

Кинки в двухполевых моделях

Студент

Самощенко Илья Николаевич

Научный руководитель

д. ф.-м. н. Гани Вахид Абдулович

Мотивация

Кинки в $(1+1)$ -мерном пространстве возникают при рассмотрении доменных стенок. Разработка методов, позволяющих находить кинковые решения для данных потенциалов является важной в этой области задачей.

Цель:

Нахождение кинковых решений в моделях с двумя скалярными полями.

Задачи:

1. Применение метода комплексного суперпотенциала для нахождения кинковых решений.
2. Применение метода комплексной деформации в двухполевых моделях.

Лагранжиан с
потенциалом V и
статические уравнения
движения

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\phi_t^2 + \chi_t^2 - \phi_x^2 - \chi_x^2) - V(\phi, \chi);$$
$$\begin{cases} \phi_{xx} &= V_\phi, \\ \chi_{xx} &= V_\chi. \end{cases}$$

Уравнения движения при
потенциале, выраженном через
суперпотенциал W

$$V = \frac{1}{2}(W_\phi^2 + W_\chi^2);$$
$$\begin{cases} \phi_x &= W_\phi, \\ \chi_x &= W_\chi. \end{cases}$$

Потенциал V – неотрицательная функция полей ϕ и χ ,
имеющая счетное или конечное (>1) число нулей.

Случай двух минимумов

График перевернутого
потенциала $-V$:

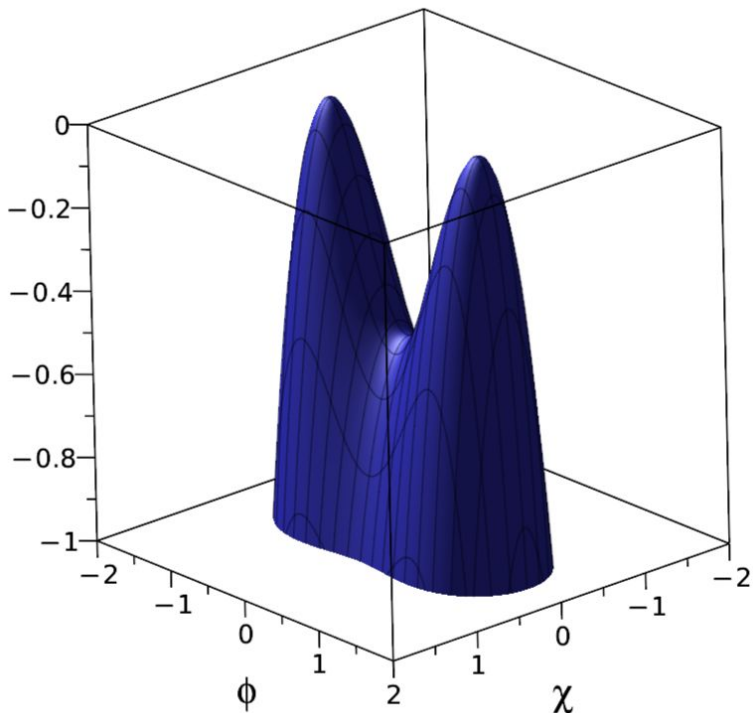
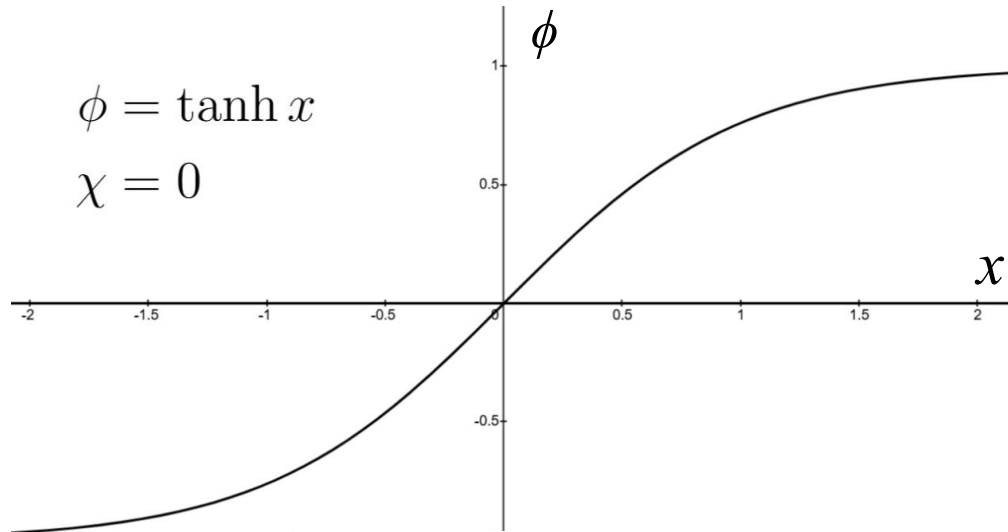


