

Выпускная квалификационная работа

на тему:

ГАЛО СКРЫТОЙ МАССЫ ВОКРУГ ПЕРВИЧНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР

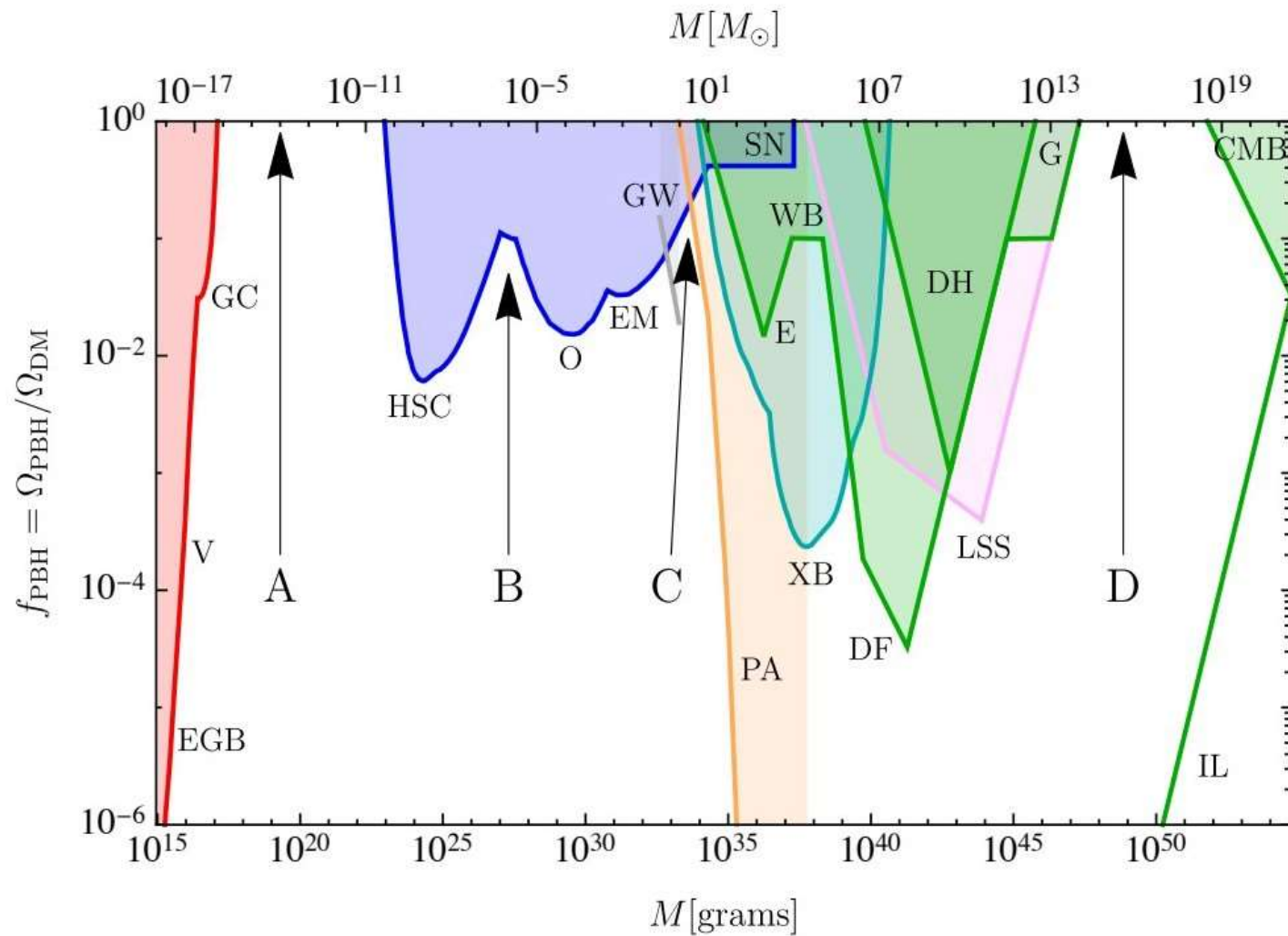
Научный руководитель: Стасенко Виктор
Дмитриевич, НИЯУ МИФИ

Студент: Кузнецова Ксения Максимовна

Введение

В большинстве космологических моделей холодная скрытая масса (СМ) является важной составляющей общей плотности массы Вселенной. Важное же свойство первичных черных дыр (ПЧД) состоит в том, что они генерируют флуктуации плотности, в результате чего вокруг них аккумулируется гало скрытой масса. В работе изучена эволюция гало СМ вокруг ПЧД и проанализированы динамические эффекты, возникающие при взаимодействии ПЧД с гало и звездой в двойных системах.

Введение



Carr B., Kühnel F. Primordial black holes as dark matter candidates // SciPostPhysics Lecture Notes. — 2022. — arXiv:2110.02821 [astro-ph.CO]

Получение уравнения

Уравнение движения для оболочки радиуса r :

$$\ddot{r} = -\frac{8\pi G}{3}\rho_R - \frac{GM_{TOT}}{r^2} \quad (1)$$

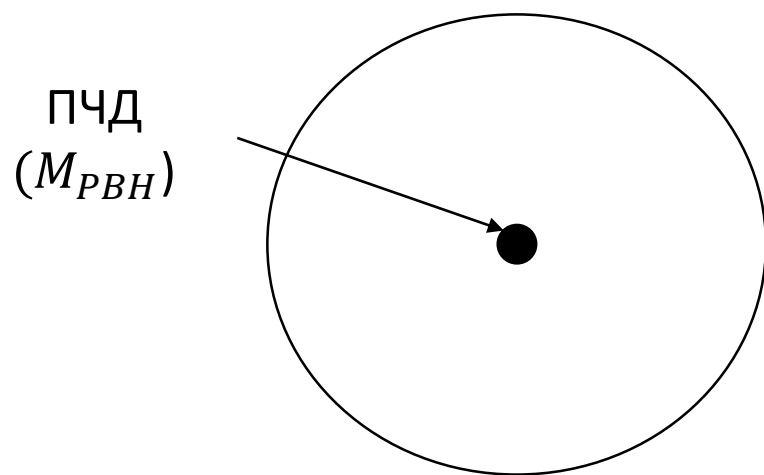
Замены переменных:

$$\begin{aligned} r &= a(\eta)R_\xi(\eta)\xi & \Phi(\xi) &= \delta\rho_M/\rho_M \\ x &\equiv a/a_{eq} & d\eta &= dt/a(t) \end{aligned}$$

