

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»»

Институт ядерной физики и технологий (ИЯФиТ)

Кафедра физики элементарных частиц (№40)

Отчет по преддипломной практике

Направление подготовки: 14.04.02 Ядерные физика и технологии
Основная профессиональная образовательная программа: Программная инженерия и анализ данных для физики высоких энергий

**«Исследование возбужденных состояний ядра ^{11}B в реакции
 $^{10}\text{B}(^7\text{Li}, ^6\text{Li})^{11}\text{B}$ »**

Выполнил:
студент гр. М23-112

(подпись, дата)

Райдун С.К.

Руководитель ВКР:
Кандидат физ.-мат. наук, доцент
отделения ИЯФиТ, каф. 40

(подпись, дата)

Чернышев Б.А.

Научный консультант:
Доктор физ.-мат. наук, начальник
лаборатории ядерных структур ФГБУ
«НИЦ «Курчатовский институт»»

(подпись, дата)

Демьянова А. С.

Москва, 2025 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Глава 1 Эксперимент	8
Глава 2 Обработка экспериментальных данных	13
2.1 Получение энергетических спектров исследуемых продуктов реакции ${}^7\text{Li} + {}^{10}\text{B}$	13
2.2 Обработка одномерных энергетических спектров	15
2.3 Угловые распределения основного состояния и состояния 8.56 МэВ ..	25
Глава 3 Теоретический анализ	29
3.1 Теория	29
3.2 Описание угловых распределений исследуемых состояний	38
3.3 Описание реакции ${}^{10}\text{B}({}^7\text{Li}, {}^6\text{Li}){}^{11}\text{B}$	50
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	57
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	59

ВВЕДЕНИЕ

Обнаружение необычных ядерных состояний, включая гало-ядра и кластерные структуры, потребовало переосмысления классических моделей ядер и вызвало всплеск научных работ в этой области.

В настоящее время большой научный интерес представляют так называемые "экзотические" ядра. Данный термин впервые относился к ядрам, обладающим нейтронным гало [1,2]. Ядра, в которых обнаружено нуклонное гало, обладают увеличенным радиусом. Они представляют собой систему из остова и одного или нескольких валентных нуклонов. Считается, что валентные нуклоны находятся от остова на расстоянии 2-3 его радиусов [2–4]. На сегодняшний день известно около двух десятков состояний с нейтронным гало, которые наблюдаются в основном, а также в возбужденных состояниях радиоактивных и стабильных ядер, находящихся в дискретном спектре или континууме.

Еще одним видом экзотических состояний ядер являются кластерные состояния. Это различные структуры, состоящие из двух или большего числа частиц, возникающих внутри ядра. Одним из ярких примеров кластерной структуры, состоящей из трех слабо взаимодействующих α -частиц, является второе возбужденное состояние 0^+ ядра ^{12}C с энергией возбуждения 7.65 МэВ (состояние Хойла) [5].

Состояние Хойла может являться подтверждением теории о наличии α -частичного конденсата в ядрах. Состояние Хойла представляет газ почти невозмущенных альфа-частиц. В работе [5], посвященной теоретическому исследованию кластерных состояний ядер ^{12}C и ^{16}O , моделировалась волновая функция α -кластеров, входящих в состав конденсата α -частиц.

Большое внимание уделяется тому факту, что состояние Хойла представляет собой слабо взаимодействующие α -частицы, находящиеся в разреженной среде. При этом сами кластеры практически не перекрываются ввиду малой энергии распада на составляющие частицы, определяемой

пороговым правилом для кластерных состояний стабильных ядер [6]. Свойство разреженной плотности состояния Хойла позволяет предположить наличие у него увеличенного радиуса, что может быть использовано для экспериментального подтверждения его кластерной природы.

Исследования состояния Хойла наталкивают на идею о наличии кластерных состояний со свойствами, схожими со свойствами состояния Хойла в других ядрах. Одним из них может являться ядро ^{11}B , где предположительно может наблюдаться кластерная конфигурация $\alpha + \alpha + t$. До недавнего времени считалось, что ядро ^{11}B является хорошим примером проявления оболочечных эффектов в легких ядрах. Однако, ряд теоретических [7 - 9] и экспериментальных работ [10, 12] указывает на возможные различные кластерные конфигурации в ядре ^{11}B .

В работе [7] исследуются состояния с отрицательной четностью ядер ^{11}B и ^{11}C . Исследование проводится с помощью метода антисимметризованной молекулярной динамики. Изучаемая кластерная структура этих состояний сравнивается со схожими состояниями в ^{12}C . Одним из результатов работы является сходство состояния $3/2^-$ 8.56 МэВ и состояния Хойла, так как они оба обладают разреженной плотностью.

Поиск аналогов состояния Хойла проводился также в работе [11]. В результате предсказывалось, что среднеквадратичный радиус ядра ^{11}B в состоянии 8.56 МэВ равен 3.1 Фм, а радиус основного состояния составляет 2.29 Фм, что согласуется в пределах погрешности с полученными ранее в нашей лаборатории результатами [13].

Исследование состояний ядра ^{11}B проводилось также в работе [9]. Было показано, что основное состояние ядра ^{11}B имеет структуру, соответствующую оболочечной модели. В тоже время, состояние $3/2^-$ 8.56 МэВ может представлять собой $\alpha + \alpha + t$ кластер с увеличенным радиусом, однако в их представлении оно не является аналогом состояния Хойла [9]. Это связано как с природой этого состояния, которое не является конденсатом, как в состоянии Хойла, так и с большей энергией связи относительно $\alpha + \alpha + t$ кластера.

Истинным же аналогом состояния Хойла в этой работе называют состояние $1/2^+ 12.56$ МэВ. В пользу этого отмечается увеличенный радиус этого состояния, который должен быть около 6 фм, что сравнимо с радиусом ядра урана и является физически необоснованным.

Дополнительные указания на существование экзотических состояний в ядре ^{11}B дают экспериментальные работы. Исследований ядра ^{11}B проводилось довольно много, но они не затрагивали интересующую нас область энергий возбуждения. Однако, в работе [10] был проведен эксперимент по резонансному рассеянию α -частиц с энергией 13.7 МэВ на ядре ^7Li . Была предложена новая ротационная полоса 8.56 МэВ ($3/2^-$), 10.34 МэВ ($5/2^-$) и 13.03 МэВ ($9/2^-$). Авторы подчеркивают малые энергетические интервалы между членами полосы, что может свидетельствовать о сильной деформации ядра в этих состояниях и их возможной кластерной структуре.

Еще одно экспериментальное исследование было проведено в работе [12]. Были измерены изоскалярные монопольные переходы в реакции неупругого рассеяния α -частиц с энергией 388 МэВ на ядре ^{11}B . Одним из результатов работы является обнаружение сильного монопольного перехода на состояние 8.56 МэВ, который нельзя объяснить в рамках оболочечной модели. Это также свидетельствует об экзотической структуре данного состояния.

В работах [13, 14] был проведен анализ упругого и неупругого рассеяния α -частиц на ядре ^{11}B . Анализ данных проводился с помощью оптической модели для упругого рассеяния и метода искаженных волн для неупругого рассеяния. Дополнительно была применена модифицированная дифракционная модель для оценки радиусов возбужденных состояний ядра ^{11}B . Было показано, что состояния с энергией меньше ~ 7 МэВ соответствуют классической оболочечной модели, что подтверждается небольшим отличием радиусов этих состояний по сравнению с основным состоянием. Был подтвержден увеличенный радиус ядра ^{11}B в состоянии 8.56 МэВ, близкий к радиусу в состоянии Хойла, что интерпретировалось как указание на аналог

состояния Хойла. Гипотеза о "гигантском" радиусе состояния 12.56 МэВ, упомянутая ранее, не подтвердилась.

Таким образом, существует ряд указаний на экзотическую структуру возбужденных состояний ядра ^{11}B . Наиболее подходящими для исследования экзотических состояний легких ядер являются прямые реакции (упругого и неупругого рассеяния, перезарядки и передачи нуклонов).

Нашей научной группой совместно с ЛЯР ОИЯИ (Дубна) был проведен новый эксперимент на пучке ионов ^7Li с энергией 58 МэВ ускорителя У-400 по изучению продуктов реакции $^7\text{Li} + ^{10}\text{B}$. Особый интерес представляют состояния ядра ^{11}B , в частности, состояние $3/2^-$ 8.56 МэВ.

При энергиях 10-15 МэВ/нуклон угловые распределения продуктов реакции имеют характерную картину. Реакция $^{10}\text{B}(^7\text{Li}, ^6\text{Li})^{11}\text{B}$, являющаяся прямой реакцией передачи нейтрона, происходит преимущественно на периферии ядра [15]. На малых углах есть выраженные («главные») дифракционные максимум с последующим минимумом и, часто, второй максимум. Также имеет место так называемое радужное рассеяние, заключающееся в том, что имеется предельный угол, вблизи которого сгущаются классические траектории, приводя тем самым к возрастанию интенсивности рассеянных частиц вблизи этого угла.

Целью данной работы является исследование основного состояния и состояния 8.56 МэВ ядра ^{11}B . В рамках работы был проведен анализ экспериментальных данных с помощью разработанной автором программы. Были получены дифференциальные сечения для исследуемых состояний. Анализ дифференциальных сечений проводился с помощью оптической модели для упругого рассеяния, а также метода искаженных волн для реакции передачи $^{10}\text{B}(^7\text{Li}, ^6\text{Li})^{11}\text{B}$. Форм-факторы и асимптотические нормировочные коэффициенты для перехода $\{^7\text{Li}(3/2^-1/2, \text{g.s.}), \text{n}^6\text{Li}(1^+0, \text{g.s.})\}$ брались из работы [16] и сравнивались с теоретическими значениями из [17]. Вычисление дифференциальных сечений проводилось с помощью программы FRESKO

[18], с когерентным учетом всех разрешенных комбинаций переданных угловых моментов и спинов lsj .

Результаты данной работы могут послужить дополнительным указанием на экзотическую структуру состояния 8.56 МэВ ядра ^{11}B .

Глава 1 Эксперимент

Экспериментальные исследования были проведены на циклотроне У-400 Лаборатории ядерных реакций (ЛЯР) Объединенного института ядерных исследований (ОИЯИ, г. Дубна). В ходе работы изучались угловые распределения продуктов реакции $^{10}\text{B}(^7\text{Li}, ^6\text{Li})^{11}\text{B}$ при энергии пучка ионов лития 58 МэВ. На рис.1 представлена схема элементов экспериментальной установки.

Пучок ионов ^7Li с энергией $E = 58$ МэВ фокусировался с помощью системы магнитов канала ионопровода и формировался коллиматором пучка, состоящим из диафрагм D1-D4. Профилирование пучка осуществлялось с помощью многопроволочной "X-Y" камеры. Сформированный коллиматором пучок в позиции мишени М имел поперечный размер диаметром $\varnothing = 3,6$ мм и угловую апертуру $\Delta\Theta \sim 0.2^\circ$.

Энергетическое разрешение спектральных пиков в эксперименте определяется несколькими факторами, каждый из которых вносит свой вклад в общую неопределенность измерений:

1. Энергетический разброс пучка, который обычно составляет около 0.5 – 1% от номинального значения энергии. В случае пучка с энергией 58 МэВ, этот вклад достигает приблизительно 290 – 580 кэВ. Помимо этого, существуют и другие важные факторы, влияющие на конечное энергетическое разрешение.
2. Кинематическое уширение. Величина кинематического уширения существенно зависит от угла измерения. В области углов около 10 градусов в лабораторной системе координат этот эффект дает вклад порядка 80 кэВ, тогда как при измерениях под углами около 50 градусов его влияние возрастает до 250 кэВ.
3. Собственное энергетическое разрешение используемых детекторов. Для Е-детектора, измеряющего полную энергию частиц, типичное разрешение составляет порядка 60 кэВ, в то время как для ΔE -детектора,

регистрирующего потери энергии, этот показатель обычно находится в диапазоне 60-100 кэВ. Эти значения обусловлены физическими характеристиками детекторных материалов и электроникой обработки сигналов.

Энергетическое разрешение детекторов определялось по измерению спектральной линии от ^{226}Ra α -источника.

Таким образом, полное энергетическое разрешение системы составляет 350 - 650 кэВ. Это значение учитывает как свойства самого пучка, так и характеристики детекторной системы, и является важным параметром при планировании эксперимента и интерпретации полученных данных. Самоподдерживающаяся мишень изотопа ^{10}B (толщина $t \sim 0.05$ мг/см²), содержащая примеси изотопов ^{12}C (9%) и ^{16}O (6%), устанавливалась в центре камеры рассеяния перпендикулярно оси пучка. Оценка изотопного состава мишени осуществлялась с помощью известных экспериментальных данных упругого рассеяния в реакциях $^7\text{Li}+^{11}\text{B}$ [19], $^7\text{Li}+^{12}\text{C}$ [20], $^7\text{Li}+^{16}\text{O}$ [20] при близких энергиях ($E_{\text{лаб}}=36$ МэВ и 39 МэВ). Как будет показано далее, наличие примесей существенно осложняет обработку экспериментальных данных.

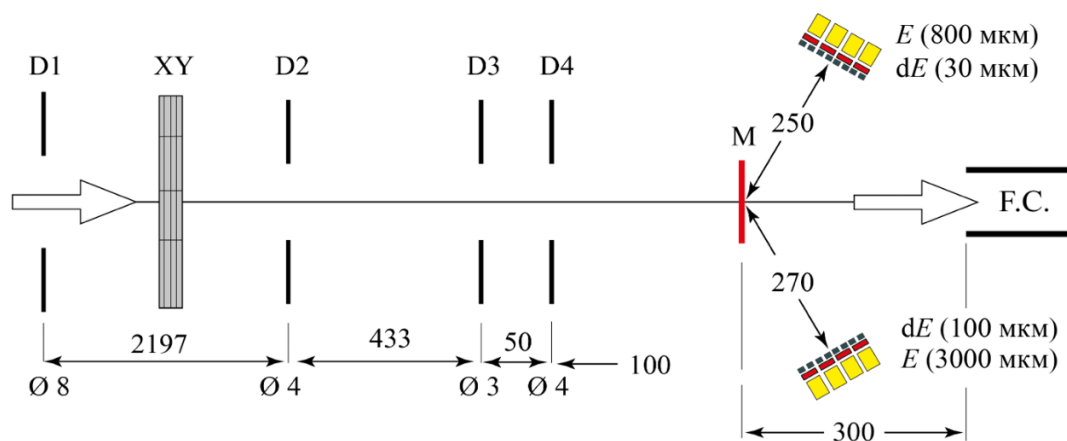


Рисунок 1. Схема экспериментальной установки по измерению дифференциальных сечений продуктов реакции $^7\text{Li} + ^{10}\text{B}$. Диаметры и расстояния между элементами установки приведены в миллиметрах.

На расстоянии 30 см от мишени М по направлению пучка располагался цилиндр Фарадея F.C, измеряющий полный ток пучка заряженных частиц. Конструктивно он представлял толстостенную (~ 0.5 см) стальную трубу диаметром 4 см и высотой 25 см. Цилиндр Фарадея был подключен к интегратору тока ORTEC – 439, данные с которого поступали в систему сбора данных и на пульт ускорителя для мониторинга интенсивности пучка. Дополнительный контроль пучка осуществлялся с помощью мониторингового детектора, установленного вне основной зоны измерений.

Система сбора (DAQ) экспериментальных данных состояла из программы, работающей под операционной системой Linux, и блоков электроники стандарта VME (крейт-контроллер MVLC, пиковый АЦП MADC-32 фирмы Mesytec).

Мастер-триггером DAQ служил VME-блок MVLC (MicroVME List-mode Controller), на вход которого поступали сигналы запроса на запись события от любого из детекторов установки и импульса интегратора тока цилиндра Фарадея (блок LeCroy 429A). Модуль MVLC, выполненный в VME (Versa Module Europa), представляет собой специализированный контроллер, вставленный в общий крейт с другими модулями системы сбора данных, например АЦП. MVLC инициировал запись события, если любой из детекторов регистрировал частицу, либо интегратор тока фиксировал попадание пучка в мишень (логическая схема ИЛИ). Когда MVLC принимает решение о записи события, формируется общий триггерный сигнал, синхронизирующий работу всех модулей DAQ. После следует команда на АЦП о начале оцифровки аналоговых сигналов с детекторов.

Регистрация экспериментальных данных осуществлялась с помощью двух групп детекторов.

Каждая группа детекторов состояла из четырех dE-E телескопов Si-детекторов. Первая группа телескопов состояла из dE детекторов толщиной 100 мкм и E Si(Li)-детекторов толщиной 3000 мкм и использовалась для измерений частиц, вылетающих в передних углах ($7^0 < \Theta_{\text{лаб}} < 30^0$). Вторая

группа телескопов состояла из dE и E детекторов толщинами 30 мкм и 800 мкм для измерений продуктов реакций в диапазоне углов $\Theta_{\text{лаб.}} > 20^\circ$.

Перед каждым телескопом располагались свинцовые диафрагмы сечения $\sim 3 \times 4 \text{ мм}^2$, телесный угол имел порядок 10^{-4} ср. Изменение углов $\Theta_{\text{лаб}}$ телескопов осуществлялась с точностью $\pm 0.5^\circ$.

При взаимодействии достаточно энергичных частиц с ядрами мишени всегда открыто множество каналов, число которых сильно возрастает при переходе к более тяжелым налетающим частицам. В этом случае регистрацию интересующих продуктов реакций и рассеяния приходится вести в условиях большого фона других заряженных частиц. Для этого нужна система надежного разделения изотопов H, He, Li и т.д., при помощи которой можно выделить интересующий сорт частиц.

Для получения дифференциальных сечений продуктов реакции $^{10}\text{B} + ^7\text{Li}$ при энергии 58 МэВ был использован широко известный метод идентификации заряженных частиц, основанный на одновременном измерении двух параметров – удельной потери энергии на ионизацию dE/dx в прострельном детекторе и полной энергии E в детекторе полного поглощения.

Потери энергии в ΔE детекторе определяются следующим образом:

$$\Delta E = \frac{dE}{dx} * d \quad (1)$$

где dE/dx - удельные потери энергии на ионизацию в ΔE детекторе, d - его толщина.

В основе ΔE -E – метода лежит приближенное соотношение между энергией заряженной частицы и удельной ионизацией:

$$\Delta E = \frac{k * M * Z^2}{E} \quad (2)$$

Здесь M и Z – масса и заряд налетающей частицы, k – постоянная, которая приблизительно одинаковая для всех сортов частиц, E - энергия рассеянной

частицы. Из формулы видно, что если одновременно измерять E и $(dE/dx)d$, то каждый сорт частиц в соответствии с M и Z ложится на свою гиперболу в координатном пространстве $E - \Delta E$.

Данный метод имеет ограничения - для очень тяжёлых ионов или при очень высоких энергиях его эффективность снижается, и приходится использовать дополнительные методы идентификации, такие как время-пролётные измерения или магнитный анализ.

Глава 2 Обработка экспериментальных данных

Результатом применения $\Delta E - E$ метода идентификации заряженных частиц являются гиперболы в координатном пространстве $E - \Delta E$, которые соответствуют частицам со своими значениями массы и заряда.

На практике в результате эксперимента получают ROOT-совместимые файлы (при соответствующем экспортировании), содержащие оцифрованную амплитуду сигнала и временные метки события. Обработка таких файлов состоит из следующих этапов:

1. Получение двумерных распределений непосредственно из полученных данных.
2. Выделение $E - \Delta E$ гипербол из двумерных спектров продуктов реакции ${}^7\text{Li} + {}^{10}\text{B}$ и превращение их в одномерные энергетические спектры.
3. Фитирование одномерных спектров с целью выделения энергетических уровней.
4. Получение дифференциальных сечений для исследуемых состояний.

