

Магистерская диссертация на тему:

# Реконструкция изображения источника на основе данных 32-канального мини ПЭТ

Выполнила студентка группы М23-112:

Васильева П. Ф.

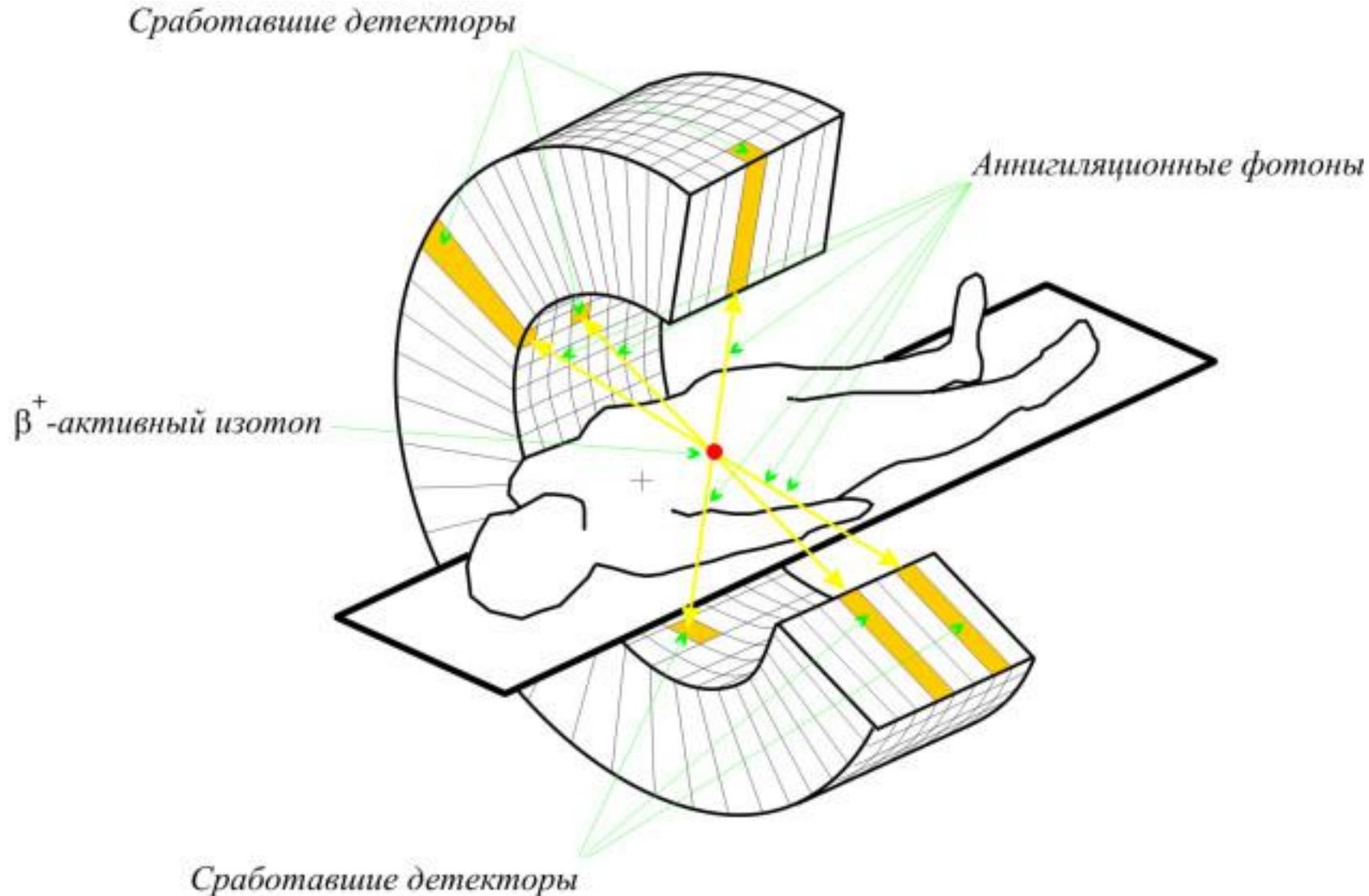
Научный руководитель:

Тетерин П. Е.

Научный консультант:

Дубинин Ф. А.

# Принцип работы ПЭТ

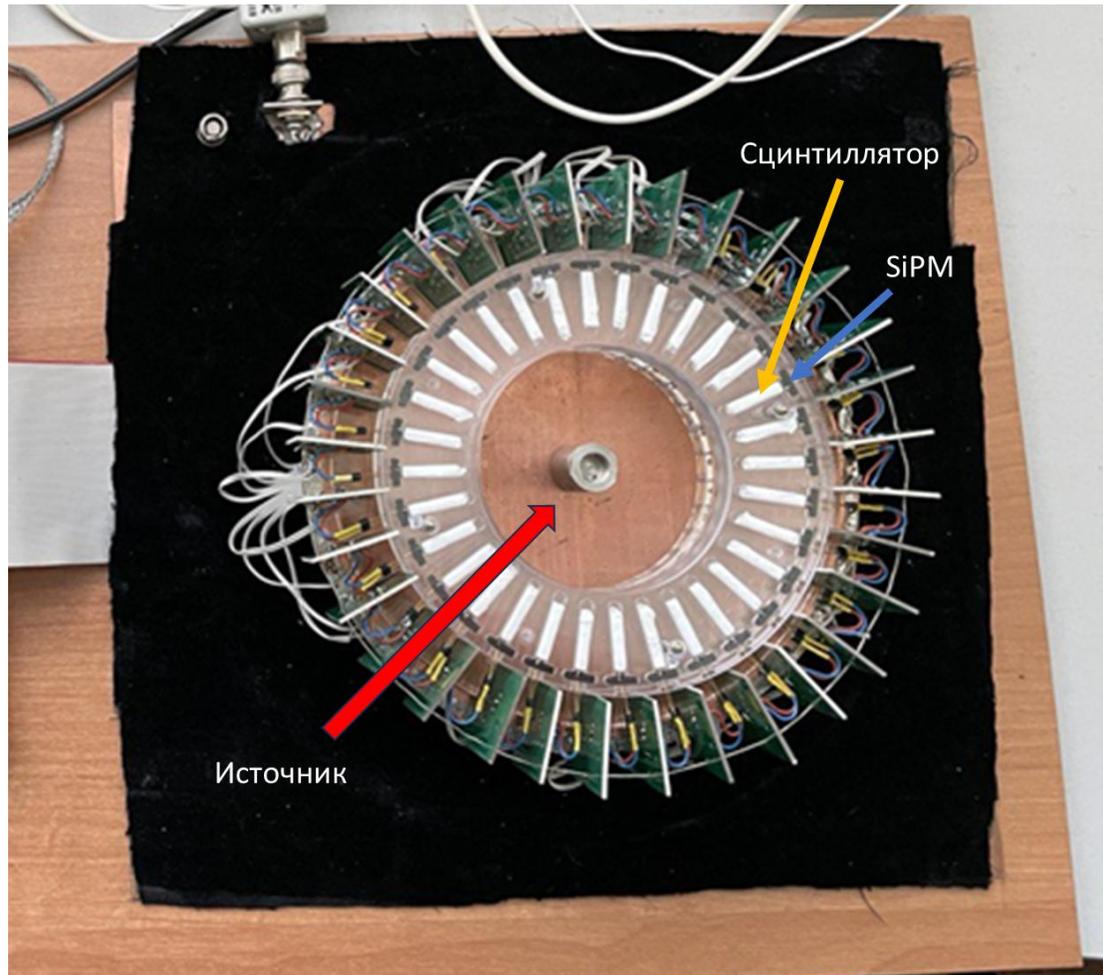


ПЭТ – позитрон-эмиссионная томография.

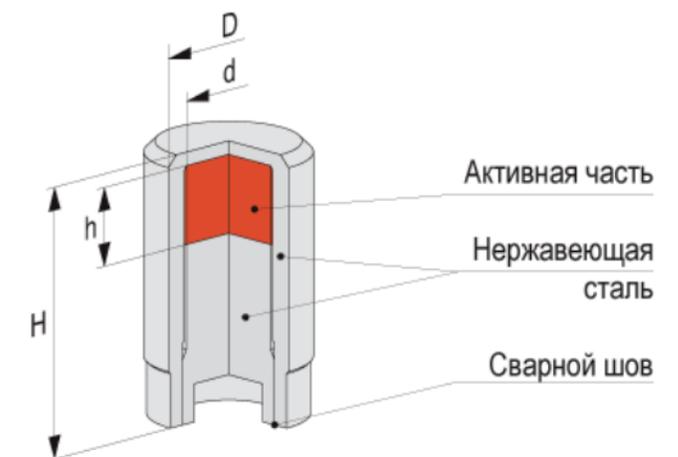
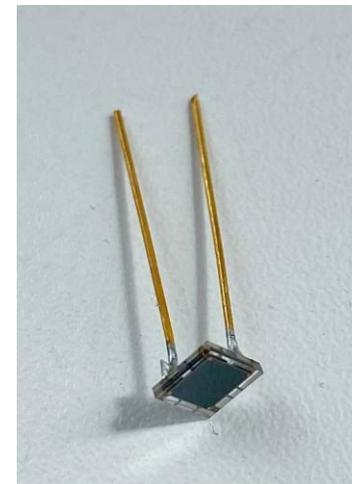
Пациенту вводится - активный изотоп, испускающий позитрон.

Позитрон аннигилирует с электроном среды и испускаются два фотона, которые разлетаются под 180°.