Уравнение (1) примет вид:

$$x(1+x)\frac{d^2R}{dx^2} + \left(1 + \frac{3}{2}\right)\frac{dR}{dx} + \frac{1}{2}\left(\frac{1+\Phi}{R^2} - R\right) = 0 \quad (2)$$

Гало скрытой массы (M_{DM})



Полная масса:
 $M_{TOT} = M_{PBH} + M_{DM}$

G – гравитационная постоянная;
 M_{TOT} – полная масса материи;
 ρ_R – плотность излучения;
 ρ_M – плотность материи;
 η – конформное время;
 $a(\eta)$ – масштабный фактор;
 $R_\xi(\eta)$ – отклонение оболочки от
Хаббловского потока;
 Φ – превышение над однородным фоном;
 ξ – сопутствующий размер оболочки;

Численное решение

Условие остановки роста флуктуации:

$$\dot{r} = 0 \Leftrightarrow R + x \frac{dR}{dx} = 0 \quad (3)$$

Начальные условия:

$$R(x_0) = 1 \quad \dot{R}(x_0) = 0$$
$$x_0 \ll 1 \quad (4)$$

Параметр уравнения (2):

$$\Phi(\xi) \equiv \frac{\delta \rho_M}{\rho_M} = \frac{M_{PBH}}{M_{DM}} \quad (5)$$

M_{DM} - скрытая масса;

M_{PBH} - масса первичной черной дыры (ПЧД);

ρ_M - плотность материи;

R – отклонение оболочки от

Хаббловского потока;

Φ – превышение над однородным фоном;

ξ - сопутствующий размер оболочки;

M – масса внутри оболочки радиуса r ;

R_{ta} – отклонение оболочки от

Хаббловского потока на момент остановки;

x_{ta} – масштабный коэффициент на момент остановки;

ρ_{ta} – плотность материи на момент остановки;

Численное и аналитическое решения

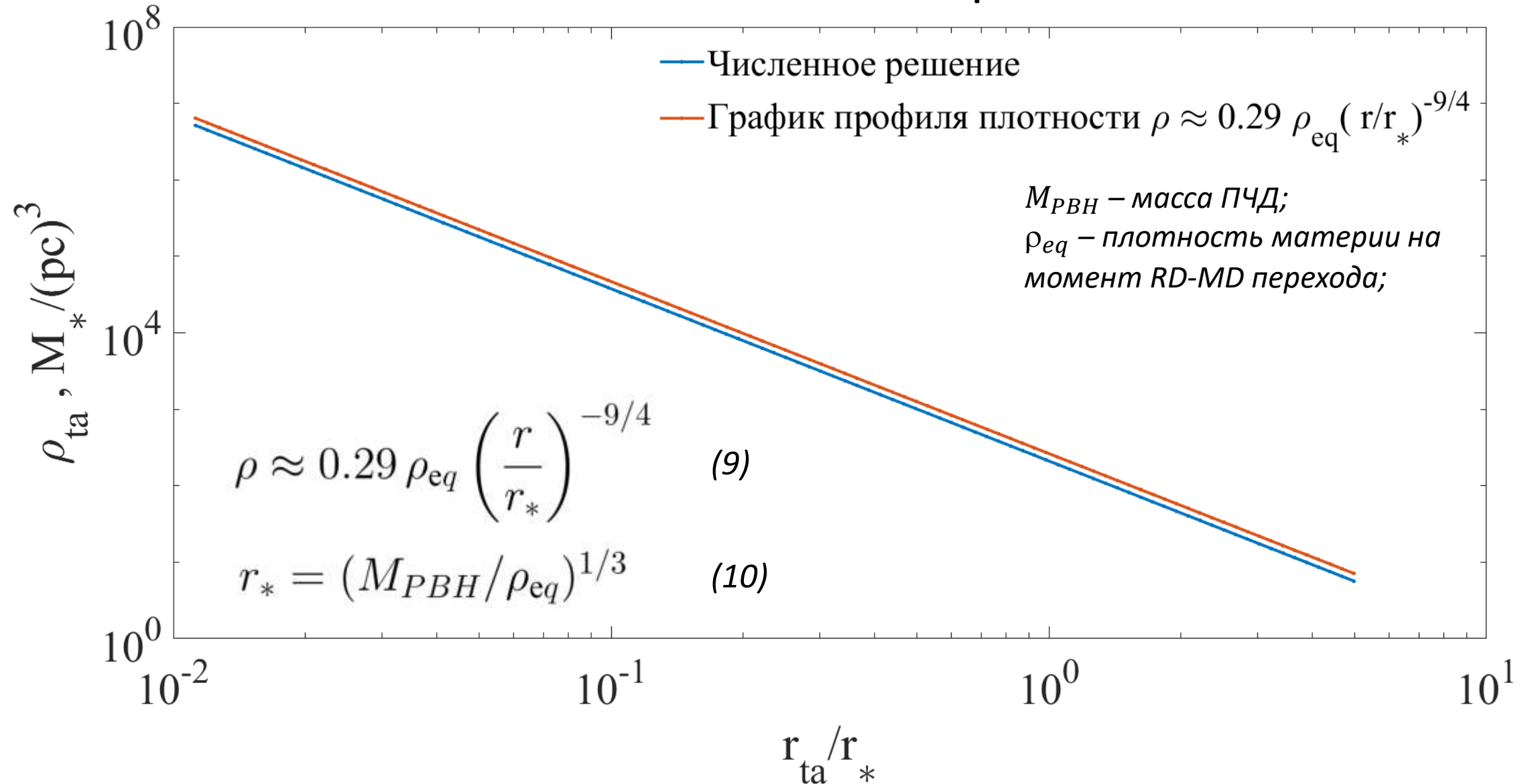


Рисунок 2. График профиля плотности сферической оболочки материи.