Обработка экспериментальных данных проводилась с помощью разработанного в настоящей работе набора скриптов на языке Python с использованием CERN ROOT. Разработанные скрипты позволяют обрабатывать одномерные энергетические спектры независимо от типа реакции.

2.1 Получение энергетических спектров исследуемых продуктов реакции ${}^7\text{Li} + {}^{10}\text{B}$

Получение одномерных энергетических спектров из экспериментальных данных производится с помощью выделения контуров интересующей гиперболы. Каждая точка на двумерном распределении соответствует числу

событий при данных E и ΔE координатах. Таким образом, на энергетическом спектре реакции по оси абсцисс откладывается суммарная энергия ($E + \Delta E$) ионизационных потерь ^{11}B в dE и E детекторах телескопа в единицах МэВ, а по оси ординат N - количество событий.

Выделение контуров производилось в пакете ООП программ и библиотек ROOT. Для выделения контуров используются TCutG контуры пакета ROOT. На рис. 2 представлен двумерный спектр продуктов реакции $^7\text{Li} + ^{10}\text{B}$ в одном из 8 телескопов.

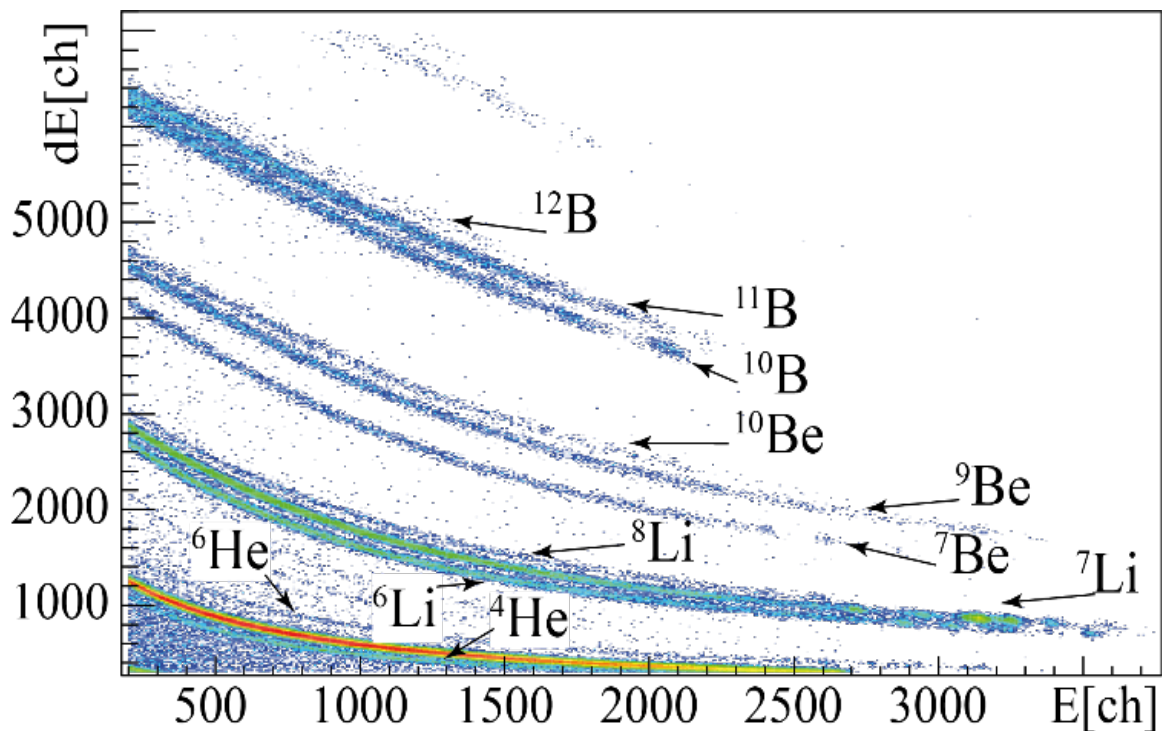


Рисунок 2. Пример полученного двумерного спектра с помощью $\Delta E - E$ метода из реакции $^7\text{Li} + ^{10}\text{B}$ при $\Theta_{\text{LAB}} = 10,2^\circ$. Ось X - потери энергии вылетевших частиц (в каналах), ось Y - энергия остановки вылетевших частиц (в каналах). Каждая гипербола отвечает за определенный канал реакции.

Полученный одномерный спектр представлен на рис. 3. На оси абсцисс отложены полные потери энергии ^{11}B в ΔE и E детекторах. На оси ординат отложено число событий.

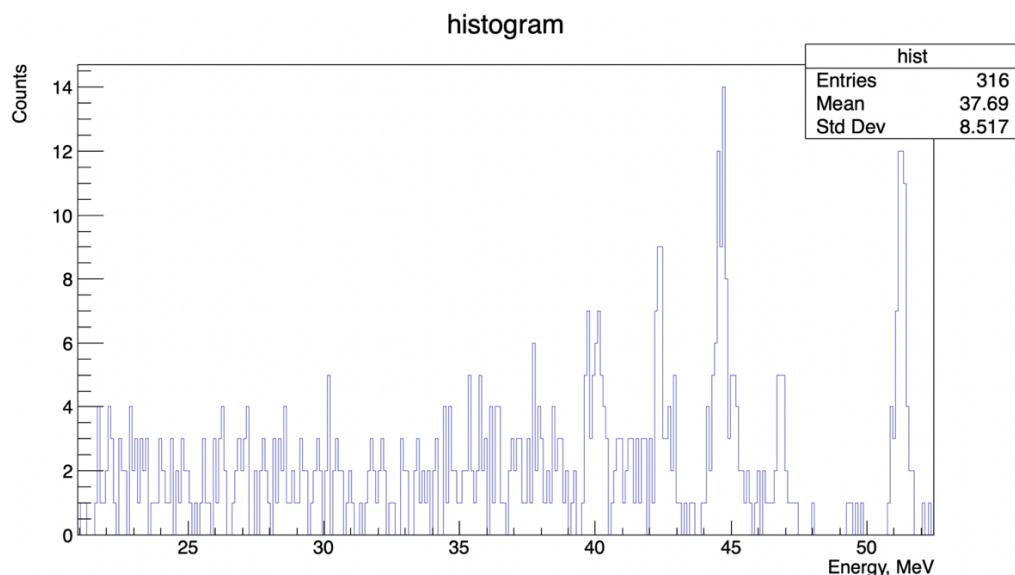


Рисунок 3. Энергетический спектр ^{11}B , полученный в реакции $^{10}\text{B}(^7\text{Li}, ^6\text{Li})\text{X}$ при $\Theta_{\text{LAB}} = 22,3^\circ$. Ось X - полная энергия вылетевшей частицы в МэВ, ось Y - число событий.

Следующим этапом в обработке данных является фитирование полученных энергетических спектров.

2.2 Обработка одномерных энергетических спектров

Фитирование полученных энергетических спектров осуществлялось с помощью разработанного набора скриптов на языке Python. Разработанная программа унифицирует процесс обработки энергетического спектра. Это достигается следующим образом:

- Автоматический расчет кинематики исследуемой реакции.

Пользователю достаточно задать в текстовом файле или консоли (для Linux) реакцию (н-р $^{10}\text{B}(^7\text{Li}, ^6\text{Li})^{11}\text{B}$) и указать энергию налетающей частицы и углы регистрации продуктов реакции в лабораторной системе координат. Программа использует эти входные данные в кинематических расчетах (без учета релятивистских поправок). Всю необходимую для расчета информацию о ядрах (масса, заряд, энергия уровня, ширина энергетического уровня и др.) программа берет из разработанной на языке SQL базы данных. На данный момент база данных содержит информацию о ядрах с массовыми числами $A =$

1 — 20. Также в программе предусмотрен учет фоновых событий, под которыми понимаются события от двухчастичных и трехчастичных распадов продуктов реакции и примесей. Еще одной возможностью является ручное указание положения энергетических уровней на спектре. Результатом работы на этом этапе являются положения уровней на энергетическом спектре.

- Автоматическое фитирование энергетических спектров.

Фитирование энергетических спектров осуществляется путем разложения спектра на Гауссовы функции с учетом примесных уровней и физического фона. Форму линии полупроводникового детектора при облучении его заряженными частицами, пробег которых полностью укладывается в чувствительном объеме детектора, с хорошей точностью можно описать распределением Гаусса [41]. Выбор Гауссовых функций обусловлен малыми ширинами энергетических уровней и скоростью вычислений. При рассмотрении достаточно узких уровней описание с помощью других функций (распределение Лоренца, распределение Брейт-Вигнера) практически неразличимо. Каждый энергетический уровень (а также энергетические уровни, наблюдаемые от примесей) фитируется с помощью функции Гаусса. На описанном выше этапе получают положения энергетических уровней. Из базы данных программа берет энергетические ширины Γ каждого уровня. Эти данные являются параметрами для Гауссовых функций. Результатом работы на этом этапе является число событий, полученных для каждого энергетического уровня. Количество событий (как площадь под графиком функции Гаусса) необходимо для получения угловых распределений исследуемого состояния.

Таким образом, обработка энергетического спектра сводится к заданию реакции и ее основных характеристик (энергия налетающей частицы и углы регистрации продуктов реакции). Для получения угловых распределений исследуемого уровня требуется конфигурационный файл, содержащий информацию об эксперименте. В него должны входить интенсивность пучка налетающих частиц, состав и толщина мишени, телесный угол детекторов.

Входной файл также может содержать в себе информацию о реакции (имея ввиду текст в формате $A(a, b)B$, энергию налетающей частицы и углы регистрации). Тогда пользователю не нужно вводить эти данные. Вся информация об эксперименте содержится в одном файле.

Принципиальная схема работы программы представлена на рис. 4.

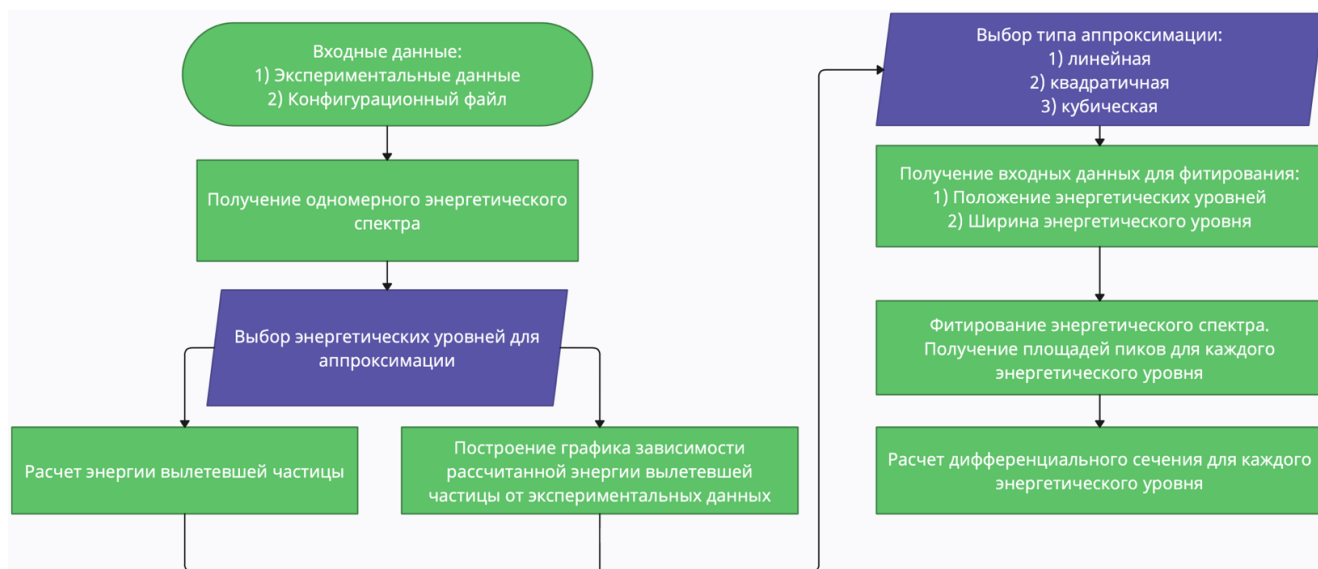


Рисунок 4. Принципиальная схема расчетной программы. Овалом обозначены данные, являющиеся входными для работы программы, прямоугольники - этапы работы программы, фиолетовым обозначен ручной ввод данных.

На данный момент графический интерфейс программы не разработан, ввод осуществляется через консоль.

Рассмотрим представленные модули программы подробнее.

2.2.1 База данных легких ядер

База данных легких ядер является фундаментом для работы программы. Пользователю не нужно вручную искать точные массы ядер, энергии уровней, их ширины. Все это содержится в разработанной базе данных, из которой программа в процессе расчета положения энергетических уровней автоматически берет эти величины.

Ядерные константы для базы данных брались из источников [21-29]. На данный момент база данных содержит информацию о ядрах с массовыми числами $A = 1 \text{ — } 20$.

Диаграмма базы данных представлена на рис. 5.

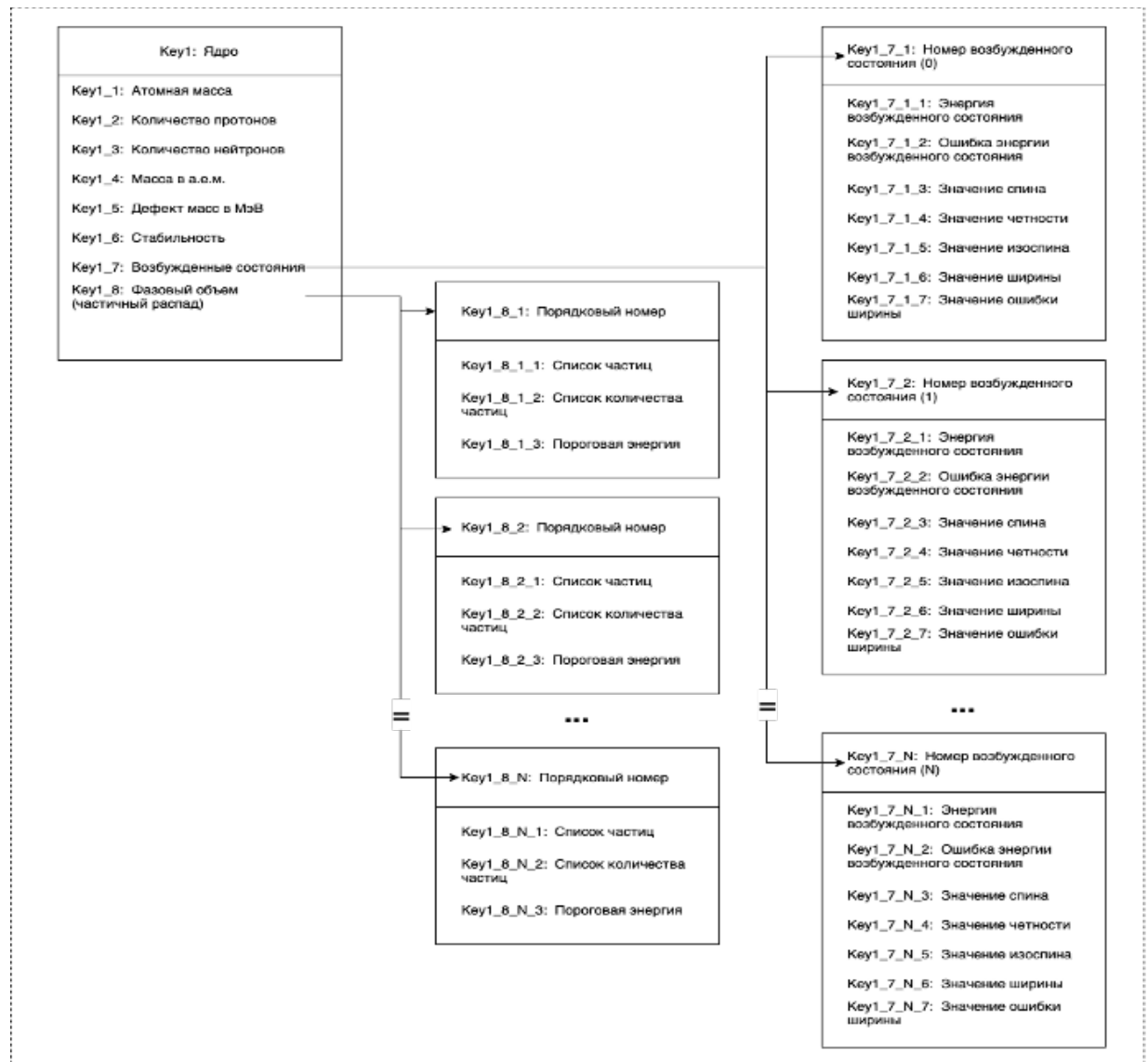


Рисунок 5. Структура базы данных легких ядер

Помимо расчета кинематики, база данных используется для оценки величины фоновых событий. В базе данных содержатся энергии двухчастичных и трехчастичных распадов, которые используются для оценки фона.

База данных написана на языке SQL. В качестве СУБД (система управления базами данных) использовалась объектно-реляционная СУБД PostgreSQL. Для работы с базой данных используется SQLAlchemy (ORM).

2.2.2 Учет фоновых событий в эксперименте

На данный момент реализован учет фоновых событий только от распада ядер, находящихся в возбужденном состоянии, лежащем выше порога развала. Вся информация о возможных фазовых объемах автоматически берется из базы данных легких ядер. Пользователь может выбрать, какие моды распада учитывать в фазовом объеме.

В общем случае фазовый объем определяется по следующей формуле [30]:

$$C * E_1^{1/2} * \left[\frac{(M-m_1)*E_{cm}}{(M-E_1)} + 2 * \left(\frac{m_1*m_p*E_p}{(m_p+m_t)^2} \right)^{1/2} * E_1^{1/2} \cos t - \frac{m_1*m_p*E_p}{(m_p+m_t)^2} \right]^{\frac{3N-8}{2}} \quad (3)$$

где E_p - энергия налетающей частицы, m_p - масса налетающей частицы, m_t - масса мишени, E_1 - энергия рассеянной частицы, m_1 - масса рассеянной частицы, M - суммарная масса в выходном канале, E_{cm} - суммарная кинетическая энергия в выходном канале, N - число частиц в выходном канале, t - угол рассеяния, C - подбираемая константа.

