МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 539.1.05

Отчёт о научно-исследовательской работе
Взаимодействие доменных стенок с газом скалярных частиц в ранней Вселенной

Студент группы М23-114 ________ Д. П. Филиппов

Научный руководитель,
к.ф.- м.н., доц. ________ А. А. Кириллов

Москва 2024

Содержание

Введение

Образование солитонов, таких как замкнутые доменные стенки (ДС), в ранней Вселенной предсказывается в ряде теорий образования первичных черных дыр. Однако взаимодействие частиц окружающей среды с ДС должно влиять на их динамику. Мы рассматриваем взаимодействие между доменными стенками и скалярными частицами, которые могут играть роль темной материи. Показано, что когда температура газа скалярных частиц, вызванная расширением Вселенной, падает ниже определенного порогового значения, стенка резко становится непрозрачной и запирает частицы внутри себя.

Наблюдения, сделанные телескопами "Хаббл"[1] и "Джеймс Уэбб"[2; 3], подтверждают существование сверхмассивных черных дыр в ранней Вселенной, механизм образования которых при больших красных смещениях остается неизвестным. Идея, что черные дыры могут иметь не звездное происхождение, была выдвинута около шести десятилетий назад и с тех пор остается предметом активного изучения многих научных групп по всему миру.

Механизм образования первичных черных дыр (ПЧД) в результате коллапса замкнутых доменных стенок представляется многообещающим [4; 5]. В ранней Вселенной доменные стенки могли образоваться из-за динамики скалярного поля с определенным потенциалом [6]. Квантовые флуктуации такого скалярного поля во время инфляционной стадии могут привести к созданию подходящих начальных условий для образования замкнутых ДС [7; 8].

После инфляции горизонт r_h изменяется как $2t$, в то время как радиус стенки r увеличивается как $\sqrt{t}$. Следовательно, в какой-то момент времени доменная стенка становится причинно связанной и начинает сжиматься из-за поверхностного натяжения. При отсутствии взаимодействия газа с доменной стенкой последняя коллапсирует в ПЧД. Однако это взаимодействие может замедлить коллапс ДС и вызвать замедленное образование ПЧД. Самовзаимодействие и коллапс ДС могут быть мощным источником гравитационных волн, которые можно наблюдать в будущих экспериментах с гравитационными волнами [9–12].

Взаимодействие ДС с окружающими частицами ранее обсуждалось в [13], где была получена аналитическая форма коэффициента отражения для фермионных полей. Тот же подход был применен для изучения взаимодействий с темными фотонами [14] и аксионоподобными частицами [15]. Коэффициент отражения скалярных полей обсуждался в [16]. Взаимодействие доменных стенок с окружающей плазмой рассматривалось в [5; 17].

Мы изучим динамику одиночной доменной стенки с учетом давления скалярных частиц, запертых внутри стенки. Показано, что этот эффект приводит к временной задержке коллапса доменных стенок и отложенному образованию первичных черных дыр. Также рассмотрим как взаимодействие с этими частицами влияет на формирование ДС.

1 Коэффициент отражения

Рассмотрим модель в которой доменная стенка описывается комплексным скалярным полем согласно модели [5]

$$\phi = \rho e^{i\theta}, \tag{1}$$

где ρ – радиальная компонента комплексного поля, θ – его фаза. Лагранжиан поля ϕ имеет вид

$$\mathcal{L}_{wall} = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - \frac{1}{4}\left(\phi^*\phi - \frac{f^2}{2}\right)^2 - \Lambda^4(1-\cos(\theta)). \tag{2}$$

Параметр f – это величина поля, при котором возникает вакуумное состояние, а Λ – малый параметр, приводящий к нарушению симметрии. Последний член (2), возникающий при квантовой перенормировке, очень мал ($\Lambda \ll f \sim H$) и играет роль только после инфляции.

В конце инфляции поле ϕ находится в минимуме $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} f e^{i\theta}$. После нарушения симметрии доменная стенка образована в результате эволюции поля [4; 5] имеет пространственную зависимость

$$\theta(x) = 4\arctan\left[\exp\left(\frac{2x}{d}\right)\right], \tag{3}$$

где d является толщиной стенки

$$d = \frac{2f}{\Lambda^2}. \tag{4}$$

Рассмотрим взаимодействие между скалярным полем φ с массой $m = 10^3$ ГэВ, которое могло бы играть роль частиц холодной темной материи (CDM), и ДС, образовавшейся в ходе эволюции скалярного поля ϕ. Лагранжиан взаимодействия с учётом (3) имеет вид

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{int} &= \frac{1}{2}\alpha_0(\phi+\phi^*)\varphi^2 = \frac{1}{2}\alpha_0 f\sqrt{2}\cos(\theta)\varphi^2 = \\ &= \frac{1}{2}\alpha_0 f\sqrt{2}\left(1 - \frac{2}{\cosh^2(2x/d)}\right)\varphi^2,\end{aligned} \tag{5}$$

предполагая что взаимодействие мало и поле φ не влияет на формирования ДС. Используя уравнение Эйлера-Лагранжа, получим уравнение движения Клейна-Гордона для поля φ

$$\left(\partial_\mu^2 + m^2 + \sqrt{2}\alpha_0 f - \sqrt{2}\alpha_0 f \frac{2}{\cosh^2(2x/d)}\right)\varphi = 0. \tag{6}$$

Решение ищем в виде

$$\varphi(t,x,y,z) = \varphi_0(x) \cdot e^{-iEt+ip_y y+ip_z z}, \tag{7}$$

тогда уравнение движения примет вид

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} - p_x^2 + \sqrt{2}\alpha_0 f - \sqrt{2}\alpha_0 f \frac{2}{\cosh^2(2x/d)}\right)\varphi_0(x) = 0. \tag{8}$$

Следуя квантово-механическому подходу [18] и его реализации для скалярных полей [12; 16; 19], мы получаем коэффициент отражения скалярного поля φ в виде

$$R = \left[1 + \exp(q(T) - w)\right]^{-1}, \tag{9}$$

где $q(T)$ и w определены как

$$\begin{gathered} q(T) = \pi d\sqrt{p^2(T) + \sqrt{2}\alpha_0 f}, \\ w = \pi\sqrt{2\sqrt{2}\alpha_0 f d^2 - 1}. \end{gathered} \tag{10}$$

Здесь $p(T)$ - импульс скалярных частиц φ, T - их температура.

