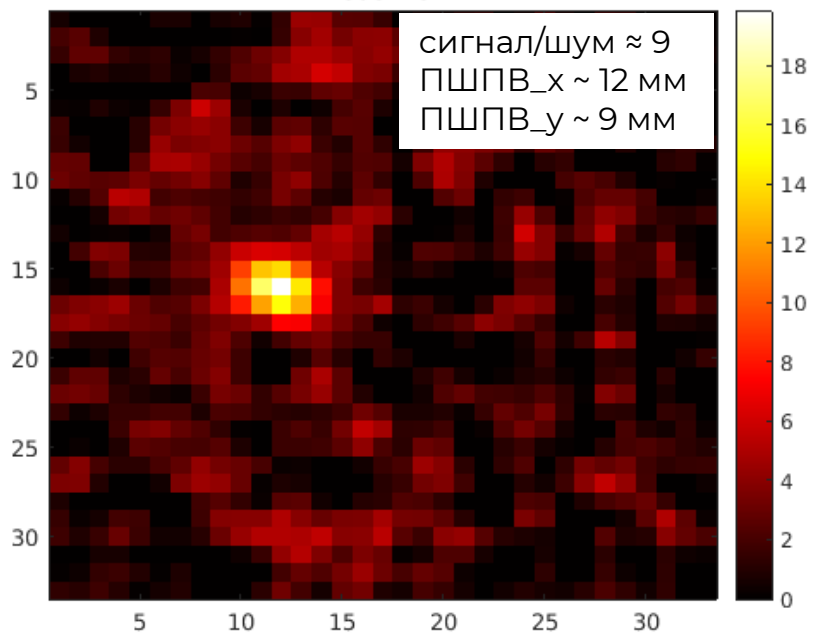
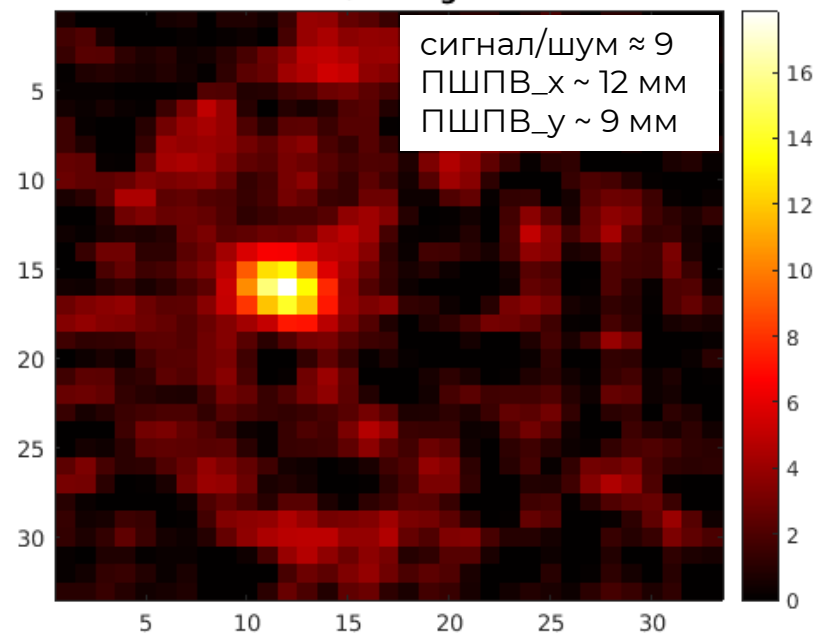
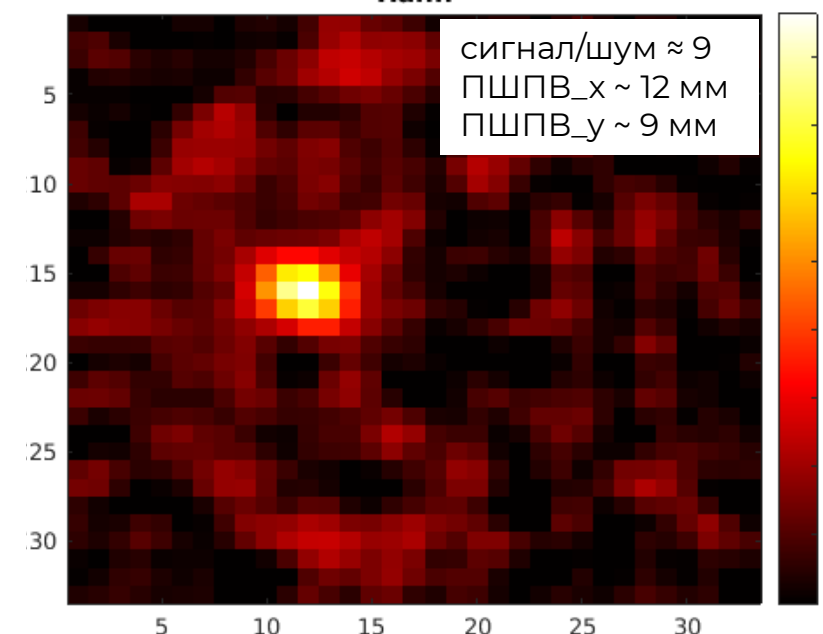
Фильтр **Ханна** похож на фильтр Хэмминга по форме, но имеет иное уравнение.

Without Filters**Ram-Lak****Shepp-Logan****Cosine****Hamming****Hann**

Восстановление изображения

Реальные данные. Синограмма



Without Filters**Ram-Lak****Shepp-Logan****Cosine****Hamming****Hann**

Заключение

- Проанализированы принцип реконструкции томографического изображения в пакете Matlab.
- Подобраны корректные параметры представления данных (синограммы).
- Изучены принципы фильтрации синограммы в томографии.
- Подобраны оптимальные фильтры данных для 32-канального мини-ПЭТ:
 - Для смоделированных данных: фильтр Hann (лучшее соотношение сигнал/шум).
 - Для реальных данных: фильтр Shepp-Logan (наиболее явная локализация источника на изображении, при прочих почти равных параметрах).



Спасибо за внимание!