График кинка:



$$\phi = \tanh x$$

$$\chi = 0$$

$$V = \frac{1}{2}[(1 - \phi)^2 + \chi^2][(1 + \phi)^2 + \chi^2]$$

$$W = \phi - \frac{1}{3}\phi^3 + \phi\chi^2$$

Случай трех минимумов

График перевернутого
потенциала $-V$:

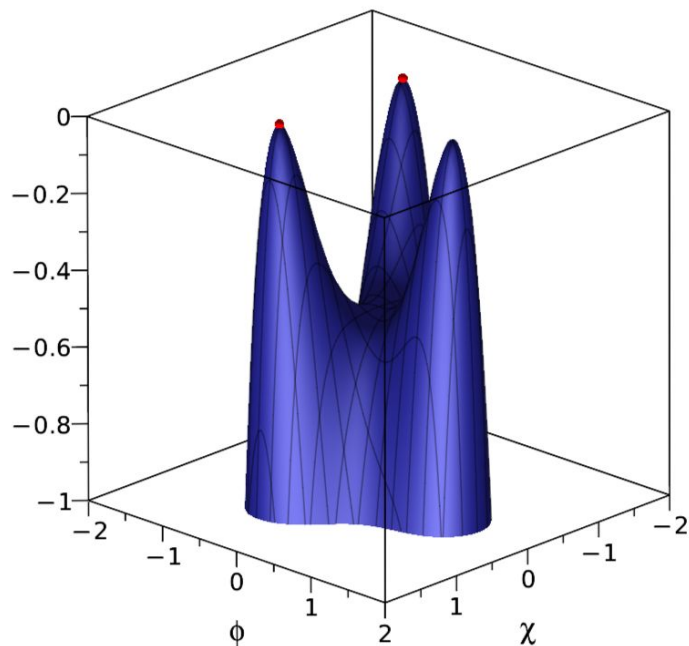
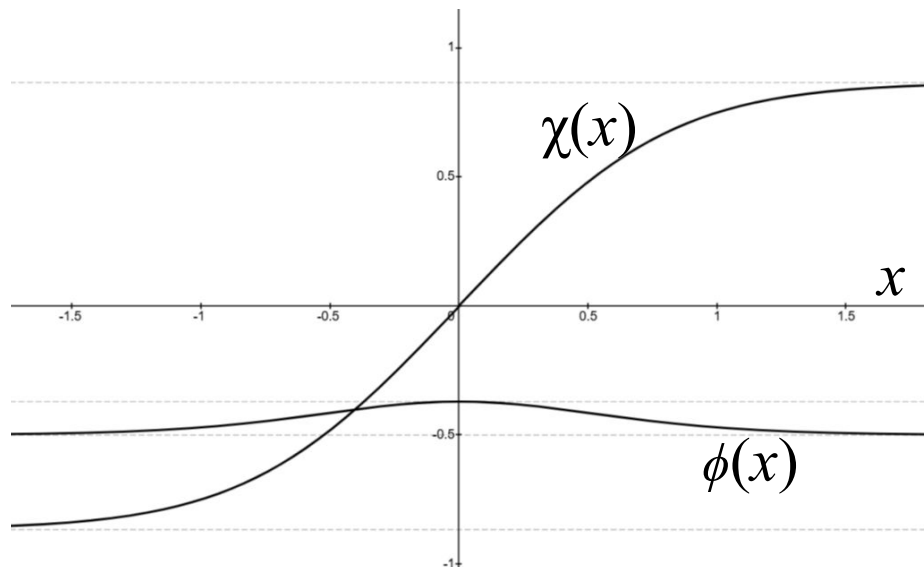


График одного из кинков:

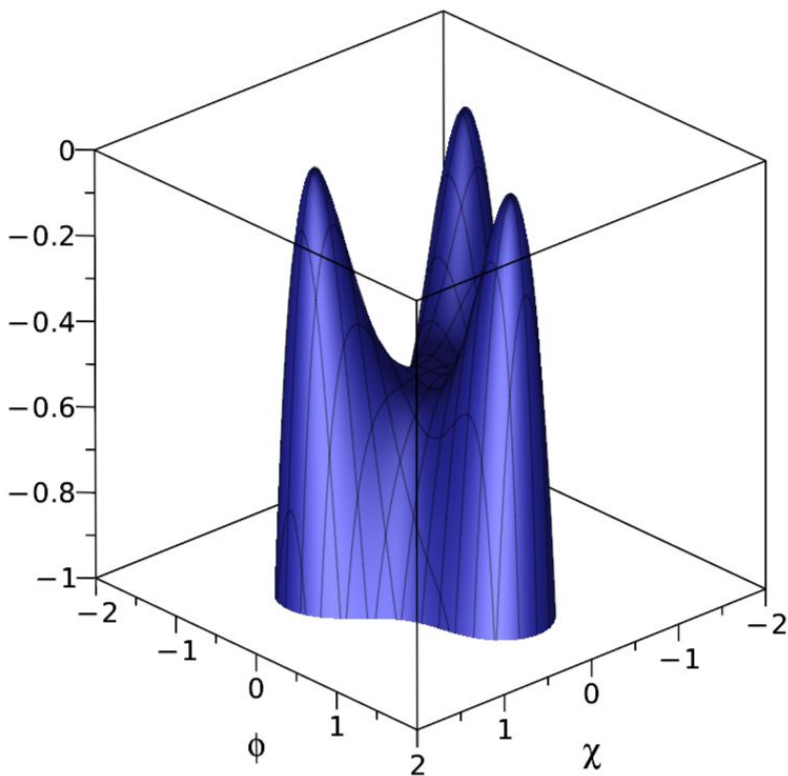


$$W = \chi - \phi^3 \chi + \phi \chi^3 - \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

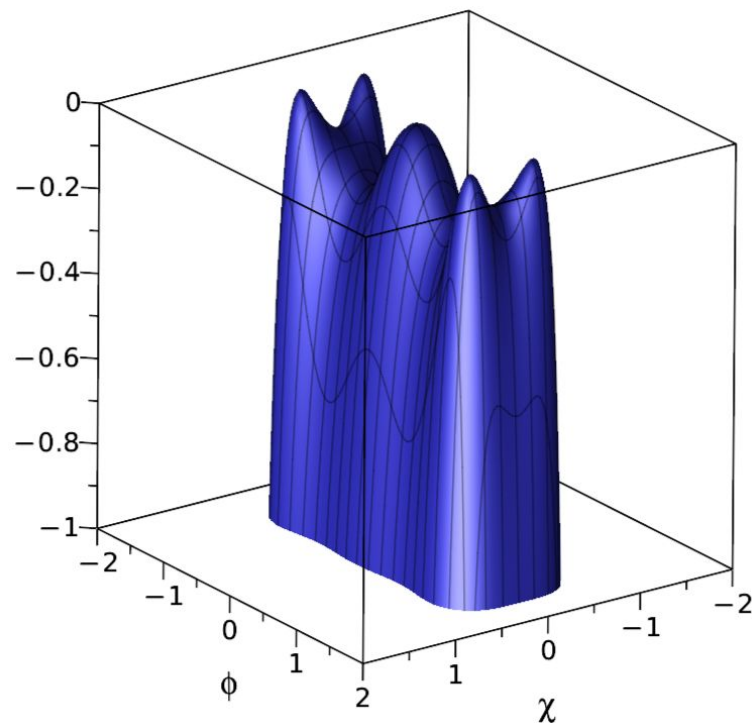
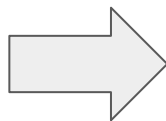
Процедура деформации

Деформация – процедура, позволяющая через задание деформирующей функции f находить решения и их потенциалы на основании кинков некоторой известной модели, без интегрирования уравнений движения. Если обозначить деформированные кинки волной, то связь между новыми и старыми решениями будет определяться формулой: $f(\tilde{\phi}(x), \tilde{\chi}(x)) = (\phi(x), \chi(x))$

