

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ ТЕМНЫХ АТОМОВ В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ

Полянский Денис Евгеньевич

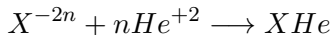
НИЯУ «МИФИ»

Научный руководитель д.ф. - м.н., проф. М. Ю. Хлопов

Защита ВКР

Москва, 24 июня 2025 г.

В данной работе рассматривается сценарий составной скрытой массы с участием гипотетически стабильных частиц X с зарядом $-2n$.



при $T = 10 - 100$ кэВ.

Согласно результатам, полученным на эксперименте ATLAS, нижнее ограничение на массу частицы X составляет около 1 ТэВ [1].

Целью данной работы является изучение составной скрытой массы и её связанных состояний в период первичного нуклеосинтеза.

Требуется анализ реакций с участием данных частиц и расчёты концентраций новых состояний.

XHe и его структура

При $n = 1$ связанное состояние выглядит как атом Бора с отрицательно заряженной частицей в центре и ядром nHe, движущимся по боровской орбите.

При $n > 1$ состояние выглядит как атом Томсона, в котором nHe совершает колебания вокруг тяжелой отрицательно заряженной частицы.

Потенциал взаимодействия в зависимости от расстояния r между центрами:

$$U_{\text{XHe}}(r) = \begin{cases} -\frac{4e^2n^2}{2R} \left(3 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right), & r < R \\ -\frac{4e^2n^2}{r}, & r > R \end{cases} \quad (1)$$

Расчёты в [2] показывают, что амплитуда таких колебаний будет $\sim 10^{-16}$ см, при этом размеры "тёмного" атома $R > 10^{-13}$ см. Это свидетельствует об устойчивости системы XHe.

Условия на столкновительность XHe

Характерное время взаимодействия τ меньше времени расширения:

$$\tau = \frac{1}{vn_X\sigma} < t, \quad (2)$$

где $\sigma = \pi R^2$ – эффективное сечение,

$R = 1.2 \cdot 10^{-13} (4n)^{\frac{1}{3}}$ фм – радиус атома XHe,

$v = \sqrt{\frac{3T}{m_X}}$ – тепловая скорость XHe,

$t = 1.7 \left(\frac{1 \text{ МэВ}}{T} \right)^2$ с – время расширения Вселенной,

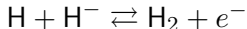
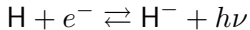
n_X – концентрация скрытой массы.

Подставляя, можно получить условие на температуру столкновительности: ($m_X = 1$ ТэВ):

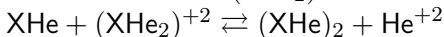
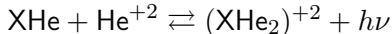
$$T \gtrsim \frac{m_X}{n^{\frac{4}{9}}} \cdot 1.1 \cdot 10^{-8} = \frac{11 \text{ кэВ}}{n^{\frac{4}{9}}} \quad (3)$$

Образование связанных состояний XHe

В нулевом приближении для образования связанных состояний XHe можно привести аналогию с образованием молекулы H₂:



Тогда по аналогии:



Сечение фоторасщепления [3]:

$$\sigma(\nu) = \frac{6.85 \cdot 10^{-18} \gamma k^3}{(1 - \gamma \varrho)(\gamma^2 + k^2)^3} \text{ см}^2, \quad (4)$$

где k - волновое число отщеплённого электрона (в нашем случае He),
 $\gamma \approx 0.0013$ - параметр, связанный со сродством водорода к электрону,
и $\varrho \approx 2.646$ - эффективная дальность (в случае $n = 1$). γ и ϱ
выражены в а.е.м.

Численный расчёт α_9 и α_4 для $n = 1$

В [3] можно взять коэффициент скорости фоторасщепления:

$$\alpha_9 = \int_{\nu_1}^{\infty} \frac{4F_{\nu}\sigma(\nu)d\nu}{h\nu}. \quad (5)$$

Где $F_{\nu} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$ - поток излучения А.Ч.Т., выраженный через формулу Планка.