Фитирование фоновой кривой осуществлялось с помощью `scipy.optimize` библиотеки SciPy. Пользователь может вручную выбрать начальное значение константы C . Спектр с учетом фазового объема представлен на рис. 6:

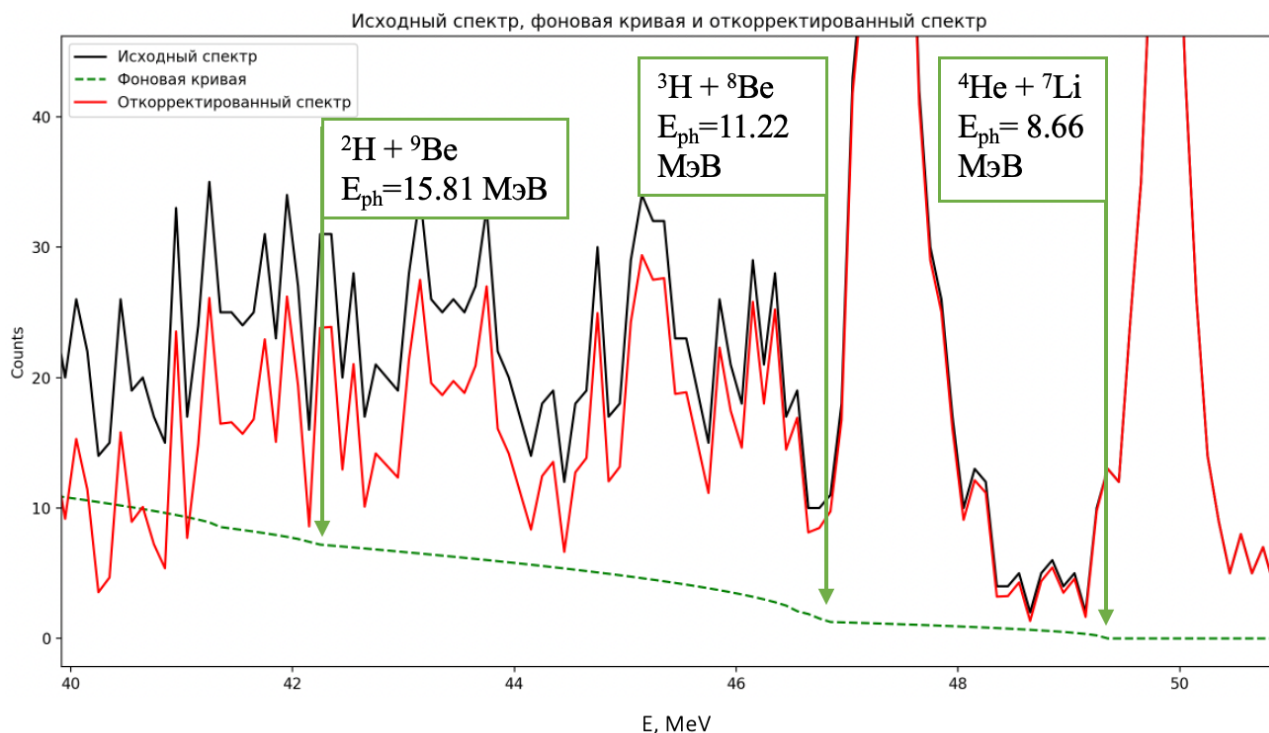


Рисунок 6. Этап работы программы. Энергетический спектр реакции $^{10}\text{B} + ^7\text{Li} \rightarrow ^6\text{Li} + ^{11}\text{B}$ с учетом фоновых событий. Ось X - полные энергии вылетевших частиц, ось Y - количество событий. Угол в лабораторной системе 22,3 град. Черным показан исходный спектр. Красный цвет отвечает за спектр с учтенным фоном. Зеленая кривая - фазовый объем.

На рисунке видны вклады нескольких первых фазовых объемов. На практике наибольший вклад в фазовый объем дают именно они.

2.2.3 Кинематика ядерной реакции

Данный модуль позволяет определить положение рассматриваемых энергетических уровней из кинематики реакции.

Процесс расчета состоит в следующем. Для начала рассчитывается энергетический выход реакции. Расчет Q реакции производился на основе написанных ранее библиотек для легких частиц. Они содержат информацию об атомных массах ядер, энергии отделения нуклонов, а также информацию о каждом энергетическом уровне ядра. На следующем этапе рассчитываются

положения выбранных энергетических уровней согласно законам сохранения энергии и импульса.

Запишем законы сохранения энергии и импульса для реакции $A(a, b)B$:

$$\begin{cases} E_a + E_A = E_b + E_B \\ \vec{p}_a + \vec{p}_A = \vec{p}_b + \vec{p}_B \end{cases} \quad (4)$$

После всех преобразований, энергия частицы b в С.Ц.М. будет иметь следующий вид:

$$E_{b,cm} = \frac{E_{cm,f}^2 + (m_b + m_B)(m_b - m_B)}{2E_{cm,f}} \quad (5)$$

Полученные таким образом положения энергетических уровней наносятся на энергетический спектр. В результате пользователь видит спектр, представленный на рис. 7.

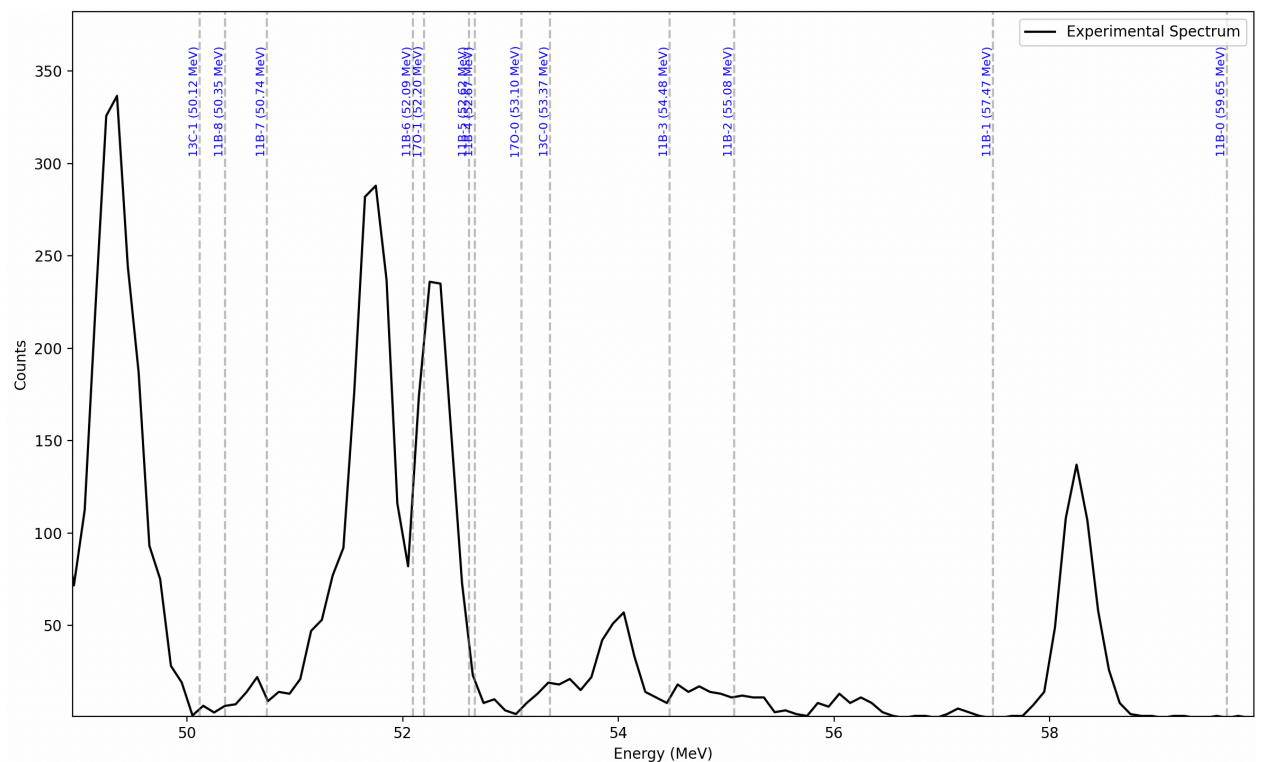


Рисунок 7. Этап работы программы. Определение положения энергетических уровней.

Ось X - полная энергия вылетевшей частицы в МэВ, ось Y - число событий

Как видно из рисунка, может возникнуть ситуация, когда экспериментальные положения пиков не совпадают с теоретическими. Сдвиг положения уровней производится с помощью следующей калибровочной зависимости. Положения нескольких энергетических уровней, которые проще всего отличить (н-р основное состояние, 2.12 МэВ, 6.74 МэВ) сравнивают с рассчитанными по кинематике положениями этих уровней. Полученную зависимость аппроксимируют различными функциями, чаще всего линейной.

Пользователю доступен выбор уровней на спектре для аппроксимации. Взаимодействие пользователя с программой (по клику левой кнопкой мыши по энергетическому спектру) происходило с помощью библиотеки `matplotlib` (`canvas.mpl_connect()`). Полученная зависимость показана на рис. 8.

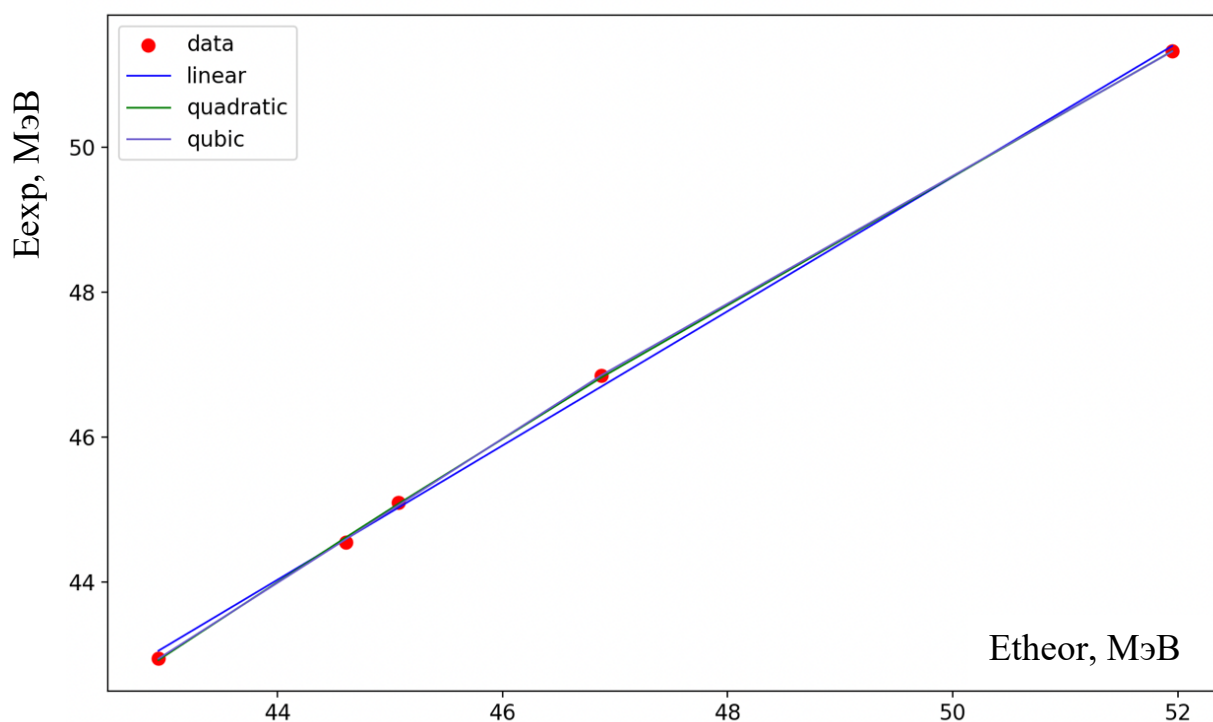


Рисунок 8. Этап работы программы. Пример выбора типа аппроксимации. Ось X - полная энергия вылетевших частиц, рассчитанная теоретически, ось Y - выбранные пользователем значения.

В результате происходит сдвиг энергетических уровней согласно полученному уравнению аппроксимации. Практика показывает, что процедуру сдвига стоит делать отдельно для каждой реакции (имея ввиду примесные ядра).

Энергетический спектр после линейной калибровки с автоматически нанесенными на него положениями рассматриваемых энергетических уровней показан на рис. 9.

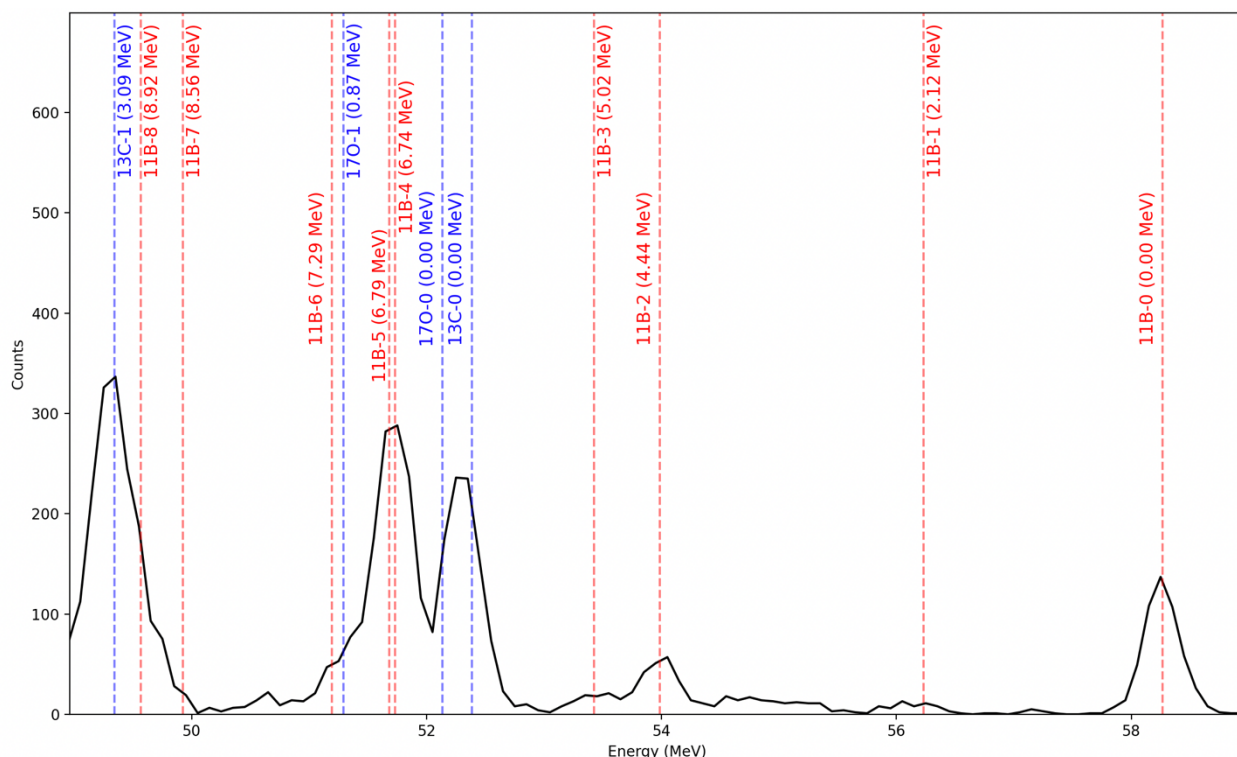


Рисунок 9. Этап работы программы. Откалиброванный энергетический спектр реакции $^{10}\text{B} + ^7\text{Li} \rightarrow ^6\text{Li} + ^{11}\text{B}$. Ось X - энергии вылетевших частиц, ось Y - количество событий.

Красный - уровни ядра ^{11}B . Синий - уровни ядер примесей

Также пользователю доступно вручную выбрать положения интересующих энергетических уровней на спектре. Взаимодействия пользователя в такой ситуации организовано также с помощью интерактивного ввода matplotlib.

2.2.4 Фитирование энергетического спектра

Фитирование энергетического спектра проводилось с помощью функции Гаусса. Выбор функции Гаусса связан с хорошей сходимостью с экспериментальными данными в широком диапазоне энергий по критерию χ^2 .

Функция Гаусса для описания возбужденного состояния в энергетическом спектре:

$$y = y_0 + \frac{A}{w\sqrt{\pi/2}} * \exp(-2 * \left(\frac{x-x_c}{w}\right)^2) \quad (6)$$

где A - площадь пика, w^2 - дисперсия распределения, определяемая как полная ширина энергетического уровня, x_c - положение пика на энергетическом спектре.

Полная ширина энергетического уровня w определяется как $\sqrt{\Gamma^2 + \Gamma_{\text{апп}}^2}$, где Γ - собственная ширина уровня (табличные данные, занесенные в базу данных), $\Gamma_{\text{апп}}$ - аппаратная ширина, определяемая как полуширина на полувысоте основного состояния.

Таким образом, энергетический спектр фитируется функцией, являющейся суммой гауссовых функций для каждого энергетического уровня как рассматриваемого ядра, так и примесных ядер.

Разложение спектра и вычисление интеграла по событиям производится с помощью `scipy.optimize` библиотеки SciPy. Итоговая картина спектра в результате работы программы приведена на рисунке ниже:

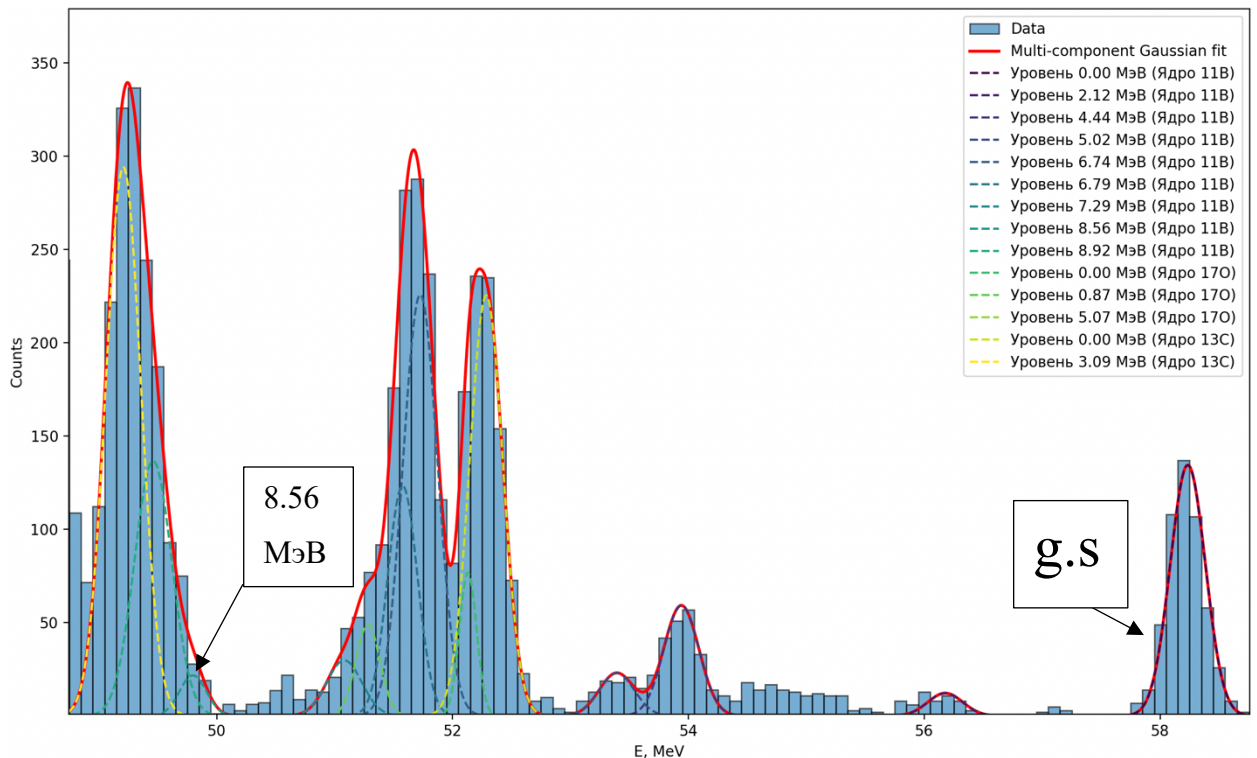


Рисунок 10. Этап работы программы. Пример разложения одномерного энергетического спектра по Гауссовым функциям. Ось X - полная энергия вылетевших частиц, ось Y - количество событий. Угол регистрации - $15,14^0$ в л.с.к.

Ход кривой и положения пиков с достаточной точностью совпадают с обработанными вручную спектрами.

2.2.5 Получение угловых распределений

В результате фитирования энергетического спектра были получены значения площадей под графиком каждого энергетического уровня. Следующим этапом является вычисление дифференциального сечения для рассматриваемого уровня.

Расчет дифференциальных сечений производился по формуле:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{A}{I * \Omega * N} \quad (7)$$

где A - количество событий в пике, полученное на предыдущем этапе, I - интенсивность пучка (полный пропущенный заряд через цилиндр Фарадея), Ω - телесный угол, N-число ядер в мишени. I, Ω и N известны из эксперимента и находятся в конфигурационном файле, который загружается в программу в начале работы.