28.12.2023

Преобразование Радона

Математическая постановка задачи

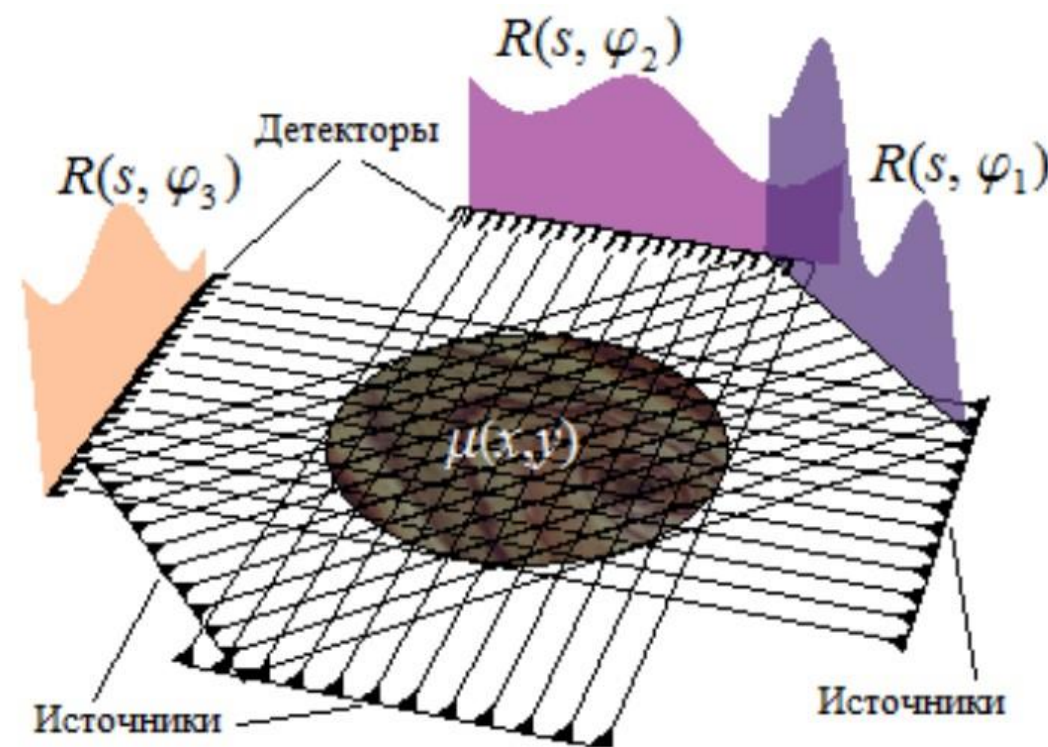
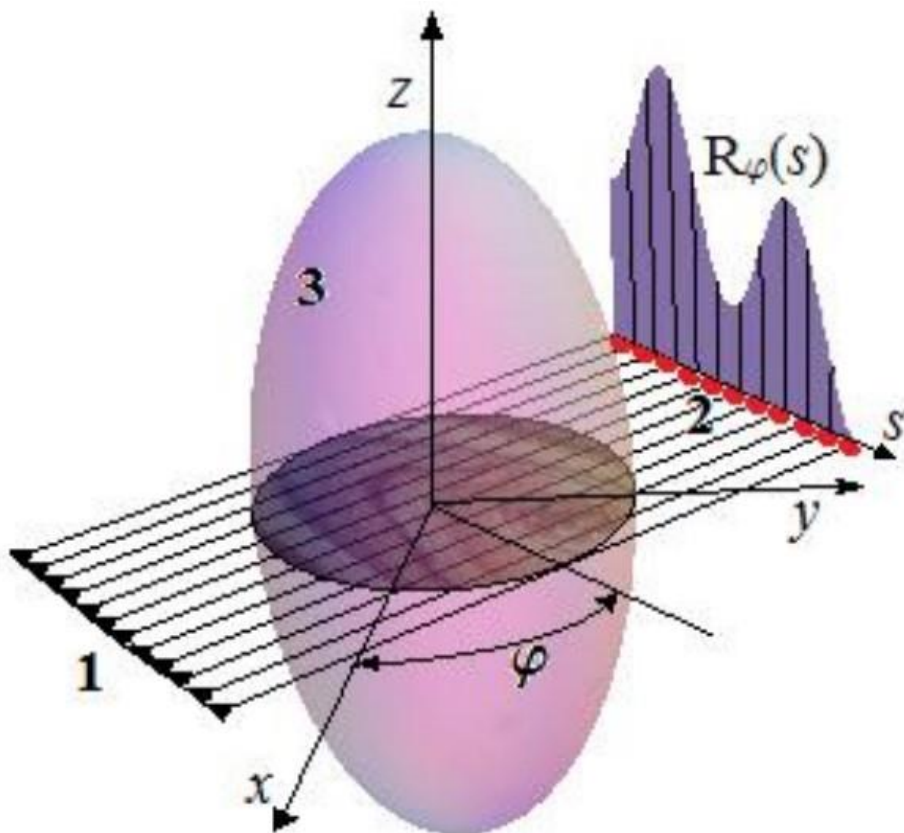


Рис. К.1. Зондирование трехмерного объекта (1 – источники; 2 – детекторы; 3 – объект)

Рис. К.2. Схема получения проекций одного слоя.

Преобразование Радона

Прямое преобразование

- Преобразование Радона:

$$R(s, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(s \cos \varphi - t \sin \varphi, s \sin \varphi + t \cos \varphi) dt$$

- функция двух действительных переменных.
- Физический смысл состоит в том, что функция - функция яркости точки, которая преобразуется в некую функцию, которая в свою очередь является интегральной яркостью точек в направлении.
- Геометрический смысл преобразования Радона состоит в том, что это интегралы от функции вдоль прямых, перпендикулярных вектору, проходящих на расстоянии (измеренном вдоль вектора с соответствующим знаком) от начала координат.

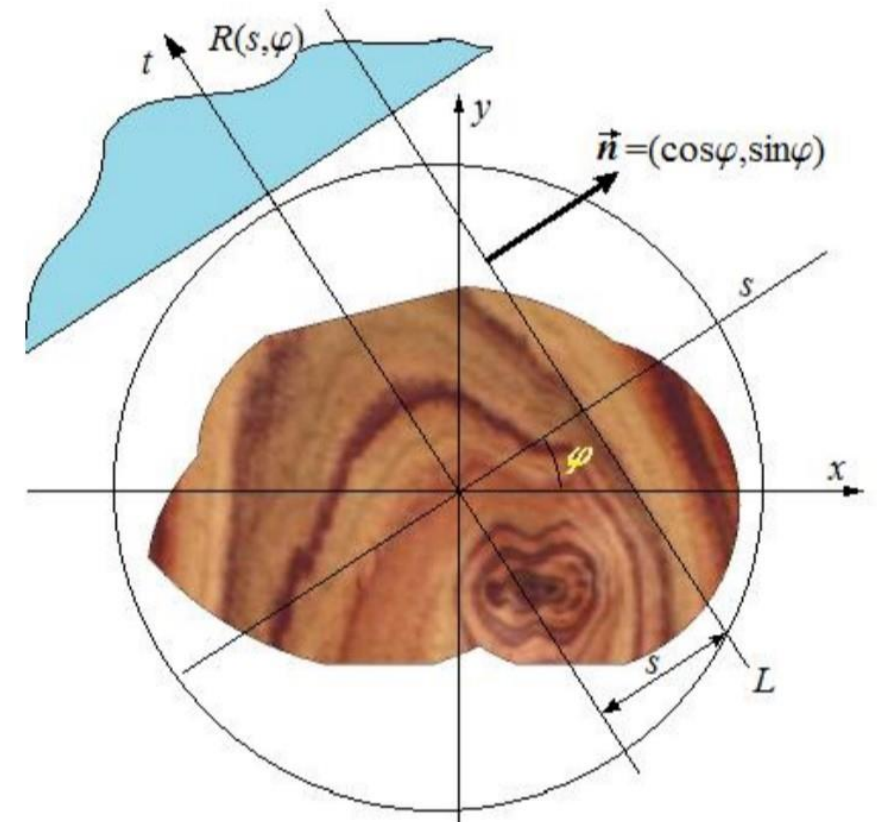


Рис. 5. К преобразованию Радона функции двух переменных.