Коэффициент скорости образования:

$$\alpha_4 = \int_0^{\infty} \left(\frac{m_{\text{He}}}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_{\text{He}}v^2}{2kT}} v\sigma(v)4\pi v^2 dv. \quad (6)$$

Где $\sigma(v) = \frac{1}{2} \left(\frac{h\nu}{mvc} \right)^2 \frac{\sigma(\nu)}{e^{\frac{-h\nu}{kT}}}$ - сечение захвата.

Скорости фоторасщепления и образования ($n = 1$)

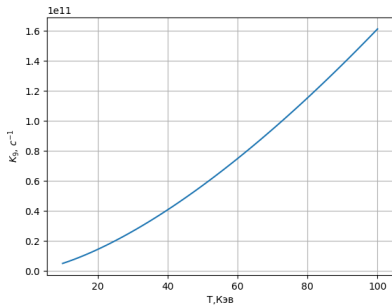


Рисунок 1 - Коэффициент скорости фоторасщепления K_9 при $n = 1$

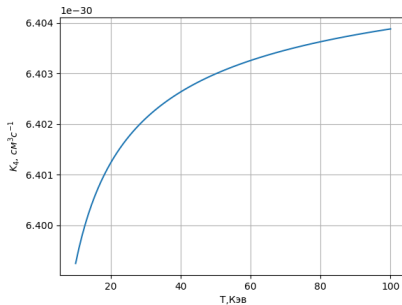


Рисунок 2 - Коэффициент скорости образования K_4 при $n = 1$

Численный расчёт α_9 и α_4 для $n > 1$ (Атом Томсона)

Для атома Томсона расчет параметров γ, ϱ производится иначе.
Теперь энергию связи представим через формулу Вайцзеккера:

$$E(A, Z) = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(A/2 - Z)^2}{A} + \frac{a_5}{A^{3/4}} \quad (7)$$

Тогда :

$$\gamma(n) = E(4(n+1), 2(n+1)) - E(4n, 2n) = \quad (8)$$

$$= 4a_1 + 2 \cdot 2^{1/3} a_2 \left(n^{2/3} - (n+1)^{2/3} \right) - 2 \cdot 2^{1/3} a_3 \left((n+1)^{5/3} - n^{5/3} \right) \quad (9)$$

В [2] при численном моделировании для небольших $n = 2 - 5$ параметр эффективной дальности остаётся порядка $\varrho(n) \sim 2 - 3$ а.е.

Скорости фоторасщепления и образования ($n > 1$)

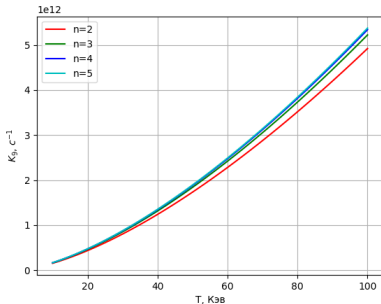


Рисунок 3 - Коэффициент скорости фоторасщепления $K_9(n)$ при $2 \leq n \leq 5$

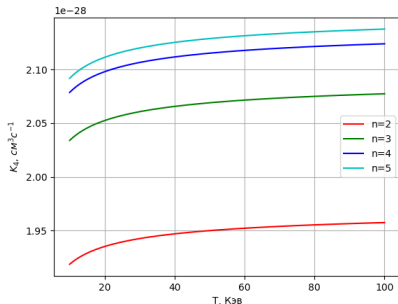


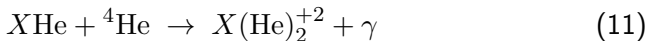
Рисунок 4 - Коэффициент скорости образования $K_4(n)$ при $2 \leq n \leq 5$