Предполагая, что кинетическая энергия частиц $E_k \approx T$, тогда зависимость импульса от температуры принимает вид

$$p(T(t)) = \sqrt{T(t)(T(t) + 2m)}, \tag{11}$$

Коэффициент отражения (9) как функция температуры, при значении парметров $f = 10^{13}$ ГэВ, $\Lambda = 0,05$ ГэВ и $\alpha_0 = 1$ ГэВ примет вид показанный на рисунке 1. Видно, что ДС становится не прозрачной для частиц когда их

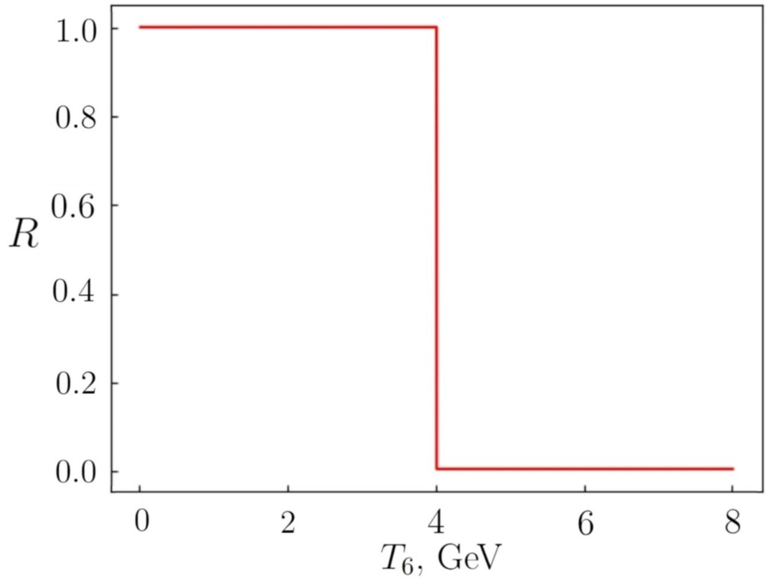


Рисунок 1 — Коэффициент отражения R зависит от температуры T. T_6 это 10^6 ГэВ.

температура достигает значения меньше критического

$$T(t) < T_c \approx 4 \cdot 10^6 \text{ ГэВ} \left(\frac{\alpha_0}{1 \text{ ГэВ}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{f}{10^{13} \text{ ГэВ}}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{12}$$

Таким образом, когда Вселенная охлаждается в результате расширения, скалярные частицы оказываются запертыми внутри доменной стенки и неизбежно должны влиять на эволюцию стенки через давление.

2 Эволюция доменной стенки

На RD-стадии Вселенной, космологический горизонт возрастает пропорционально $2t$, в то время как до перечесечения с горизонтом, радиус доменной стенки возрастает как $\sqrt{t}$. На рисунке 2 показана схема эволюции стенки и космологического горизонта с момента завершения инфляции. Параметры в момент пересения горизонта и ДС будет обозначаться с индексом i. Тогда t_i – время пересения и r_i – радиус ДС стенки, соответсвенно.

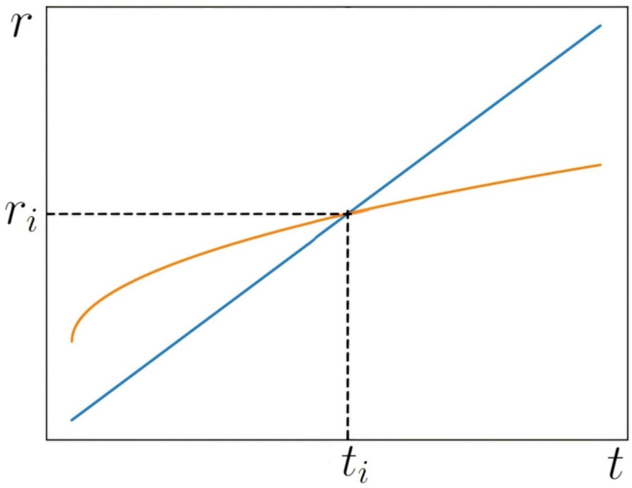


Рисунок 2 — Схема эволюции космологического горизонта и доменной стенки

В конце инфляционной стадии радиус доменной стенки r_{inf} зависит от номера e-фолда N при котором создаются подходящие начальные условия для образования солитона [4; 5; 7; 9] и может быть найдем как

$$r_{\text{inf}} = r(t_{\text{inf}}) = H^{-1} e^{N_{\text{inf}} - N}, \tag{13}$$

где $N_{\text{inf}} = 60$ число e-фолдов необходимых для формирования видимой части Вселенной, параметр Хаббла в конце инфляции $H = 10^{13}$ ГэВ, время завершения инфляции $t_{\text{inf}} = N_{\text{inf}}/H$.

Время пересечения космологического горизонта и доменной стенки соответсвует

$$t_i = \frac{1}{2} r_{inf} \sqrt{\frac{t_i}{t_{inf}}}. \tag{14}$$

Используя уравнение (13) получим

$$t_i = \frac{e^{2(N_{\rm inf} - N)}}{4HN_{\rm inf}}. \tag{15}$$

В этот момент размер ДС равен размеру горизонта и оценивается как

$$r_i = 2t_i = \frac{e^{2(N_{\rm inf} - N)}}{2HN_{\rm inf}}. \tag{16}$$

2.1 Нерелятивисткое движения

Рассмотрим нерелятивисткое уравнение движения доменной стенки. Согласно второму закону Ньютона

$$\ddot{r} = \frac{P_2(r(t))}{\mu} - \frac{2\pi}{r(t)} - \frac{P_1(t)}{\mu}, \tag{17}$$

где t – время, r – радиус стенки, P_2 –давление газа частиц внутри стенки, P_1 – давление газа снаружи стенки, $\mu = 4f\Lambda^2$ –поверхностная плотность энергии стенки [4]. Первое слагаемое определяет давление газа внутри стенки, второе силу поверхностного натяжения и третье давление газа снаружи. В силу космологического расширения Вселенной не будем учитывать P_1. В дальнейшем мы предполагаем, что радиус стенки намного больше ее толщины d. Согласно результатам полученным ранее, стенка является непрозрачной для частиц, и в приближении идеального одноатомного газа, считая что концентрация частиц не меняется, сжатие газа будет адиабатическим

$$P(t)V^{\frac{5}{3}}(t) = P_i V_i^{\frac{5}{3}}. \tag{18}$$

Тогда давление изменяется с радиусом как

$$P(t) = P_i \left(\frac{r_i}{r(t)}\right)^5, \tag{19}$$

где P_i может быть найдено как произведения концентрации частиц n_i на их температуру T_i. Начальная концентрация n_i в момент t_i частиц оценивается как

$$n_i = \frac{\Omega_{\mathrm{CDM},0}\, \rho_{c,0}}{m}(z_i+1)^3, \tag{20}$$

где $\rho_{c,0} = 4.8 \times 10^{-6}$ ГэВ см$^{-3}$ современное значение критической плотности Вселенной, $\Omega_{\mathrm{CDM},0} = 2.7 \times 10^{-1}$ современное значение относительной плотность CDM [20]. Красное смещение z_i можно найти из следующего

$$t_i = \int\limits_{z_i}^{\infty} \frac{dz}{(z+1)H(z)}. \tag{21}$$

Параметр Хаббла H как функция красного смещения z определяется как

$$H(z) = H_0\sqrt{\Omega_{r,0}(z+1)^4 + \Omega_{m,0}(z+1)^3 + \Omega_{\Lambda,0}}. \tag{22}$$

Современное значение параметра Хаббла $H_0 = 67$ км/с/Мпк, $\Omega_{r,0} = 5.4\times10^{-5}$ это современное значение относительной плотности релятивисткого вещества, $\Omega_{m,0} = 3.2 \times 10^{-1}$ это современное значение относительной плотности нерелятивисткого вещества, и $\Omega_{\Lambda,0} = 6.9 \times 10^{-1}$ это современное значение относительной плотности тёмной энергии [20].