Обратное преобразование Радона



Математическая постановка задачи

$$F(w_1, w_2) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i(w_1 x + w_2 y)} dx dy$$

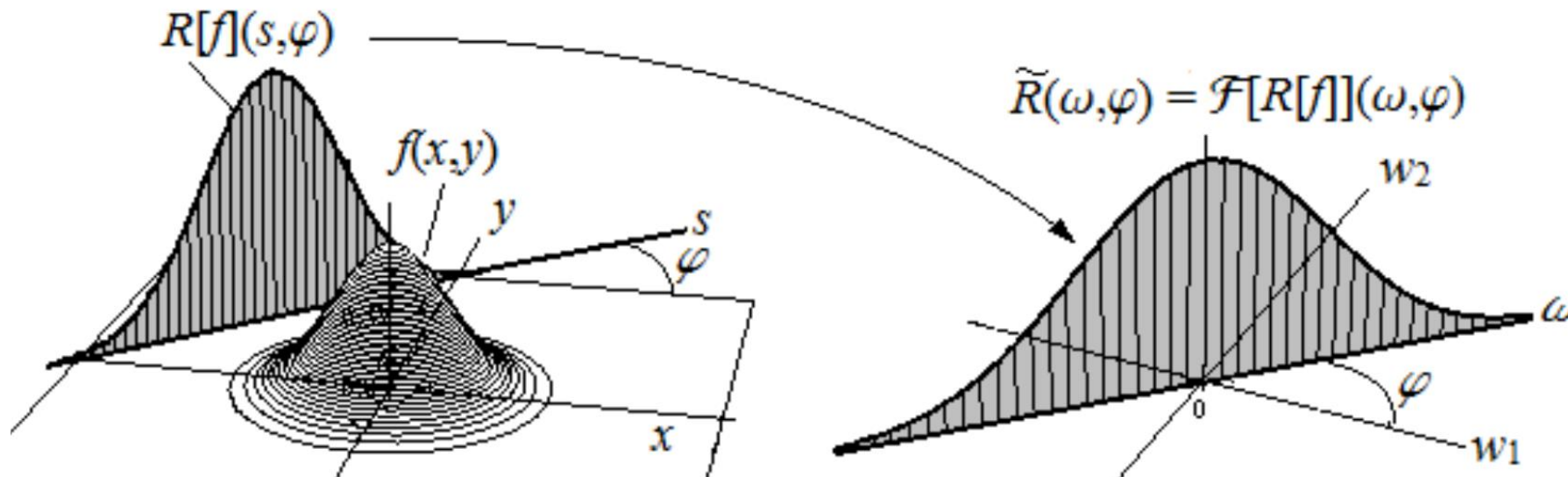
Прямое преобразование Фурье от 2х переменных.

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} F(w_1, w_2) e^{-i(w_1 x + w_2 y)} dw_1 dw_2$$

Обратное преобразование Фурье от 2х переменных.

$$R(s, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(s \cos \varphi - t \sin \varphi, s \sin \varphi + t \cos \varphi) dt$$

Прямое преобразование Радона



Обратное преобразование Радона



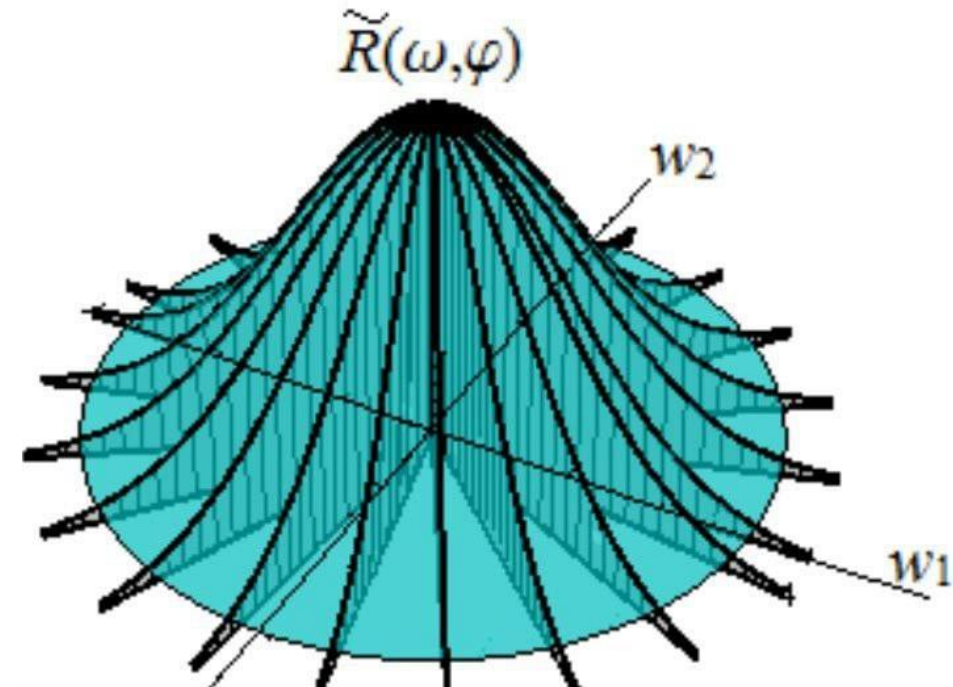
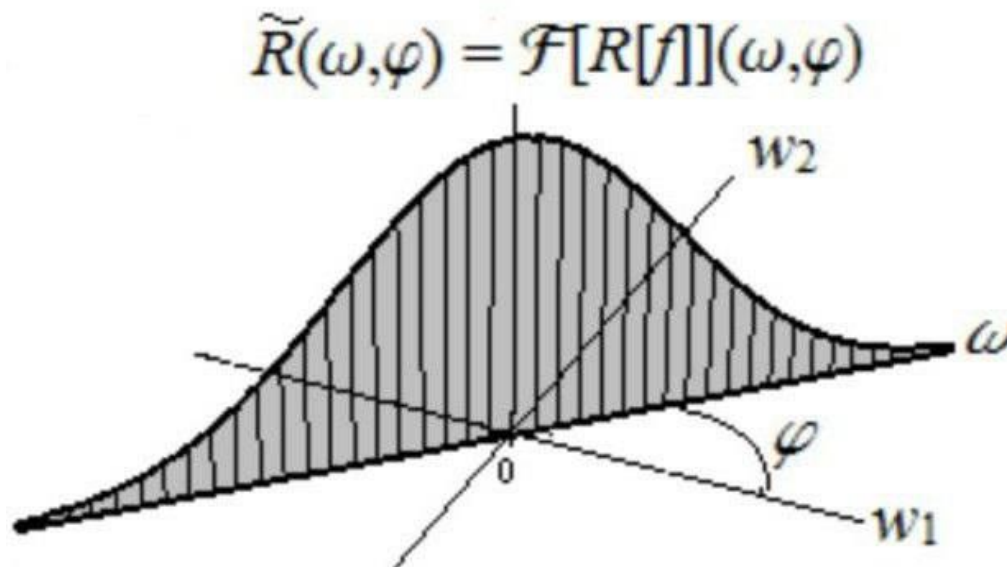
Математическая постановка задачи. Продолжение