Скорость реакции образования состояния:

$$\frac{dn_{(\text{XHe})^{+2}}}{dt} = K_4 \cdot n_{\text{XHe}} n_{\text{He}} - K_9 \cdot n_{(\text{XHe})^{+2}} \quad (10)$$

Определение концентрации $X(\text{He})_2^{+2}$ в ранней Вселенной

Реакция радиационного захвата второй α -частицы на орбиту X:



Базовый случай рассматривается в [4].

$$\sigma v = \frac{f \pi \alpha}{m_p^2} \frac{3}{\sqrt{2}} \left(\frac{Z}{A}\right)^2 T \sqrt{\frac{1}{A m_p E}}, \quad (12)$$

где

- $f \simeq 10^{-3}$ — параметр изоспинового подавления,
- Z и A — заряд и массовое число ядра-мишени (He),
- E — энергия конечного состояния.

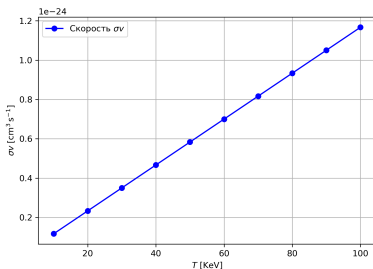


Рисунок 5 - Зависимость коэффициента скорости реакции σv от температуры без учёта бозонной структуры He

Уравнение Хартри-Фока для бозонного случая

Для учёта бозонной структуры нужно получить волновую функцию второго гелия на орбите X.

Уравнение Хартри-Фока для N_b идентичных бозонов [5]:

$$\left[-\frac{\Delta}{2} - \frac{Z}{r} + (N_b - 1) \int d^3r' \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right] \chi_j(\mathbf{r}) = E_j \chi_j(\mathbf{r}), \quad (13)$$

где $\rho(\mathbf{r}') = \sum_k |\chi_k(\mathbf{r}')|^2$, $\chi_j(\mathbf{r})$ -волновая функция j-го бозона.

Добавляется ядерное α - α взаимодействие [6].

$$V_{\alpha\alpha}(r) = V_R e^{-r^2/R_R^2} + V_A e^{-r^2/R_A^2}, \quad \begin{cases} V_R = +457 \text{ МэВ}, & R_R = 0.70 \text{ фм}, \\ V_A = -75 \text{ МэВ}, & R_A = 1.45 \text{ фм}, \end{cases} \quad (14)$$

где V_R, R_R - константы отталкивания; V_A, R_A - константы притяжения.

Численное решение уравнения Хартри-Фока

Производится переход к безразмерной s -волне $u(r) = r \chi(r)$.

Итоговое уравнение:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_{He}} \frac{d^2}{dr^2} - \frac{4\alpha\hbar c}{r} + U_H(r) + V_{\alpha\alpha}(r) \right] u(r) = E u(r) \quad (15)$$

Производится численное моделирование:

Энергия связи (одно ядро):

$$E = -1.03 \pm 0.05 \text{ МэВ.}$$

Максимум плотности вероятности

$r_{\text{peak}} = 1.80 \pm 0.02 \text{ фм,}$
что немного больше
боровского радиуса $X\text{He}$.

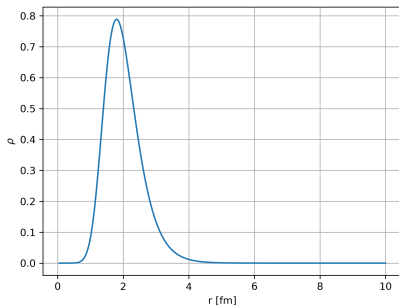


Рисунок 6 - Плотность вероятности захваченного He на орбите X в состоянии $X(\text{He})_2^{+2}$

Коэффициент скорости реакции с бозонными поправками

Из золотого правила Ферми получаем:

$$\sigma v(k) = \frac{16\pi\alpha}{9\mu^2} \left(\frac{Z}{A}\right)^2 \omega_\gamma^3 |\mathcal{I}_1(k)|^2, \quad (16)$$