Остановка роста гало

Масса гало скрытой массы:

$$M_h \approx M_{PBH} \frac{1 + z_{eq}}{1 + z} \quad (11)$$

Доля материи в структурах с массой большей, чем M_h :

$$P_{inf}(M > M_h) = 1 - \text{erf} \left(\frac{\delta_c}{\sqrt{2}\sigma(M_h)} \right) \quad (12)$$

Доля массы, которая аккумулируется вокруг ПЧД:

$$P_{PBH} = \frac{M_h f_{PBH}}{M_{PBH}} \quad (13)$$

$$P_{PBH}(M_h(z)) = P_{inf}(M_h(z)) \quad (14)$$

M_{PBH} – масса ПЧД;

$z_{eq} = 3402$ – красное смещение на момент RD-MD перехода;

$\delta_c = 1.69$ - флуктуация плотности;

M_h – масса гало;

P_{inf} – доля материи в структурах массой больше, чем M_h ;

f_{PBH} – доля ПЧД в составе скрытой массы;

Остановка роста гало

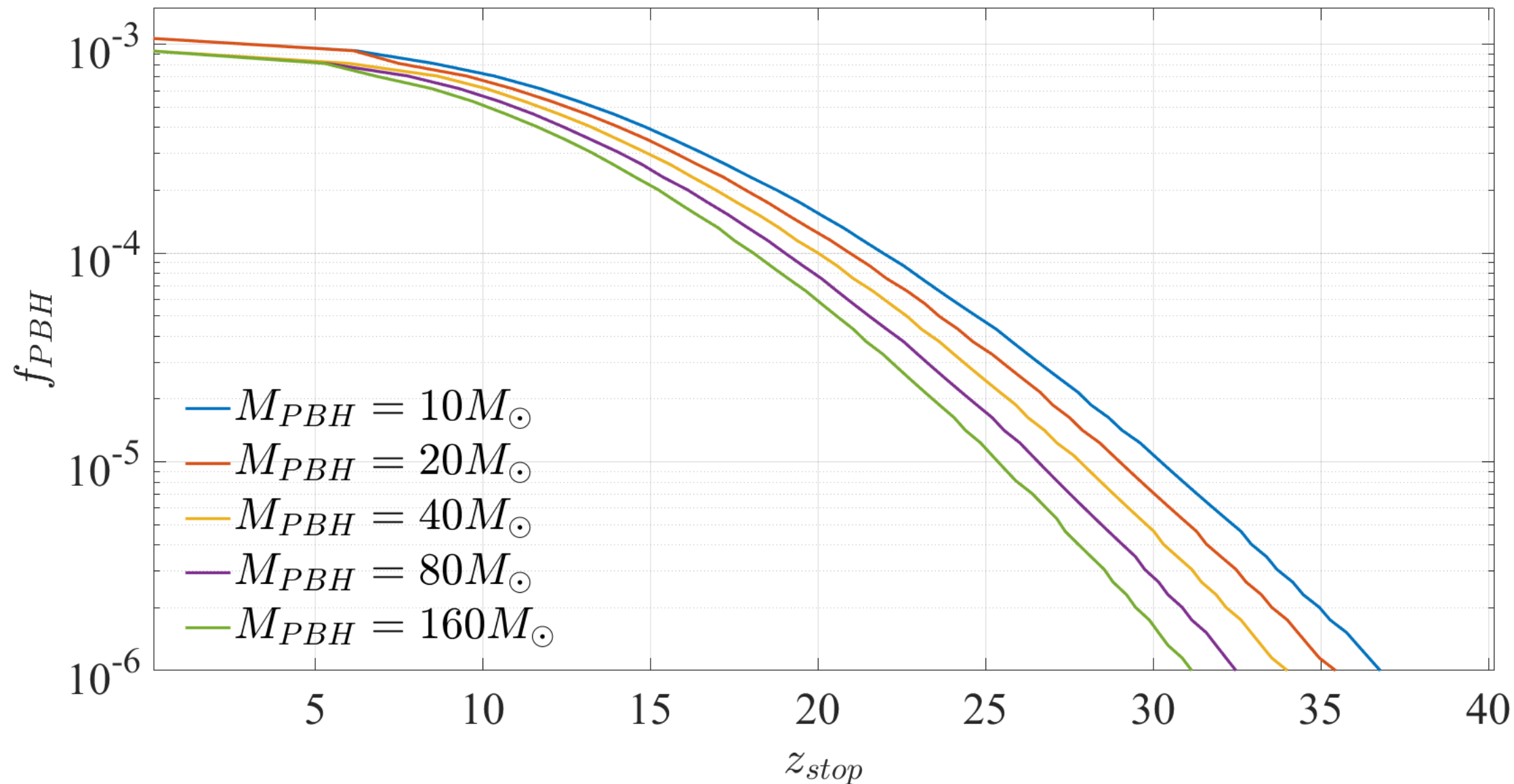
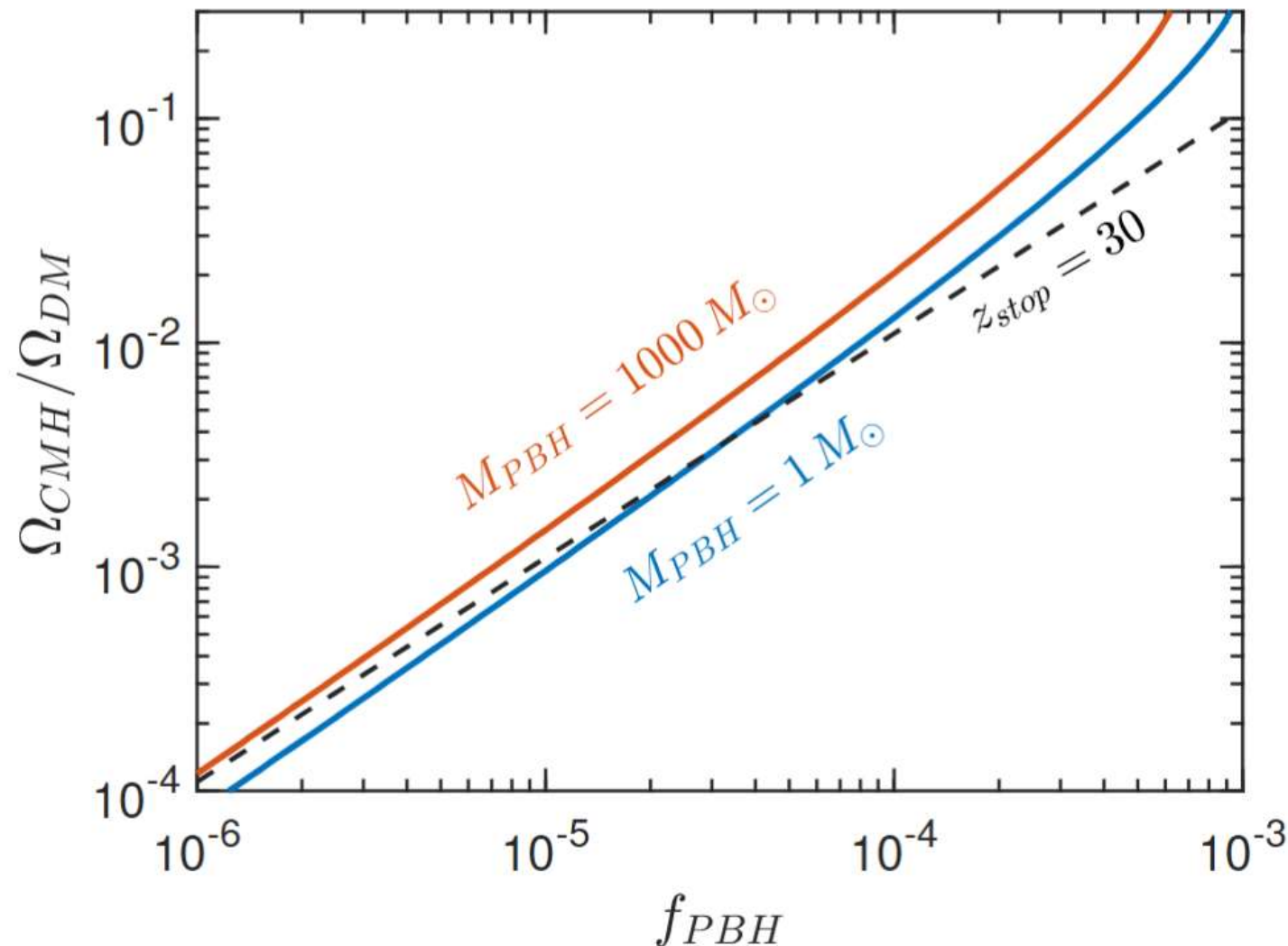