$$w_1x + w_2y = s$$



$$x\cos(\varphi) + y\sin(\varphi) = s$$

$$F(w_1, w_2) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} R[f](s, \varphi) e^{-i\omega s} ds = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \tilde{R}(\omega, \varphi)$$



Методы фильтрации



Фильтр **Ram-Lak** усиливает высокочастотные компоненты в синограммах, что критично для сохранения информации о краях и деталях изображения. В частотной области его можно выразить следующим образом:

$$H(f) = |f|$$

где $H(f)$ — это передаточная функция фильтра, а f — частота.

Фильтр **Cosine** позволяет уменьшить шум и артефакты в реконструируемом изображении. Он может быть представлен в частотной области как:

$$H(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq 0.5 \\ \frac{1}{2} \left(1 + \cos(\pi(|f| - 0.5)) \right), & 0.5 < |f| < 1 \\ 0, & |f| \geq 1 \end{cases}$$

Фильтр **Shepp-Logan** усиливает высокочастотные компоненты для улучшения резкости и контрастности изображения, сохраняя при этом низкие частоты, что помогает избежать чрезмерного усиления шума.

Формула:

$$H(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq 0.5 \\ \frac{1}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} (|f| - 0.5) \right) \right), & 0.5 < |f| < 1 \\ 0, & |f| \geq 1 \end{cases}$$

Это означает, что фильтр полностью пропускает частоты до 0.5 и постепенно ослабляет частоты от 0.5 до 1.

Методы фильтрации



Фильтр **Хэмминга** имеет форму, которая плавно ослабляет высокочастотные компоненты, что помогает уменьшить шум и артефакты в изображениях. В частотной области фильтр Хэмминга может быть представлен как:

$$H(f) = 0.54 - 0.46 \cdot \cos 2\pi f$$

Фильтр **Ханна** похож на фильтр Хэмминга по форме, так же является оконным фильтром, но имеет иное уравнение. В частотной области фильтр Ханна может быть представлен как:

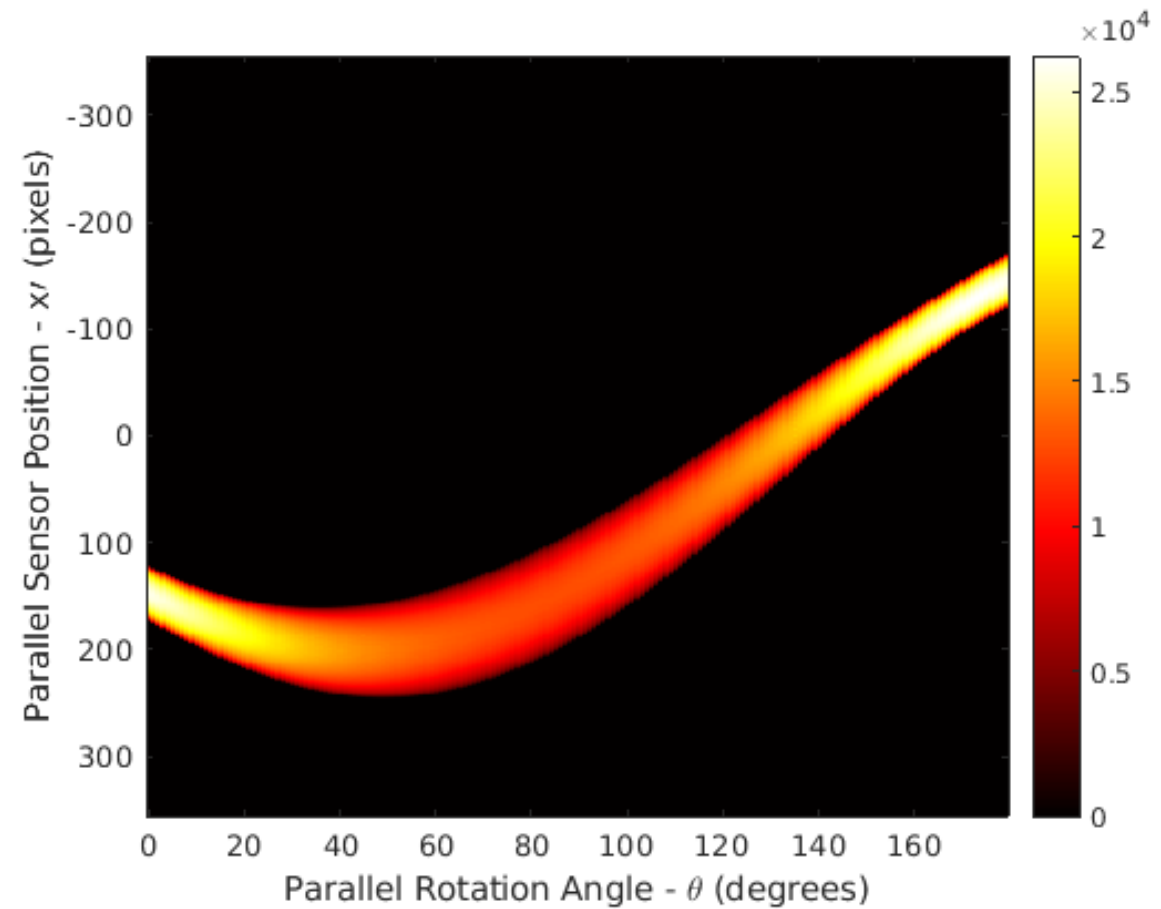
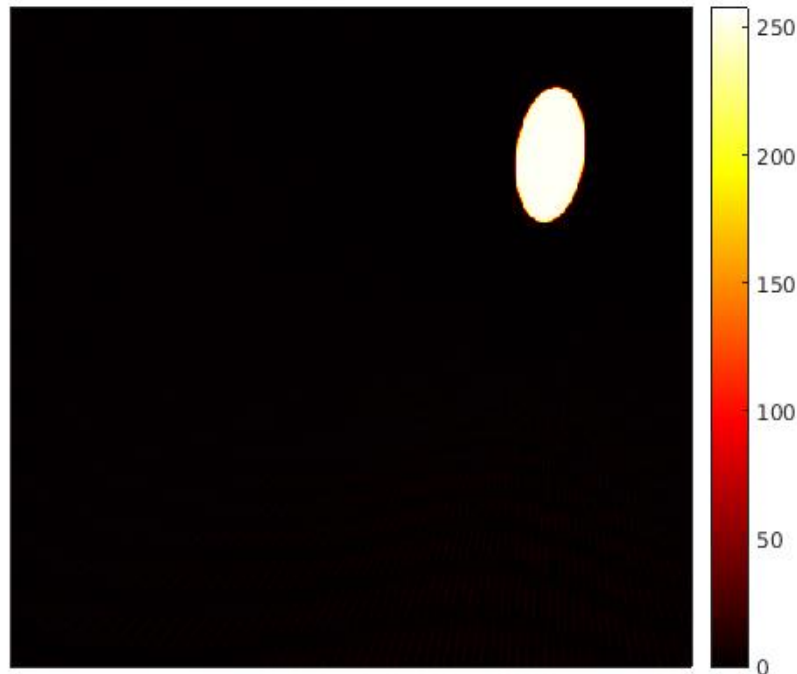
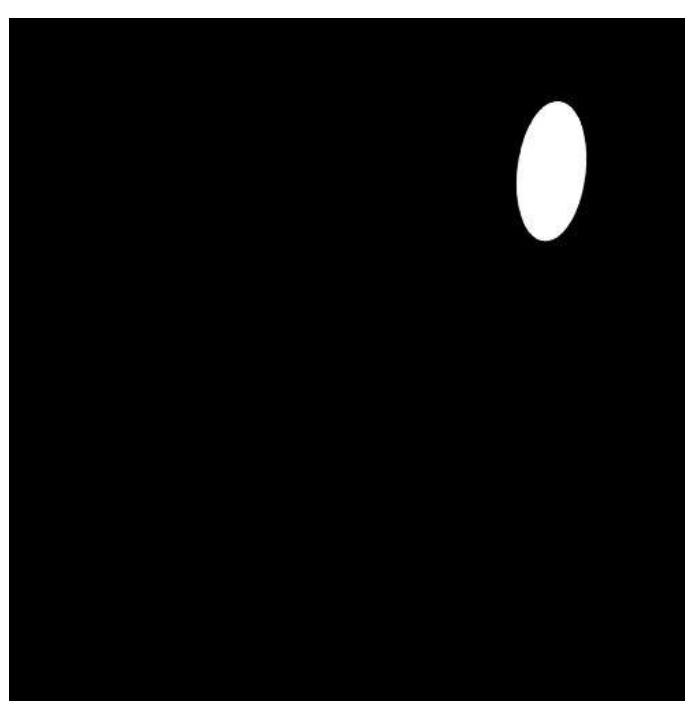
$$H(n) = 0.5 \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi n}{N-1} \right) \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

где N — это длина окна.

- Эти фильтры эффективно подавляют высокочастотные компоненты, что делает их полезными для уменьшения шумов.

Восстановление изображения

Пример полного цикла восстановления
изображения. 180 проекций



Методы фильтрации. Преимущества и недостатки (доп)



Преимущества: Фильтр **Ram-Lak** обеспечивает хорошую резкость и контрастность в реконструируемом изображении, что делает его популярным выбором в медицинской визуализации.
Недостатки: Он может усиливать шум, особенно в областях с низкой интенсивностью сигнала, что может привести к артефактам в изображении.

Преимущества: Фильтр **Shepp-Logan** обеспечивает хорошую резкость и контрастность, а также помогает уменьшить артефакты, связанные с шумом, по сравнению с фильтром Ram-Lak.
Недостатки: В некоторых случаях он может не обеспечивать такую же резкость, как фильтр Ram-Lak, особенно в областях с высокими частотами.

Преимущества: Фильтр **Cosine** может быть полезен для уменьшения артефактов и шума в изображениях, обеспечивая при этом приемлемую резкость.
Недостатки: Он может не обеспечивать такую же резкость, как фильтры Ram-Lak или Shepp-Logan, особенно в областях с высокими частотами.