Деформация потенциала с тремя минимумами

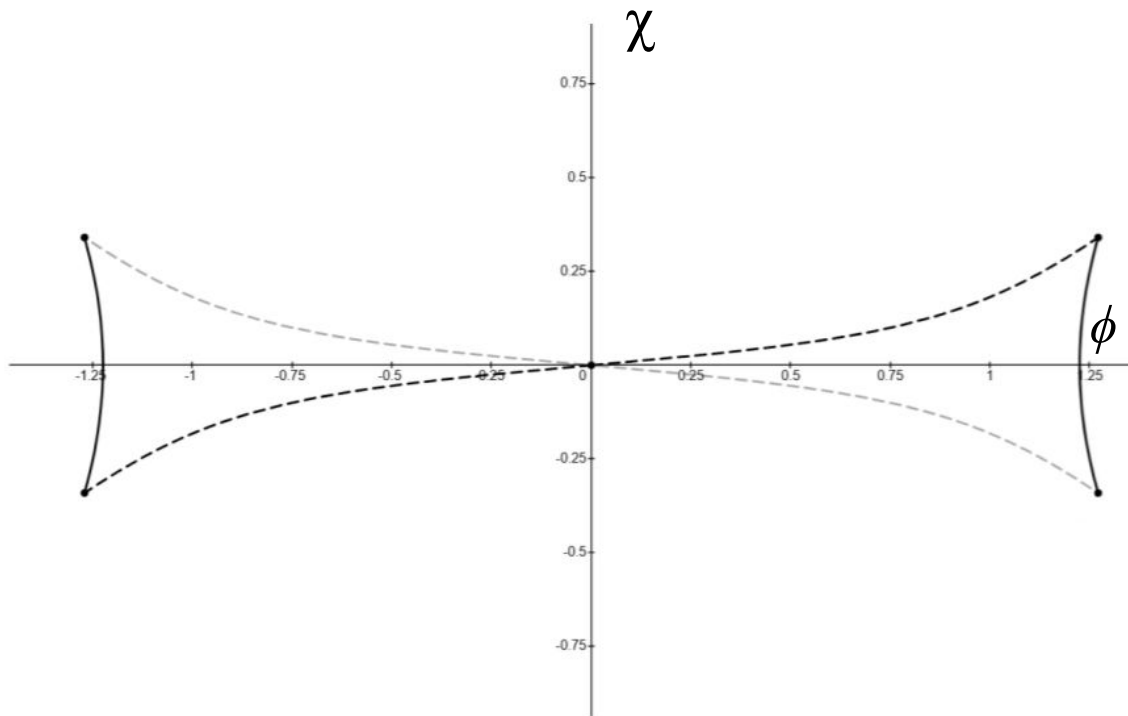
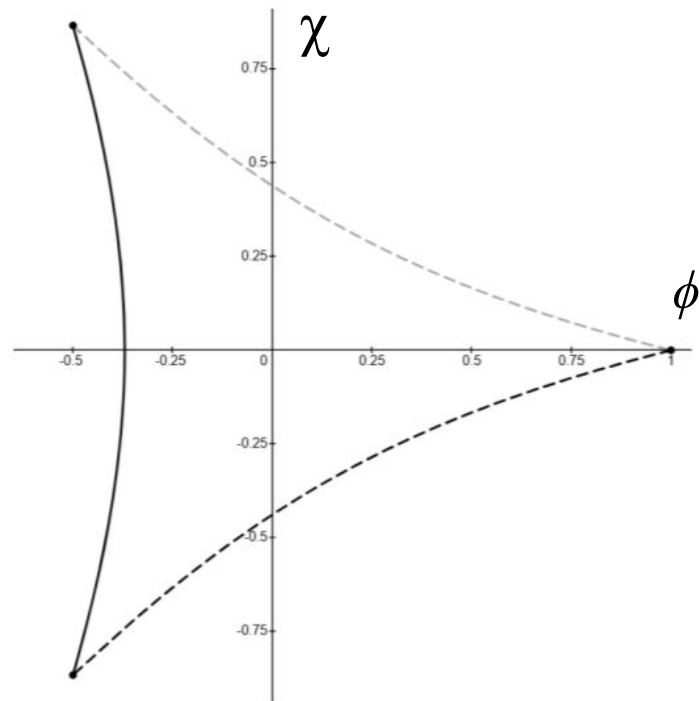