где:

$$\mathcal{I}_1(k) = \int_0^\infty dr r^3 u(r) j_1(kr) \quad (17)$$

среднив по Максвеллу, получаем результат (Рисунок 7).

$$f(k, T) = \left(\frac{1}{2\pi\mu T}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{k^2}{2\mu T}\right). \quad (18)$$

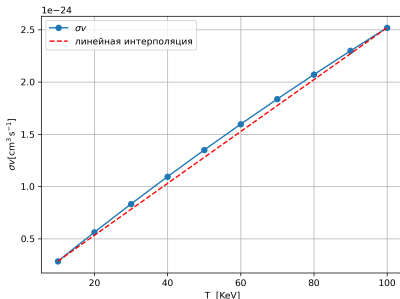


Рисунок 7 - Зависимость коэффициента скорости реакции σv от температуры с учётом бозонной структуры

Оценки концентрации $X(\text{He})_2^{+2}$

Оценивается относительная концентрация $X(\text{He})_2^{+2}$, учитывая, что n_{XHe} остаётся неизменной:

$$R(T) \equiv \frac{n_{X(\text{He})_2}(T)}{n_{\text{XHe}}(T)}. \quad (19)$$

Используя:

$$\dot{n}_{X(\text{He})_2}(T) = \langle \sigma v \rangle(T) n_{\text{XHe}} n_{4\text{He}}. \quad (20)$$

Рассчитывая $n_{4\text{He}}(T)$ из известных концентраций в период первичного нуклеосинтеза и интегрируя от $T_i = 0.10 \text{ МэВ}$ до $T_f = 0.01 \text{ МэВ}$, получаем:

- 1) Без учёта бозонной структуры He: $R_{X(\text{He})_2} = 1.03 \cdot 10^{-4}$
- 2) С учётом бозонной структуры He: $R_{X(\text{He})_2} = 2.33 \cdot 10^{-4}$

Заключение

- Рассмотрена гипотеза составной скрытой массы ($X\text{He}$).
- Оценены интервалы температур, при которых тёмные атомы будут столкновительными.
- Получены оценки коэффициентов скорости образования и фоторасщепления связанных состояний $X\text{He}$ в зависимости от температуры $10 \text{ КэВ} \leq T \leq 100 \text{ КэВ}$ для $1 \leq n \leq 5$.
- Определены коэффициенты скорости реакции образования $X(\text{He})_2^{+2}$ в базовом и бозонном случае. Для второго случая вывод выполнен с помощью уравнения Хартри-Фока
- Оценены относительные концентрации $X(\text{He})_2^{+2}$. Отличие в концентрации между базовым и бозонным случаями составляет $\sim 117\%$.



G. Aad, B. Abbott, D.C. Abbott, K. Abeling, S.H. Abidi, A. Aboulhorma et al., *Search for heavy long-lived multi-charged particles in the full LHC Run 2 pp collision data at $s=13$ TeV using the ATLAS detector*, *Physics Letters B* **847** (2023) 138316 [2303.13613].



T.E. Bikbaev, M.Y. Khlopov and A.G. Mayorov, *Numerical simulation of bohr-like and thomson-like dark atoms with nuclei*, 2021.



T. de Jong, *The density of h2 molecules in dark interstellar clouds*, Aug, 1972.



M.Y. KHALPOV, A.G. MAYOROV and E.Y. SOLDATOV, *Composite dark matter and puzzles of dark matter searches*, *International Journal of Modern Physics D* **19** (2010) 1385–1395.



M.Y. Amusia and L.V. Chernysheva, *On the bosonic atoms*, *JETP Letters* **107** (2018) 91–95.



S. Ali and A. Bodmer, *Phenomenological - potentials*, *Nuclear Physics* **80** (1966) 99.