До отцепления CDM от плазмы температура частиц DM равна температуре фотонов. Для начальных значений t_i, представляющих интерес, начальная температура плазмы составляет порядка $0,1$-10 ГэВ, в то время как температура отцепления частиц CDM с массой $m = 10^3$ ГэВ составляет $T_d \approx 2$ МэВ [21]. Следовательно, начальная температура скалярных частиц может быть определена как $T_i \approx T_{\gamma,0}(z_i+1)$, где $T_{\gamma,0} = 2,7$ K - текущая температура реликтового излучения. Окончательное выражения для начального давления P_i примет вид

$$P_i = n_i T_i = \frac{\rho_{CDM}}{m} T_i = \Omega_{CDM,0}\rho_{c,0}(z_i+1)^3\frac{T_i}{m}, \tag{23}$$

где $\Omega_{CDM,0} = 0.27$ – современное значение относительной плотности частиц скрытой массы. Согласно (21) красное смещение в момент t_i на RD-стадии примет вид

$$z_i + 1 \approx \sqrt{\frac{1}{2H_0\sqrt{\Omega_{r,0}}t_i}}. \tag{24}$$

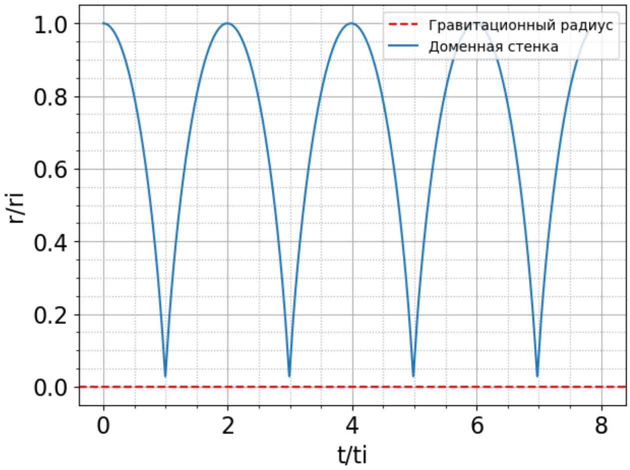


Рисунок 3 — Изменение радиуса доменной стенки образованной на $N = 20$ e-фолде. Сплошная синяя линияя соответсвуюет изменению радиуса ДС. Горизонтальная пунктирная красная линия соответсвует гравитационному радиусу r_g ДС. Параметрами для безразмерных координат являются радиус $r_i = 10^6$ см, и время $t_i = 10^{-5}$ с, доменной стенки образованной на $N = 20$ e-фолде.

Доменная стенка образует чёрную дыру когда её радиус r меньше её гравитационного радиуса r_g [4; 5], который определяться суммой масс доменной стенки и вещества запертого в нём

$$r_g = 2G(M_{DM} + M_{DW}). \tag{25}$$

Масса доменной стенки

$$M_{DW} = 4\pi r_i^2 \mu, \tag{26}$$

и масса вещества внутри

$$M_{DM} = V_i \rho_i = \frac{4}{3}\pi r_i^3 \rho_{c,0} \Omega_{CDM,0} (z_i + 1)^3. \tag{27}$$

Перепишем уравнение (17) с учётом уравнения (19)

$$\ddot{r} = \frac{P_i}{\mu}\left(\frac{r_i}{r}\right)^5 - \frac{2\pi}{r}. \tag{28}$$

На рисунке 3 показан результат численного решения уравнения (28) для $N = 20$ e-фолда в безразмерных координатах. Из него следует, что эволюция доменной стенки, в случае когда скалярные частицы DM не аннигилируют, представляет собой периодические колебания, которые являются результатом влияния давления частиц внутри и натяжения ДС.

2.2 Релятивисткое движение с учётом аннигиляции частиц

Релятивисткое уравнение движения ДС согласно [22] имеет вид

$$\dot{v}(t) = \big(1 - v^2(t)\big)\left(\frac{1}{\mu}\big(P_2(t) - P_1(t)\big) - \frac{2\pi}{r(t)} + 3H(t)v(t)\right), \tag{29}$$

где v и r - скорость и радиус стенки соответственно. Последний член связан с потоком Хаббла.

Нерелятивистский газ частиц может быть описан уравнением состояния $P = nT$, как и в случае с релятивистским газом, с точностью до коэффициента, близкого к единице. Изменение концентрации n скалярных частиц может происходить по трем причинам. Первая - это их аннигиляция:

$$\dot{n}(t) = -\frac{1}{2}\langle\sigma v\rangle n^2(t). \tag{30}$$

Второй связан с изменением объема ДС (внутри стенки):

$$\dot{n}(t) = -3n(t)\frac{v(t)}{r(t)}, \tag{31}$$

и последнее связано с расширением Хаббла (вне стенки):

$$\dot{n}(t) = -3n(t)H(t). \tag{32}$$

Здесь $\langle\sigma v\rangle$ - усредненное по скорости сечение аннигиляции скалярных частиц.

Мы предполагаем, что скалярные частицы φ не взаимодействуют с окружающим веществом и не происходит реакций, увеличивающих их концентрацию. Температура скалярных частиц внутри стенки будет изменяться при изменении объема ДС. Таким образом, можно найти температуру частиц из первого закона термодинамики в приближении идеального газа. Внутренняя энергия газа равна

$$dU \approx \frac{3}{2} d(PV) \approx \frac{3}{2} nV dT, \tag{33}$$

работа газа примет вид

$$\delta A = PdV = 3nTV \frac{dr}{r}. \tag{34}$$

Первый закон термодинамики для адиабатического процесса дает

$$dU = -\delta A, \quad \Rightarrow \quad \dot{T} \approx -2T \frac{v(t)}{r(t)}. \tag{35}$$

Температура T_2 и концентрация n_2 газа внутри стенки имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{T_2}(t) &= -2T_2(t) \frac{v(t)}{r(t)}, \\ \dot{n_2}(t) &= -\frac{1}{2} \langle \sigma v \rangle n_2^2(t) - 3n_2(t) \frac{v(t)}{r(t)}, \end{aligned} \tag{36}$$

Температура и концентрация газа за пределами стенки уменьшаются из-за расширения Вселенной. Тогда, учитывая, что на стадии RD параметр Хаббла изменяется как $H = 1/2t$, динамические переменные газа снаружи стенки имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{T_1}(t) &= -\frac{T_1(t)}{t}, \\ \dot{n_1}(t) &= -\frac{1}{2} \langle \sigma v \rangle n_1^2(t) - \frac{3}{2} \frac{n_1(t)}{t}. \end{aligned} \tag{37}$$

Сравним нерелятивисткое и релятивисткое уравнеие движения ДС. На рисунке 4 показан результат численного решения уравнеия (28) без аннигиляции частиц и системы уравнений (29), (36), (37) для трёх значения $\langle \sigma v \rangle$ доменной стенки образованной на $N = 20$ e-фолде. Как видно из этого графика при уменьшении значения $\langle \sigma v \rangle$ движение ДС по релятивисткому закону (29) совпадает с движением по нерялитивисткому закону (28).