Рисунок 4. График зависимости параметра f_{PBH} от момента остановки роста гало z_{stop} .

Остановка роста гало



$$\frac{\Omega_{CMH}}{\Omega_{DM}} = f_{PBH} \frac{1 + z_{eq}}{1 + z_{stop}} \quad (15)$$

f_{PBH} – доля ПЧД в составе скрытой массы;

$\frac{\Omega_{CMH}}{\Omega_{DM}}$ – доля компактных гало в составе скрытой массы;

Рисунок 5. График зависимости доли компактных гало в составе скрытой массы $\frac{\Omega_{CMH}}{\Omega_{DM}}$ от f_{PBH} .

Взаимодействие звезды с гало вокруг ПЧД

Угол прецессии орбиты звезды за время одного оборота:

$$\delta\phi = \frac{\partial}{\partial L} \left(\frac{2m}{L} \int_0^\pi r^2(\phi) \delta U d\phi \right) \quad (16)$$

$$\rho \approx 0.29 \rho_{eq} \left(\frac{r}{r_*} \right)^{-9/4} \quad (9)$$

$$r_* = (M_{PBH} / \rho_{eq})^{1/3} \quad (10)$$

Поправка к потенциалу в случае профиля плотности (9):

$$\delta U = -\frac{64\pi G}{3} 0.29 \rho_{eq} r_*^2 \left(\frac{r}{r_*} \right)^{-1/4} \quad (17)$$

Угол прецессии орбиты в случае профиля плотности (9):

$$\delta\phi = -\frac{4\pi^2 0.29 \rho_{eq} r_*^{9/4} p^{3/4}}{(1-e)^{7/4} M_{PBH}} F\left(7/4, \frac{3}{2}; 3; -\frac{2e}{1-e}\right) \quad (18)$$

L – угловой момент звезды;

m – масса звезды;

ρ_{eq} – плотность материи на момент RD-MD перехода;

δU – малая поправка к потенциалу ПЧД;

R_{min} – минимальный радиус, до которого дотянется профиль плотности;

M_{PBH} – масса ПЧД;