# Макет ПЭТ



- 32 детектора с шагом в 11.25 градуса
- Сцинтиллятор: GAGG 3x3x20 мм
- SiPM SensL FC30035
  
- Источник: Ti-44
- Диаметр источника в оболочке:  
 $D = 7$  мм ( $d = 5.2$  мм)



# Цель

Разработать алгоритм реконструкции изображения по данным 32-канального мини-ПЭТ

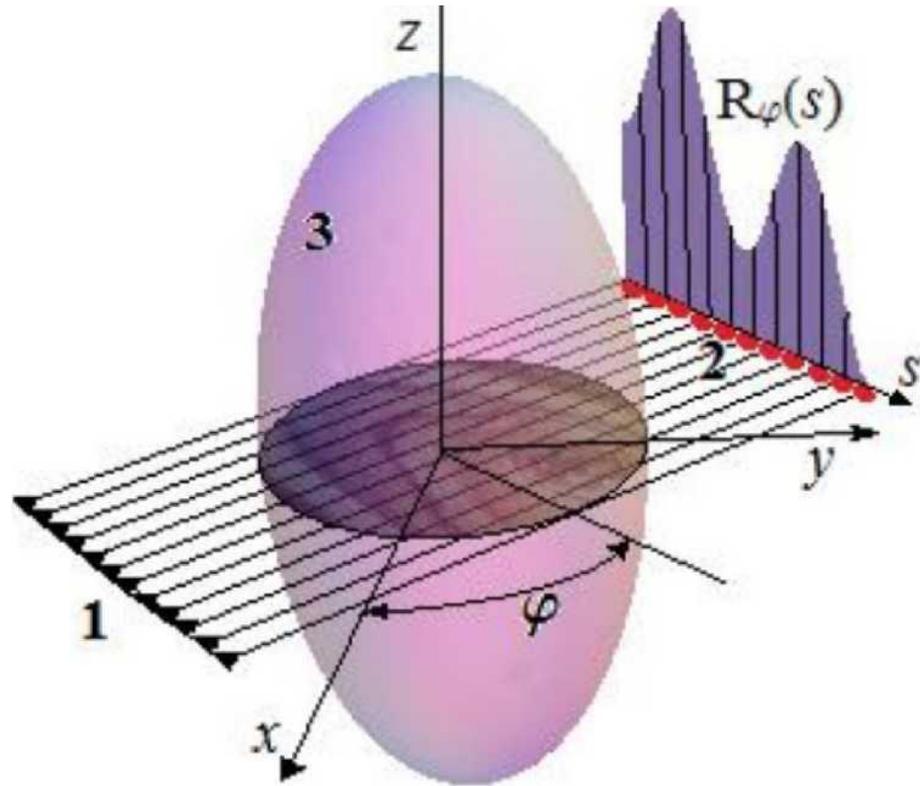
## Поставленные задачи

- Проанализировать принципы реконструкции томографических изображений, включая прямое и обратное преобразование Радона.
- Изучить методы фильтрации синограмм включая стандартные фильтры.
- Изучить методы фильтрации изображений. Отдельно рассмотреть алгоритм кластеризации DBSCAN.
- Выполнить моделирование работы ПЭТ-системы с точечными и распределёнными источниками для верификации алгоритмов.
- Применить разработанные методы к реальным данным, полученным с экспериментальной установки, оценить их эффективности.

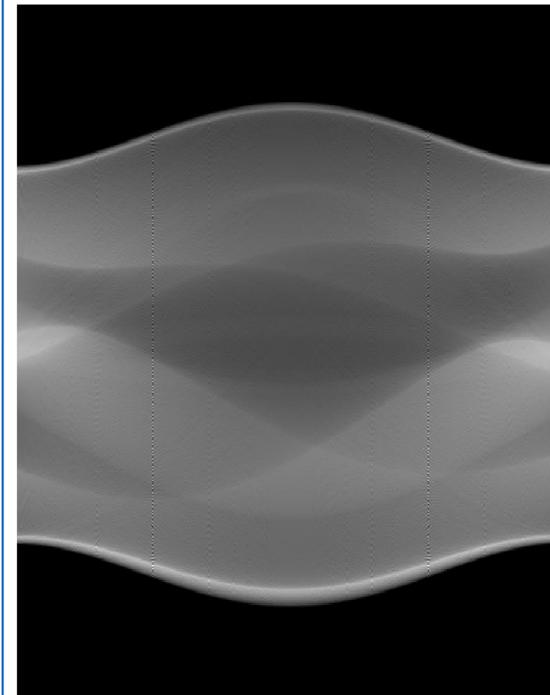
# Преобразование Радона

Прямое преобразование. Синограмма

$$R(s, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(s \cos \varphi - t \sin \varphi, s \sin \varphi + t \cos \varphi) dt$$



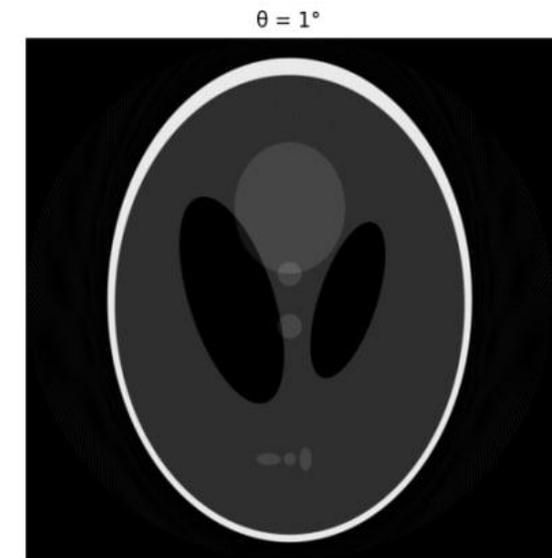
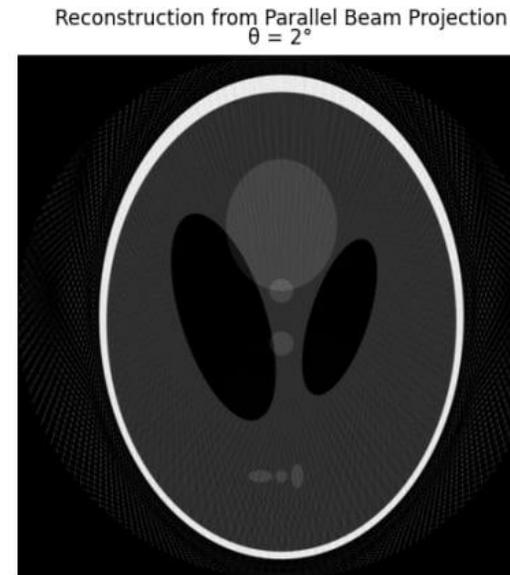
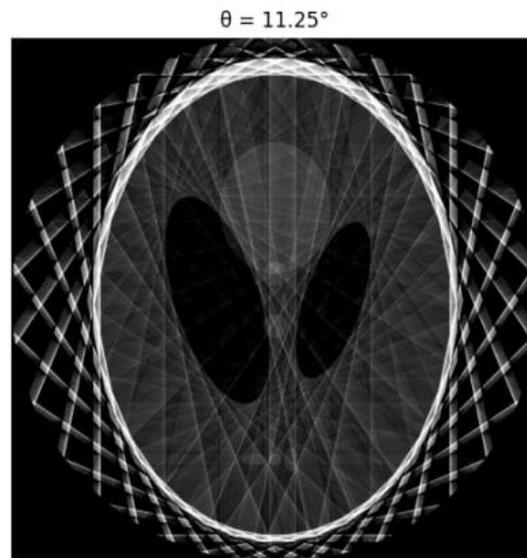
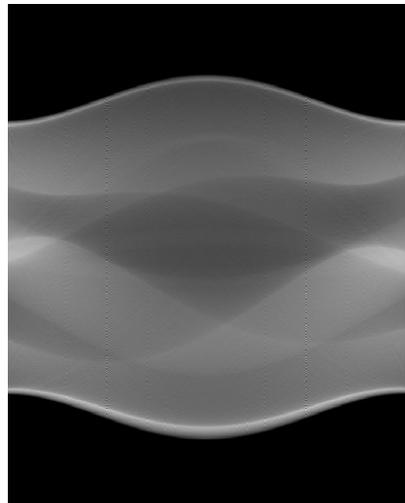
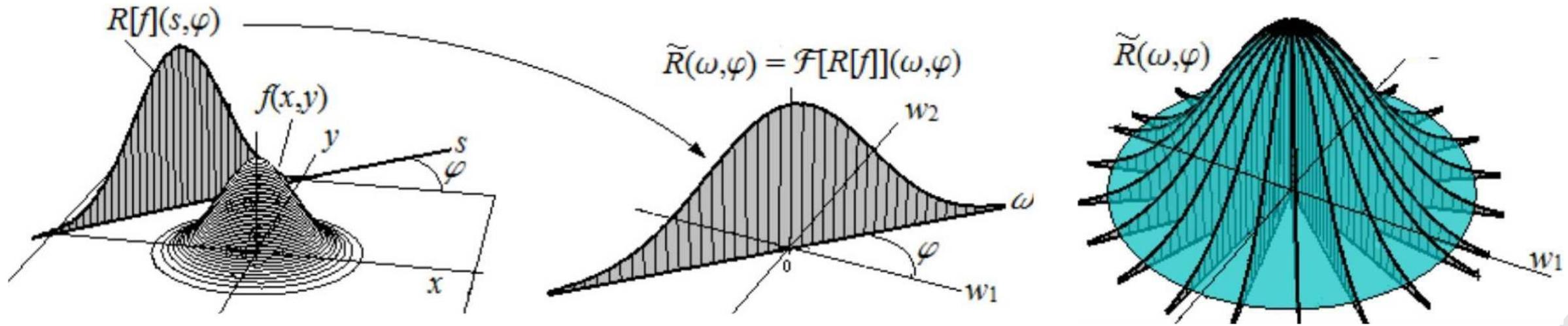
$s, \text{ mm}$