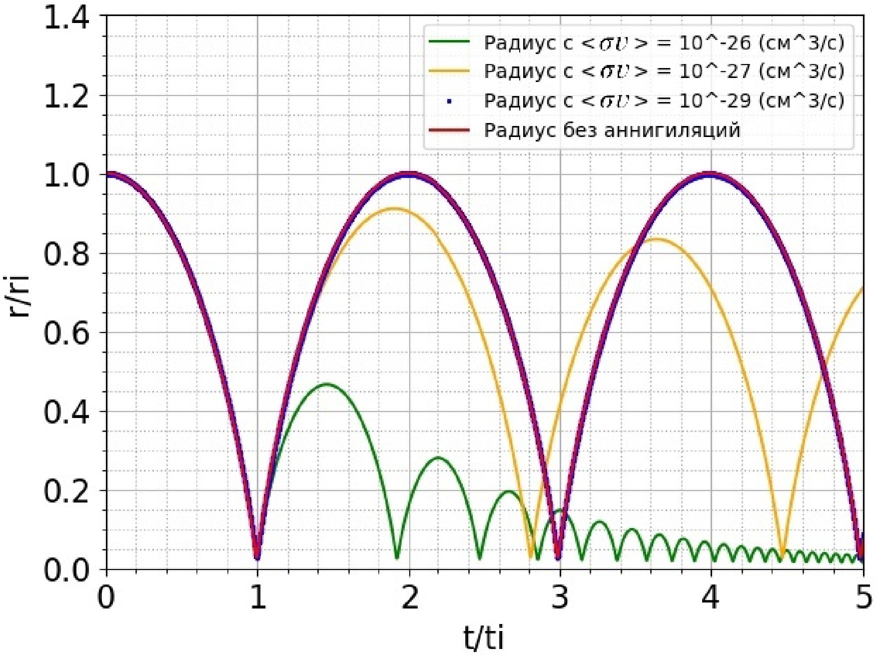


Рисунок 4 — Результат численного решения уравнеия (28) показан красной линией. Результат решения системы уравнений (29), (36), (37) показан зелёной линия при $\langle \sigma v \rangle = 10^{-26}$ см^3/с, жёлтой линией для $\langle \sigma v \rangle = 10^{-27}$ см^3/с и синими точками для $\langle \sigma v \rangle = 10^{-29}$ см^3/с. Все случаи для ДС образованной $N = 20$ e-фолде. $r_i = 10^6$ см, и $t_i = 10^{-5}$ с.

Препятсвие коллапсу ДС

Теперь рассмотрим случаи когда ДС был сформированна на других e-фолдах. Результат численного решения системы уравнений (29), (36) и (37) для доменных стенок, сформированных при $N = 18$, $N = 19$ и $N = 20$. на рис. 5. Можно увидеть колебания радиуса для случая $N = 20$. Этот эффект обусловлен балансом двух сил: давления газа (P_2/μ в уравнении (29)) и поверхностного натяжения стенки ($2\pi/r$ в уравнении (29)).

При выбранных параметрах f, Λ и α_0, показанных выше, ДС, образовавшийся при $N = 18$, коллапсирует в черную дыру. В случаях $N = 19$ и $N = 20$ черная дыра не образуется (поскольку гравитационный радиус $r_g < d$), но частицы нагреваются до пороговой температуры и могут покинуть стенку.

Решение системы уравнений для $N = 19$ и $N = 20$ заканчивается, когда радиус доменной стенки r становится равным толщине стенки d. Для изучения дальнейшей динамики необходимо принять во внимание самовзаимодействие поля ϕ, которое выходит за рамки данной работы.

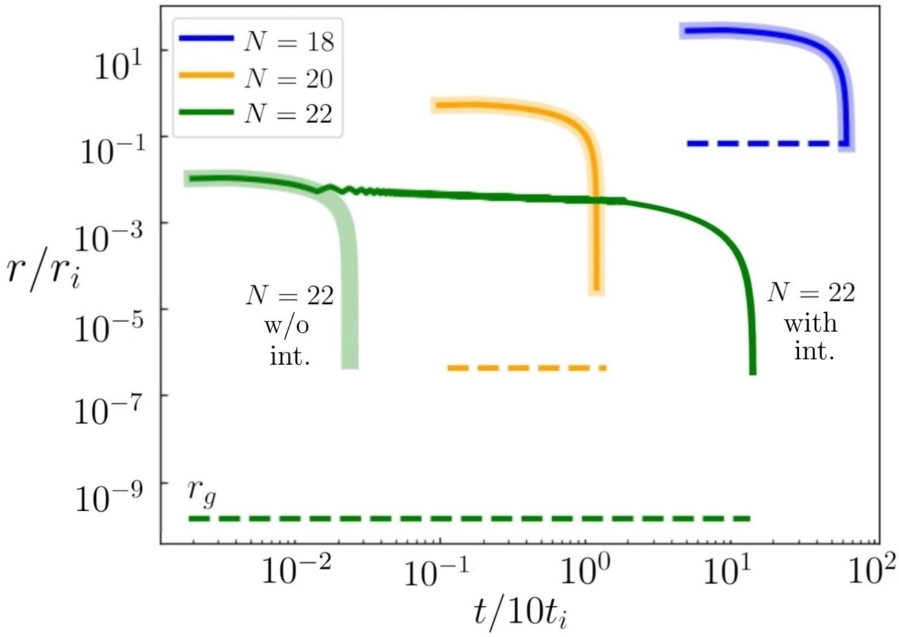


Рисунок 5 — Сплошными линиями обозначены случаи, когда доменные стенки (образующиеся на N е фолде) взаимодействуют со скалярными частицами, в то время как прозрачные линии показывают случаи, когда взаимодействие отсутствует. Пунктирные горизонтальные линии - это гравитационные радиусы ДС для каждого случая. $r_i = 10^6$ см и $t_i = 10^{-5}$ с.