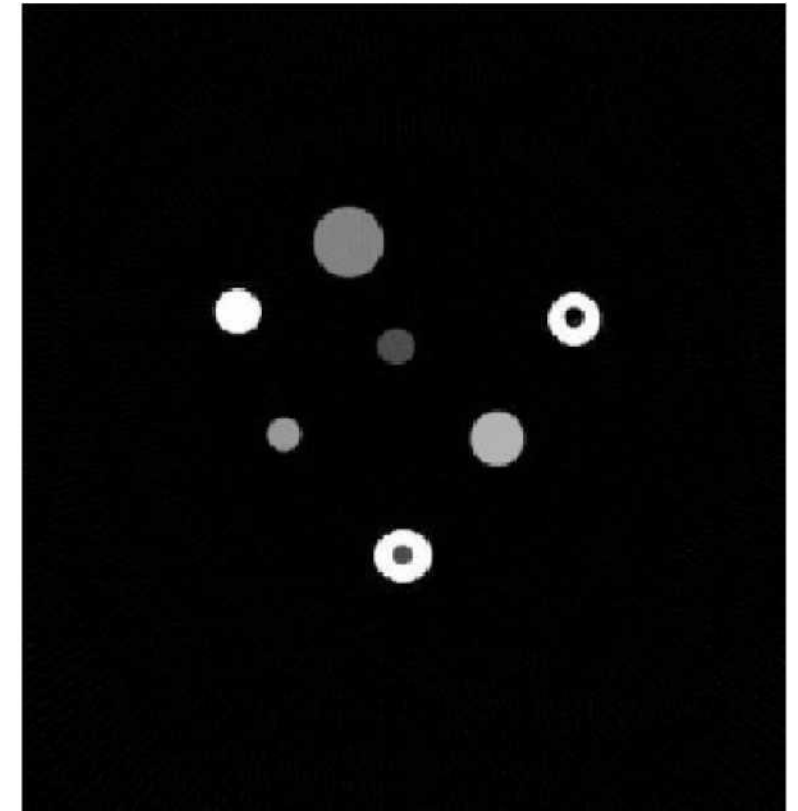
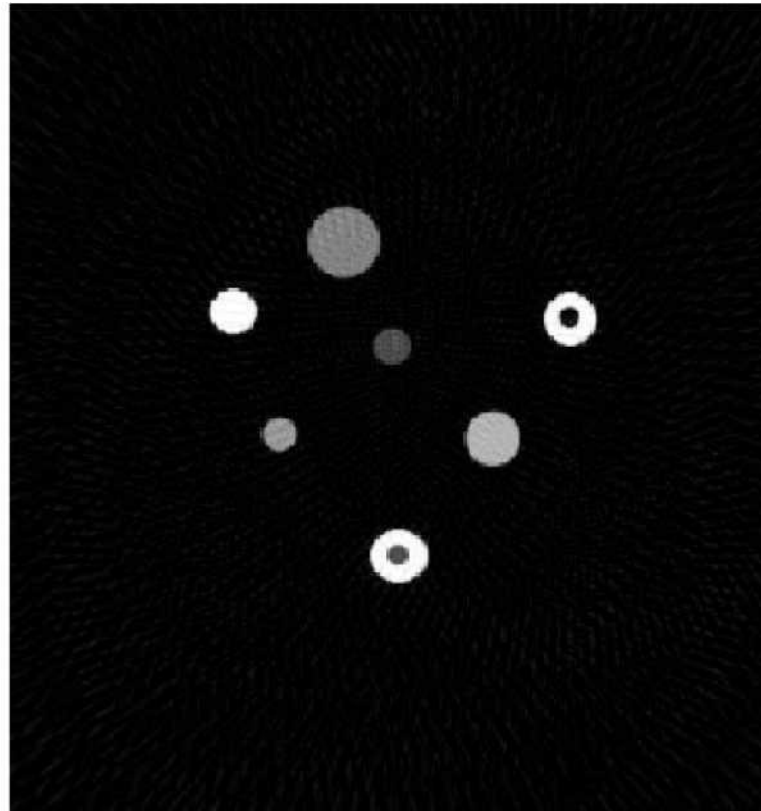
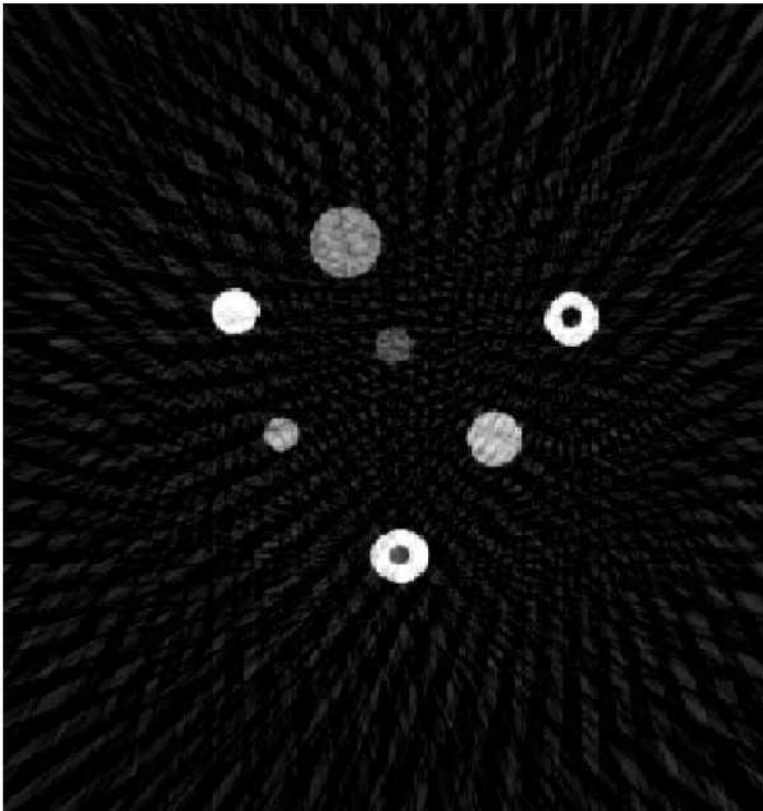
Преимущества: Фильтр **Хэмминга** помогает уменьшить шум и артефакты в изображениях, обеспечивая при этом приемлемую резкость. Он может быть особенно полезен в случаях, когда данные содержат значительное количество шума.
Недостатки: Хотя фильтр Хэмминга хорошо справляется с шумом, он может не обеспечивать такую же резкость, как фильтры Ram-Lak или Shepp-Logan, особенно в областях с высокими частотами.

Преимущества: Фильтр **Ханна** помогает уменьшить шум и артефакты в изображениях, обеспечивая при этом приемлемую резкость. Он может быть особенно полезен в случаях, когда данные содержат значительное количество шума.
Недостатки: Хотя фильтр Ханна хорошо справляется с шумом, он может не обеспечивать такую же резкость, как фильтры Ram-Lak или Shepp-Logan, особенно в областях с высокими частотами.

Обратное преобразование Радона

Пример получения томограммы (реальное изображение)

Восстановленное изображение (томограмма)
для 36 проекций (слева), 90 проекций (по центру) и 180 проекций (справа)



Позитронно-эмиссионная томография (ПЭТ)

Реальные примеры использования ПЭТ

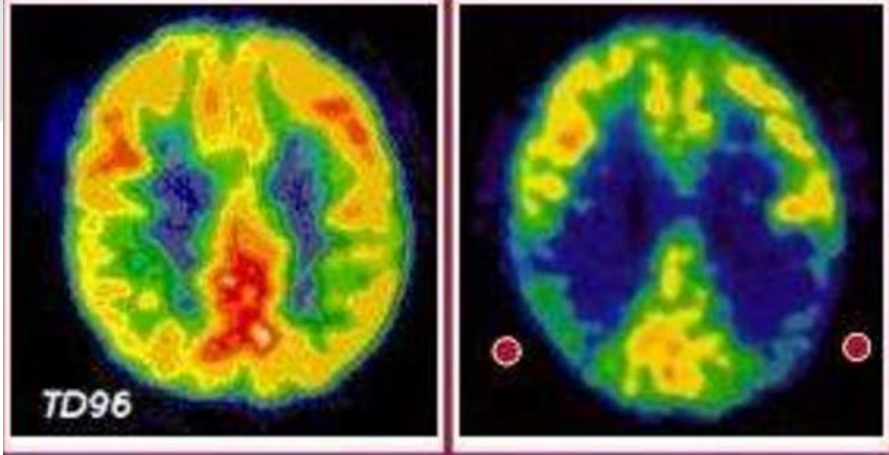


Рис. 2. ПЭТ-изображение:
– Здорового мозга (слева)
– Болезнь Альцгеймера (справа)