2.3 Угловые распределения основного состояния и состояния 8.56 МэВ

Сравнение результатов работы программы проводилось с угловыми распределениями, полученными в ходе обработки в программе Origin Pro. Результаты обработки представлены на рис. 11:

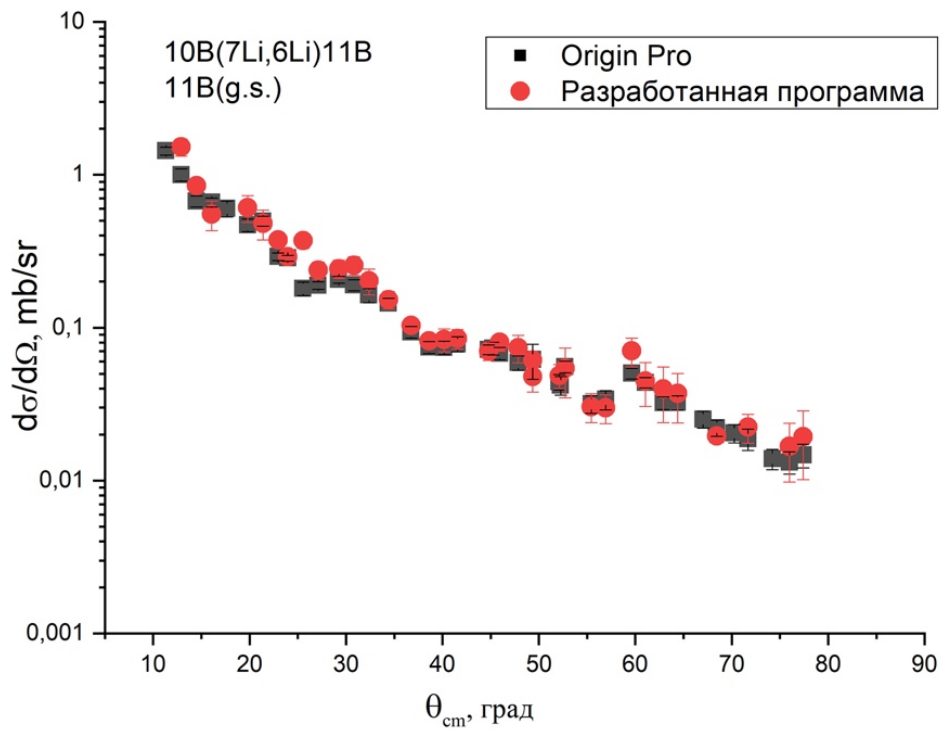


Рисунок 11. Дифференциальное сечение для основного состояния ядра ^{11}B . Черным обозначена ручная обработка, красным - автоматизированная обработка

Полученные дифференциальные сечения совпадают с имеющимися данными в пределах ошибок. При этом, ход кривой и положение экстремумов также согласуется с обработкой в Origin Pro. Относительная погрешность в данном случае в достаточной степени зависит от наличия примесных уровней. Кропотливая обработка экспериментальных точек "вручную" в таком случае, несомненно, имеет меньшую относительную погрешность. Можно ожидать, что в случае более "чистых" экспериментальных данных, где энергетические уровни будут в значительной степени уединены, относительная погрешность дифференциальных сечений будет сравнима с обработкой "вручную".

Дифференциальное сечение для состояния 8.56 МэВ представлено на рис. 12.

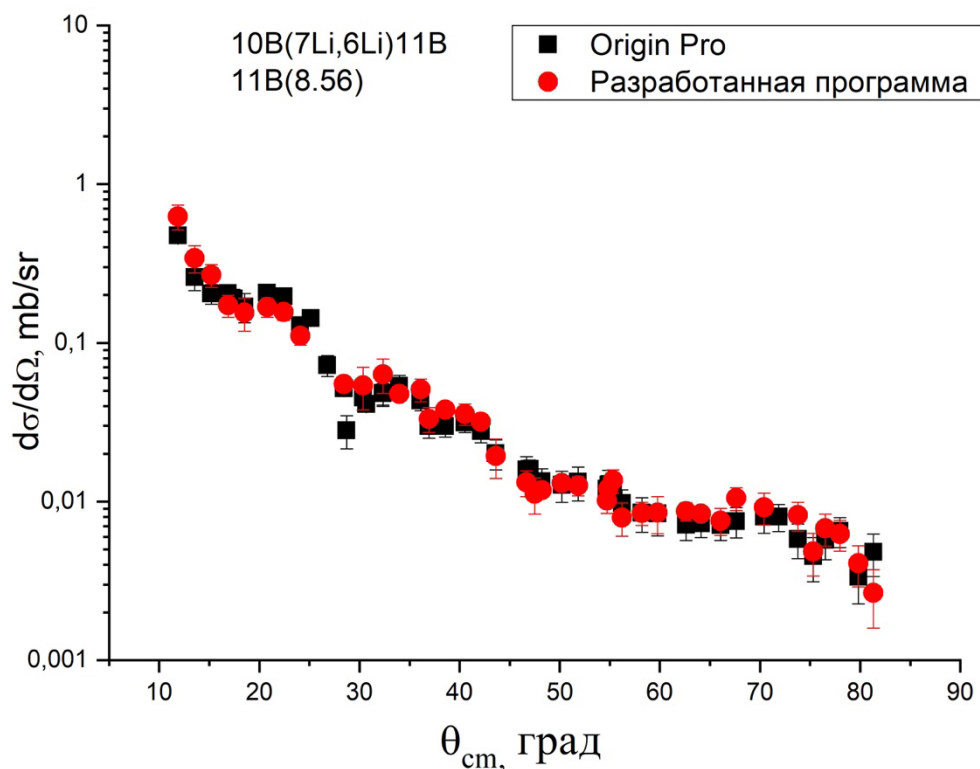


Рисунок 12. Дифференциальное сечение для состояния 8.56 МэВ ядра ^{11}B . Черным обозначена ручная обработка, красным - автоматизированная обработка

Как видно из рисунка выше, угловое распределение совпадает в пределах ошибок с обработкой с помощью программы Origin Pro. В угловом распределении для состояния 8.56 МэВ четко различается дифракционная область, где удастся определить главный максимум дифференциального сечения.

В данной главе была описана программа, позволяющая быстро (в сравнении с обработкой данных в программе Origin Pro) обрабатывать экспериментальные данные для реакций вида $A(a, b)B$. Функционал программы позволяет по экспериментальным данным и конфигурационному файлу, содержащему информацию об эксперименте, получать дифференциальные сечения для исследуемых энергетических уровней. Для быстрого запуска приложения на любой системе использовался Docker.

В рамках создания программы было реализовано следующее:

1. Модуль расчета кинематики исследуемой реакции:
 - 1.1 база данных легких ядер;
 - 1.1 модуль учета фоновых событий в эксперименте;
 - 1.2 модуль расчета положения энергетических уровней;
 - 1.3 модуль построения калибровочных зависимостей;
2. Модуль фитирования энергетического спектра.
3. Модуль получения дифференциального сечения.

Разработанная база данных запатентована в НИЦ "Курчатовский институт" (Рег. номер 2025670005). Апробация результатов работы программы происходила на исследуемых в работе энергетических уровня ядра ^{11}B . Было показано, что полученные в результате работы программы дифференциальные сечения в пределах погрешности совпадают с обработкой в программе Origin Pro. Это свидетельствует о корректной работе всех модулей программы.

На следующем этапе разработки программы планируется реализовать пользовательский интерфейс, улучшающий взаимодействие пользователя с программой.

Глава 3 Теоретический анализ

3.1 Теория

В этом разделе изложена теория прямых ядерных реакций на основе книги [15], которая далее будет использована для анализа данных.

Рассмотрим ядерную реакцию с участием только двух ядер - налетающего (вылетающего) ядра a и A - ядро мишень (остаток). Такая пара ядер, находящихся в определенных внутренних состояниях, образует канал ядерной реакции. Описание любой реакции начинается с решения уравнения Шредингера:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + V(\mathbf{r})\right]\Psi = E\Psi, \quad (8)$$

где E - кинетическая энергия системы Ψ - полная волновая функция системы.

Учтем, что взаимодействие $V(\mathbf{r}_\alpha)$ способно изменять внутреннее состояние ядер a и A . В таком случае разумно разделить гамильтониан $\hat{H}$ на составляющие, отвечающие внутренним состояниям сталкивающихся ядер и их относительному движению.

Канальный гамильтониан системы, отвечающий внутренним состояниям ядер a и A имеет вид:

$$\hat{H}_\alpha \psi_\alpha = \hat{E}_\alpha \psi_\alpha, \quad (9)$$

где $\hat{H}_\alpha = \hat{H}_a + \hat{H}_A$, а полная волновая функция системы в канале ψ_α есть прямое произведение:

$$\psi_\alpha(x_\alpha) = \psi_a(x_a) \cdot \psi_A(x_A) \quad (10)$$

где x_a - внутренние переменные ($i = a, A$), которые включают в себя пространственные, спиновые и изоспиновые координаты; ψ_i - ортонормированные собственные функции соответствующих внутренних гамильтонианов H_i с собственными значениями e_i .

В таком случае:

$$(e_i - H_i)\psi_i(x_i) = 0 \quad (11)$$

$$(e_\alpha - H_\alpha)\psi_\alpha(x_\alpha) = 0 \quad (12)$$

Кинетическая энергия относительного движения в канале α примет вид:

$$E_\alpha = E - e_\alpha \quad (13)$$

где E - полная энергия системы, $e_\alpha = e_a + e_A$.

Выберем радиус-вектор, соединяющий центры масс двух ядер в виде $\mathbf{r}_\alpha$. В таком случае оператор кинетической энергии относительного движения сталкивающихся ядер примет вид:

$$\widehat{K}_\alpha = -\frac{\hbar^2}{2\mu_\alpha} \nabla^2 \quad (14)$$

где $\mu_\alpha = \frac{M_a M_A}{M_a + M_A}$ - приведенная масса.

Таким образом, полный гамильтониан системы будет иметь вид:

$$\widehat{H} = \widehat{H}_\alpha + \widehat{K}_\alpha + \widehat{V}_\alpha \quad (15)$$

Полную волновую функция системы ψ можно разложить по полному набору внутренних состояний i ядер a и A :

$$\Psi = \sum_{\alpha} \xi_{\alpha}(\mathbf{r}_{\alpha}) \psi_{\alpha} \quad (16)$$

$\xi_{\alpha}(\mathbf{r}_{\alpha})$ описывает относительное движение ядер a и A , которые находятся во внутренних состояниях ψ_a и является проекцией полной волновой функции на канал a .

Граничные условия для полной волновой функции определяются начальным состоянием канальной функции:

$$\Phi_{\alpha} = e^{iK_{\alpha}r_{\alpha}} \Psi_{\alpha} \quad (17)$$

т.е. падающий пучок представляет собой плоскую волну с относительным импульсом K_{α} .

Расходящиеся сферические волны содержатся в данном канале и во всех других открытых каналах. Покажем это, разложив полную волновую функцию по состояниям некоторого канала β :

$$\Psi_{\alpha}^{(+)} = \sum_{\beta} \xi_{\alpha\beta}^{(+)}(r_{\beta}) \psi_{\beta} \quad (18)$$

Индекс $(+)$ обозначает расходящиеся волны. Асимптотический вид функции $\xi_{\alpha\beta}^{(+)}$ определяется следующим образом:

$$\xi_{\alpha\beta}^{(+)} \rightarrow e^{iK_{\alpha}r_{\alpha}} \delta_{\alpha\beta} + f_{\beta\alpha}(K_{\beta}, K_{\alpha}) \frac{e^{iK_{\beta}r_{\beta}}}{r_{\beta}} \quad (19)$$

Функция $f_{\alpha\beta}(K_{\beta}, K_{\alpha})$ есть амплитуда рассеяния, представляемая как амплитуда расходящейся сферической волны в канале β , порожденной плоской волной единичной амплитуды в канале α .

В случае рассмотрения упругого рассеяния заряженных частиц в амплитуде обычно учитывается амплитуда рассеяния на кулоновском потенциале. Это эквивалентно замене

$$\mathbf{K}_\beta \mathbf{r}_\beta \rightarrow \mathbf{K}_\beta \mathbf{r}_\beta + \eta_\beta \ln(K_\beta r_\beta - \mathbf{K}_\beta \mathbf{r}_\beta) \quad (20)$$

где $\eta_\beta = Z_a Z_A e^2 / \hbar v_\beta$ - параметр Зоммерфельда, v_β - относительная скорость.

Амплитуда перехода из канала α в канал β определяется выражением:

$$T_{\beta\alpha} = -\frac{2\pi\hbar^2}{\mu_\beta} f_{\beta\alpha} \quad (21)$$

общий вид которой можно представить в виде с учетом (8, 15, 16, 19):

$$T_{\beta\alpha} = \int \int e^{-i\mathbf{K}_\beta \mathbf{r}_\beta} \psi_b^*(x_\beta) \psi_b^*(x_\beta) V(x_\beta, \mathbf{r}_\beta) \xi_{\alpha\beta}^{(+)}(\mathbf{r}_\beta) \psi_\beta(x_\beta) dx_\beta d\mathbf{r}_\beta = < \Phi_\beta | \hat{V}_\beta | \Psi_\alpha^{(+)}(\mathbf{K}_\alpha) > \quad (22)$$

Через амплитуду перехода выражаются дифференциальные сечения перехода из канала α в канал β в реакции $A(a, b)B$:

$$\frac{d\sigma_{\alpha\beta}}{d\Omega} = \frac{\mu_\alpha \mu_\beta}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{K_\beta}{K_\alpha} |T_{\beta\alpha}|^2 \quad (23)$$

3.1.1 Метод искаженных волн

Для интерпретации и анализа экспериментальных данных по прямым реакциям наиболее часто используется метод искаженных волн в борновском приближении (МИВ) [15, 31-33].

Суть метода искаженных волн заключается в представлении относительного движения до и после неупругого события в виде волн, искаженных упругим рассеянием и сопутствующим поглощением [15]. Данное приближение является справедливым, когда основным процессом является упругое рассеяние. Все остальные реакции в таком случае можно

рассматривать как возмущения - слабые переходы между состояниями системы, соответствующих упругому рассеянию.

Амплитуда перехода в таком случае имеет вид:

$$T_{DWBA} = \int u_b^{(-)*}(\mathbf{K}_b, \mathbf{r}_b) < \Psi_b \Psi_B | V | \Psi_a \Psi_A > u_a^{(+)}(\mathbf{K}_a, \mathbf{r}_a) d\mathbf{r}_a d\mathbf{r}_b \quad (24)$$

где $u_a^{(+)}$ и $u_b^{(-)}$ - волновые функции рассеяния во входном и выходном каналах.

Упругое рассеяние в данном случае содержит в себе учет потери потока по многим другим каналам реакции (включая составное ядро), ни один из которых не является самым главным. Эти многочисленные взаимодействия представляются в среднем с помощью комплексного эффективного потенциала, который в настоящей работе конструируется в рамках феноменологического подхода в оптической модели.

3.1.2 Оптическая модель

Эффективный потенциал (понимаемый как усредненный по энергии) моделируется локальной комплексной функцией расстояния между центрами масс ядер с помощью различных параметризаций. Такой потенциал может содержать в своей реальной части ядерную и кулоновскую центральные компоненты, различные спиновые компоненты (спин- орбитальную, тензорную и др.) и изоспиновую компоненту, пропорциональную произведению изоспинов сталкивающихся ядер.

Для оптической модели часто применяется параметризация Вудса-Саксона:

$$U(r) = -Vf(x_V) - iW_Sf(x_S) + i4W_D \frac{df(x_D)}{dx_D} + V_C(r) \quad (25)$$

$$f(x)=(e^x+1)^{-1}, \quad x_k=(r-R_k)/a_k, \quad (k=V,S,D).$$

Индексы V, S, D относятся к действительной (объемной V) и мнимой (S - объемная, D - поверхностная) компонентам потенциала.

Таким образом, задача о взаимодействии двух частиц сводится к задаче о взаимодействии эффективной частицы на эффективном потенциале. Поэтому, кулоновский потенциал $VC(r)$ моделируется потенциалом взаимодействия точечного заряда Zae с однородно заряженной сферой, имеющей заряд ZAe и радиус R_c , который оценивается через среднеквадратичные зарядовые радиусы ядер. Когда спины ядер не равны нулю, добавляется спин-орбитальный потенциал и тензорная компоненты:

$$V_{so}(r) = (V_{so} + iW_{so}) \left(\frac{\hbar}{m_{\pi}c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{df(x_{so})}{dr} (L \cdot I_a) \quad (26)$$

Параметры радиусов R_k соответствующих компонент потенциала обычно выражаются через параметры приведенных радиусов r_k и массы сталкивающихся ядер:

$$R_k = r_k(a^{\frac{1}{3}} + A^{\frac{1}{3}}) \quad (27)$$

Глубины потенциалов и геометрические параметры (радиусы и диффузности) r_k и a_k находятся путем анализа экспериментальных угловых распределений упругого рассеяния с помощью “ χ^2 -метода”. Параметры потенциала варьируются таким образом, чтобы получить минимум величины:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_{\sigma}} \left[\frac{\sigma_{th}(\theta_i) - \sigma_{exp}(\theta_i)}{\Delta \sigma_{exp}(\theta_i)} \right]^2 \quad (28)$$

Суммирование ведется по углам θ_i , при которых измерены экспериментальные дифференциальные сечения σ_{exp} . Здесь $\Delta\sigma_{\text{exp}}(\theta_i)$ - соответствующие ошибки измерения. Величина χ^2 определяет поверхность в N_v -мерном пространстве варьируемых параметров. Варьироваться могут не все параметры, определяющие потенциал, а только часть из них. Значения остальных могут рассматриваться фиксированными, исходя из различных соображений.

В общем случае математическим критерием наилучшего подбора параметров является достижение значения χ^2 / N_F сравнимо с 1, где $N_F = N_\sigma - N_v$. Однако, для реалистических и нескоррелированных ошибок измерения эта величина остается заметно большей, что может отражать плохой выбор модели, присутствие каких-то особенностей непредставимых оптической моделью, или же нереалистичность оценки самих ошибок измерения. В такой ситуации критерий "оценки на глаз" с учетом дополнительной физической информации, такой как интегральное сечение реакции и эмпирические данные о поведении интегральных характеристик потенциала, иногда может иметь важное значение, не меньшее чем указанный математический критерий.

Эта поверхность в параметрическом пространстве помимо абсолютного минимума может иметь другие минимумы, в которые можно попасть. Причины их появления могут быть различными. С одной стороны, это требует внимательного отношения к построению алгоритма поиска, выбору процедуры поиска и начальных значений параметров. С другой стороны, описание углового распределения с наборами параметров, отвечающими другим минимумам, не обязательно будет хуже. Это является одной из возможных причин неоднозначности нахождения оптимального набора параметров.

3.1.3 Форм-фактор реакции передачи

В DWBA-амплитуде (24) матричный элемент взаимодействия V вызывающего реакцию является интегралом перекрытия с волновыми функциями взаимодействующих ядер (a,A) и ядер-продуктов (b,B) . Он содержит в себе всю структурную информацию о ядре. Разделение радиальных и угловых переменных через разложение по переданным угловым моментам [15] выделяет произведение радиальных частей интегралов перекрытия для так называемых «легкой» ($a = b + n$) и «тяжелой» ($B = A + n$) систем, часто называемых соответствующими «кластерными формфакторами» или просто «формфакторами реакции» $I^{ab}_{lsj}(r)$ и $I^{BA}_{lsj}(r)$, где lsj – передаваемые орбитальный момент, спин и полный момент и r – расстояние между передаваемой частицей n и остовом $A(b)$. В теории нормировка формфактора определяет собой спектроскопический фактор (СФ) $S^{BA(ab)}_{lsj}$, определяющий вероятность того, что ядро B содержит в себе конфигурацию $A + n$ с передаваемыми моментами lsj .