Если ДС пересекает свой гравитационный радиус r_g, образуется первичная черная дыра (ПЧД) [4; 5]. Ограничение на минимальную массу ПЧД вытекает из условия, что гравитационный радиус больше толщины d ДС [23]:

$$M_{\min} = 4.8 \cdot 10^{-4} M_\odot \left(\frac{f}{10^{13}\,\text{ГэВ}}\right) \left(\frac{0.05\,\text{ГэВ}}{\Lambda}\right)^2. \tag{38}$$

Максимально возможная масса ПЧД определяется условием, что ДС не доминирует локально до того, как она войдет под космологический горизонт [23]:

$$M_{\max} = 7 \cdot 10^{8} M_\odot \left(\frac{10^{13}\,\text{ГэВ}}{f}\right) \left(\frac{0.05\,\text{ГэВ}}{\Lambda}\right)^2. \tag{39}$$

Допустимая область потенциальных параметров f и Λ зависит от момента (номера е-фолда N) формирования доменной стенки на стадии инфляции [4; 5]. На рис. 6 показано, на каком номере N должна начать формироваться доменная стенка, чтобы в постинфляционную эпоху она образовала черную дыру (зеленая область). Показано, что для получения ПЧД формирование доменных стенок должно начаться примерно при $N \approx 14 \div 18$.

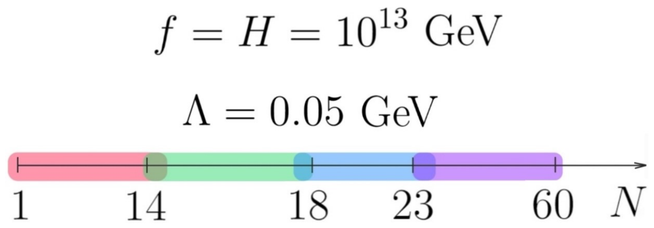


Рисунок 6 — Пространство параметров модели поля (2) vs номер е-фолда N, на котором должна начать формироваться доменная стенка, чтобы получить ПЧД (зеленую область). Запрещенная область помечена красным цветом ($M > M_{\max}$, см. ур. (39)). Доменная стенка, сформированная с параметрами, отмеченными в синей области, не может создать ПЧД, потому что $r_g < d$. Для фиолетовой области $r_i < d$.

Существует три границы для числа N. Первая граница вытекает из ограничения на верхнюю массу ПЧД (39):

$$N > N_1 = \ln\left(e^{14}\frac{\Lambda}{0.05\,\text{ГэВ}}\sqrt{\frac{f}{10^{13}\,\text{ГэВ}}}\right). \tag{40}$$

Вторая граница следует из минимальной массы ПЧД (38):

$$N < N_2 = \ln\left(e^{18}\frac{\Lambda}{0.05\ \text{ГэВ}}\right). \tag{41}$$

Последняя следует из тонкостенного приближения, которое можно интерпретировать как $r_i \gtrsim 10d$, поэтому мы получим

$$N < N_3 = \ln\left(e^{23}\frac{\Lambda}{0.05\,\text{ГэВ}}\sqrt{\frac{10^{13}\,\text{ГэВ}}{f}}\right). \tag{42}$$

Если ДС начала формироваться при $N = 14 \div 17$ е-фолдах, то её эволюция аналогична случаю, показанному на рис. 5 для $N = 18$. Случаи $N = 21 \div 23$ аналогичны случаю $N = 20$ (рис. 5). Как видно из рис. 5 и рис. 6, скалярные частицы не оказывают существенного влияния на формирование ПЧД при выбранных параметрах модели поля (2). Однако, если ДС начала формироваться при $N = 22 \div 23$, давление скалярных частиц, запертых внутри замкнутой доменной стенки, приводит к задержке момента коллапса ДС.

Изменение параметров поля может привести к замедленному по вре-

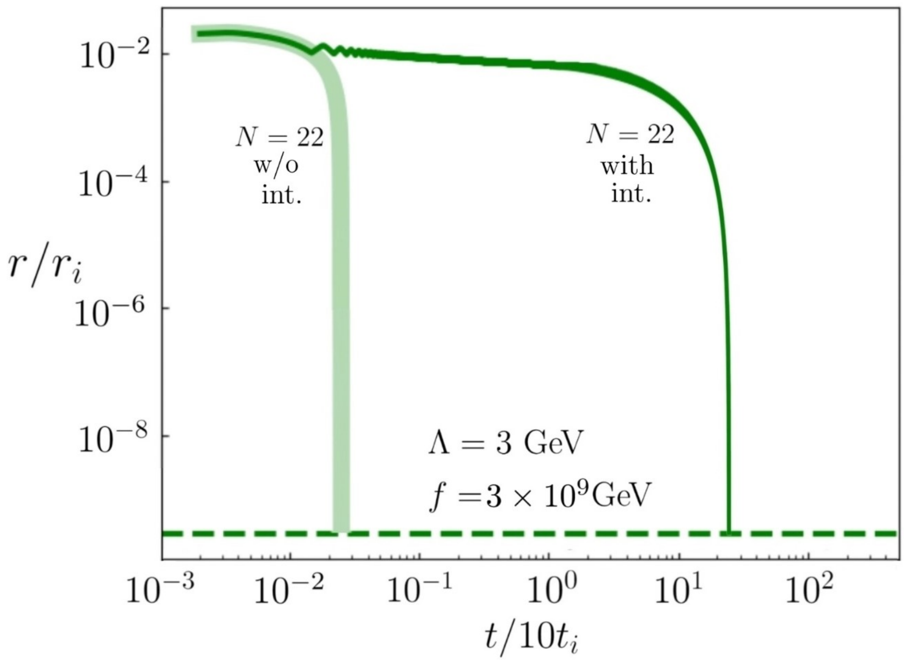


Рисунок 7 — Результат численного решения системы уравнений (29), (36) и (37) для случая, когда ДС была сформирована на $N = 22$. В отличие от случая, представленного на рис. 5, параметры изменены таким образом, что ДС может коллапсировать в черную дыру ($f = 3 \times 10^9$ ГэВ и $\Lambda = 3$ ГэВ).

мени образованию ПЧД. Например, если $\Lambda \geq 3$ ГэВ и $f \leq 3 \times 10^9$ ГэВ (см. уравнение (41)), первичные черные дыры образуются с задержкой по времени относительно случая без взаимодействия. Рис. 7 иллюстрирует случай, когда ДС, образованная на $N = 22$, формирует ПЧД с временной задержкой $\Delta t/10t_i \approx 10^3$.