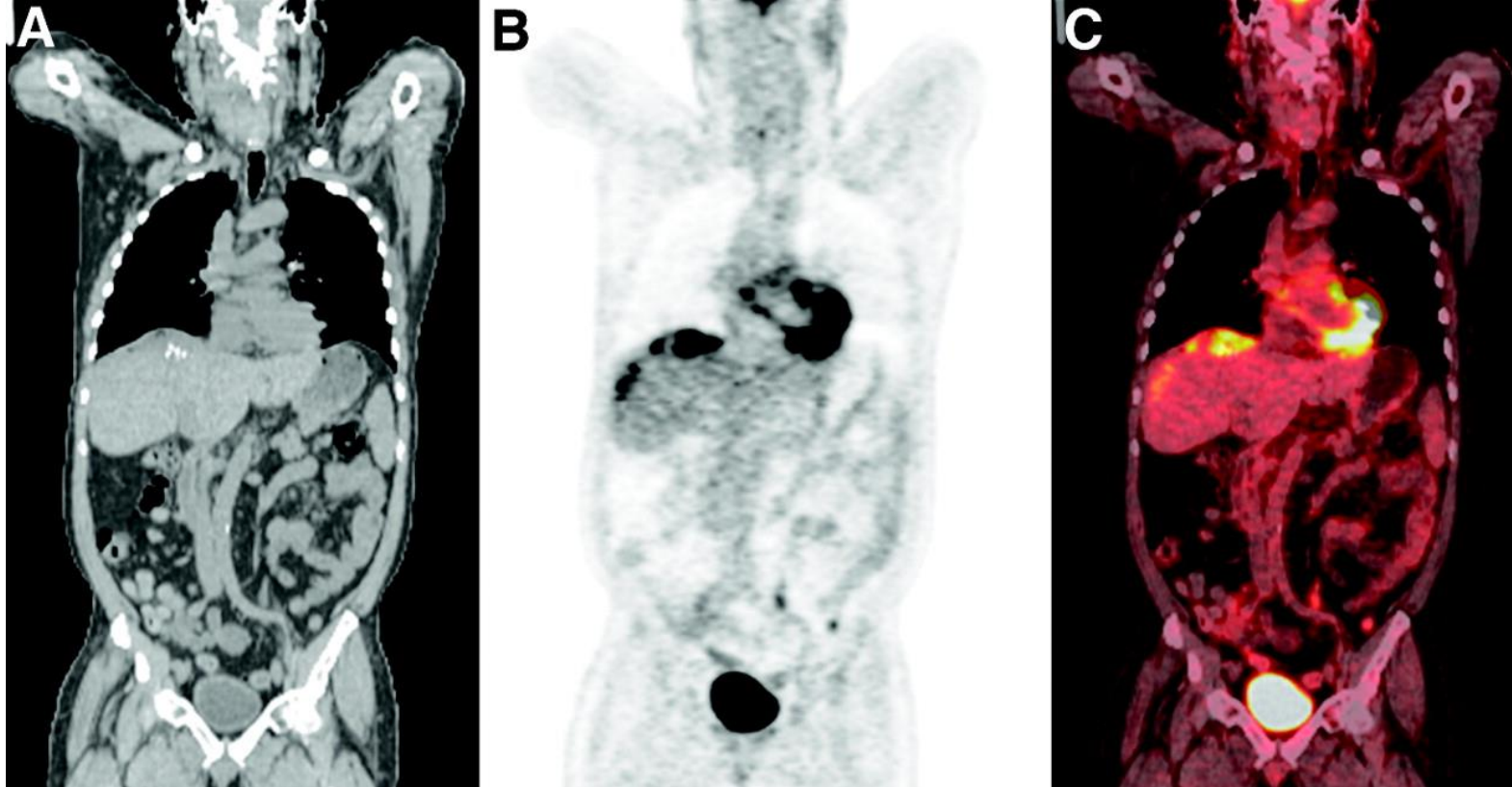
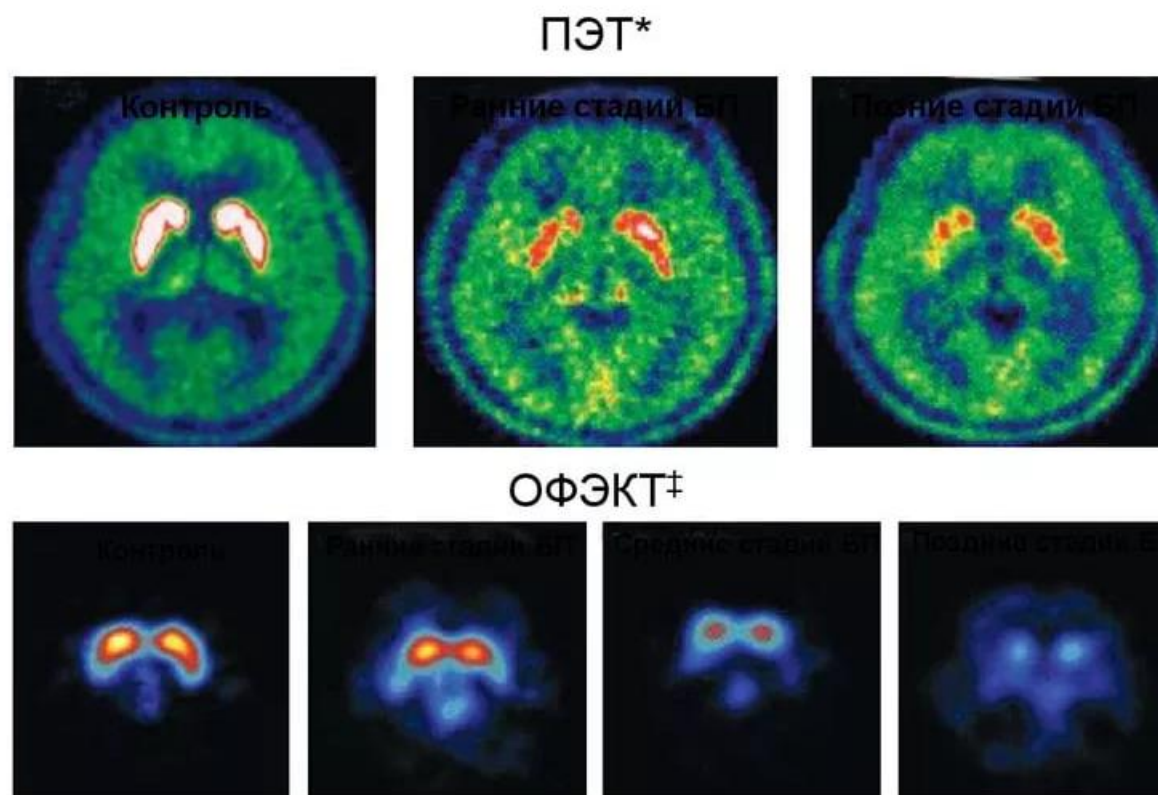


Рис. 3. А. КТ-изображение. В. ПЭТ-изображение. С. КТ/ПЭТ-изображение.