G – гравитационная постоянная;

Взаимодействие звезды с гало вокруг ПЧД

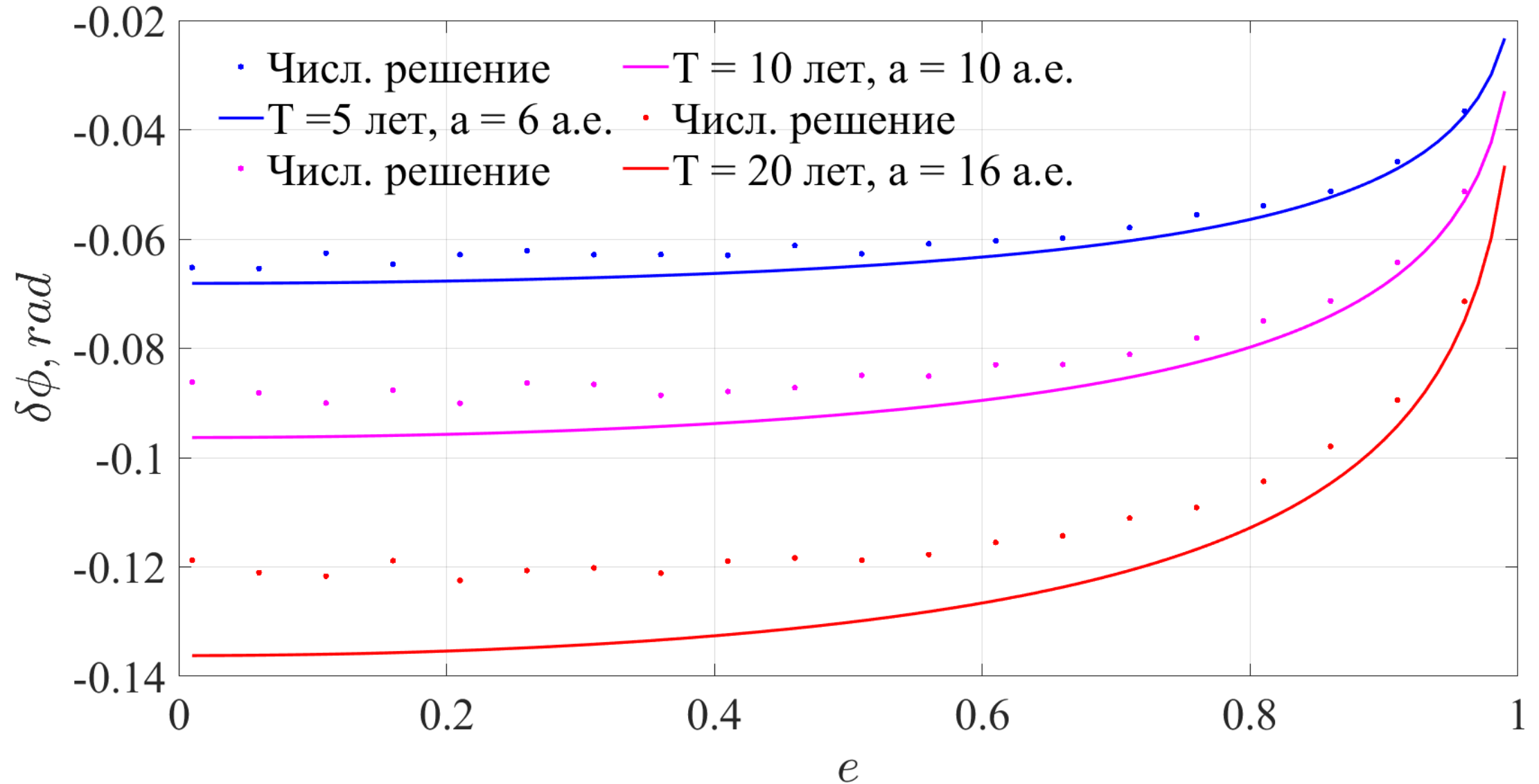


Рисунок 6. График зависимости угла прецессии $\delta\phi$ от эксцентриситета орбиты звезды e .