3 Формирование ДС с учётом взаимодействия

3.1 Взаимодействие с размерной константой

Ранее предполагалось, что взаимодействие скалярного поля φ и комплексного скалярного поля ϕ мало, и соответсвенно не влияет на формирование ДС. Теперь изучим обратный случай. Лагранжиан поля ϕ с учётом взаимодействия с полем φ имеет вид

$$\mathcal{L}_{wall} = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - \lambda \left(\phi^* \phi - \frac{f^2}{2} \right)^2 - \Lambda^4 (1 - \cos(\theta)) - \frac{1}{2} \alpha_0 (\phi + \phi^*) \varphi^2, \quad (43)$$

где λ – безразмерный параметр определяющий высоту седловой точки, т.е. значение потенциальной энергии V при $\phi = 0$. Лагранжиан массивного скалярного поля φ имеет вид

$$\mathcal{L}_{DM} = (\partial_\mu \varphi)^2 - \frac{1}{2} m^2 \varphi^2 - \frac{1}{2} \alpha_0 (\phi + \phi^*) \varphi^2. \quad (44)$$

Для численного решения уравний движения предстваим комплексное скалярное поле ϕ через действительную $\Re\phi$ и минимую часть $\Im\phi$

$$\phi = \rho e^{i\theta} = \rho \cos\theta + i\rho \sin\theta = \Re\phi + i\Im\phi, \quad (45)$$

где ρ – радиальная компонента поля ϕ, θ – его фаза. Тогда лагранжиан (43) с учётом (45) примет вид

$$\begin{gathered} \mathcal{L}_{wall} = \partial_\mu^2 \Re\phi + \partial_\mu^2 \Im\phi - \lambda \left(\Re\phi^2 + \Im\phi^2 - \frac{f^2}{2} \right)^2 - \\ - \Lambda^4 \left(1 - \frac{\Re\phi}{\sqrt{\Re\phi^2 + \Im\phi^2}} \right) - \alpha_0 \varphi^2 \Re\phi, \end{gathered} \quad (46)$$

откуда получим одномерные уравнения движения Клейна-Гордона для $\Re\phi$, $\Im\phi$ и φ

$$\begin{cases} \Re\phi_{tt} = \Re\phi_{xx} - 3H\Re\phi_t - 2\lambda\Re\phi\left(\Re\phi^2 + \Im\phi^2 - \frac{f^2}{2}\right) + \frac{\Lambda^4}{2}\frac{\Im\phi^2}{(\Re\phi^2+\Im\phi^2)^{1.5}} - \frac{1}{2}\alpha_0\varphi^2, \\ \Im\phi_{tt} = \Im\phi_{xx} - 3H\Im\phi_t - 2\lambda\Im\phi\left(\Re\phi^2 + \Im\phi^2 - \frac{f^2}{2}\right) - \frac{\Lambda^4}{2}\frac{\Im\phi\cdot\Re\phi}{(\Re\phi^2+\Im\phi^2)^{1.5}}, \\ \varphi_{tt} = \varphi_{xx} - 3H\varphi_t - m^2\varphi - 2\alpha_0\varphi\Re\phi. \end{cases} \tag{47}$$

Для формирования ДС, начальная конфигурация поля ϕ должна являться замкнутым контуром на плоскости $(\Re\phi, \Im\phi)$, тогда граничные условия имеют вид

$$\begin{cases} \Re\phi(t;+\infty) = \Re\phi(t;-\infty), \\ \Im\phi(t;+\infty) = \Im\phi(t;-\infty), \\ \Re\phi_x(t;+\infty) = \Re\phi_x(t;-\infty), \\ \Im\phi_x(t;+\infty) = \Im\phi_x(t;-\infty). \end{cases} \tag{48}$$

Согласно (45), (3) и (4) начальные условия примут вид

$$\begin{cases} \Re\phi(x;0) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(4\arctan\left(\exp\left(x\frac{\Lambda^2}{f}\right)\right)\right), \\ \Im\phi(x;0) = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(4\arctan\left(\exp\left(x\frac{\Lambda^2}{f}\right)\right)\right), \\ \Re\phi_t(x;0) = 0, \\ \Im\phi_t(x;0) = 0. \end{cases} \tag{49}$$

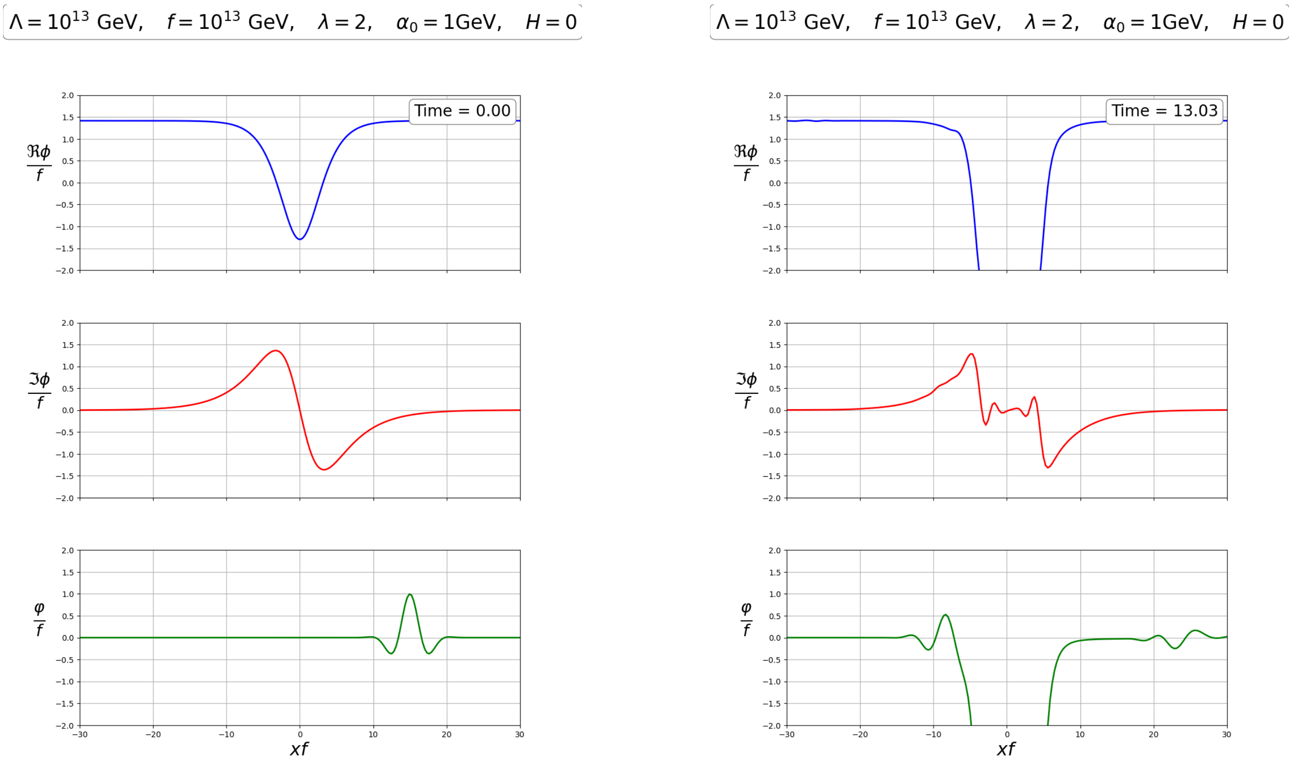
Для поля φ зададим начальные условия в форме волнового пакета

$$\begin{cases} \varphi(x,0) = A\cos(k(x-x_{in}))\exp\left(-\frac{(x-x_{in})^2}{2\sigma^2}\right), \\ \varphi_t(x,0) = -A\exp\left(-\frac{(x-x_{in})^2}{2\sigma^2}\right)\Big[\omega\sin(k(x-x_{in})) + \\ \qquad\qquad + \left(-\dfrac{(x-x_{in})v}{\sigma^2}\right)\cos(k(x-x_{in}))\Big], \end{cases} \tag{50}$$