До деформации

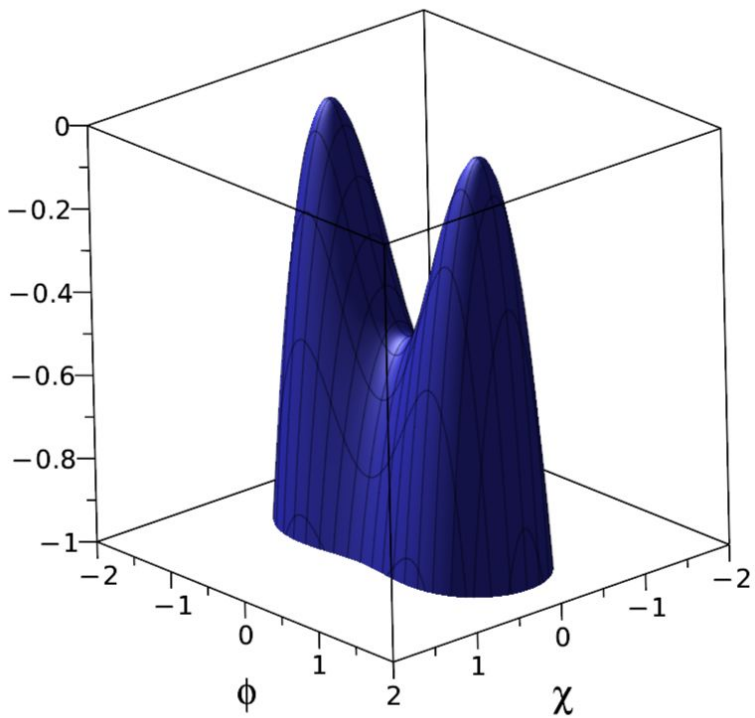


После деформации

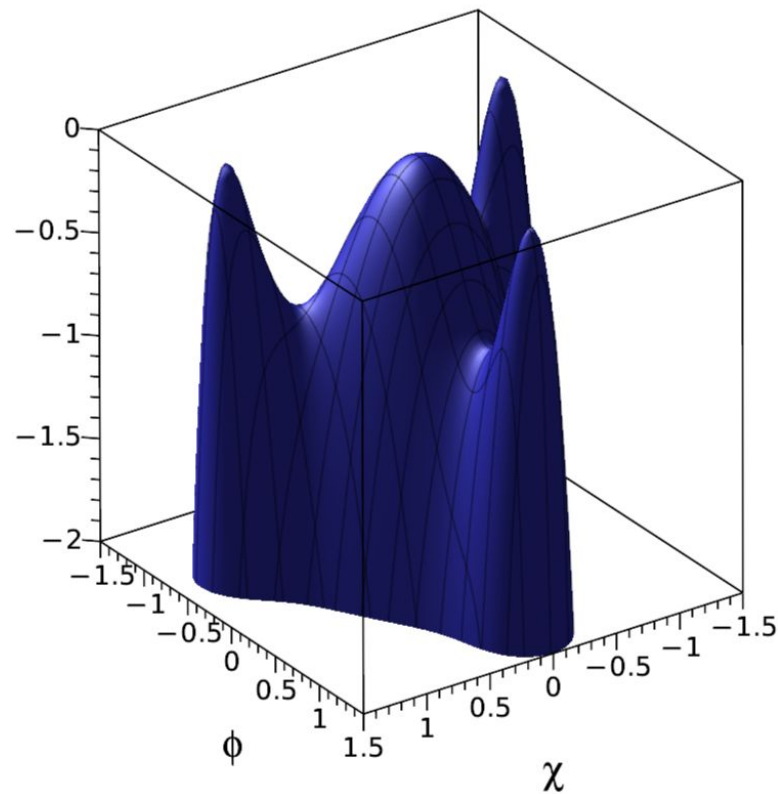
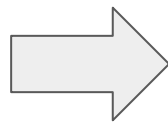
Деформация решений