$\varphi, \text{ deg}$

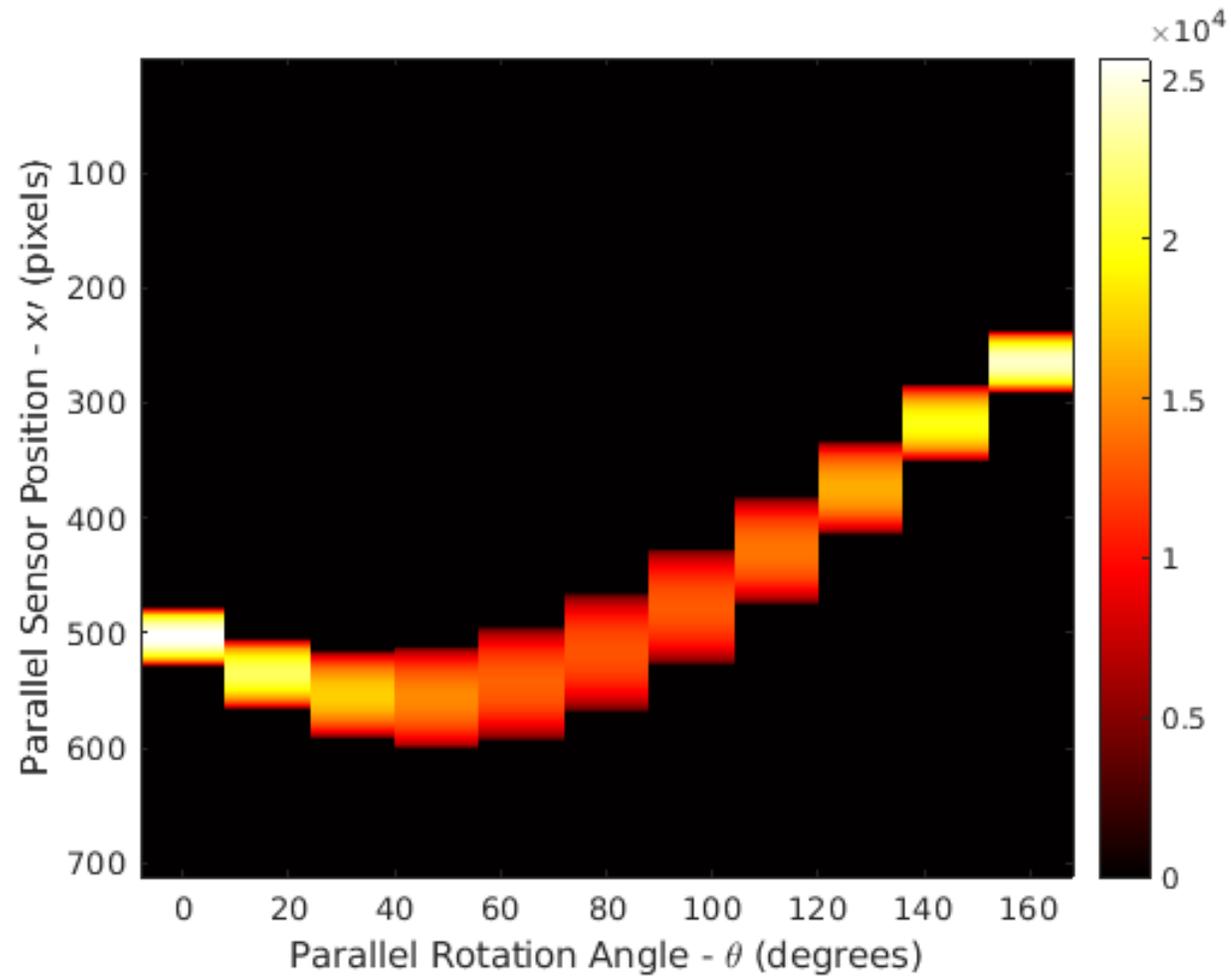
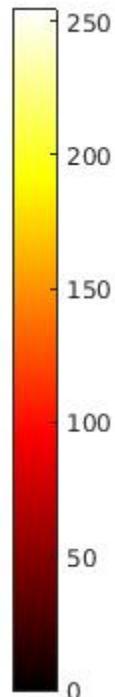
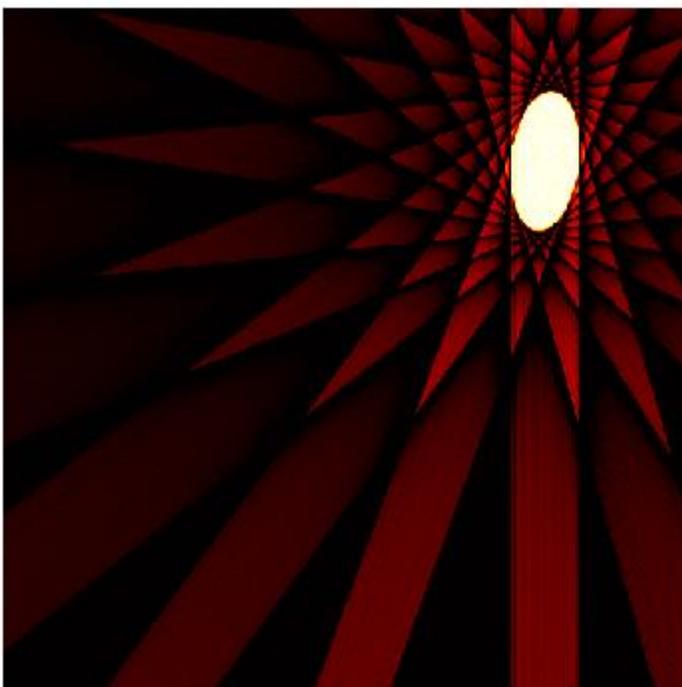
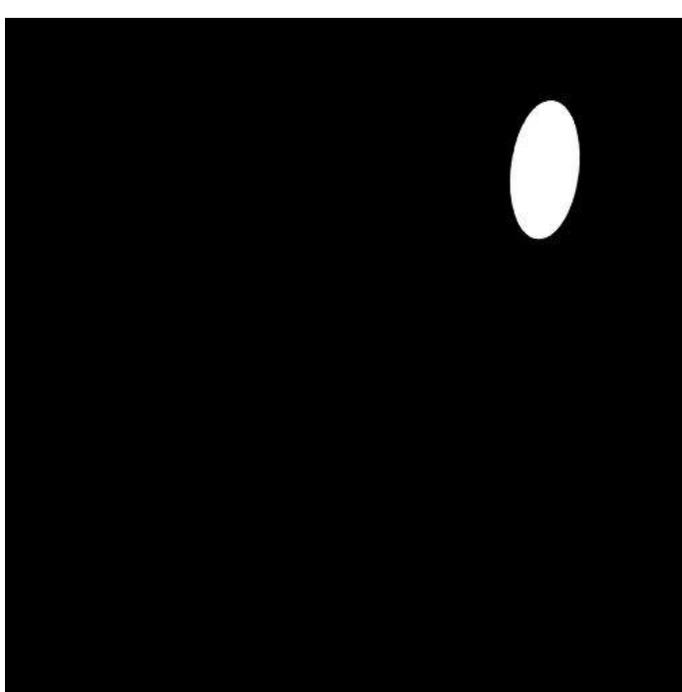
# Преобразование Радона

Обратное преобразование. Томограмма



# Восстановление изображения

Пример полного цикла восстановления  
изображения



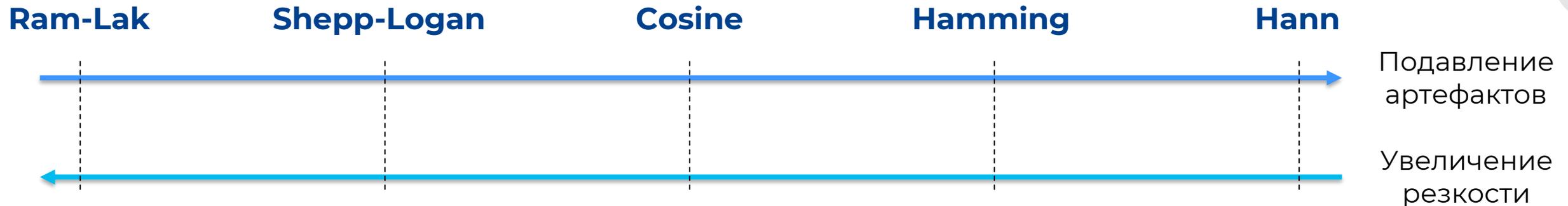
# Общие принципы фильтрации синограмм



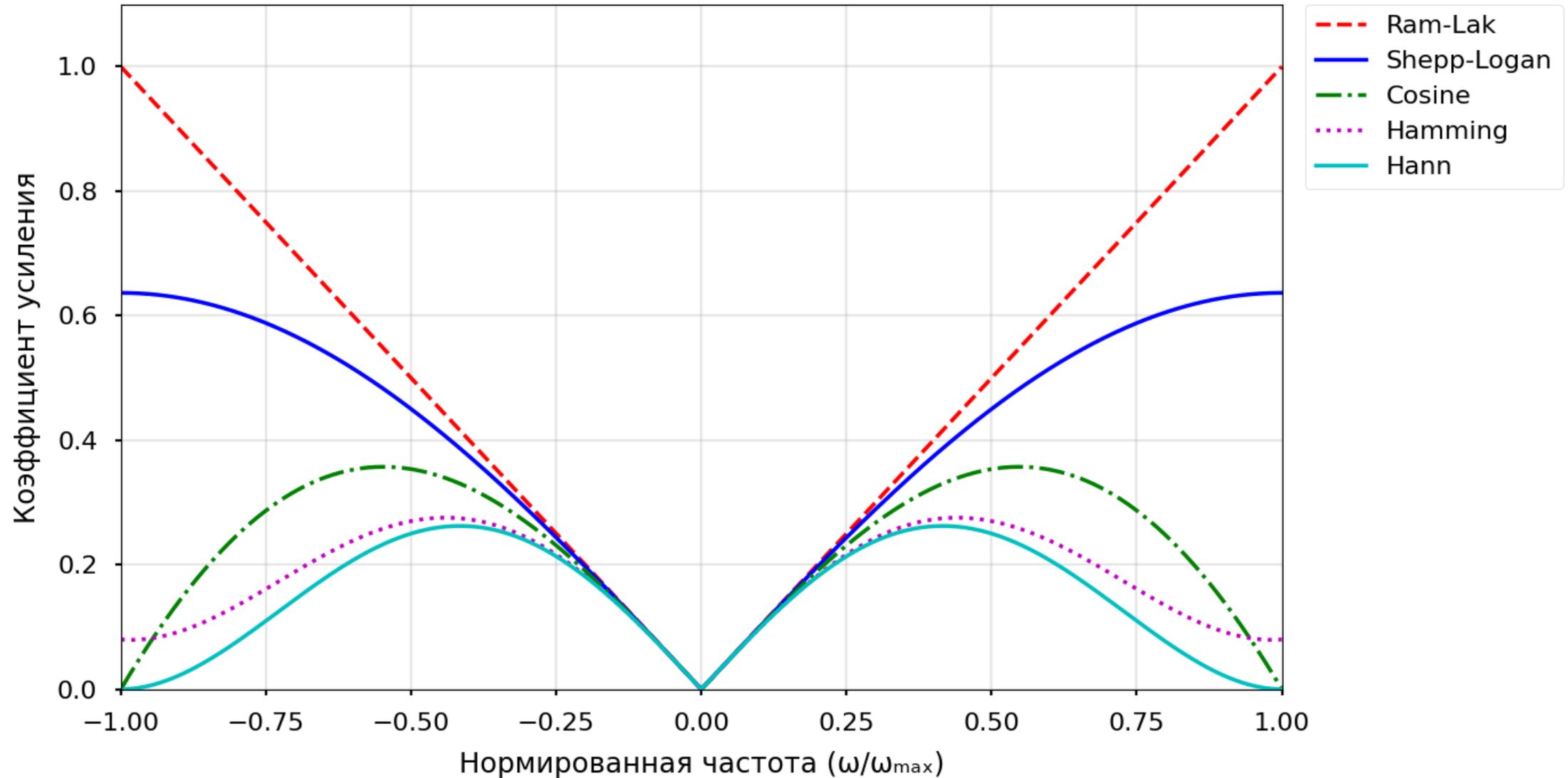
Фильтрация синограммы выполняется над 2-мерным фурье-образом.

- Синограмма – след одного и того же объекта под разными углами.
- Частотное представление синограммы в Фурье-пространстве позволяет усилить или ослабить компоненты, мешающие восприятию.