Взаимодействие звезды с гало вокруг ПЧД

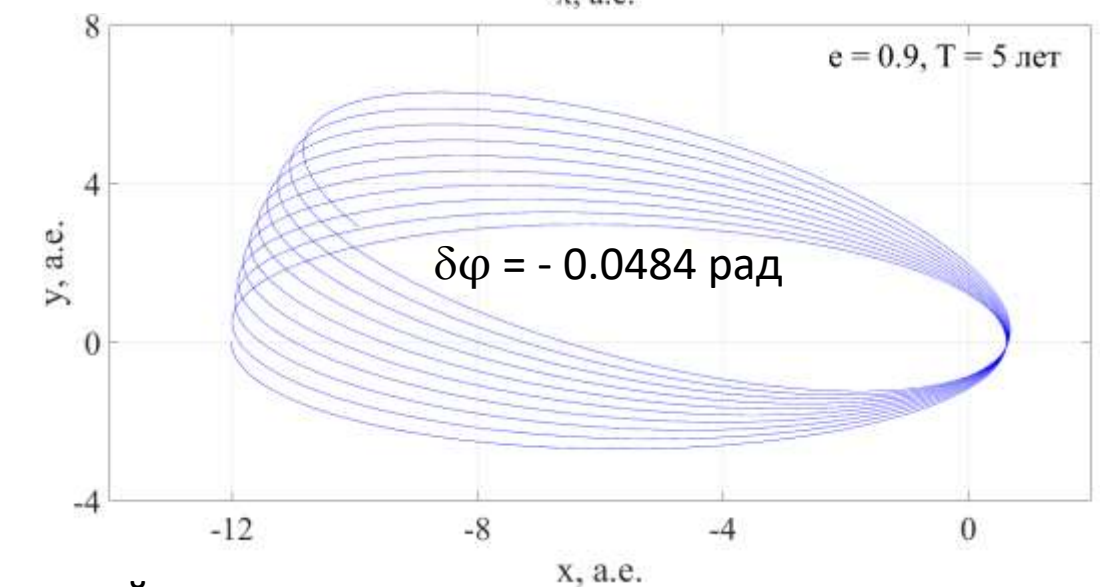
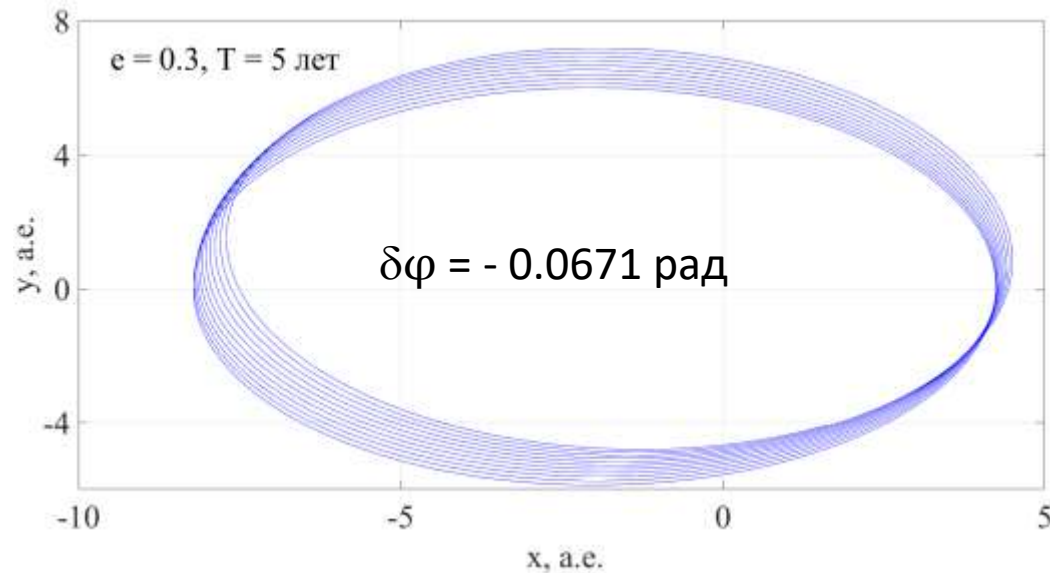
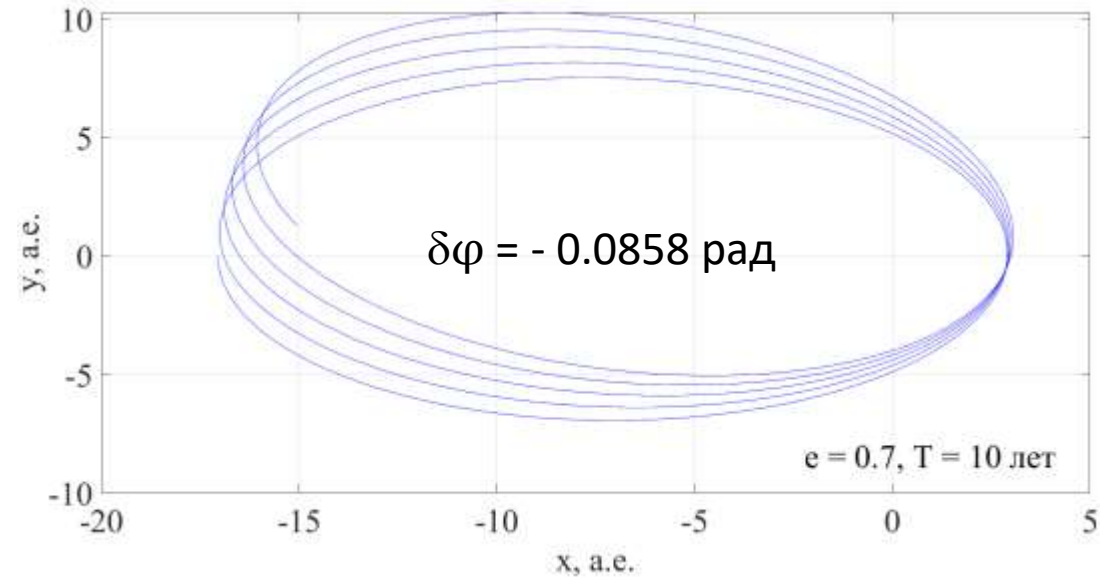
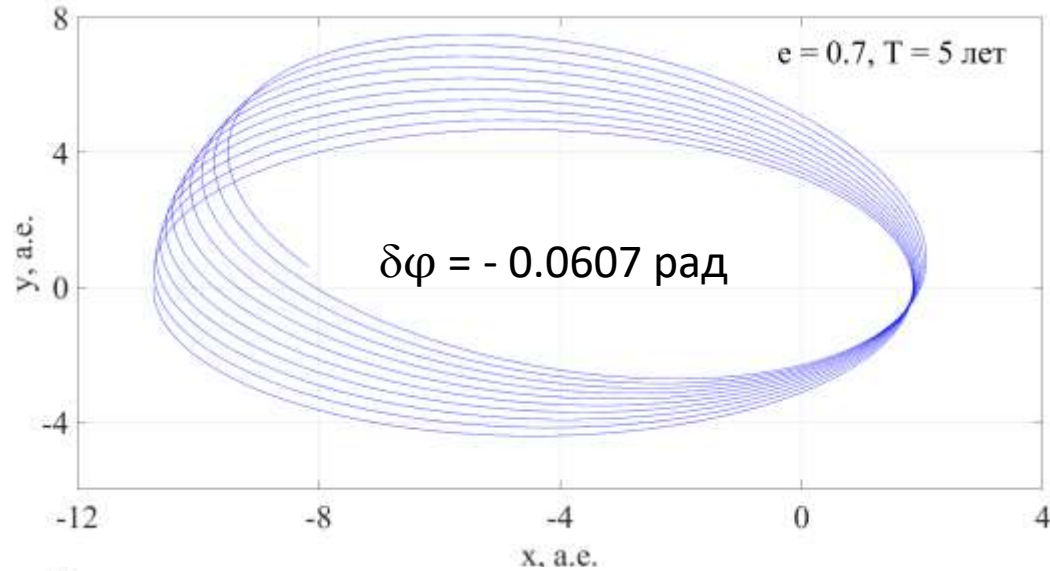


Рисунок 7. Прецессии орбиты звезды для различных значений эксцентриситета e и периода обращения орбиты T .