Деформация потенциала с двумя минимумами

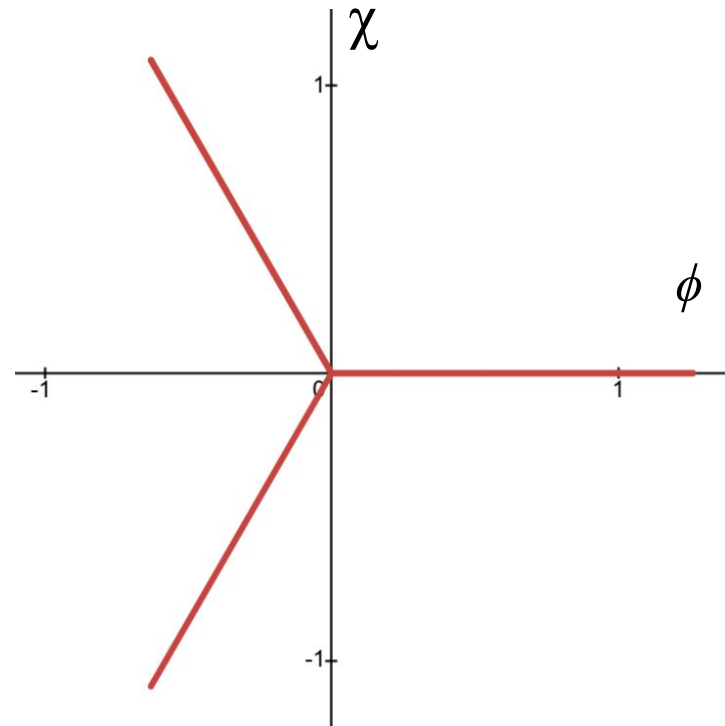
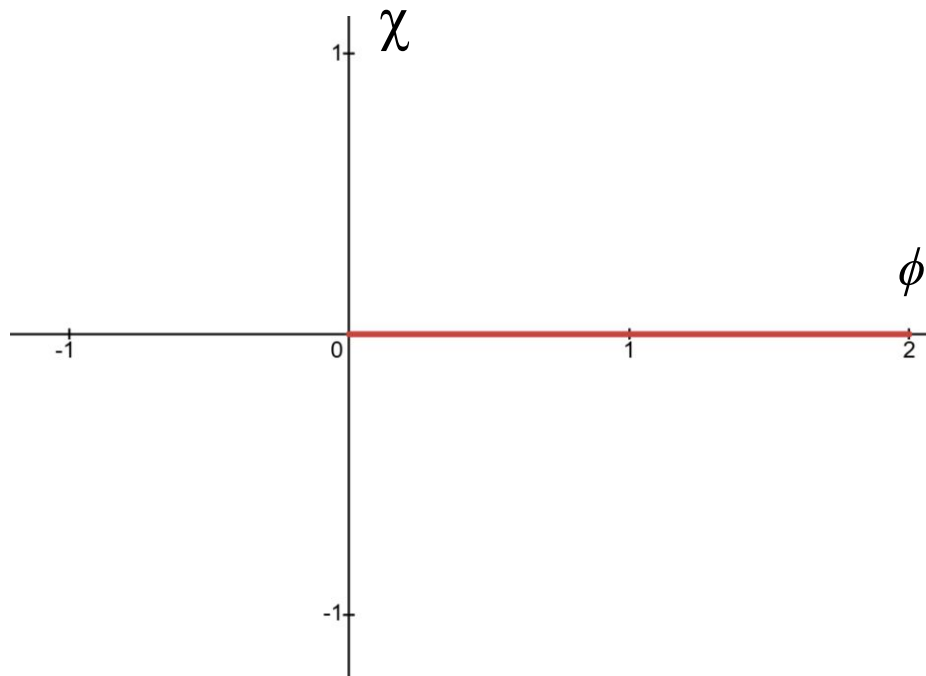