Встроенные фильтры функции `iradon()` Matlab:

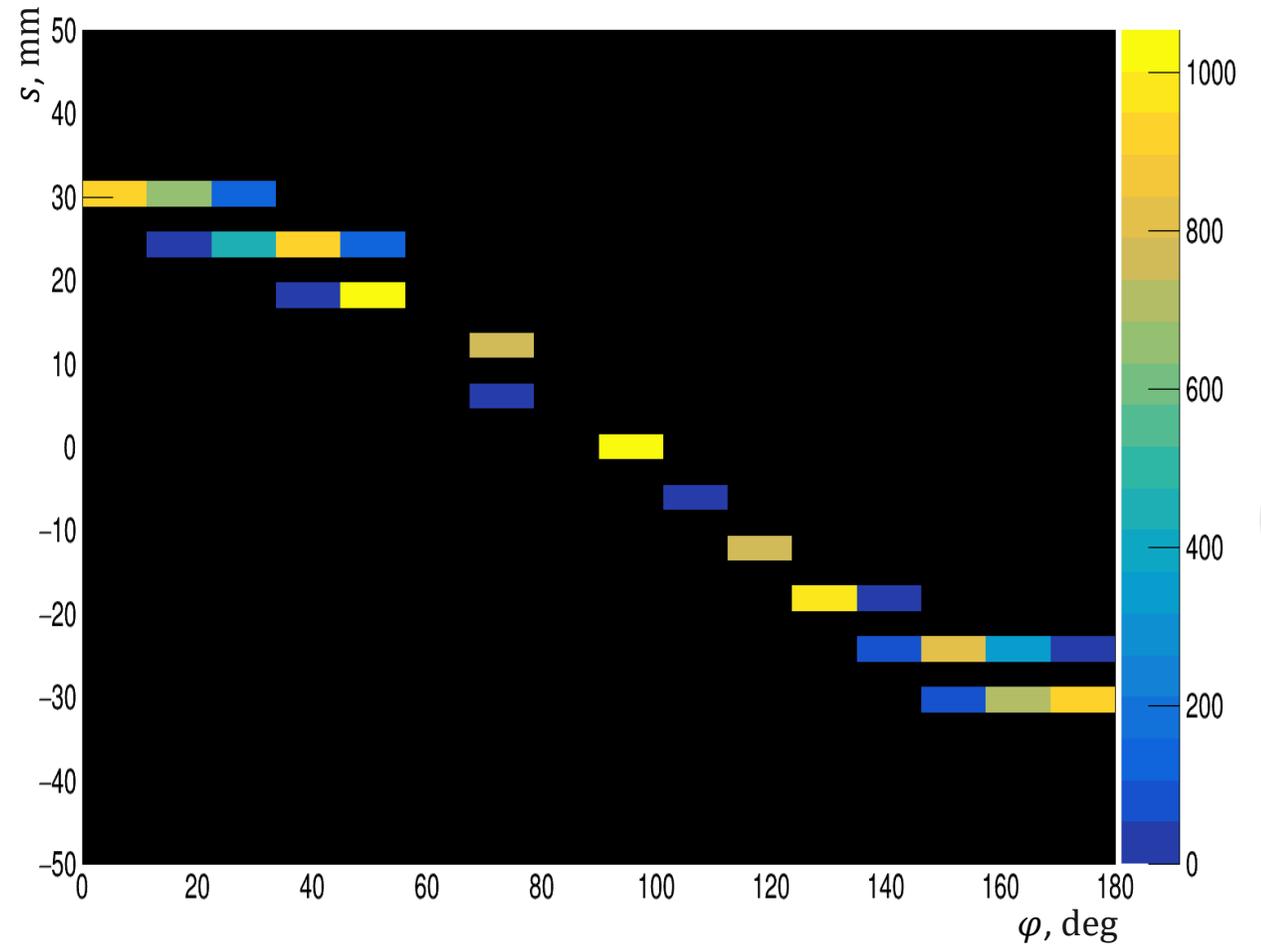
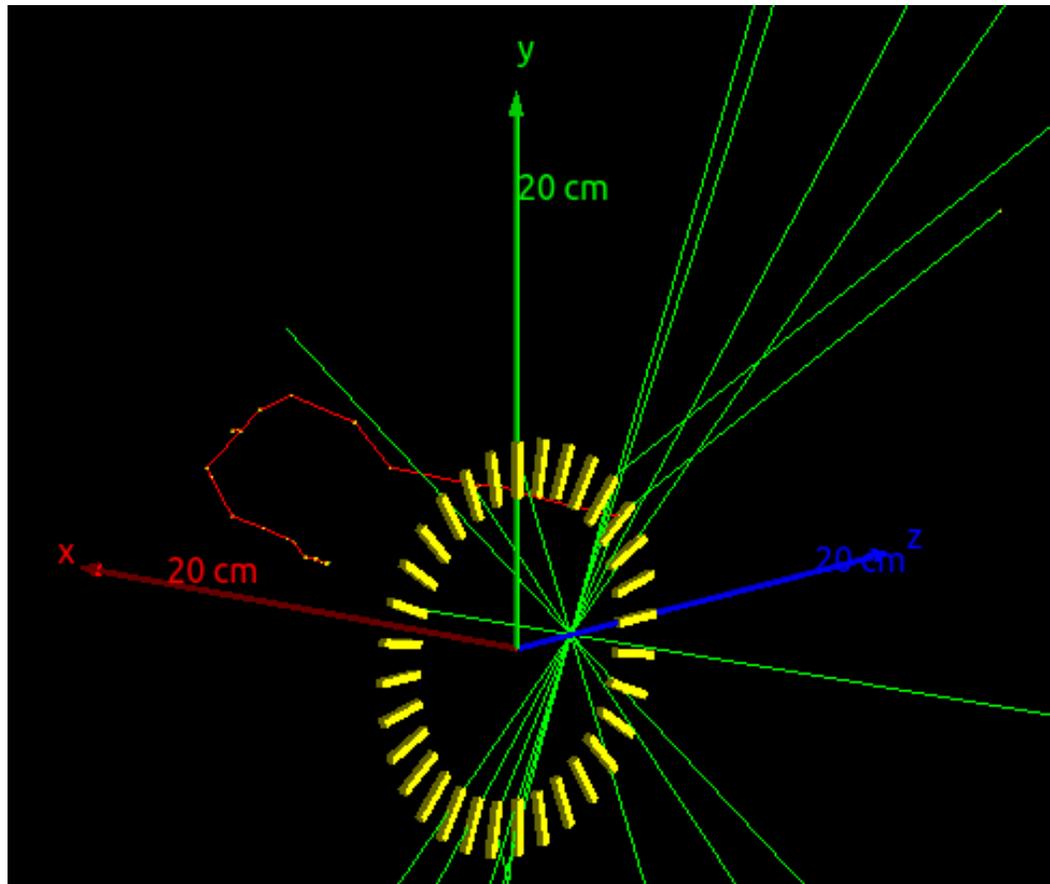


# Общие принципы фильтрации синограмм

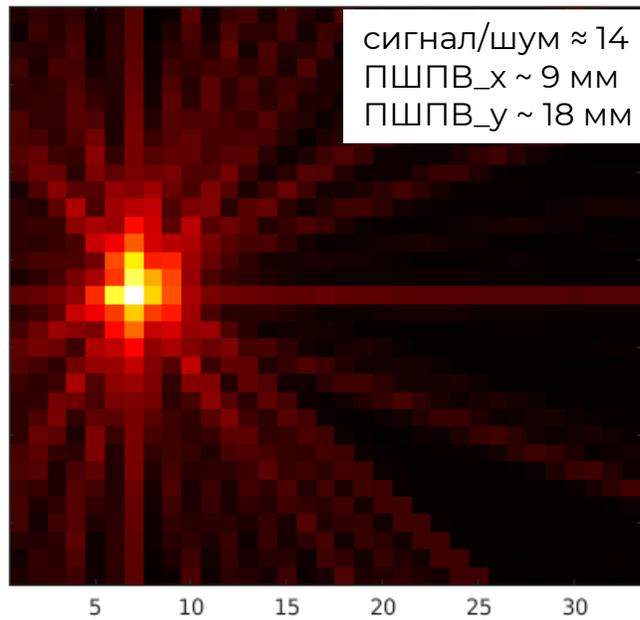


# Восстановление изображения

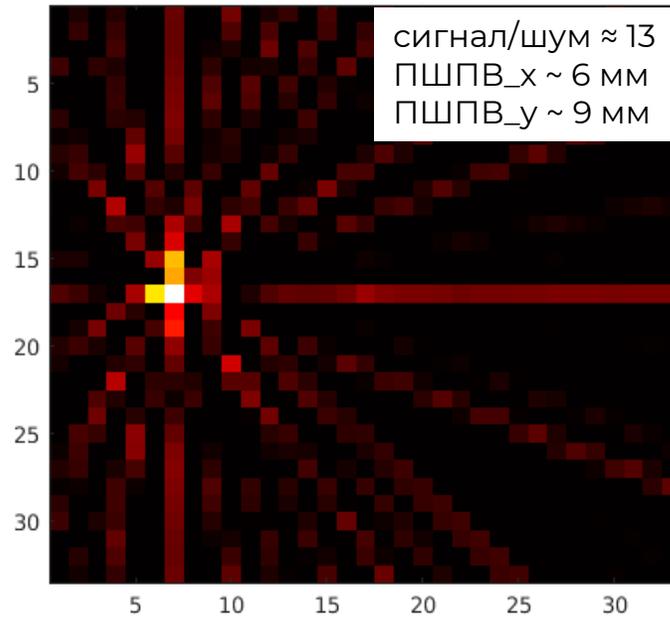
Моделированные данные в GEANT4. Синограмма точечного источника