Описанные форм-факторы могут быть представлены как решения неоднородного уравнения [31]:

$$(T_r - V^0_{lsj}(r) - \epsilon_{lsj}) I_{lsj}(r) = P(r) \quad (29)$$

где T_r – оператор кинетической энергии относительного движения передаваемой частицы и остова, $V^0_{lsj}(r)$ – средний потенциал, отвечающий самосогласованному взаимодействию частицы и остова, ϵ_{lsj} – энергия связи переданной частицы в данном состоянии ядра B (a). Правая часть уравнения (29) является оператором, включающим остаточные взаимодействия.

Существуют различные способы определения формфакторов, такие как прямое вычисление интегралов перекрытия, используя модельные волновые функции ядер. Другие подходы связаны с приближенным решением уравнения (29) [31].

В данной работе для решения этого уравнения используется приближение, где правая часть уравнения (29) заменяется некоторым локальным оператором действующим прямо на формфактор $\Delta V_{lsj}(r)I_{lsj}(r)$ [34]:

$$V_{lsj}(r) = V_{lsj}^0(r) + \Delta V_{lsj}(r) \quad (30)$$

$$(T_r - V_{lsj}(r) - e_{lsj}) I_{lsj}(r) = 0 \quad (31)$$

В силу короткого действия этих потенциалов, граничные условия на больших расстояниях определяются только энергией связи e_{lsj} . Асимптотика формфактора выражается сферической функцией Ханкеля [31, 32]:

$$I_{lsj}(r \rightarrow \infty) = N^{1/2} C_{lsj} k h_l(ikr), \quad (32)$$

($k^2 = 2me_{lsj}/\hbar^2$, m - приведенная масса, N – коэффициент, учитывающий антисимметризацию волновых функций).

Величину NC_{lsj} называют асимптотическим нормировочным коэффициентом (АНК), который связан с ядерной вершинной константой (ВК) G_{lj} , характеризующей взаимодействие передаваемой частицы с остовом [31, 32]:

$$G_{lj}^2 = \pi(\hbar/\mu c)^2 NC_{lj}^2, \quad (33)$$

Прямые реакции передачи в большинстве случаев являются периферийными, т.е. их угловые распределения чувствительны только к поверхностной (асимптотической) части формфактора реакции. Это позволяет из описания главного пика экспериментального углового распределения реакции передачи получать эмпирические значения асимптотических нормировочных коэффициентов. Однако, это же препятствует получению спектроскопического форм-фактора, для определения которого требуется знание формфактора при всех r [31, 32].

3.2 Описание угловых распределений исследуемых состояний

Теоретический анализ полученных угловых распределений проводился в рамках метода искаженных волн с конечным радиусом взаимодействия на основе феноменологического подхода к решению приближенного уравнения для формфактора реакции (см. раздел 3.1).

Для получения искаженных волн во входном и выходном каналах был проведен анализ упругого рассеяния.

Были проведены расчеты с целью улучшения параметров упругого рассеяния во входном и выходном каналах, полученных в нашей статье [34]. Как первый шаг анализа рассмотрены параметры так называемых «глобальных потенциалов» [35], параметры которых как функции энергии, зарядов и массовых чисел были определены в результате анализа очень большого набора экспериментальных данных для данного ядра-снаряда в широком диапазоне энергий и ядер-мишеней, или «региональные» для более узкой области масс, например, ядер 1p оболочки.

Однако, "глобальные" параметры не дали хорошего описания угловых распределений в входном и выходном каналах в рассматриваемом нами диапазоне энергий. Поэтому, мы попытались найти свои наборы параметров, а также сравнить их с имеющимися в литературе.

3.2.1 Описание входного канала ${}^7\text{Li}+{}^{10}\text{B}$

Оптический потенциал во входном канале ${}^7\text{Li}+{}^{10}\text{B}$ был рассчитан на основе анализа экспериментальных данных по упругому рассеянию при 58 МэВ и данных при 39 МэВ [19]. В обоих случаях были зафиксированы одни и те же наборы геометрических параметров, использованных в [34], а также параметры спин-орбитального и кулоновского потенциалов, что объясняется незначительной разницей в энергиях на нуклон. В рамках исследования

варьировались энергетические глубины действительной и мнимой частей потенциалов. Полученные параметры представлены ниже:

$$r_R = 0.55 \text{ фм}, \quad a_R = 0.86 \text{ фм}, \quad r_S = 0.88 \text{ фм}, \quad a_S = 0.30 \text{ фм}, \quad r_D = 0.65 \text{ фм}, \quad a_D = 0.95 \text{ фм}, \\ r_C = 0.60 \text{ фм}, \quad V_{so} = 6.0 \text{ МэВ}, \quad r_{so} = 0.55 \text{ фм}, \quad a_{so} = 0.86 \text{ фм}.$$

Чтобы быть уверенным в правильности описания упругого рассеяния используется дополнительная эмпирическая информация по энергетическим и массовым систематикам интегральных характеристик, например, сечений реакции и объемных интегралов компонент ОП из [27, 29]. Были рассчитаны значения объемных интегралов и сечений реакции для всех рассматриваемых энергий. Подбор параметров потенциала осуществлялся на основе минимизации критерия χ^2 с равномерной ошибкой 10% для всех экспериментальных данных. Результаты проводимого расчета приведены на рисунках ниже:

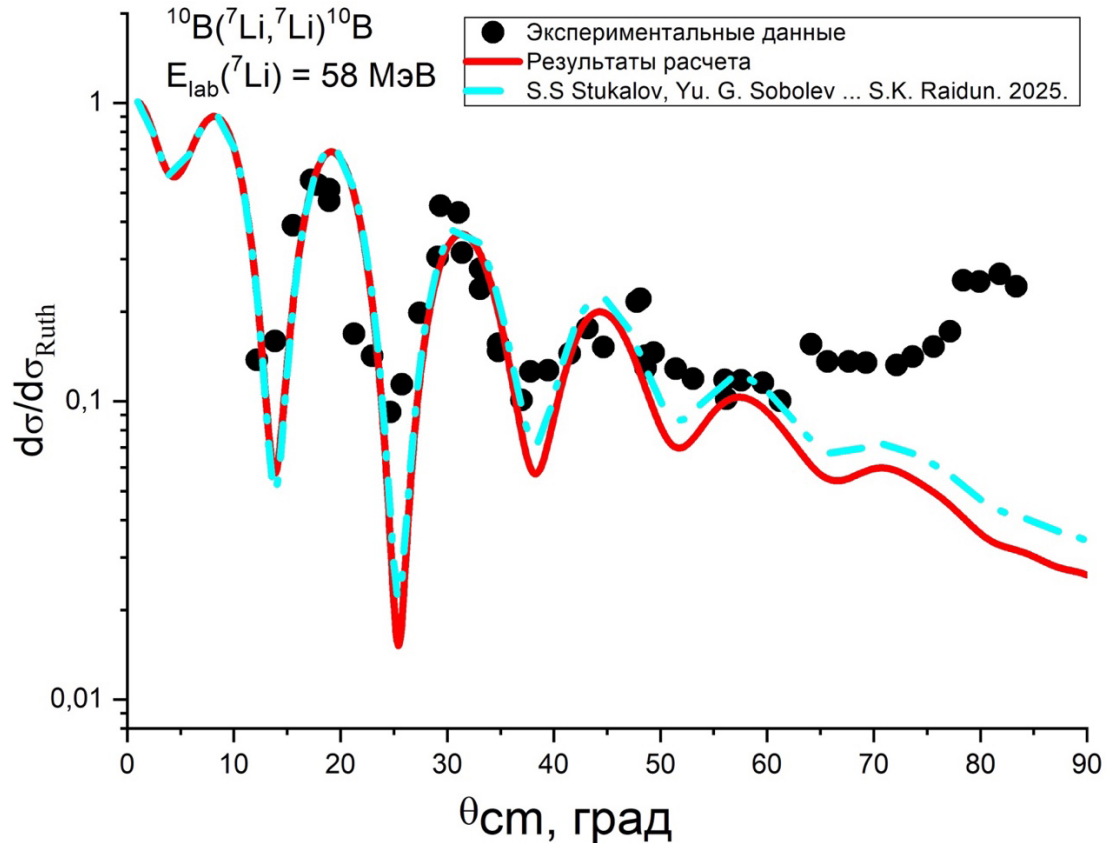


Рисунок 13. Дифференциальные сечения в отношении к резерфордскому сечению упругого рассеяния $^7\text{Li}+^{10}\text{B}$ при энергии 58 МэВ.

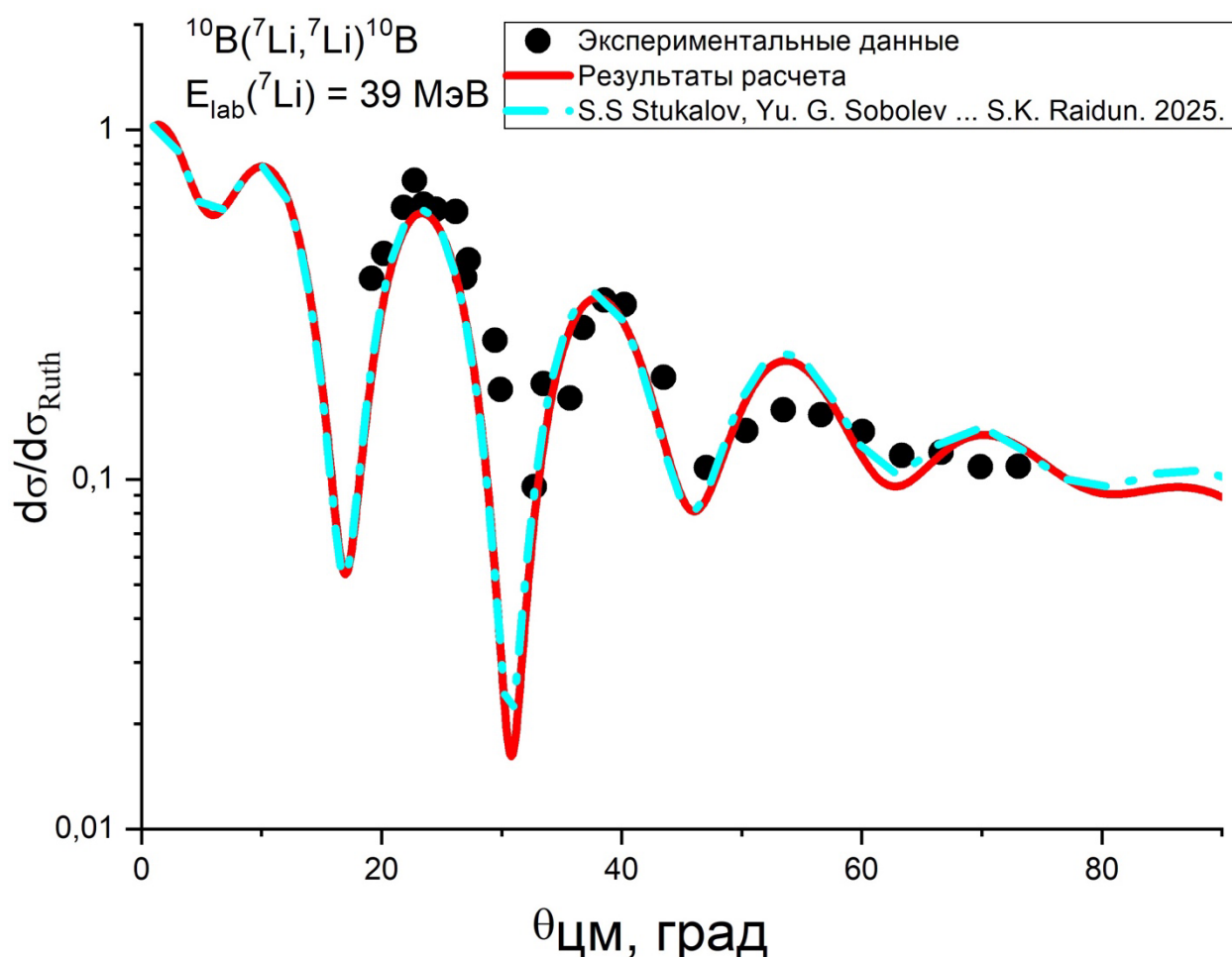


Рисунок 14. Дифференциальные сечения в отношении к резерфордскому сечению упругого рассеяния $^7\text{Li}+^{10}\text{B}$ при энергии 39 МэВ.

Результаты анализа представлены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры оптической модели для входного канала реакции

$E_{\text{lab.}}$	V_R	W_S	W_D	J_V	J_W	σ_r , мб
МэВ	МэВ	МэВ	МэВ	МэВ*фм ³	МэВ*фм ³	
58.0	243.	10.	23.	403.	183.	1459.
39.0	280.	7.	16.	465.	128.	1409.

Как видно из рисунков выше, найденные параметры правильно воспроизводят положения максимумов и минимумов в области передних углов и дают разумные значения объемных интегралов и сечений реакции [37].

В передней полусфере описание угловых распределений совпадает с источником [34], в задней полусфере наблюдаются незначительные отклонения от этого источника. Это объясняется одинаковым выбором геометрических параметров и попыткой варьирования только силовых параметров потенциала.

3.2.2 Описание упругого рассеяния ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$

К сожалению, экспериментальных данных по упругому рассеянию ${}^6\text{Li}$ на ${}^{11}\text{B}$ для описания выходного канала нет. Однако, ввиду близости по массе системы и обширности экспериментальных данных, было принято решение построить энергетически зависимые потенциалы для выходного канала на основе данных по упругому рассеянию ${}^6\text{Li}$ на ${}^{12}\text{C}$. Особое внимание, как и во входном канале, уделяется описанию области передних углов, где четко прослеживается дифракционная природа взаимодействия.

При исследовании энергетических состояний ядра ${}^6\text{Li}$ проводился анализ упругого рассеяния для ${}^6\text{Li} + {}^{12}\text{C}$ [34]. В настоящей работе было проведено улучшение полученных в [34] параметров оптической модели.

Исходя из энергий выходного канала рассматривался диапазон энергий от 40 до 60 МэВ в лабораторной системе координат. Как и во входном канале, для описания экспериментальных данных осуществлялся подбор только силовых параметров. Геометрические параметры были выбраны таким образом, чтобы сохранить положения экстремумов в рассматриваемом диапазоне энергий.

Одним из признаков правильности полученных результатов, помимо χ^2 фитирования, были значения объемных интегралов действительной и мнимой частей потенциала, поведение которых в заданном энергетическом диапазоне согласовывается с [37]. Данная зависимость показана на рис. 15:

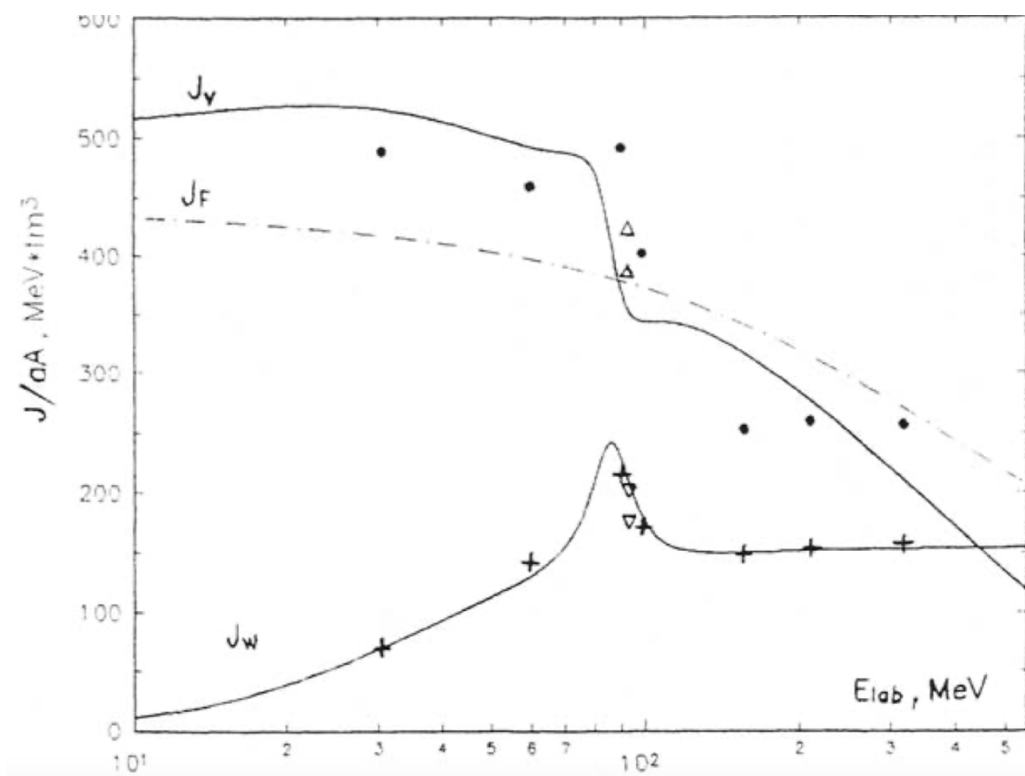


Рисунок 15. Действительные и мнимые объемные интегралы на пару нуклонов как функция энергии налетающей частицы в реакции ${}^6\text{Li} + {}^{12}\text{C}$. Из работы [36]. Черные кружки и кресты - результаты полумикроскопического анализа. Сплошные кривые - объемные интегралы действительной и мнимой частей оптического потенциала.

Еще одним аргументом в пользу источника [36] является рассмотрение так называемых Эйри-экстремумов - широких осцилляций, интерпретируемых как вторичные радужные экстремумы. Они могут возникать после главного радужного максимума. Удавалось идентифицировать Эйри-минимумы не только второго, но и третьего порядкового номера.

При описании упругого рассеяния ${}^6\text{Li}$ на ${}^{12}\text{C}$ необходимо учитывать еще один факт. В области средних углов ($80 - 100^\circ$ в с.ц.м.) и в области больших углов наблюдаются интерференционные эффекты и заметный подъем сечения. Это может объясняться когерентным вкладом процесса упругой α -передачи, однако экспериментальное отделение этого процесса от потенциального рассеяния при энергиях меньше 20 МэВ/нуклон невозможно [36].

В области передних углов доминирует потенциальное рассеяние, на самых больших углах основной вклад дает упругая передача. Поэтому

используются данные в угловом диапазоне, где указанные выше эффекты не являются основными.

При анализе экспериментальных данных большое значение придавалось описанию передних углов, что существенно при DWBA анализе. Значения κ^2 , указанные в таблице 2, рассчитаны для углов до 60° в системе центра масс. Однако выбор параметров осуществлялся на основе анализа всего углового диапазона, доступного в имеющихся экспериментальных данных.

Зафиксированные параметры оптической модели имеют следующий вид:

$$r_R = 0.57 \text{ фм}, \quad a_R = 0.78 \text{ фм}, \quad r_S = 0.40 \text{ фм}, \quad a_S = 0.20 \text{ фм}, \quad r_D = 0.81 \text{ фм}, \\ a_D = 0.84 \text{ фм}, \quad r_C = 0.60 \text{ фм}, \quad V_{so} = 6.0 \text{ МэВ}, \quad r_{so} = 0.57 \text{ фм}, \quad a_{so} = 0.78 \text{ фм}.$$

Здесь и далее сравнение результатов расчета проводится с источниками [34] и [36]. В источнике [34] мнимая часть оптического потенциала содержала объемную и поверхностную компоненты потенциала, в то время как в [36] учитывалась только объемная компонента мнимой части потенциала. Также отличались интегральные характеристики потенциалов (величины объемных интегралов и сечений реакции).