где x_{in} – начальное положение волны, A – амплитуда, $v = c = 1$ – скорость, σ – его ширина. Граничные условия выберем в форме

$$\begin{cases} \varphi_x(t; +\infty) = 0, \\ \varphi_x(t; -\infty) = 0. \end{cases} \tag{51}$$

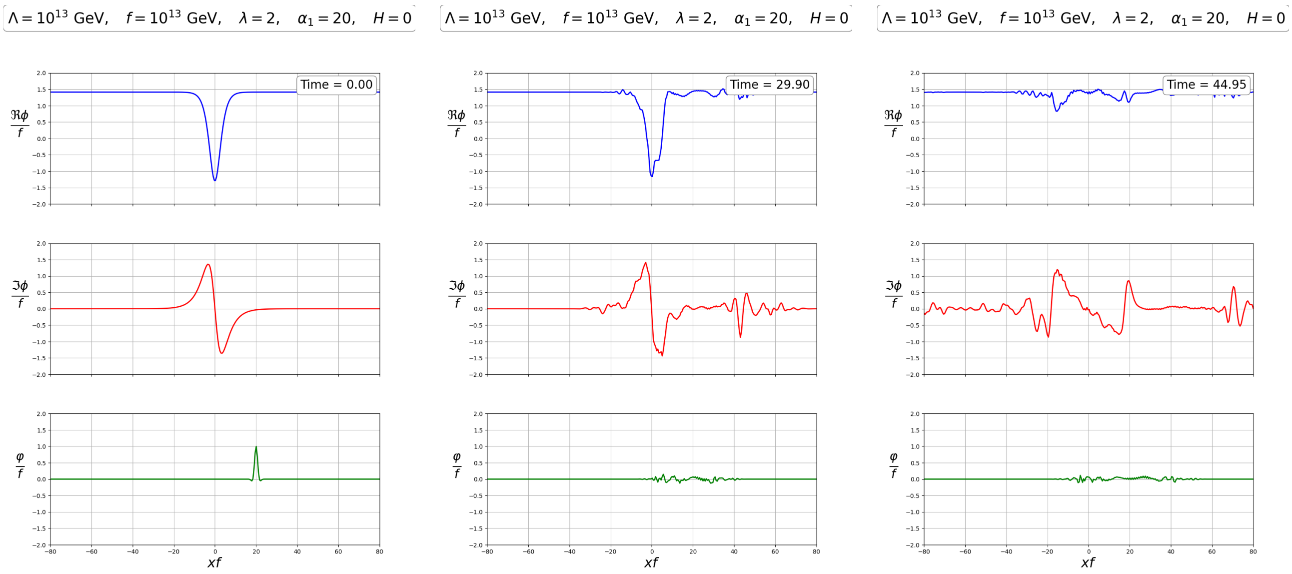
Для численного решения системы уравнений (47) обезразмерим уравнения на константу $f = 10^{13}$ ГэВ. Тогда параметры волнового пакета примут значения $A = 1$, $w = 1$, $k = 1$, $\sigma = 2$, $x_{in} = 20$. Безразмерная координата пространства равна xf, и безразмерное время выражается как tf. На рис. 8 представлен результат численного решения системы (47) с параметрами $f = 10^{13}$ ГэВ, $\Lambda = 10^{13}$ ГэВ, $\lambda = 2$, $\alpha_0 = 10^{13}$ ГэВ. При этом зададим $H = 0$, что означает отсутсвие трения в уравнениях движения.



(а) Значение полей при $ft = 0$.

(б) Значение полей при $ft = 13$.

Рисунок 8 — Результат численного решения системы уравнеий (47). Синяя линия отображает значение поля $\Re\phi$, красная для поля $\Im\phi$ и зелёная для поля φ.



(а) Результат при $ft = 0$. (б) Результат при $ft = 29$. (в) Результат при $ft = 45$.

Рисунок 9 — Результат численного решения системы уравнеий (53). Синяя линия отображает значение поля $\Re\phi$, красная для поля $\Im\phi$ и зелёная для поля φ.

3.2 Взаимодействие с безразмерной константой

Рассмотрим взаимодействие вида

$$\mathcal{L}_{int} = \alpha_1 \varphi^2 \phi\phi^* = \alpha_1 \varphi^2 (\Re\phi^2 + \Im\phi^2). \tag{52}$$

Тогда уравнения движения примут аналогичный вид (47), но будут отличаться членом взаимодействия

$$\begin{cases} \Re\phi_{tt} = \ldots - \alpha_1 \varphi^2 \Re\phi, \\ \Im\phi_{tt} = \ldots - \alpha_1 \varphi^2 \Im\phi, \\ \varphi_{tt} = \ldots - 2\alpha_1 \varphi (\Re\phi^2 + \Im\phi^2). \end{cases} \tag{53}$$

Начальные условия для поляей выберем как и ранее (49), (50), также как и граничные (48), (51). Параметры лагранжиана, волнового пакета и безразмерных координат аналогичны предыдущему случаю, однако выберем значение безразмерной константы взаимодействия $\alpha_1 = 20$. На рис. 9 представлен результат численного решения системы (53) в безразмерных координатах.

Как видно из рис. 8 и рис. 9, взаимодействие приводит к разрушению топологического солитона (доменной стенки). Результат взимодействия, очевидно, зависит от амплитуды волны A, константы взаимодействивия α_0, α_1 и скорости волнового пакета поля φ.

Заключение

Интересно отметить, что если частицы темной материи достигают критической температуры во время колебаний радиуса стенки, вызванных давлением газа и поверхностным натяжением стенки (см. рис. 5 и рис. 7), то коллапс ДС сопровождается испусканием частиц темной материи, что, естественно, приводит к образованию протогало тёмной материи вокруг ПЧД. Механизм образования ПЧД из-за коллапса замкнутых ДС [4; 5] предсказывает образование ПЧД в кластерах. Если несколько первичных черных дыр или их скоплений образуют единое гало, то становится возможным обнаружить эти объекты по их излучению гравитационных волн, как предложено в [24]. Если тёмная материя взаимодействует с частицами стандартной модели, локальный нагрев тёмной материи приводит к нагреву частиц стандартной модели. Такая область может быть источником нейтринного излучения, фотонов и позитронов, для которых ДС прозрачна.