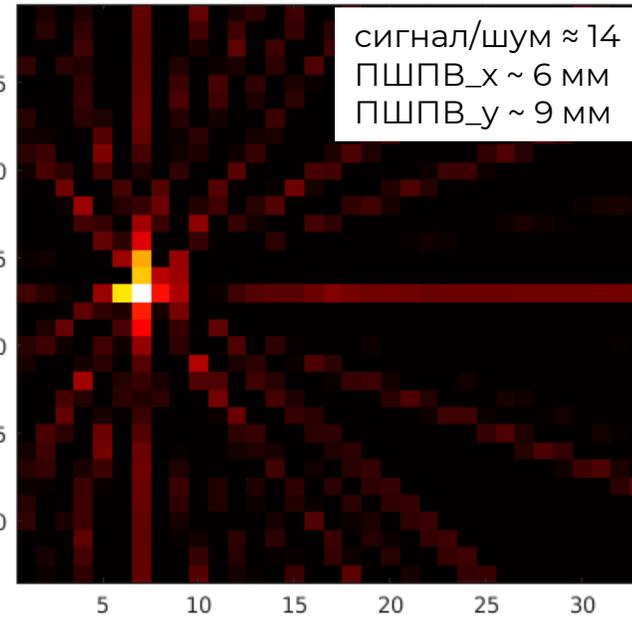
**Without Filters**



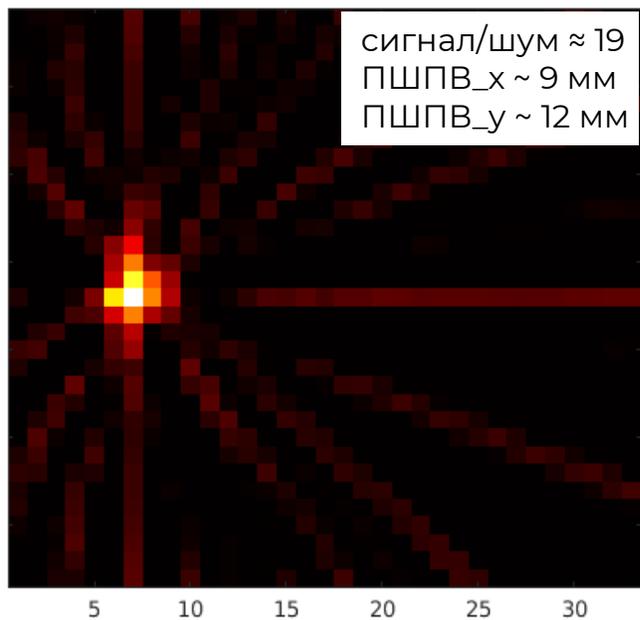
**Ram-Lak**



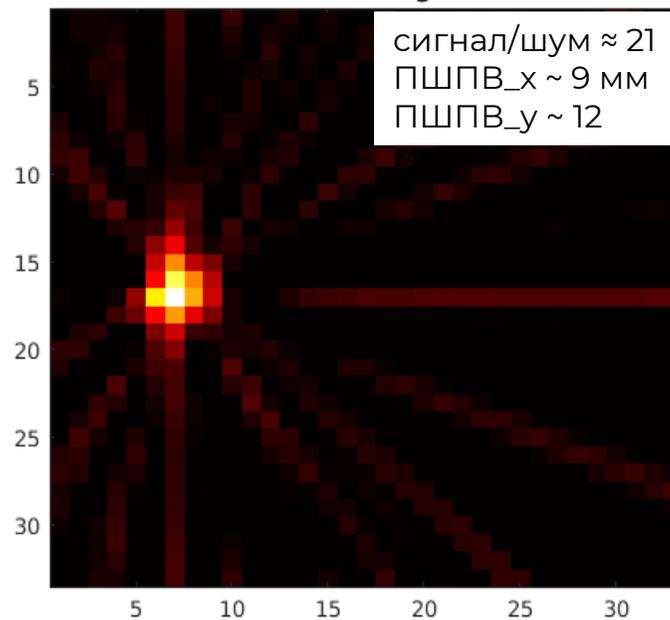
**Shepp-Logan**



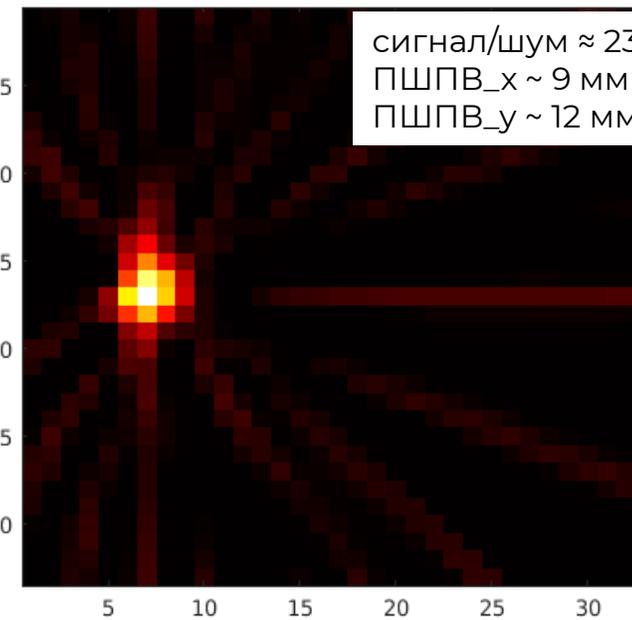
**Cosine**



**Hamming**

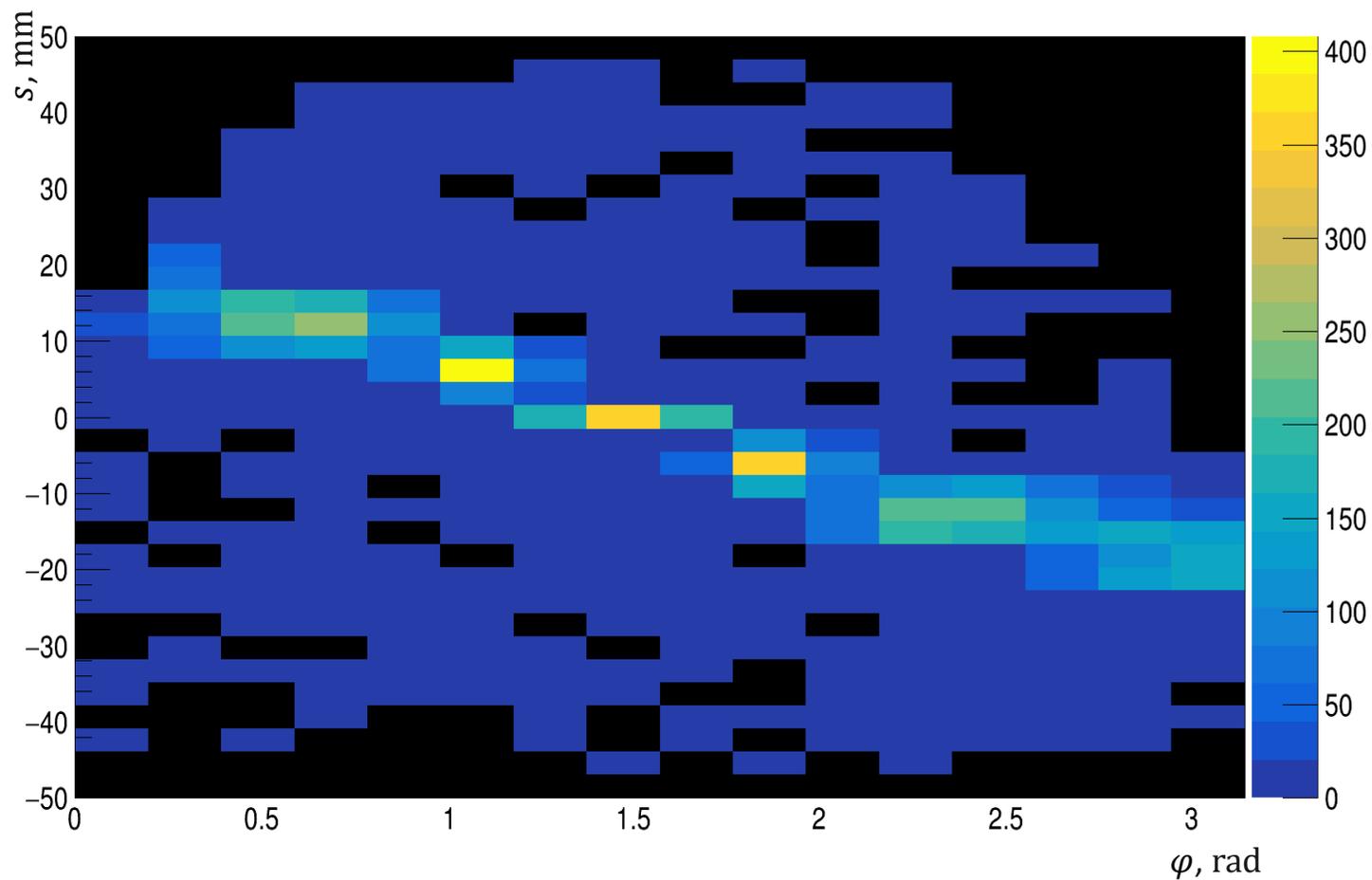
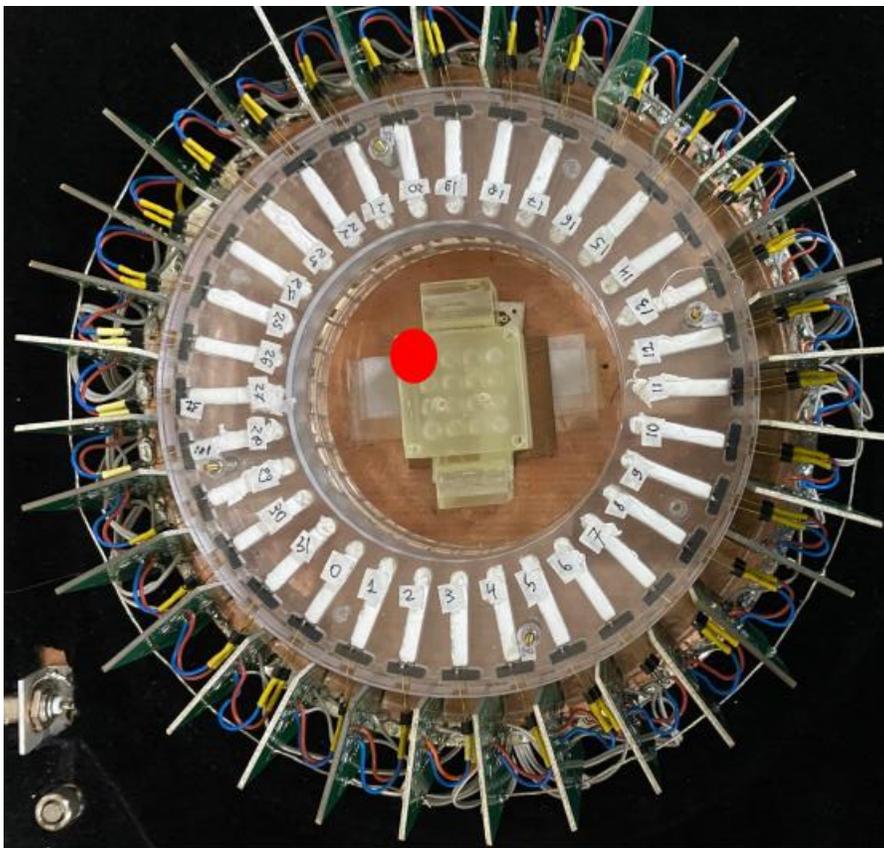