Результаты расчетов приведены на рисунках ниже:

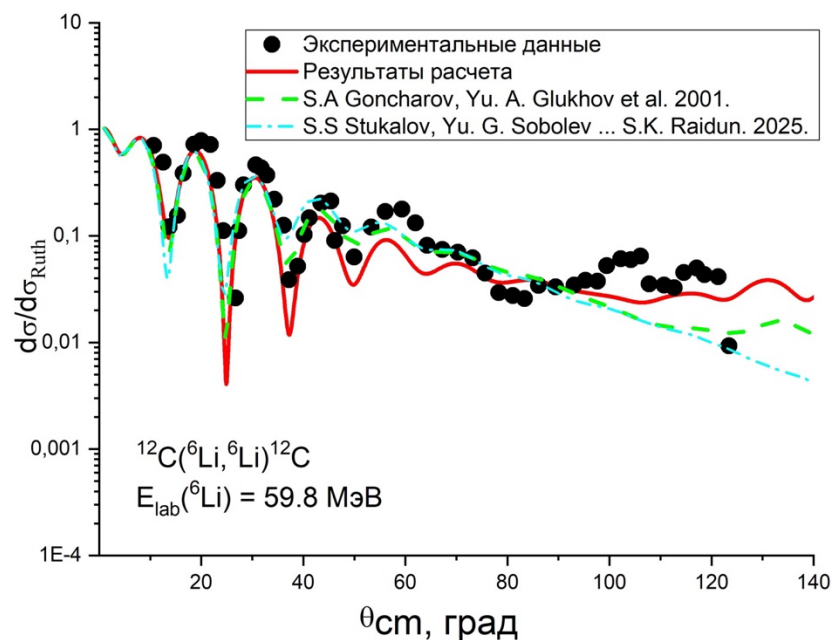


Рисунок 16. Дифференциальные сечения в отношении к резерфордовскому сечению упругого рассеяния $^6\text{Li}+^{12}\text{C}$ при энергии 59,8 МэВ.

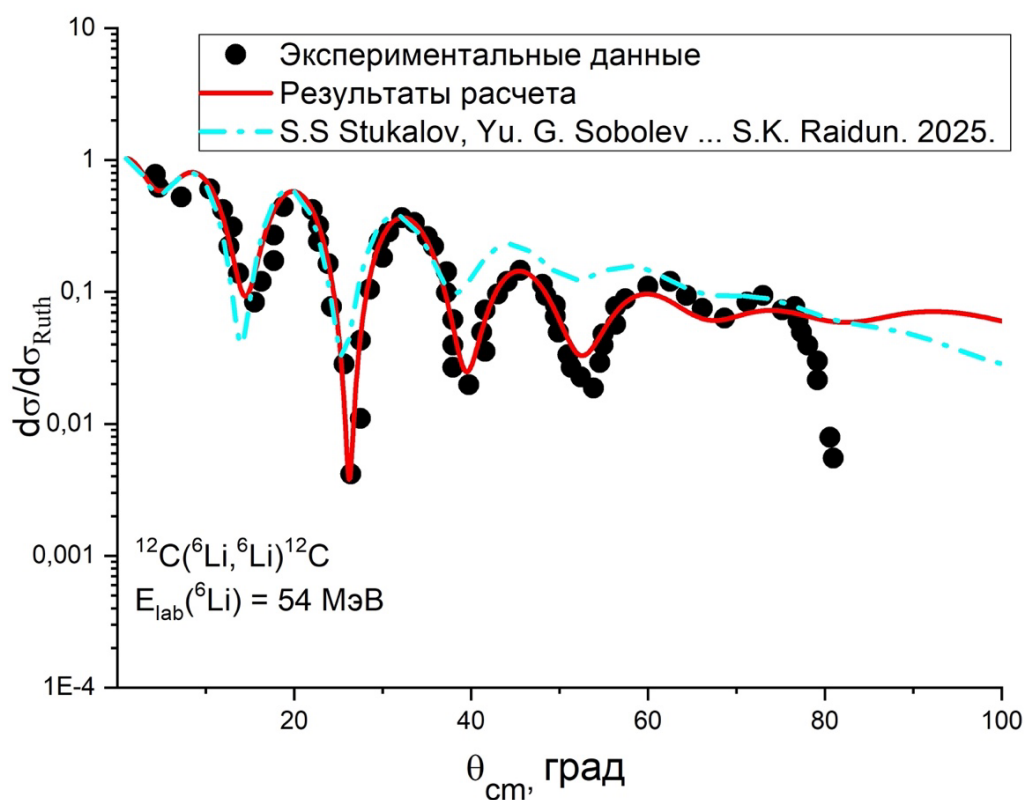


Рисунок 17. Дифференциальные сечения в отношении к резерфордовскому сечению упругого рассеяния $^6\text{Li}+^{12}\text{C}$ при энергии 54 МэВ.

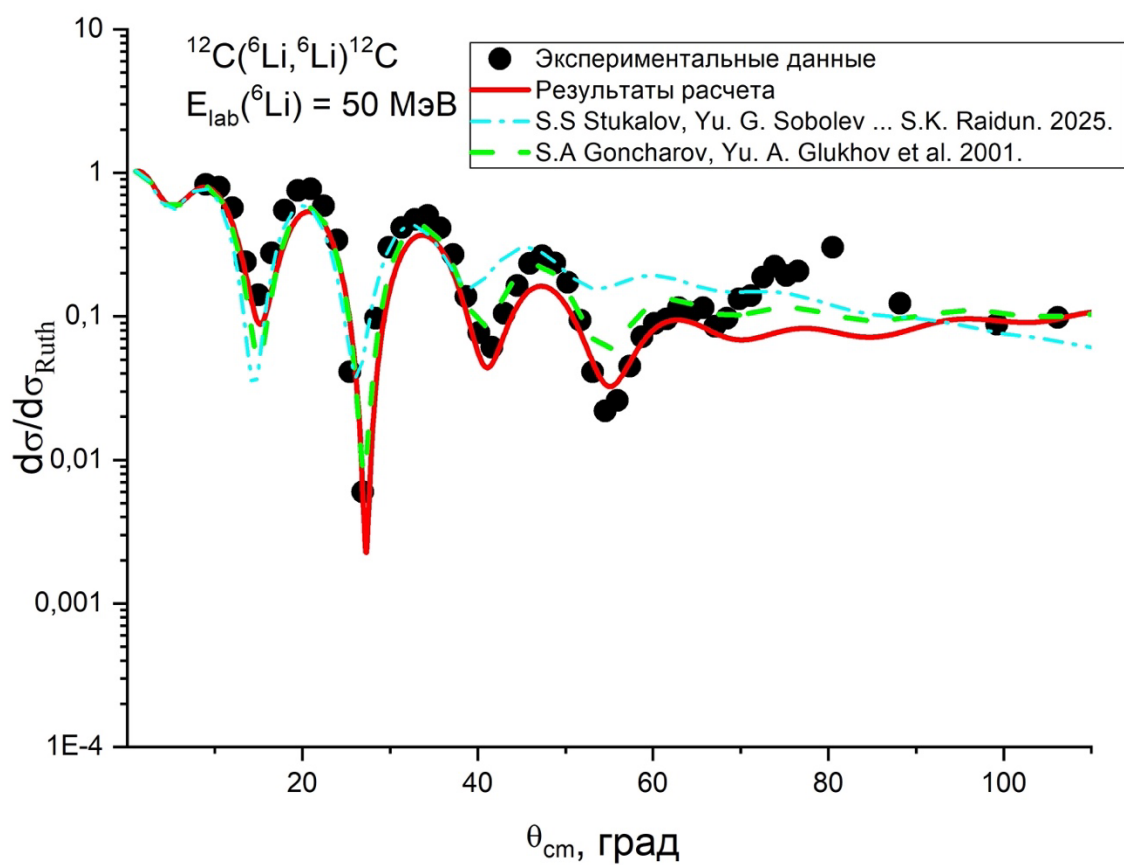


Рисунок 18. Дифференциальные сечения в отношении к резерфордовскому сечению упругого рассеяния $^6\text{Li}+^{12}\text{C}$ при энергии 50 МэВ.

Как видно из рисунков выше, найденные значения параметров оптической модели описывают положения максимумов и минимумов в широком угловом диапазоне. При выборе геометрических параметров особое внимание уделялось описанию упругого рассеяния при энергии 50 МэВ. Это связано с энергиями выходного канала для системы ${}^6\text{Li} + {}^{11}\text{B}$.

Рассмотрим полученные зависимости объемных интегралов реальных и мнимых частей потенциала. Сравнение полученных интегральных характеристик проводится с работами [34] и [36], где проводились схожие с данным исследованием упругого рассеяния.

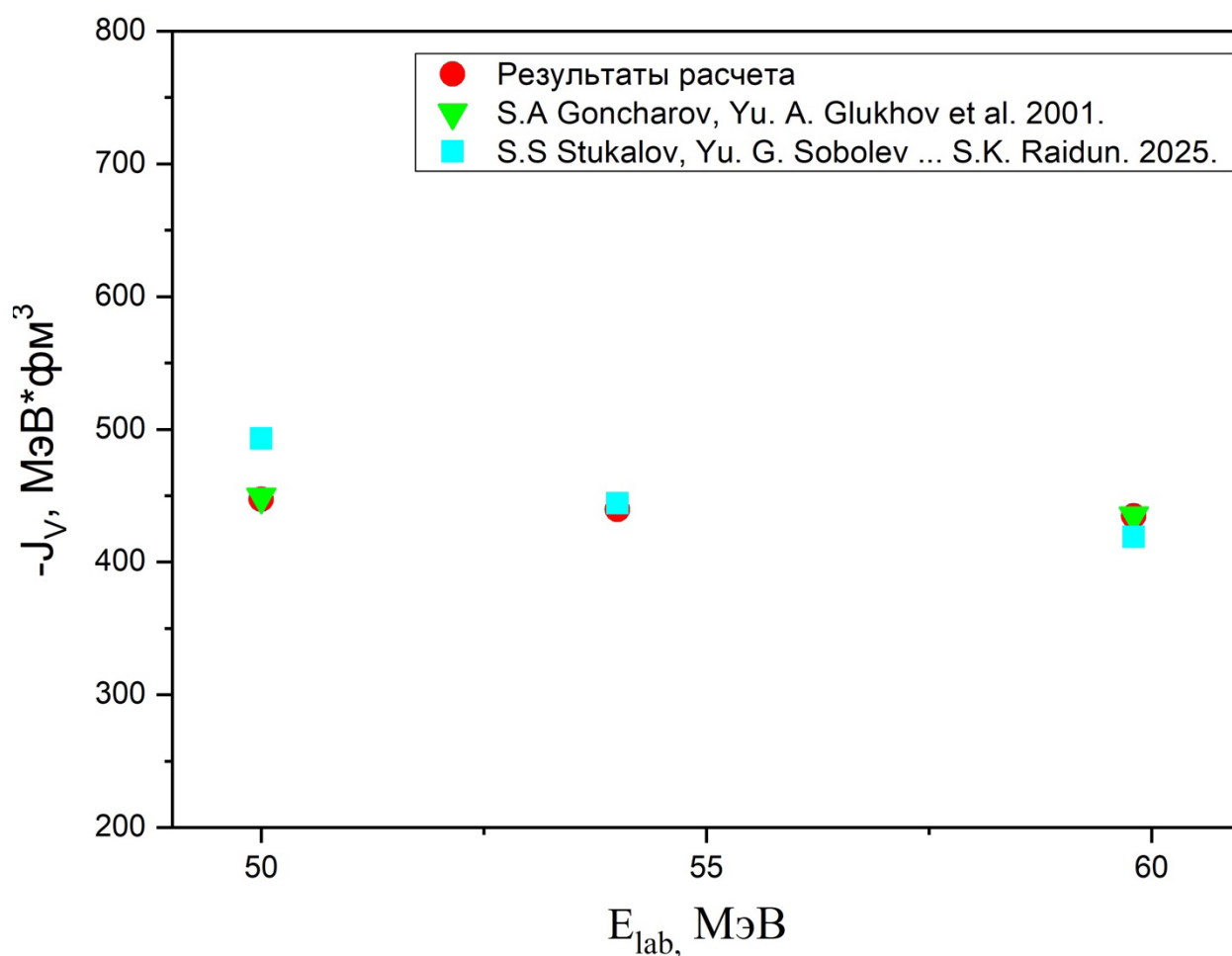


Рисунок 19. Зависимость реального объемного интеграла от энергии ${}^6\text{Li}$ в лабораторной системе координат

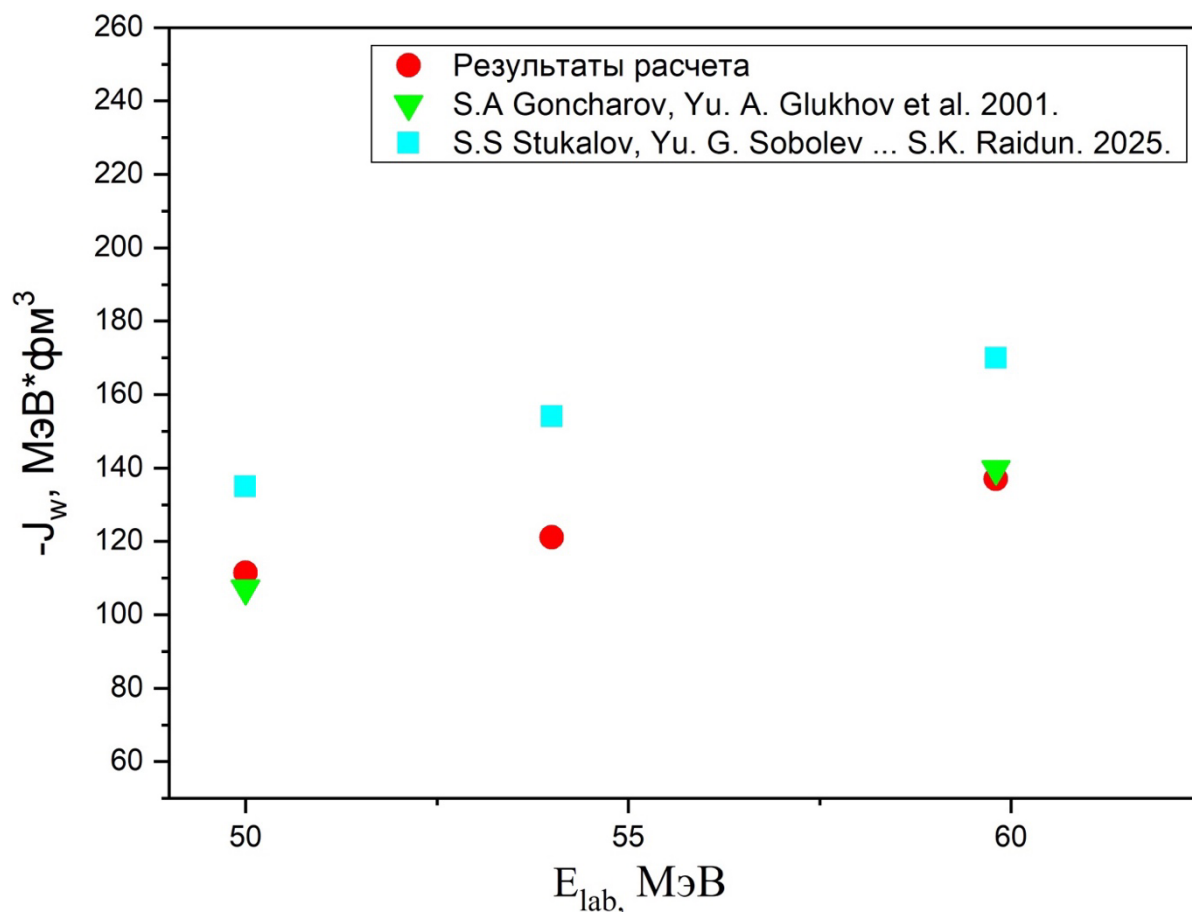


Рисунок 20. Зависимость мнимого объемного интеграла от энергии ${}^6\text{Li}$ в лабораторной системе координат

Одной из особенностей рассматриваемого диапазона энергий является отсутствие влияния пороговой аномалии при малых энергиях. Это эффект быстрого роста поглощения при открытии неупругих каналов взаимодействия данной пары ядер, что отражается в резонансно-подобном возрастании $J_v(E)$.

Еще одним эффектом, которого удалось избежать в рамках данной работы, является аномальная дисперсия, которую можно наблюдать при энергиях от 90 - 120 МэВ на рисунке 2. Она выражается в скачкообразном изменении $J_v(E)$, что объясняется дисперсионной связью реальной и мнимой частей потенциала, по аналогии с оптической аномальной дисперсией.

В нашем диапазоне энергий реальный объемный интеграл плавно спадает с ростом энергии, что согласуется с [36]. Поведение полученного мнимого интеграла практически полностью согласуется с [36]. Стоит

отметить, что с уменьшением энергии до 0 спад в мнимом интеграле более плавный и обращается в нуль при нулевой энергии.

Сечение реакции представлено на рис. 21.

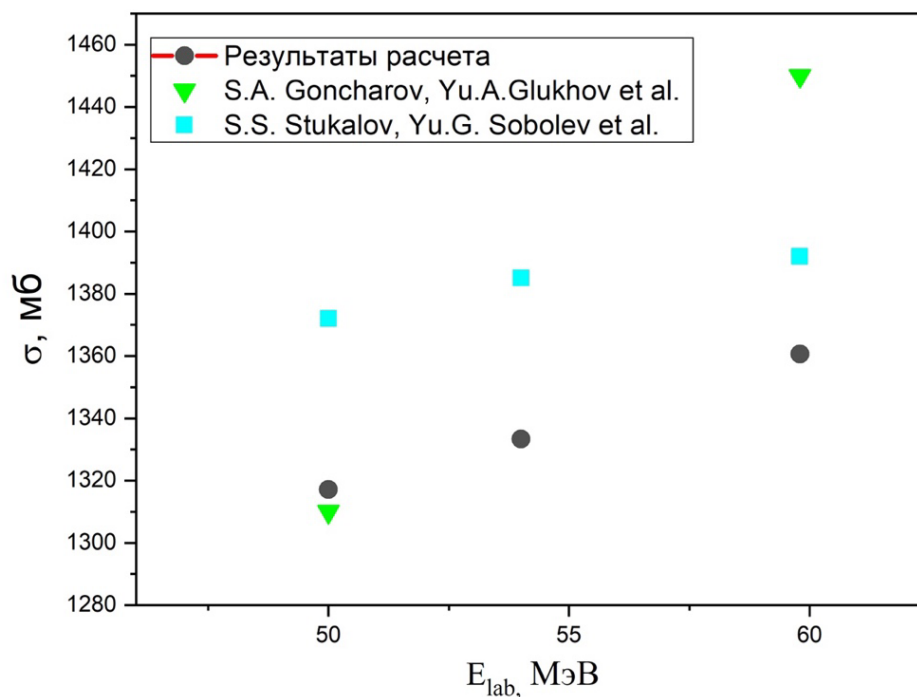


Рисунок 21. Сечение реакции упругого рассеяния ${}^6\text{Li} + {}^{12}\text{C}$ в зависимости от E_{lab}

В пределах абсолютной ошибки в 15 % сечения совпадают друг с другом.

Результаты расчетов приведены в таблице 2.

Таблица 2. Параметры оптической модели для системы ${}^6\text{Li} + {}^{12}\text{C}$

$E_{lab},$ MeV	$V_R,$ MeV	$W_S,$ MeV	$W_D,$ MeV	$J_V,$ MeV fm ³	$J_W,$ MeV fm ³	$\sigma_r,$ mb
59.8	277.	14.	17.	435.	137.	1361.
54.0	280.	13.	15.	439.	121.	1333.
50.0	285.	12.	13.8	447.	111.	1317.