До деформации

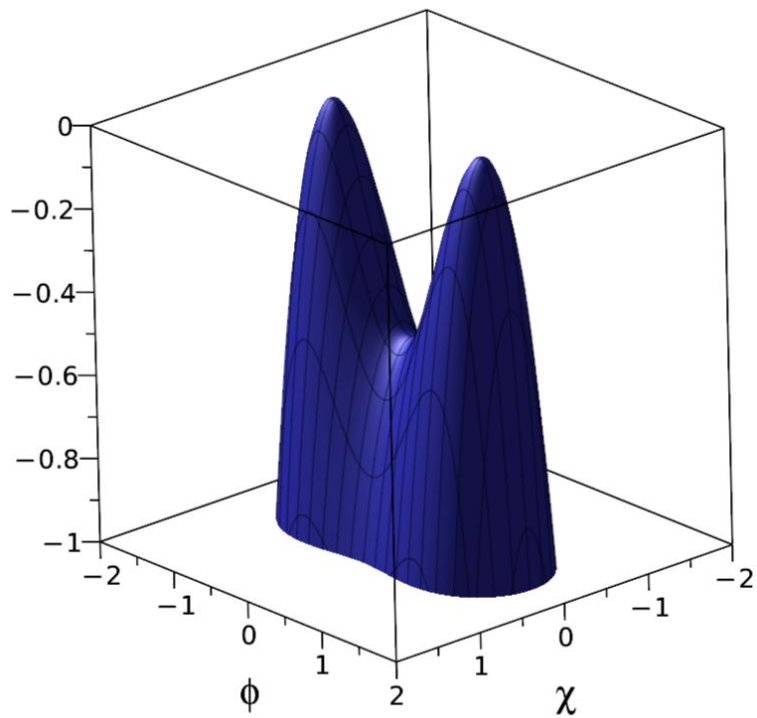


После деформации

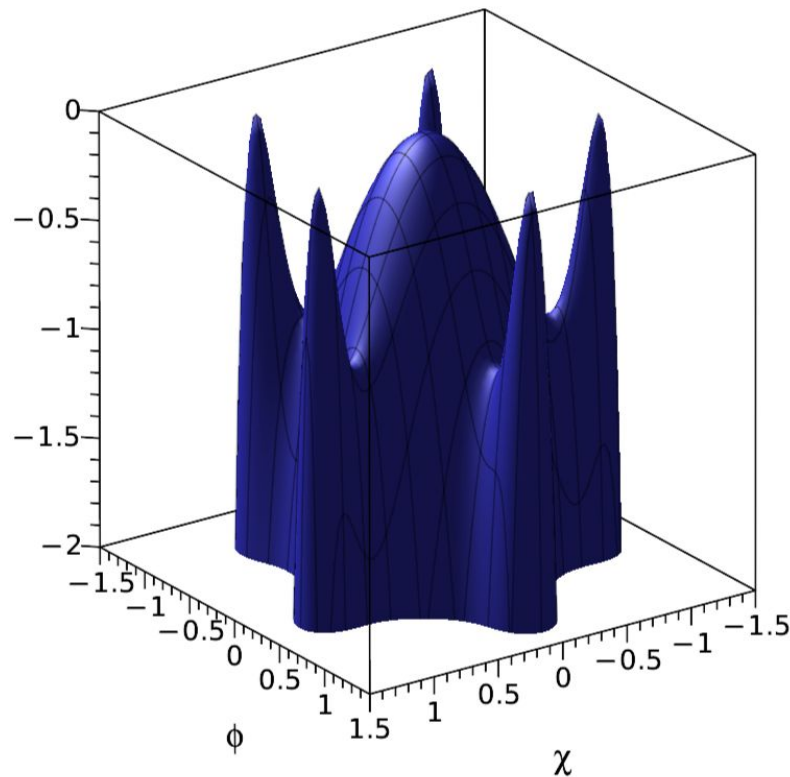
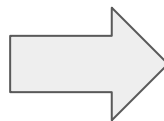
Деформация решений



Деформация потенциала с двумя минимумами

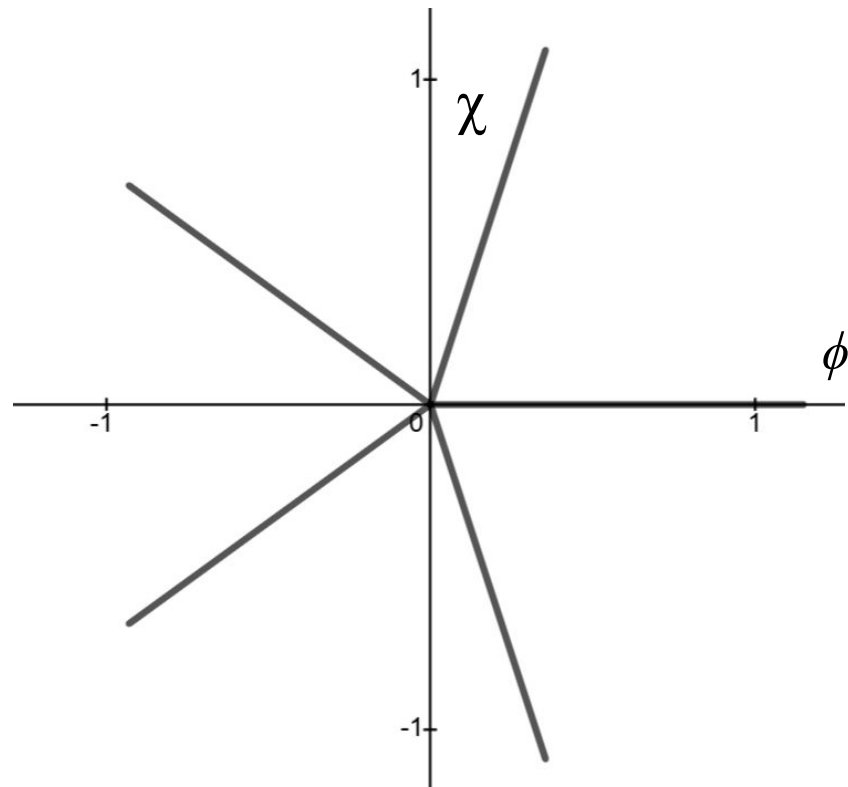
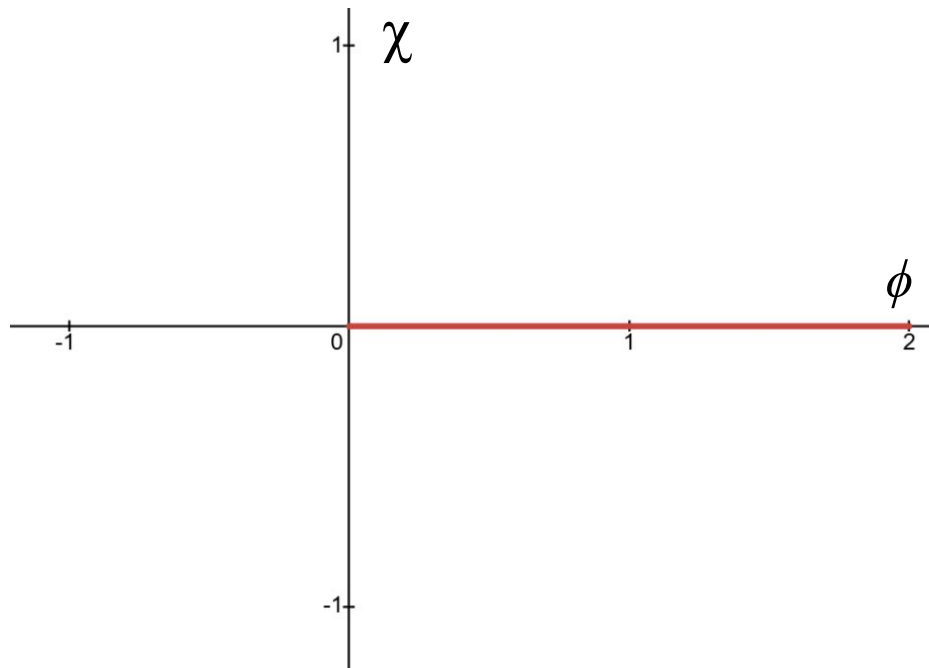