Более того, если мы рассмотрим взаимодействие ДС с фермионами и замкнем их внутри стенки [14], мы можем ожидать множество интересных астрофизических эффектов. Например, стенку можно было бы интерпретировать как область с экзотическим нуклеосинтезом [25] и нейтринным охлаждением [26]. Если стенка живет долго, её можно рассматривать как псевдозвезду с обогащенным металлами газом, образующимся в результате термоядерных реакций при высокой температуре. Очень высокая температура приводит к локальному восстановлению нарушения электрослабой симметрии и образованию безмассовых частиц стандартной модели внутри стенки. Обнаружение таких областей может быть косвенным свидетельством существования ДС.

Список литературы

1. *Hayes M. J.* [et al.]. Glimmers in the Cosmic Dawn: A Census of the Youngest Supermassive Black Holes by Photometric Variability. — 2024. — arXiv: 2403.16138 [astro-ph.GA]. — URL: https://arxiv.org/abs/2403.16138.

2. *Suh H.* [et al.]. Feeding Hidden Monsters: a Super-Eddington accreting Black Hole ˜1.5 Gyr after the Big Bang. — 2024. — May. — arXiv: 2405.05333 [astro-ph.GA].

3. *Maiolino R.* [et al.]. A small and vigorous black hole in the early Universe // Nature. — 2024. — Vol. 627, no. 8002. — P. 59–63. — arXiv: 2305.12492 [astro-ph.GA]. — [Erratum: Nature 630, E2 (2024)].

4. *Belotsky K. M.* [et al.]. Clusters of Primordial Black Holes // The European Physical Journal C. — 2019. — Mar. — Vol. 79, no. 3. — ISSN 1434-6052. — URL: http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-6741-4.

5. *Rubin S. G.*, *Sakharov A. S.*, *Khlopov M. Y.* The formation of primary galactic nuclei during phase transitions in the early universe // Journal of Experimental and Theoretical Physics. — 2001. — June. — Vol. 92, no. 6. — P. 921–929. — ISSN 1090-6509. — URL: http://dx.doi.org/10.1134/1.1385631.

6. *Vilenkin A.* Cosmic strings and domain walls // Physics Reports. — 1985. — Vol. 121, no. 5. — P. 263–315. — ISSN 0370-1573. — URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037015738590033X.

7. *Kirillov A. A.*, *Murygin B. S.*, *Nikulin V. V.* Cosmological Formation of (2 + 1)-Dimensional Soliton Structures in Models Possessing Potentials with Local Peaks // MDPI Physics. — 2021. — Vol. 3, no. 3. — P. 563–568. — arXiv: 2109.03271 [hep-th].

8. *Kirillov A. A.*, *Rubin S. G.* On Mass Spectra of Primordial Black Holes // Front. Astron. Space Sci. — 2021. — Vol. 8. — P. 777661. — arXiv: 2109.02446 [astro-ph.CO].

9. *Kirillov A. A.*, *Murygin B. S.*, *Nikulin V. V.* Soliton foam formation in the early Universe // Phys. Lett. B. — 2025. — Vol. 860. — P. 139201. — arXiv: 2412.18997 [hep-th].

10. *Hiramatsu T.*, *Kawasaki M.*, *Saikawa K.* On the estimation of gravitational wave spectrum from cosmic domain walls // JCAP. — 2014. — Vol. 02. — P. 031. — arXiv: 1309.5001 [astro-ph.CO].

11. *Babichev E.* [et al.]. Gravitational shine of dark domain walls // JCAP. — 2022. — Vol. 04, no. 04. — P. 028. — arXiv: 2112.12608 [hep-ph].

12. *Garcia Garcia I.*, *Petrossian-Byrne R.* Axion Interactions with Domain and Bubble Walls. — 2024. — July. — arXiv: 2407.09603 [hep-ph].

13. *Sakharov A. S.*, *Eroshenko Y. N.*, *Rubin S. G.* Looking at the NANOGrav signal through the anthropic window of axionlike particles // Phys. Rev. D. — 2021. — Vol. 104, no. 4. — P. 043005. — arXiv: 2104.08750 [hep-ph].

14. *Kurakin A. A.*, *Rubin S. G.* The interaction of domain walls with fermions in the early Universe. — 2020. — arXiv: 2011.01757 [physics.gen-ph]. — URL: https://arxiv.org/abs/2011.01757.

15. *Garcia Garcia I.*, *Koszegi G.*, *Petrossian-Byrne R.* Reflections on bubble walls // JHEP. — 2023. — Vol. 09. — P. 013. — arXiv: 2212.10572 [hep-ph].

16. *Hassan S.* [et al.]. Chern-Simons Induced Thermal Friction on Axion Domain Walls. — 2024. — Oct. — arXiv: 2410.19906 [hep-ph].

17. *Blasi S.* [et al.]. Friction on ALP domain walls and gravitational waves // JCAP. — 2023. — Vol. 04. — P. 008. — arXiv: 2210.14246 [hep-ph].

18. *Landau L. D.*, *Lifshitz E. M.* TEXTBOOK ON THEORETICAL PHYSICS. VOL. 3: Quantum Mechanics. — 1977.

19. *Vilenkin A.*, *Shellard E. P. S.* Cosmic Strings and Other Topological Defects. — Cambridge University Press, 07/2000. — ISBN 978-0-521-65476-0.

20. *al. S. N. et.* (Particle Data Group) // Phys. Rev. D. —.

21. *Bringmann T.*, *Hofmann S.* Thermal decoupling of WIMPs from first principles // JCAP. — 2007. — Vol. 04. — P. 016. — arXiv: `hep-ph/0612238`. — [Erratum: JCAP 03, E02 (2016)].

22. *Martins C. J. A. P.* [et al.]. Extending the velocity-dependent one-scale model for domain walls // Phys. Rev. D. — 2016. — Vol. 93, no. 4. — P. 043534. — arXiv: `1602.01322 [hep-ph]`.

23. *Khlopov M. Y.* Primordial Black Holes // Res. Astron. Astrophys. — 2010. — Vol. 10. — P. 495–528. — arXiv: `0801.0116 [astro-ph]`.

24. *Eroshenko Y.*, *Stasenko V.* Gravitational Waves from the Merger of Two Primordial Black Hole Clusters // Symmetry. — 2023. — Vol. 15, no. 3. — P. 637. — arXiv: `2302.05167 [astro-ph.CO]`.

25. *Belotsky K. M.* [et al.]. Hot Primordial Regions with Anomalous Hydrogenless Chemical Composition // Symmetry. — 2022. — Vol. 14, no. 7. — P. 1452. — arXiv: `2208.05033 [astro-ph.CO]`.

26. *Belotsky K.*, *Rubin S.*, *Elkasemy M. M.* Neutrino Cooling of Primordial Hot Regions // Symmetry. — 2020. — Vol. 12, no. 9. — P. 1442. — arXiv: `2006.08359 [astro-ph.CO]`.