**Hann**

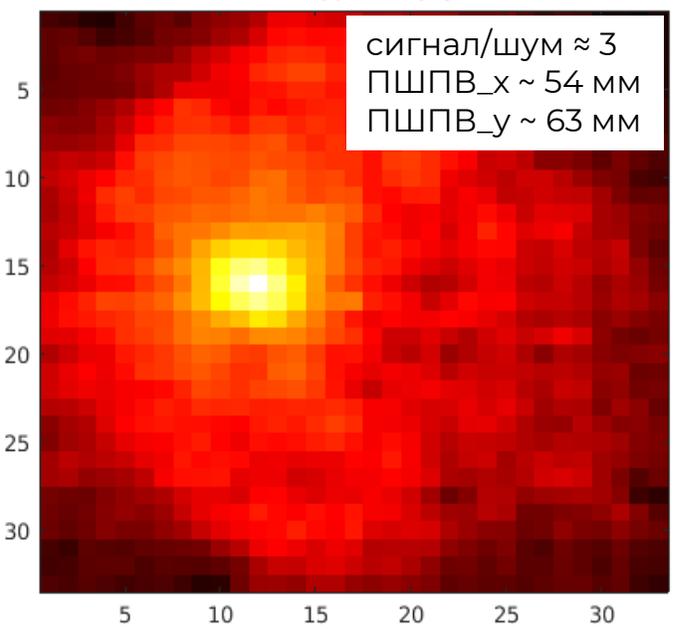


# Восстановление изображения

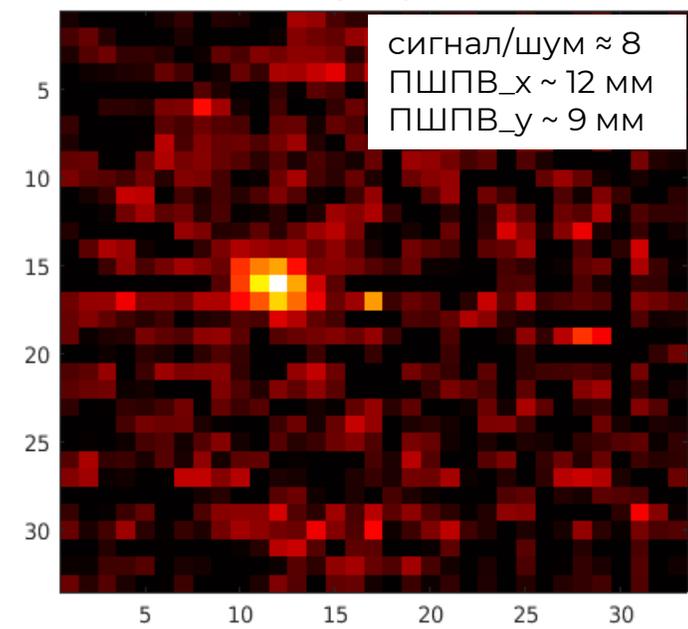
Реальные данные. Синограмма



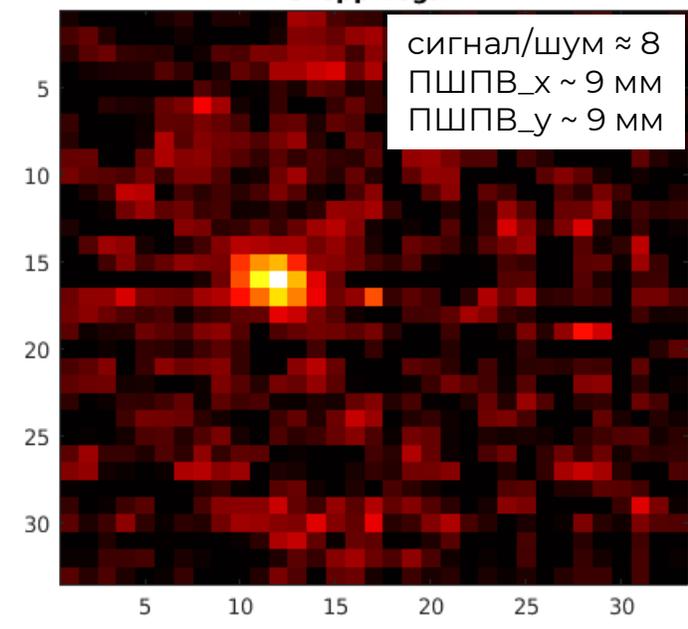
**Without Filters**



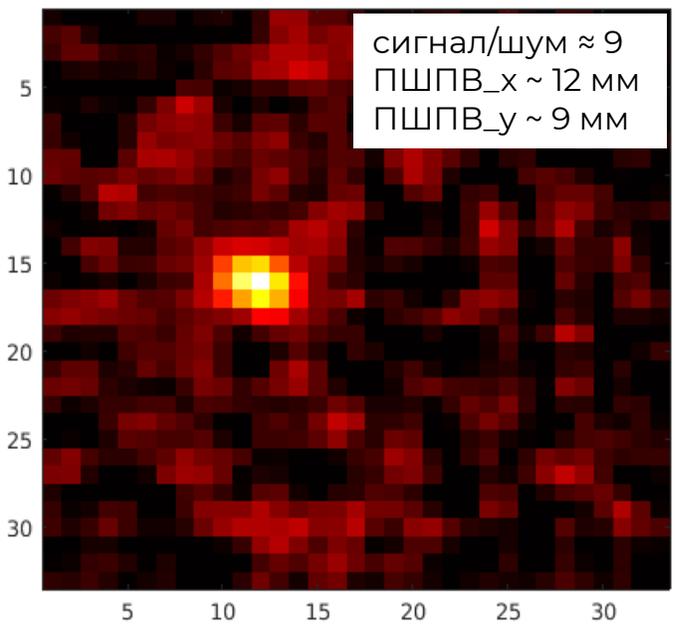
**Ram-Lak**



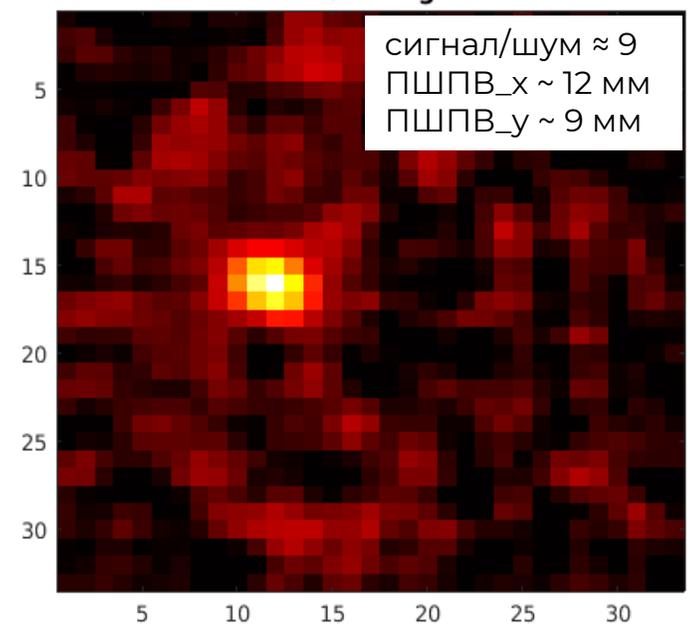
**Shepp-Logan**



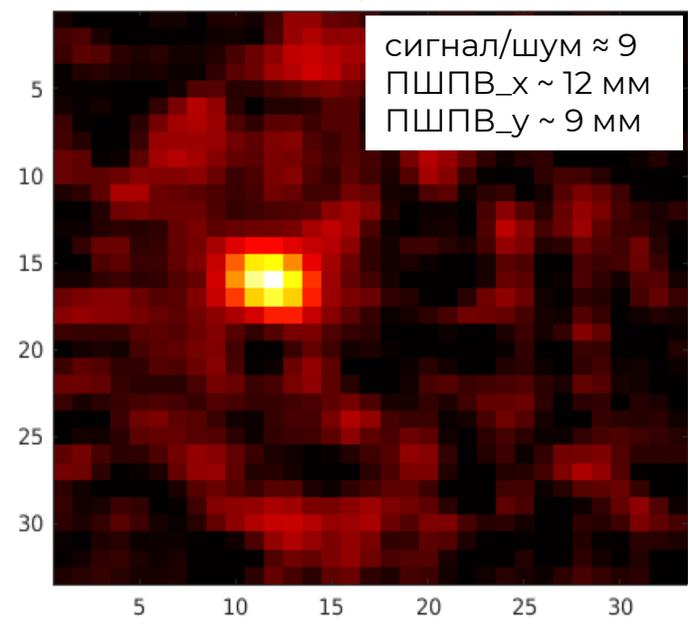
**Cosine**



**Hamming**



**Hann**



# Метод кластеризации DBSCAN

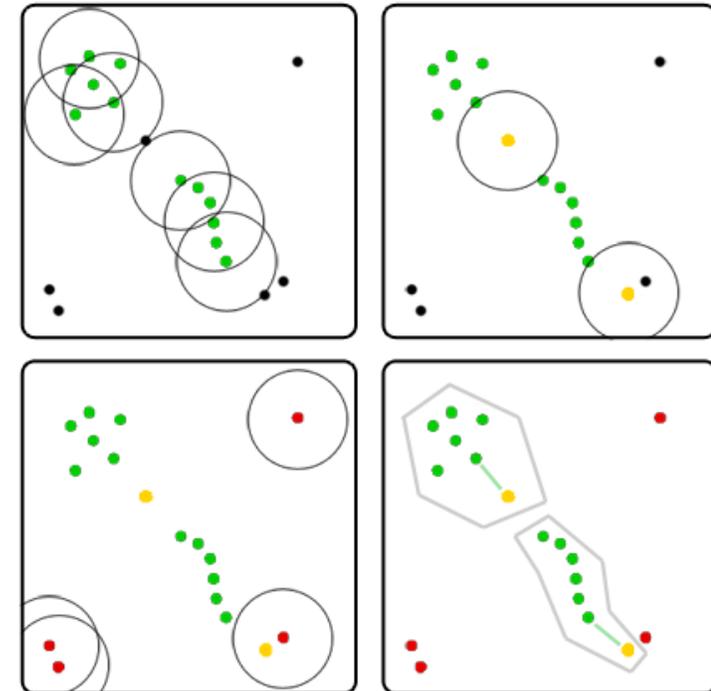
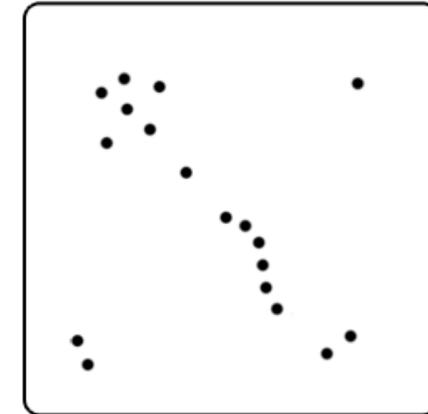
## Общие принципы. Простое объяснение

- $\varepsilon$  (eps) — радиус окрестности для анализа плотности.
- `min_samples` — минимальное количество соседей в  $\varepsilon$ -окрестности для определения "ядерных" точек.