Величина сечений реакции имеет удовлетворительные значения в сравнении с данными по упругому рассеянию различных ядер на ядре ^{12}C [37].

Следующим этапом была аппроксимация энергетических параметров потенциала.

3.2.3 Описание выходного канала $^6\text{Li} + ^{11}\text{B}$

Результаты, полученные в анализе упругого рассеяния $^6\text{Li} + ^{12}\text{C}$, позволяют оценить параметры оптической модели для системы $^6\text{Li} + ^{11}\text{B}$ при реальных энергиях выходных каналов, соответствующих основному и возбужденным состояниям ядра ^{11}B . Энергетические зависимости реальной и мнимой частей оптического потенциала аппроксимировались с помощью полинома второго порядка. Подбор параметров также осуществлялся с учетом близости получаемых интегральных характеристик исследуемой системы с таковыми для упругого рассеяния $^6\text{Li} + ^{12}\text{C}$.

Полученные зависимости интегральных характеристик представлены на рисунке ниже:

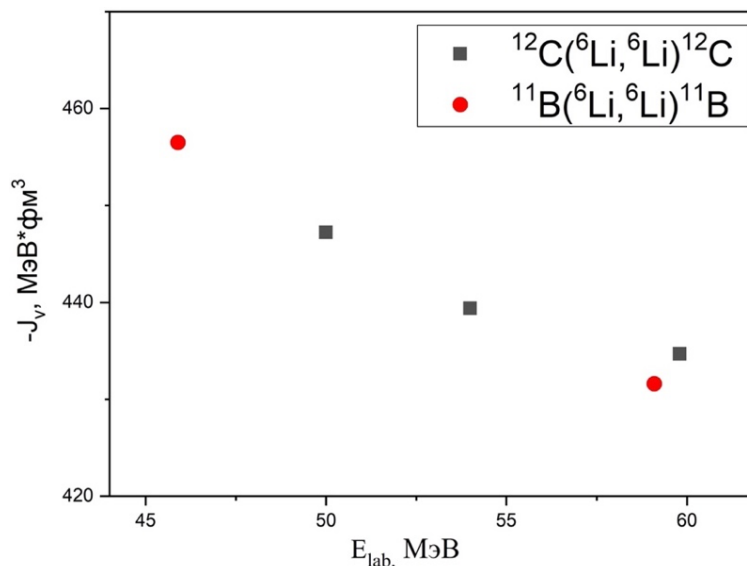


Рисунок 22. Зависимость реального объемного интеграла от энергии ^6Li в лабораторной системе координат

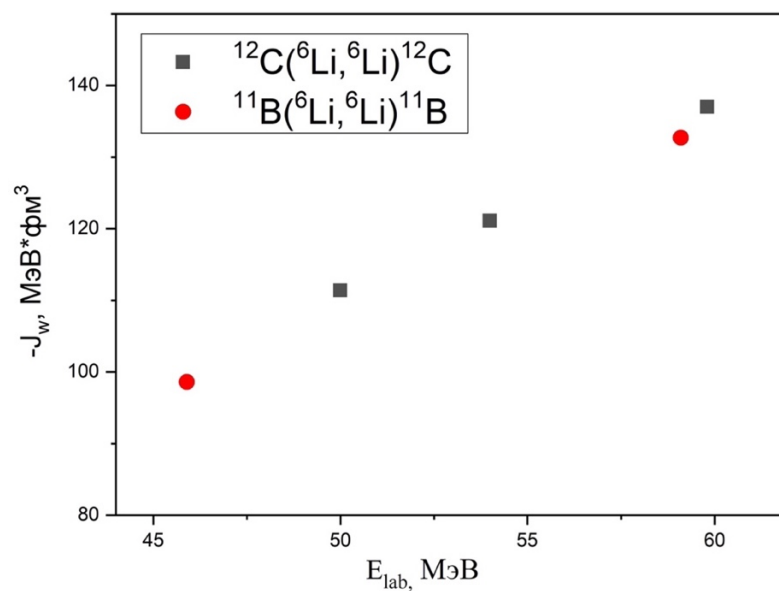


Рисунок 23. Зависимость мнимого объемного интеграла от энергии ^6Li в лабораторной системе координат

Полученные объемные интегралы практически полностью ложатся на полученные ранее для упругого рассеяния ^6Li на ^{12}C зависимости.

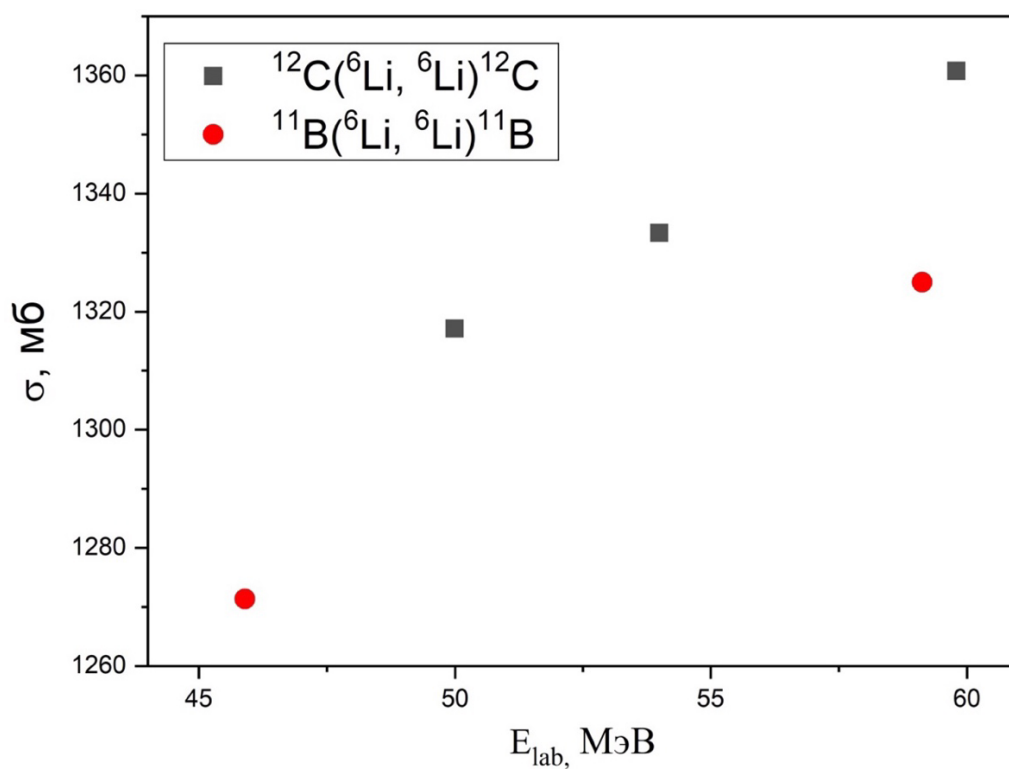


Рисунок 24. Сечение реакции упругого рассеяния ^6Li на ядрах ^{12}C и ^{11}B в зависимости от E_{lab} .

Полученные значения параметров оптической модели представлены в таблице 3.

Таблица 3. Параметры оптической модели для системы ${}^6\text{Li} + {}^{11}\text{B}$

	$E_{\text{lab.}}$ MeV	V_R , <i>MeV</i>	W_S , <i>MeV</i>	W_D , MeV	$-J_V$, MeV fm³	$-J_W$, MeV fm³	σ_r , mb
g.s	59.1	260	13	15.5	432.	133.	1325.
8.56	45.9	275	10	11.5	456.	99.	1271.

Как видно из интегральных характеристик (Рис. 22, 23, 24), объемные интегралы для систем ${}^6\text{Li} + {}^{12}\text{C}$ и ${}^6\text{Li} + {}^{11}\text{B}$ имеют схожую зависимость. Сечения реакции для рассматриваемых систем имеют величины, не противоречащие результатам в [37].

3.3 Описание реакции ${}^{10}\text{B}({}^7\text{Li}, {}^6\text{Li}){}^{11}\text{B}$

Анализ дифференциальных сечений реакции ${}^{10}\text{B}({}^7\text{Li}, {}^6\text{Li}){}^{11}\text{B}$ проводился следующим образом. Во-первых, форм-факторы системы $\{{}^7\text{Li}(3/2^-1/2, \text{g.s.}), \text{n}^6\text{Li}(1^+0, \text{g.s.})\}$ определялись на основе ранее полученных форм-факторов ${}^7\text{Li}(\text{d}, \text{t}){}^6\text{Li}$ при энергии дейтронов 14.5 МэВ, которые хорошо согласуются с результатами при энергии дейтронов 18 МэВ и с теоретическими расчетами [17].

Это позволило установить форм-фактор $\{{}^{11}\text{B}(3/2^-1/2, \text{g.s.}), \text{n}^{10}\text{B}(3^+0, \text{g.s.})\}$. Следующим этапом было определение потенциала модели, радиальной формы и асимптотические нормировочные коэффициенты (АНК) для системы $\{{}^{11}\text{B}(3/2^-, 8.56.), \text{n}^{10}\text{B}(3^+0, \text{g.s.})\}$.

Во-вторых, был проведен анализ зависимости описания углового распределения от различных интегральных величин потенциалов оптической

модели. Результаты сравнения для основного состояния ядра ^{11}B приведены на рис. 25.

В результате рассмотрения угловых распределений полагается, что различные параметры оптической модели не влияют в пределах 15% (абсолютной погрешности) погрешности на описание угловых распределений.

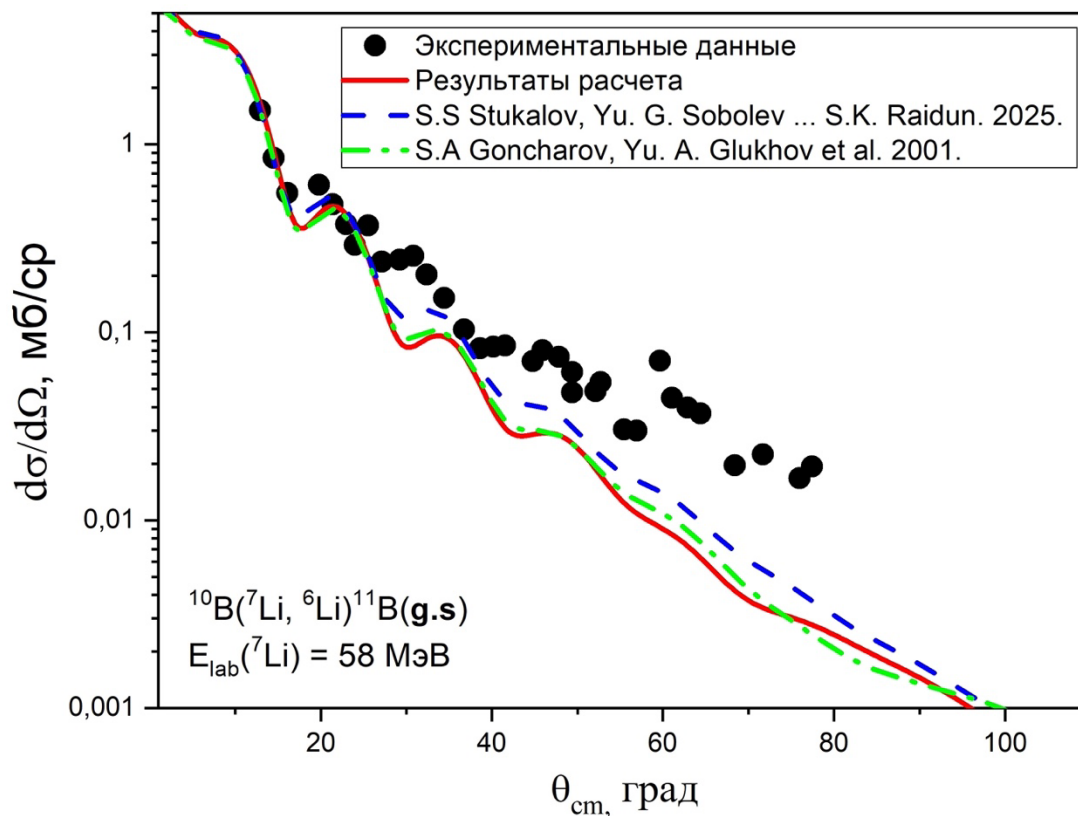


Рисунок 25. Дифференциальные сечения реакции $^{10}\text{B}(^7\text{Li}, ^6\text{Li})^{11}\text{B}(\text{g.s})$ при энергии 58 МэВ. Черные кружки - экспериментальные данные, сплошные линии - расчеты DWBA.

Следующим шагом является описание углового распределения для рассматриваемых потенциалов. Также было показано сравнение с экспериментальными данными при энергии 24 МэВ [38].

Результаты представлены на рисунке ниже:

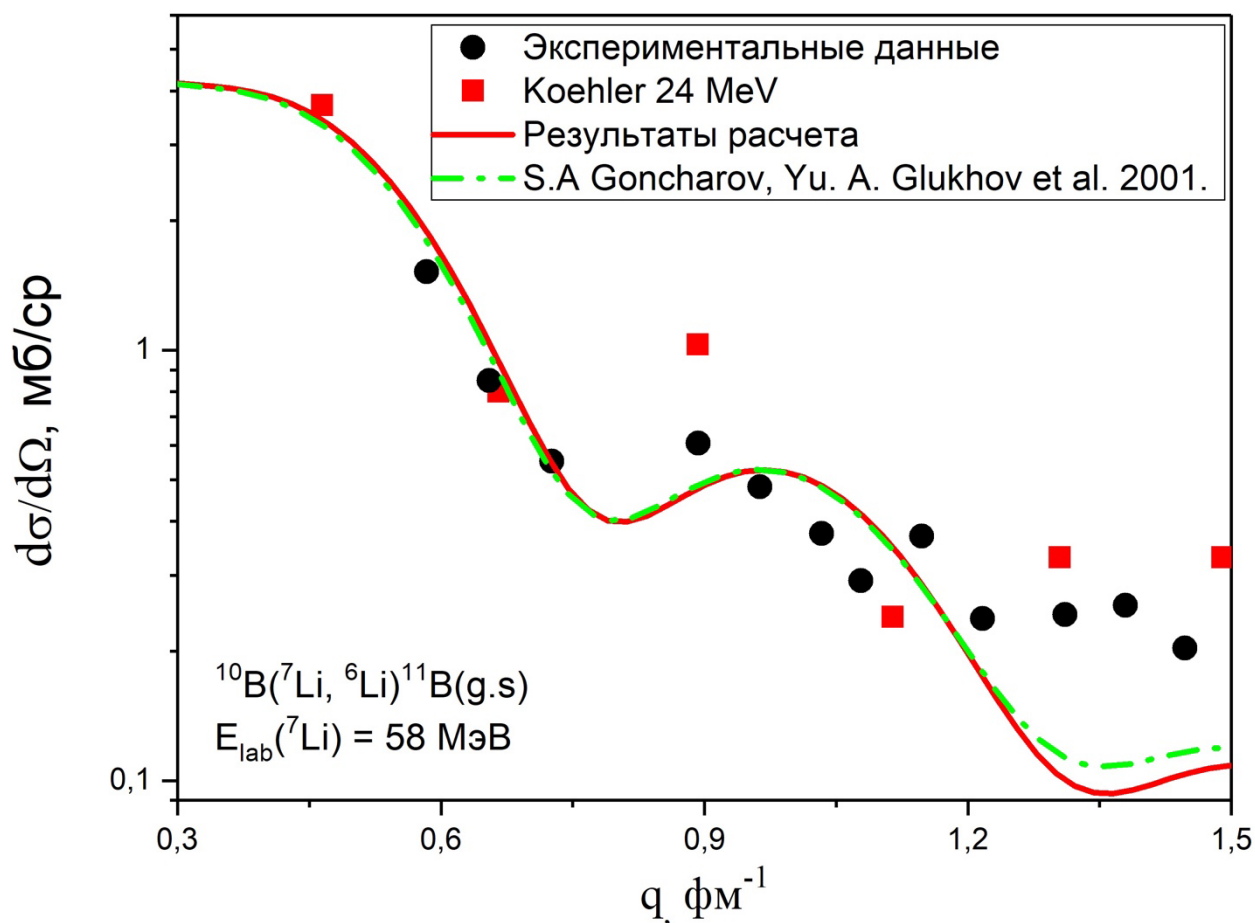


Рисунок 26. Дифференциальные сечения реакции $^{10}\text{B}(^7\text{Li}, ^6\text{Li})^{11}\text{B(g.s)}$ в зависимости от переданного импульса. Черные кружки - полученные экспериментальные данные, красные квадраты - данные из источника [38], сплошные линии - расчеты МИВ.

Исходя из рисунка 26, различные интегральные характеристики потенциалов не влияют в пределах погрешности на описание угловых распределений. Приведем теперь радиальное поведение форм-факторов при различных значениях потенциалов. Результаты представлены на рисунке 27:

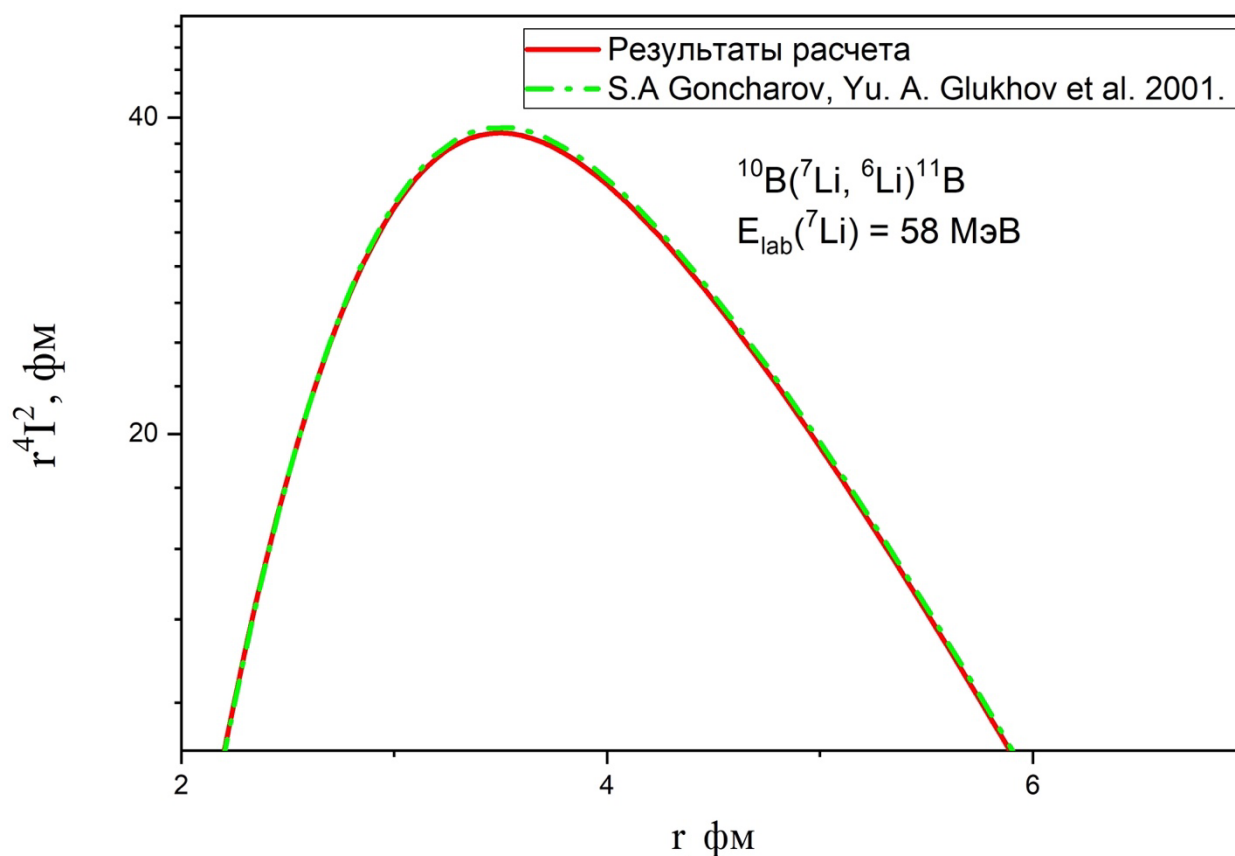


Рисунок 27. Сравнение радиальных зависимостей форм-факторов при параметрах потенциалов из [36].