До деформации

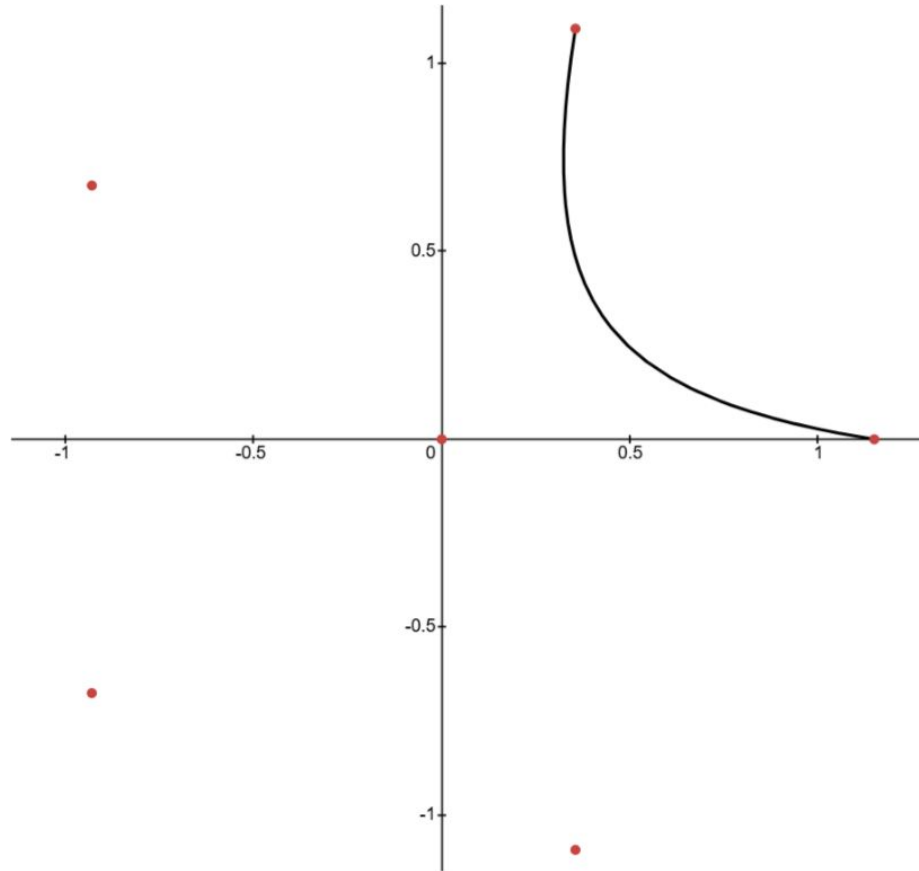


После деформации

Деформация решений



Новое решение, не являющееся образом кинка



В деформированных моделях могут возникать новые решения, не являющиеся образами кинков исходной модели.

В данном случае новые решения соединяют соседние пары минимумов потенциала, отмеченных красными точками.

Заключение

1. Использован метод комплексного суперпотенциала для поиска кинковых решений двухполевых моделей.
2. Применен метод деформации потенциала, позволяющий получать решения новых моделей без решения уравнений движения.

В дальнейшем планируется расширить метод на модели с бóльшим числом полей.

Спасибо за внимание