DBSCAN



k-means

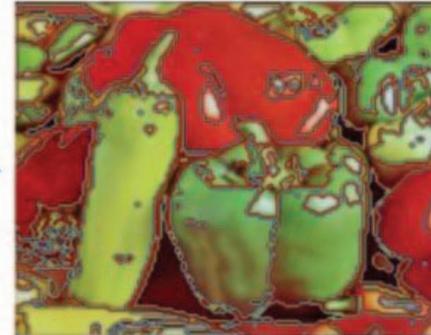


# Метод кластеризации DBSCAN

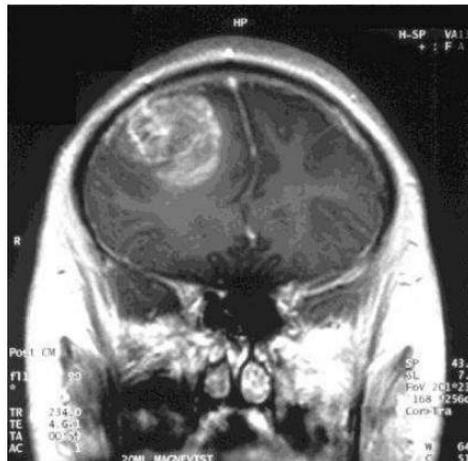
Применение в сегментации изображений и медицине



ORIGINAL IMAGE



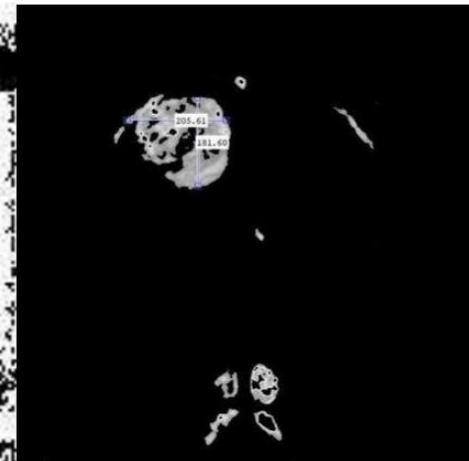
SEGMENTATION USING DBSCAN



I/P Image

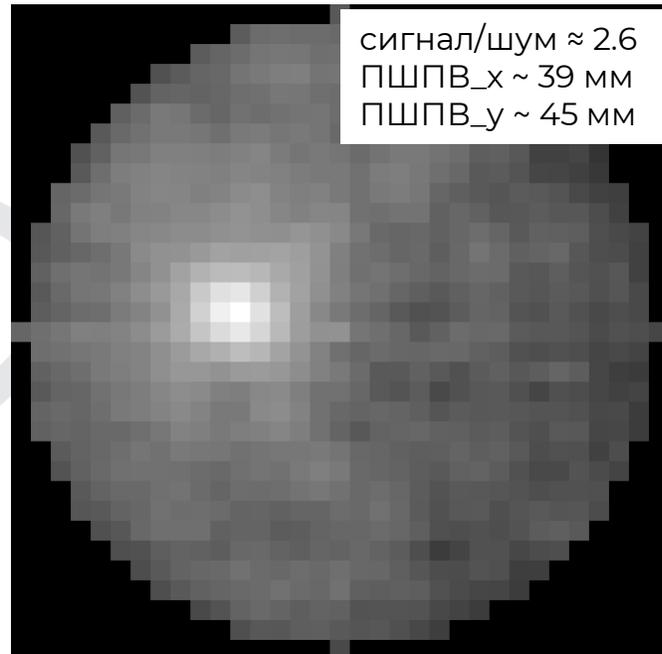


DBSCAN O/P

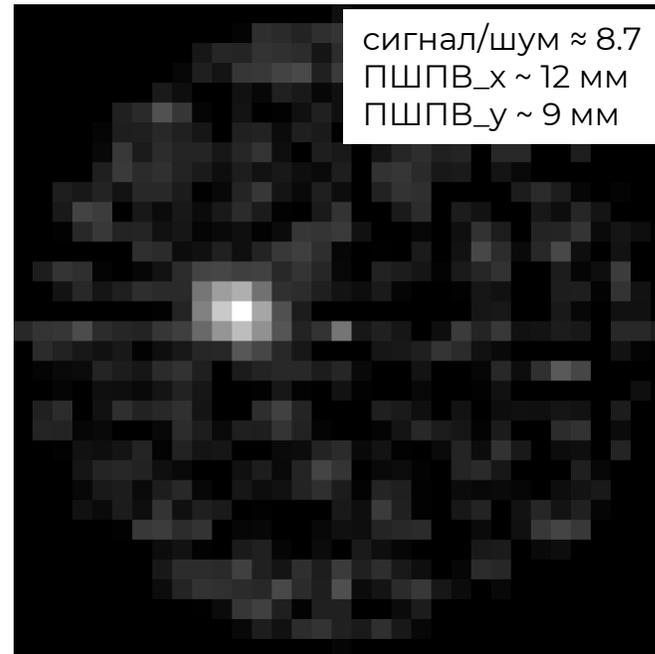


Segmented Tumour

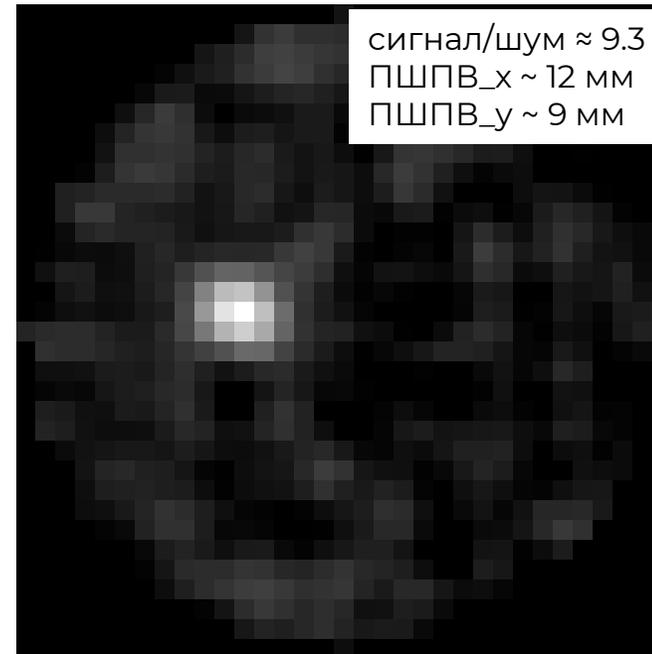
**Without Filters**



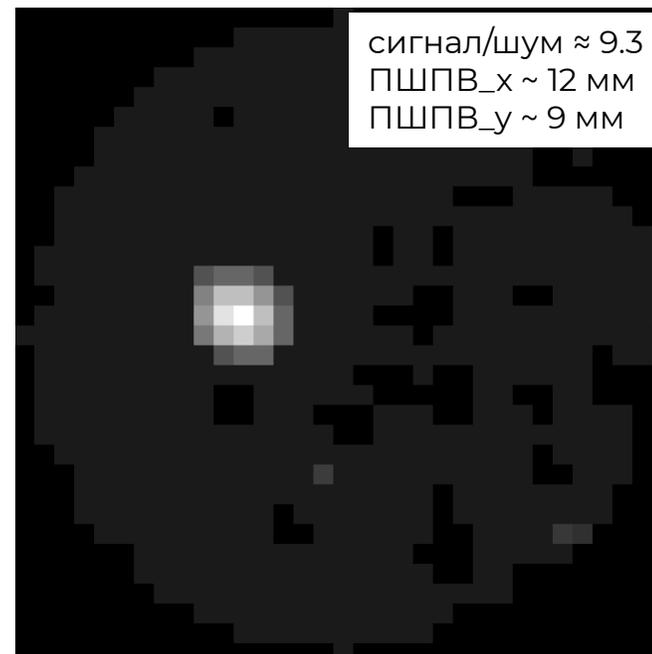
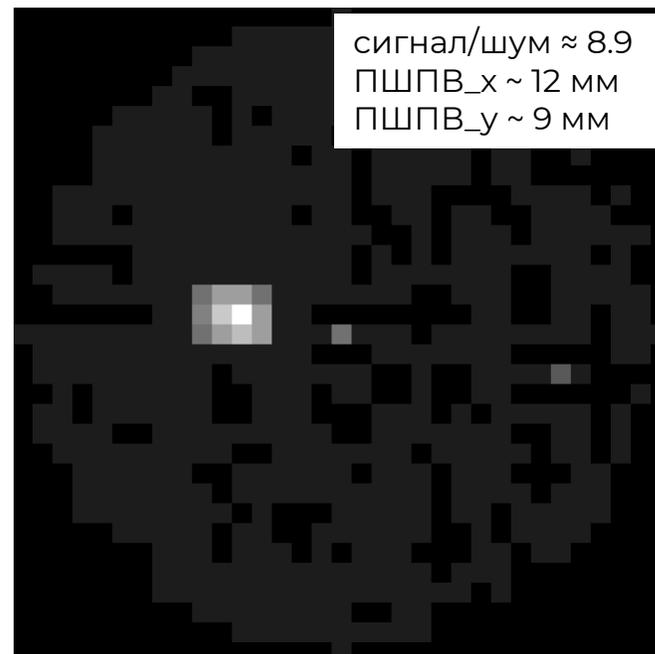
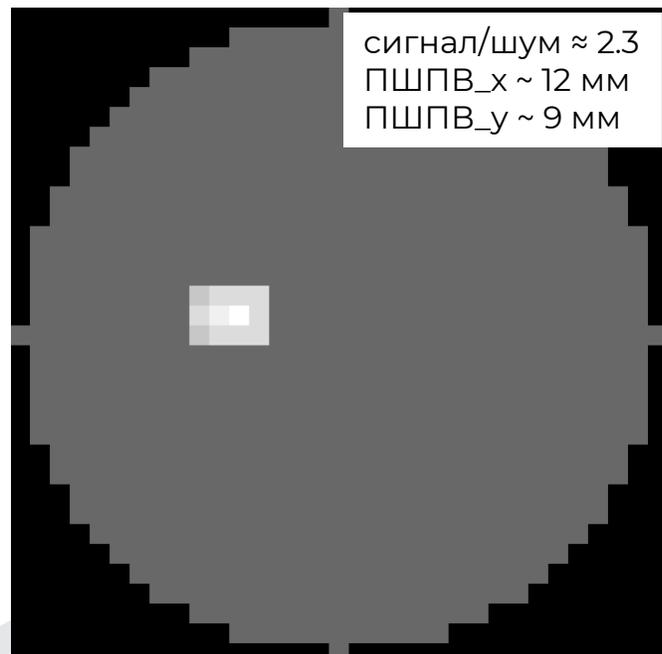
**Shepp-Logan**