Радиальные зависимости форм-факторов практически не отличаются при различных значениях АНК и интегральных характеристиках потенциалов. Это указывает на слабую зависимость асимптотических нормировочных коэффициентов на интегральные характеристики оптических потенциалов в исследуемом энергетическом диапазоне.

Таким образом, различные параметры оптической модели с фиксированным значением АНК не влияют в пределах погрешности на описание главного максимума углового распределения исследуемой реакции. Более того, попытка описания углового распределения с варьированием АНК также не дала существенных результатов.

Это показывает, что различные интегральные характеристики потенциалов не влияют в пределах погрешности на результат. Можно также утверждать, что оцененные параметры оптической модели для выходного канала имеют разумные значения.

Приведем рассмотрение состояния 8.56 МэВ ядра ^{11}B . Результаты описания углового распределения представлены на рис. 28.

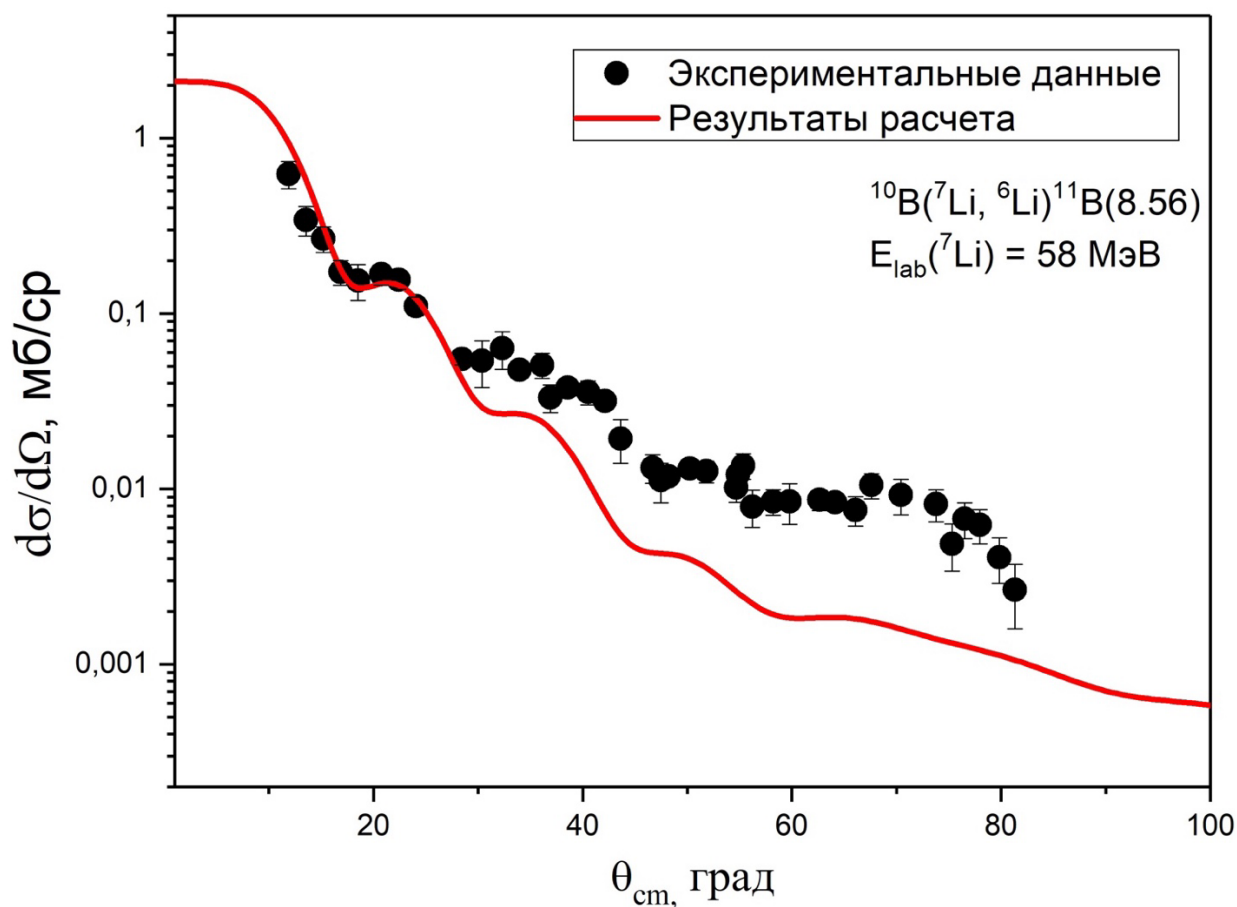


Рисунок 28. Дифференциальные сечения реакции $^{10}\text{B}(^7\text{Li}, ^6\text{Li})^{11}\text{B}(8.56)$ при энергии 58 МэВ. Черные кружки - экспериментальные данные, сплошные линии - расчеты МИВ

Удается достичь описания экспериментальных данных вплоть до 30° в с.ц.м. На рисунке 29 представлено сравнение радиальных зависимостей значений $r^4 I^2$ для исследуемых форм-факторов, нормализованных к 1, которые являются подынтегральными величинами при расчете среднеквадратичных радиусов этих форм-факторов.

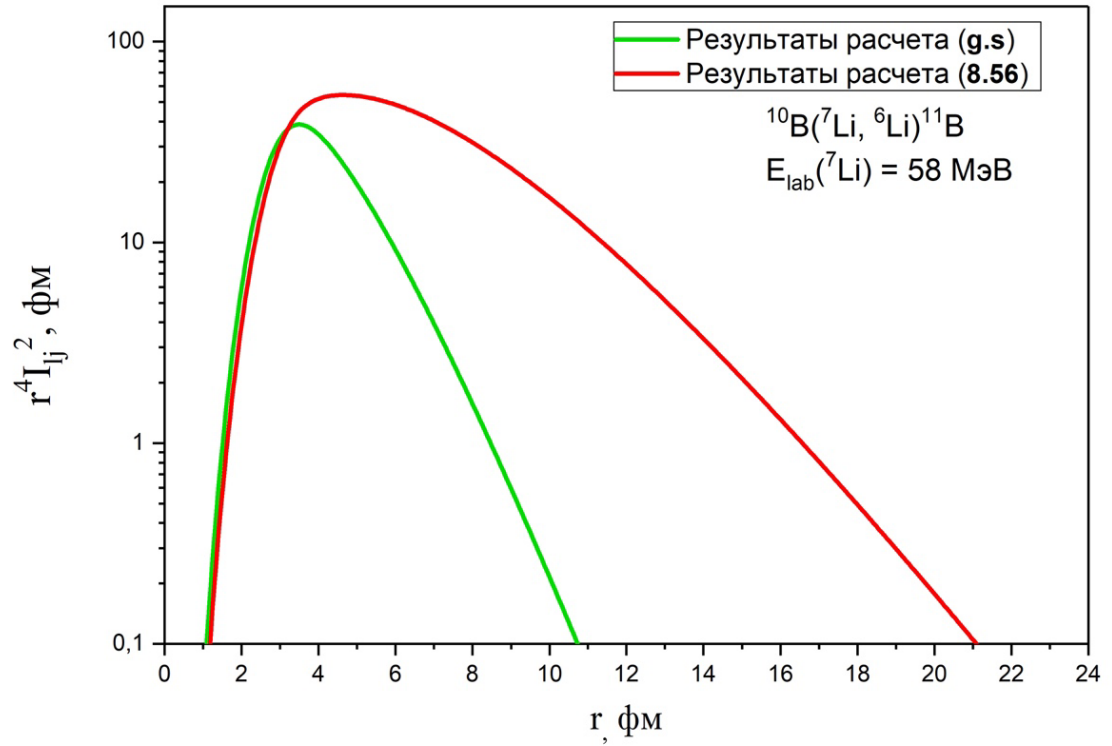


Рисунок 29. Сравнение радиальных зависимостей форм-факторов $r^4 I_{lj}^2(r)$ для исследуемых состояний

Полученные модельные параметры и АНК коэффициенты представлены в таблице 4.

Таблица 4. Модельные параметры для исследуемой реакции.

$A+1(P^T, E')$, $nA(P^T, E')$	(l, j)	$-V$, MeV	R , fm	a , fm	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$, fm	NC^2 , fm ⁻¹	NC^2_{theor} , fm ⁻¹	NC^2_{exp} , fm ⁻¹ [1]
$^{11}\text{B}(3/2^-$ $1/2, \text{g.s.}),$ $n^{10}\text{B}(3^+0, \text{g.s.})$	(1, 3/2)	39.4	3.49	0.37	2.91	13.60	13.10 [17] 12.40 [34]	31.40 [39] 19.70 24.40 [40] 22.0

$^{11}\text{B}(3/2^-$ $1/2, 8.56.),$ $n^{10}\text{B}(3^+0, \text{g.s.})$	(1, 3/2)	25.4	3.40	0.30	3.62	0.26	-	-
--	-------------	------	------	------	------	------	---	---

Сравнение радиальных зависимостей форм-факторов показывает существенное различие в радиальной зависимости для основного состояния и состояния 8.56 МэВ ядра ^{11}B . Это соответствует увеличенному значению среднеквадратичного радиуса форм-фактора при переходе $\{^{11}\text{B}(8.56) \rightarrow n + ^{10}\text{B}(\text{g.s.})\}$ по сравнению с переходом $\{^{11}\text{B}(\text{g.s.}) \rightarrow n + ^{10}\text{B}(\text{g.s.})\}$. В обоих случаях вклад в форм-фактор вносит одна и та же волновая функция основного состояния ^{10}B . Можно утверждать, что именно волновая функция состояния 8.56 МэВ ядра ^{11}B ответственна за это различие.

Полученные результаты косвенно указывают на то, что волновая функция возбужденного состояния имеет увеличенное пространственное распределение по сравнению с основным состоянием. Полученные результаты являются дополнительным указанием на возможную кластерную структуру состояния 8.56 МэВ ядра ^{11}B .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведем основные результаты преддипломной практики:

1. Проведена обработка новых данных по реакции $^{10}\text{B}(^7\text{Li}, ^6\text{Li})^{11}\text{B}$ при энергии 58 МэВ.
2. Разработана программа на языке программирования Python для автоматизации обработки экспериментальных данных, позволяющей быстро (в сравнении с обработкой данных в программе Origin Pro) обрабатывать экспериментальные данные для реакций вида $A(a, b)B$.

Программа позволяет автоматически:

- рассчитывать положение энергетических состояний на спектре для продуктов исследуемой ядерной реакции;
- фитировать одномерный энергетический спектр с использованием Гауссовых функций;
- рассчитывать дифференциальные сечения для заданного угла в лабораторной системе координат.

Разработанная на языке SQL база данных запатентована в НИЦ "Курчатовский институт".

Апробация результатов работы программы проведена на угловых распределениях для переходов в основное состояния и возбужденное состояние с энергией 8.56 МэВ ядра ^{11}B .

3. Проведен теоретический анализ полученных угловых распределений в рамках метода искаженных волн с конечным радиусом взаимодействия на основе феноменологического подхода к решению приближенного уравнения для формфактора реакции.
4. Определены параметры оптического потенциала для входного канала из анализа данных по упругому рассеянию $^7\text{Li} + ^{10}\text{B}$.
5. Определены параметры оптического потенциала, описывающие имеющиеся данные по упругому рассеянию $^6\text{Li} + ^{12}\text{C}$ в области энергий

от 40 до 60 МэВ, на основе которых оценены параметры выходных каналов ${}^6\text{Li} + {}^{11}\text{B}$.

6. Показано, что влияние на результат выбора различных оптических потенциалов, имеющих близкие интегральные характеристики, находится в пределах экспериментальной погрешности.
7. Получены радиальная зависимость форм-фактора (${}^{11}\text{B}$, ${}^{10}\text{B}$) и значение асимптотического нормировочного коэффициента для основного состояния ядра ${}^{11}\text{B}$, в пределах погрешности согласующееся с найденными в других работах.

Поведение форм-фактора указывает на увеличенное пространственное распределение волновой функции возбужденного состояния по сравнению с основным состоянием.

1. По материалам выпускной квалификационной работы планируется публикация.
2. Принят устный доклад на конференцию Ядро 2025.
3. В 2024 году опубликована статья с участием автора выпускной квалификационной работы [34].

Полученные в рамках работы результаты являются дополнительным указанием на возможную кластерную структуру состояния 8.56 МэВ ядра ${}^{11}\text{B}$, аналогичную состоянию Хойла в ядре ${}^{12}\text{C}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Специальная литература

1. Tanihata I., Savajols H., Kanungo R. Recent experimental progress in nuclear halo structure studies // Progress in Particle and Nuclear Physics. — 2013. — Т. 68. — С. 215—313.
2. Von Oertzen W., Freer M., Kanada-En'yo Y. Nuclear clusters and nuclear molecules // Physics Reports. — 2006. — Т. 432, No 2. — С. 43—113.
3. Hansen P., Jensen A., Jonson B. Nuclear Halos // Annu. Rev. Nucl. Part. — 1995. — Т. 45, No 1. — С. 591—634.
4. Ядерные состояния с аномально большими радиусами (изомеры размеров) / А. Оглоблин [и др.] // Ядерная физика. — 2016. — Т. 79, No 4. — С. 328.
5. A. Tohsaki, H. Horiuchi, P. Schuck, and G. Roepke, Phys. Rev. Lett. 87, 192501 (2001).
6. K. Ikeda, N. Takigawa, and H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. Suppl. Extra Number, 464 (1968).
7. Y. Kanada-En'yo, Phys. Rev. C 75, 024302 (2007).
8. T. Suhara and Y. Kanada-En'yo, Phys. Rev. C 85, 054320 (2012).
9. T. Yamada and Y. Funaki, Phys. Rev. C 82, 064315 (2010).
10. H. Yamaguchi et al., Phys. Rev. C 83, 034306 (2011).
11. Vasilevsky, Victor & Katō, K. & Takibayev, Nurgali. (2018). The Hoyle-analog states in light nuclei. AIP Conference Proceedings.
12. T. Kawabata et al., Phys. Lett. B 646, 6 (2007)
13. А. Н. Данилов, А. С. Демьянова, С. В. Дмитриев [и др.] // Ядерная физика. — 2015. — Т. 78, № 9. — С. 828.
14. Burtebayev, N. & Janseitov, Daniyar & Kerimkulov, Zh & Mukhamejanov, Yerzhan & Nassurlla, M. & Dinara, Valiolda & Demyanova, A. & Danilov, A. & Starastsin, Viktor. (2018).

15. G.R. Satchler, Direct Nuclear Reactions. Clarendon Press, Oxford, 1983, 833p.
16. I. R. Gulamov, A. M. Mukhamedzhanov, and G. K. Nie, Phys. At. Nucl. 58, 1689 (1995) (ЯФ 58, 1789 (1995)).
17. N. K. Timofeyuk, Phys. Rev C 81, 064306 (2010).
18. I.J. Thompson // Comput. Phys. Rep. 1988. 7, P. 167.
19. A. Etchegoyen, M. C. Etchegoyen, E. D. Izquierdo, et al., $^{10}\text{B}(^7\text{Li}, ^7\text{Be})^{10}\text{Be}$ charge-exchange reaction, Phys.Rev.C, vol.38, No.5, pp. 2124-2133, (1988);
20. P. Schumacher, N. Ueta, H. H. Duhm et al., Lithium elastic and inelastic scattering and lithium-induced single nucleon transfer reactions, Nuclear Physics A, vol. 212, No. 3, pp. 573-599, (1973);
21. D.R. Tilley, H.R. Weller, H.H. Hasan, Energy levels of light nuclei $A = 3$, Nuclear Physics A, V. 474, I. 1, 1987, Pages 1-60,
22. D.R. Tilley, H.R. Weller, G.M. Hale, Energy levels of light nuclei $A = 4$, Nuclear Physics A, Volume 541, Issue 1, 1992, Pages 1-104.
23. Tilley A., Cheves C., et al. Energy levels of light nuclei $A = 5, 6, 7$. T. 708. — 2002. — C. 3—163.
24. D.R. Tilley, J.H. Kelley., et al. Energy levels of light nuclei $A=8,9,10$, Nuclear Physics A, Volume 745, Issues 3–4, 2004, Pages 155-362.
25. J.H. Kelley, E. Kwan, et al., Energy levels of light nuclei $A=11$, Nuclear Physics A, Volume 880, 2012, Pages 88-195.
26. J.H. Kelley, J.E. Purcell, C.G. Sheu, Energy levels of light nuclei $A=12$, Nuclear Physics A, Volume 968, 2017, Pages 71-253.
27. F. Ajzenberg-Selove, Energy levels of light nuclei $A = 13-15$, Nuclear Physics A, Volume 523, Issue 1, 1991, Pages 1-196.
28. F. Ajzenberg-Selove, Energy levels of light nuclei $A = 16-17$, Nuclear Physics A, Volume 460, Issue 1, 1986, Pages 1-110,
29. Ajzenberg-Selove F. Energy levels of light nuclei $A = 18 - 20$ // Nuclear Physics A. — 1981. — T. A392. — C. 1—216.

30. Балдин А., Гольданский В., Розенталь И. Кинематика ядерных реакций. — Москва : АТОМИЗДАТ, 1959. — С. 296.
31. Е. Банг и др., ЭЧАЯ, 1974, **5**, 263.
32. Л.Д. Блохинцев и др., ЭЧАЯ, 1977, **8**, 1189.
33. С.А. Гончаров и др., ЯФ, 1982, **35**, 662.
34. Stukalov, Sobolev et al. Study of the ${}^6\text{Li } 0^+$ Excited State. Physics of Atomic Nuclei. 87. 2025. S426-S431.
35. Yongli Xu, Xinwu Su et al. Optical potential for the elastic scattering of ${}^6\text{Li}$ projectile on 1p-shell nuclei. Int.J.Mod.Phys.E 31 (2022) 10n11.
36. Goncharov, Sergey & Glukhov, Y.A. & Demyanova, A. & Ogloblin, A.. (2001). The energy dependence of the absorption and refraction components of the nucleus-nucleus potential by analysis of the light heavy ion elastic scattering data. 65. 651-655.
37. A. Ingemarsson, J. Nyberg et al. New results for reaction cross sections of intermediate energy α -particles on targets from ${}^9\text{Be}$ to ${}^{208}\text{Pb}$, Nuclear Physics A, V. 676, I. 1–4, 2000, p. 3-31.
38. Kohler W., Gruber G., Steinhauser A., and Bethge K. Nuclear reactions of 24 MeV ${}^7\text{Li}$ on ${}^{10}\text{B}$. Nuclear Physics A, 290(1):233–252, 1977.
39. I. R. Gulamov, A. M. Mukhamedzhanov, and G. K. Nie, Phys. At. Nucl. 58, 1689 (1995) (ЯФ 58, 1789 (1995)).
40. Блохинцев Л.Д., Борбей И., Долинский Э.И. Ядерные вершинные константы// ЭЧАЯ. 1977. Т. 8. С. 1189-1245.
41. Абрамов А. И., Ю. А. Казанский, Матусевич Е. С. Основы экспериментальных методов ядерной физики. Москва, Энергоатомиздат, 1985 г.