Сравнение ПЭТ и ОФЭКТ



* позитронно-эмиссионная томография с флуородопой

‡ однофотонная эмиссионная компьютерная томография с 2β-карбометокси-3β-(4-йодофенил)тропаном

Schapira AH, Olanow CW. JAMA 2004;291:358-64.

© 2004 American Medical Association. All rights reserved.

Рис. 4. Нейровизуализация при болезни Паркинсона

Сравнение результатов фитирования



Fit Panel

Data Set: TH2D::Hamming

Fit Function

Type: Prev. Fit xygauss

Operation

Nop

Add

NormAdd

Conv.

xygauss

Selected:

xygauss

Set Parameters...

General

Minimization

Fit Settings

Method

Chi-square

User-Defined...

Linear fit

Robust: 0.95

Fit Options

Integral

Best errors

All weights = 1

Empty bins, weights=1

Use range

Improve fit results

Add to list

Use Gradient

Draw Options

SAME

No drawing

Do not store/draw

Advanced...

X 0.00 180.00

Y 0.00 180.00

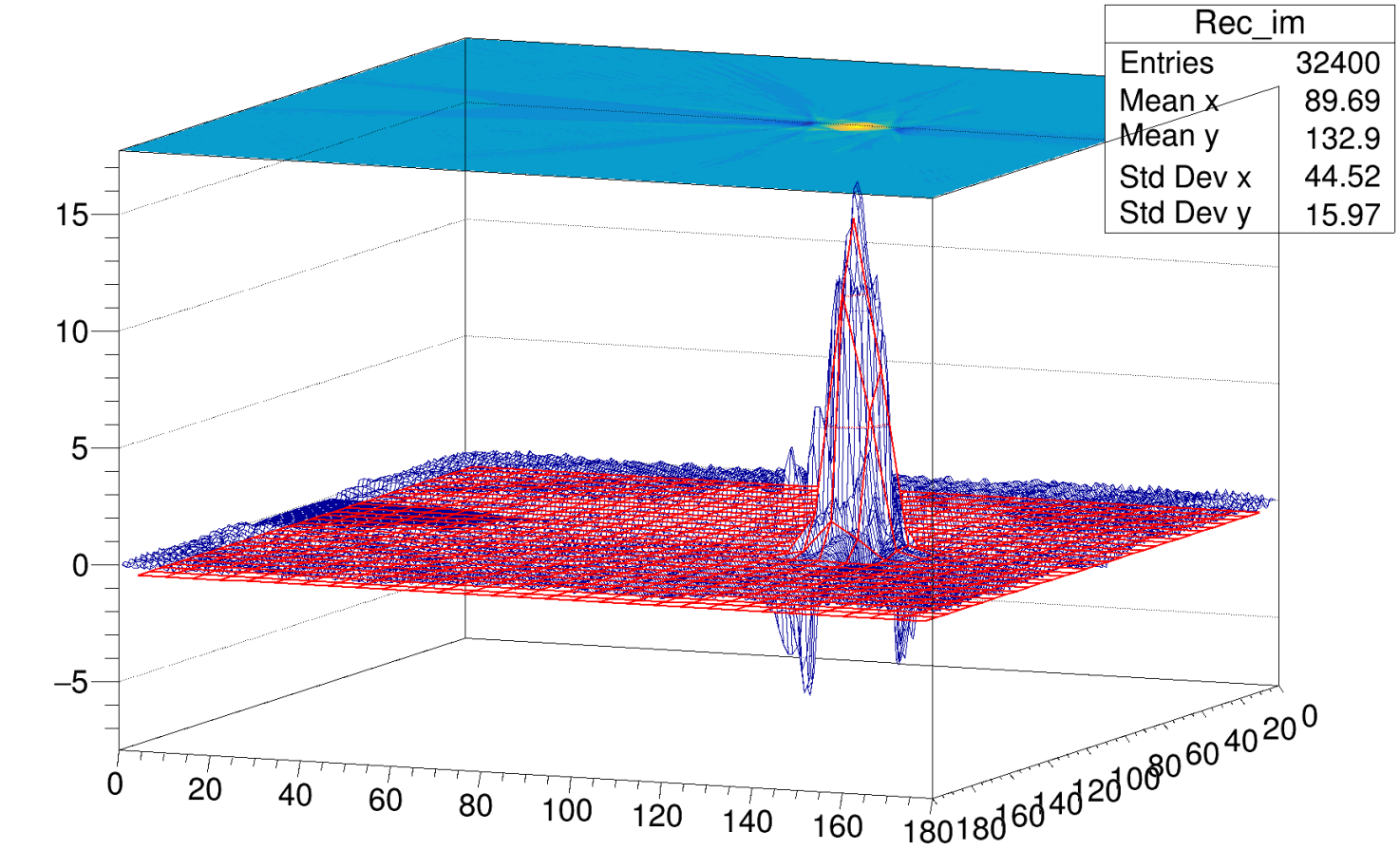
Update

Fit

Reset

Close

TH2D::Hammi LIB Minuit MIGRAD Itr: 0 Pm: DEF



Name	Fix	Bound	value	Min	Set Range	Max	Step	Errors
p0	☐	☒	0.286663	1		50	0.01	0.019654
p1	☐	☒	29.9258	75		105	1	1.70302
p2	☐	☒	20	0.5		20	0.1	0.442501
p3	☐	☒	139.32	75		150	0.1	0.60305
p4	☐	☒	9.37265	0.5		20	0.1	0.348167

☒ Immediate preview

Reset

Apply

OK

Cancel

Сравнение результатов фитирования

фильтр	Ram-Lak	Shepp-Logan	Cosine	Hamming	Hann	Ram-Lak	Shepp-Logan	Cosine	Hamming	Hann	Ram-Lak	Shepp-Logan	Cosine	Hamming	Hann
σ_x	5,3	5,3	5,4	5,4	5,4	5,3	5,3	5,3	5,4	5,4	4,6	4,6	4,6	4,7	4,7
σ_y	3,4	3,4	3,5	3,5	3,5	3,4	3,5	3,5	3,5	3,5	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8
χ^2/ndf	0,49	0,43	0,34	0,29	0,28	0,47	0,41	0,32	0,27	0,26	0,19	0,17	0,15	0,14	0,13

Синограммы,
к которым
применялся
фильтр