Заключение

В данной работе было получено численное решение уравнения (2), описывающего эволюцию оболочки СМ вокруг ПЧД. Была найдена аналитическая формула профиля плотности сферической оболочки (9), которая отражает зависимость, полученную при численном решении (рис. 2).

Из решения уравнения (14) был определен момент остановки роста гало СМ вокруг ПЧД и построен график (рис. 4), показывающий зависимость параметра f_{PBH} от момента остановки роста гало для различных масс ПЧД.

Также для профиля плотности (9) были найдены формула, описывающая поправку к потенциалу точечной массы ПЧД, возникающую в присутствии гало СМ вокруг нее, и формула, выражающая угол прецессии, возникающей из-за этой поправки (17-18). Для полученного угла прецессии был построен график зависимости от эксцентриситета орбиты (рис.6).

Спасибо за внимание!

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Zel'dovich Y. B., Novikov I. The Hypothesis of Cores Retarded during Expansion and the Hot Cosmological Model // Soviet Astronomy. — 1966.
2. Carr B. J., Hawking S. W. Black holes in the early Universe // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 1974. — T. 168. — C. 399—415.
3. Hawkins M. R. S. The case for primordial black holes as dark matter: Primordial black holes as dark matter // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2011. — T. 415, № 3. — C. 2744—2757.
4. Carr B., Kühnel F. Primordial black holes as dark matter candidates // SciPost Physics Lecture Notes. — 2022.
5. Observational Evidence for Primordial Black Holes: A Positivist Perspective / B. Carr [и др.]. — 2023. — arXiv: 2306.03903 [astro-ph.CO].
6. The Gaia mission / T. Prusti [и др.] // Astronomy & Astrophysics. — 2016. — T. 595. — A1.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

7. Three-body exchanges with primordial black holes / B. Bhalla [и др.] // Phys. Rev. D. — 2025. — Т. 111, вып. 4. — С. 043029.25
8. Constraints on primordial black holes / B. Carr [и др.] // Rept. Prog.Phys. — 2021. — Т. 84, № 11. — С. 116902. — arXiv: 2002 . 12778[astro-ph.CO].
9. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger /B. Abbott [и др.] // Physical Review Letters. — 2016. — Т. 116, № 6.
10. Kolb E. W., Tkachev I. I. Large-amplitude isothermal fluctuations and high-density dark-matter clumps // Phys. Rev. D. — 1994. — Т. 50, вып.2. — С. 769—773.
11. Докучаев В. И., Ерошенко Ю. Н. Взвешивание темной материи в центре Галактики // Письма в ЖЭТФ. — 2015. — Т. 101. — С. 875—880.
12. Ландау Л., Лифшиц Е. Теоретическая физика: Том 1. Механика. — ФИЗМАЛИТ, 2013.

Дополнительные слайды

Численное решение

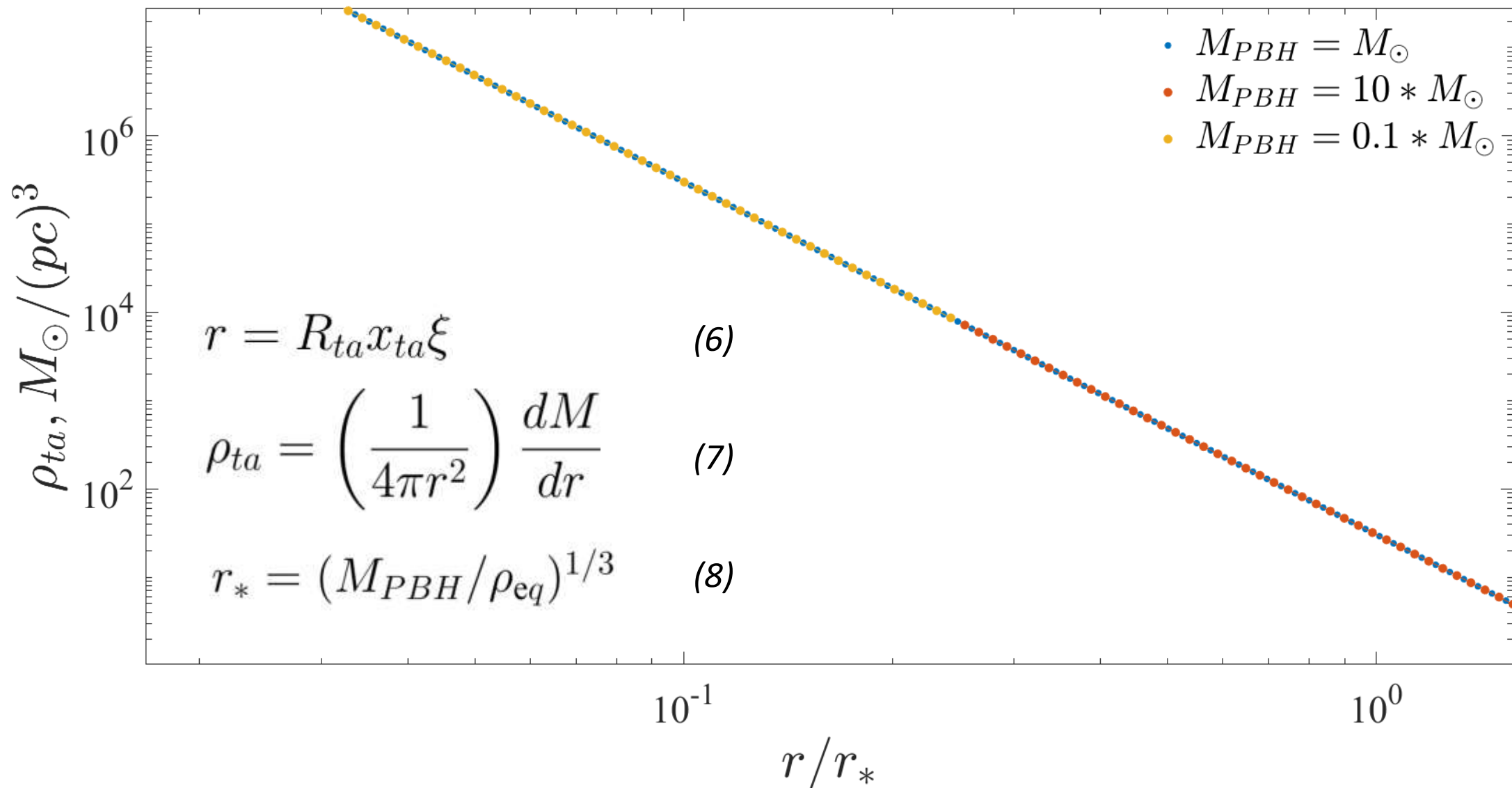


Рисунок 1. График профиля плотности сферической оболочки материи.

Остановка роста гало

$$M_{PBH} = 1M_{\odot}$$

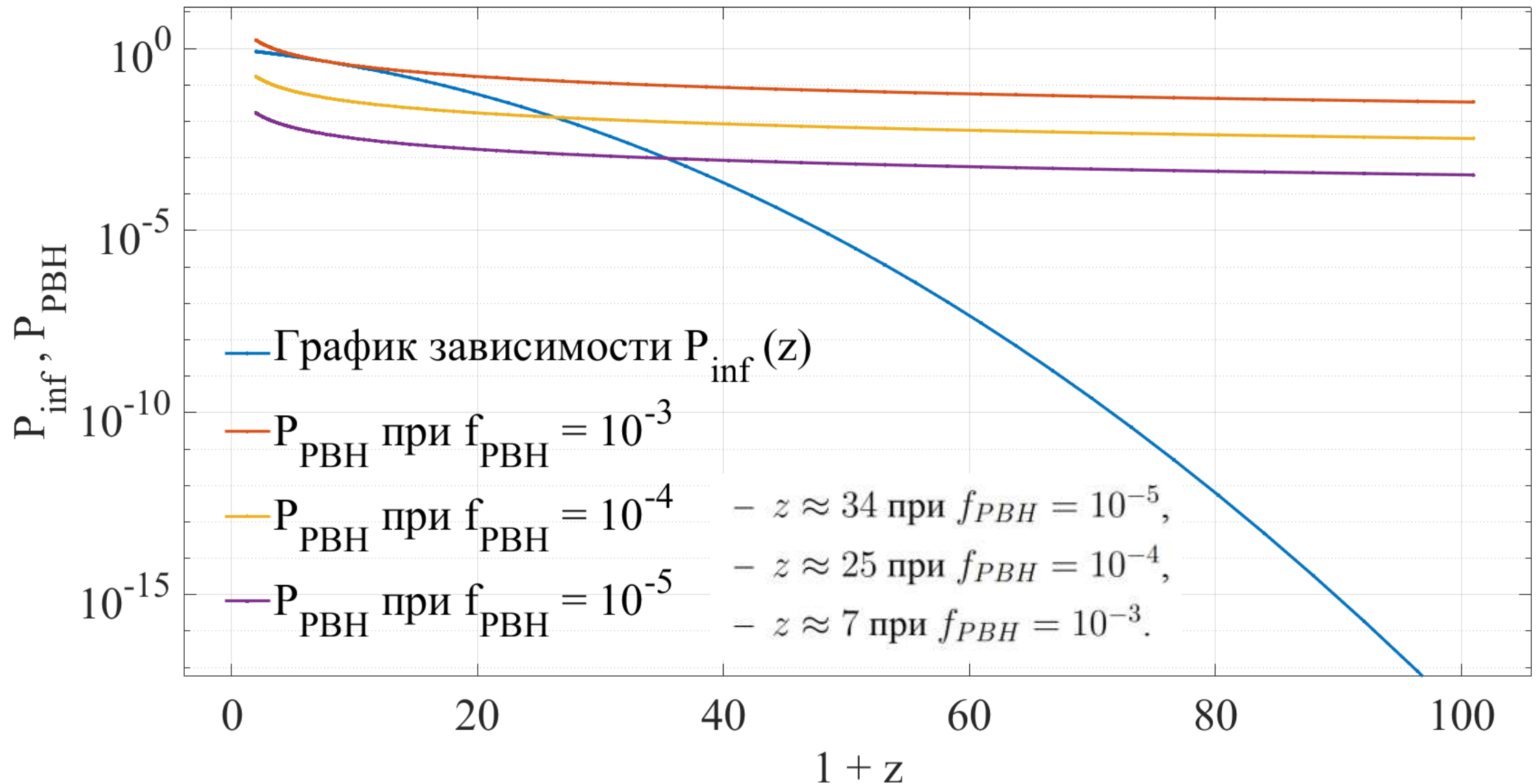


Рисунок 3. Графическое решения уравнения (14).