**Hann**



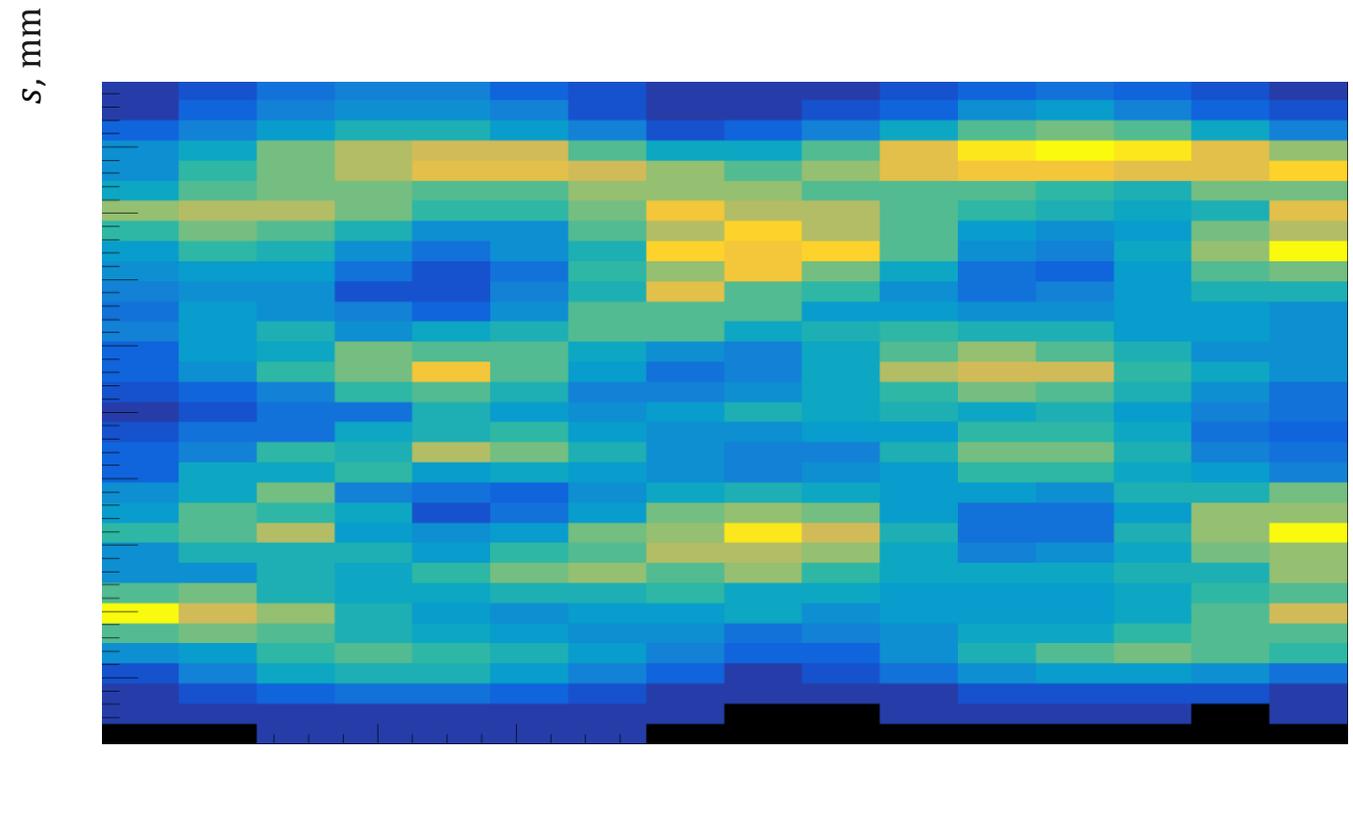
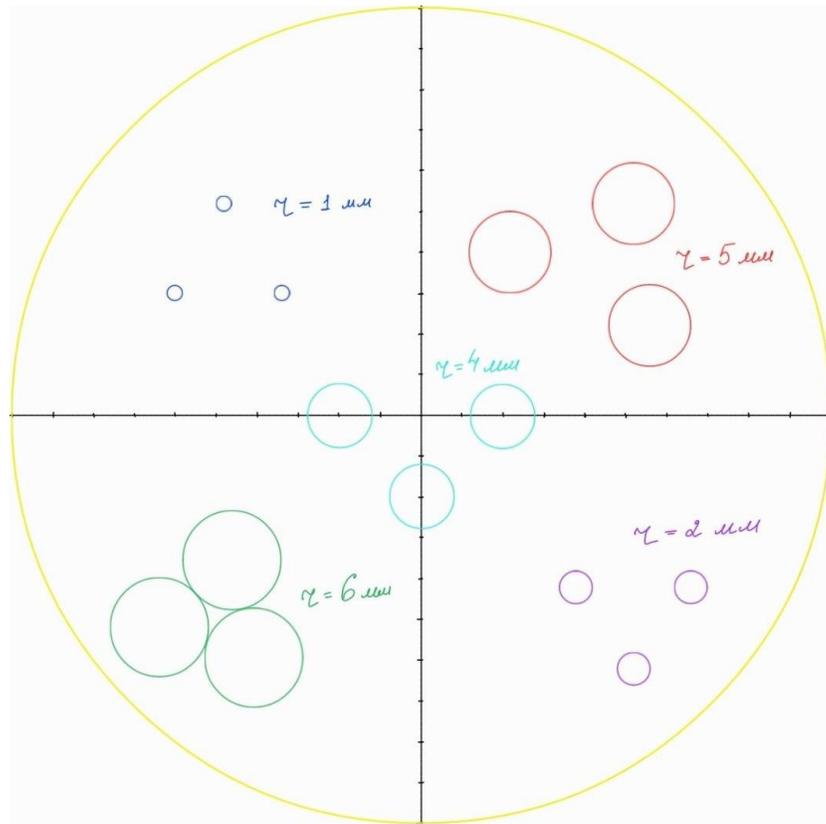
До применения  
DBSCAN



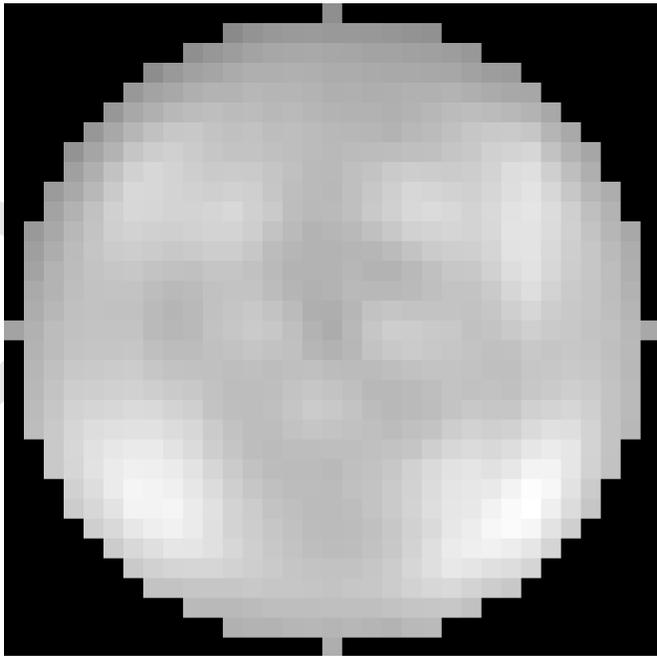
После  
DBSCAN

# Восстановление изображения

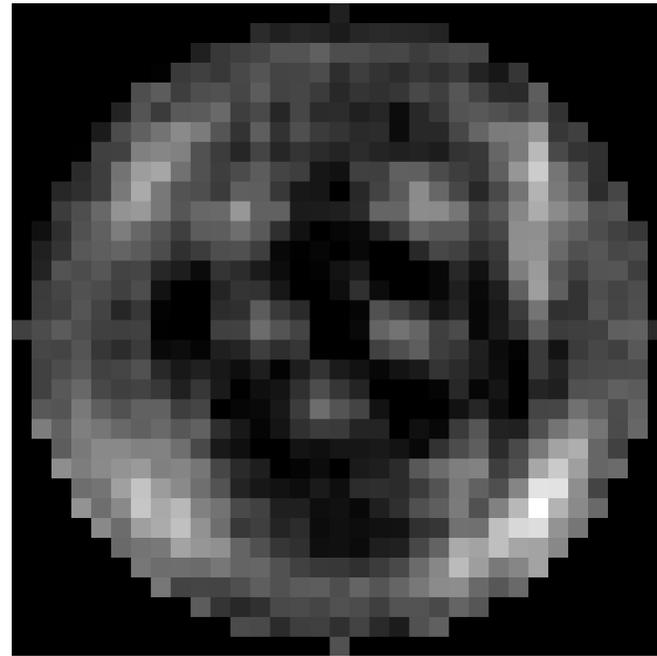
Моделированные данные в GEANT4. Синограмма распределенный источников



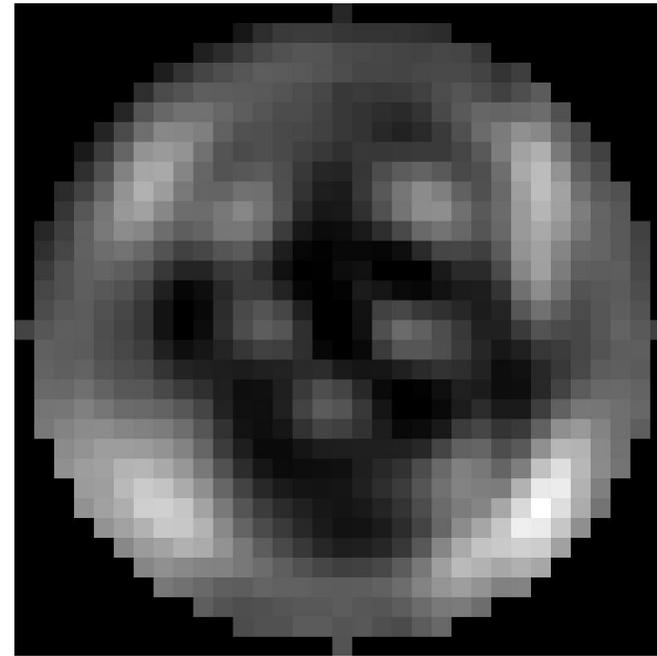
Without Filters



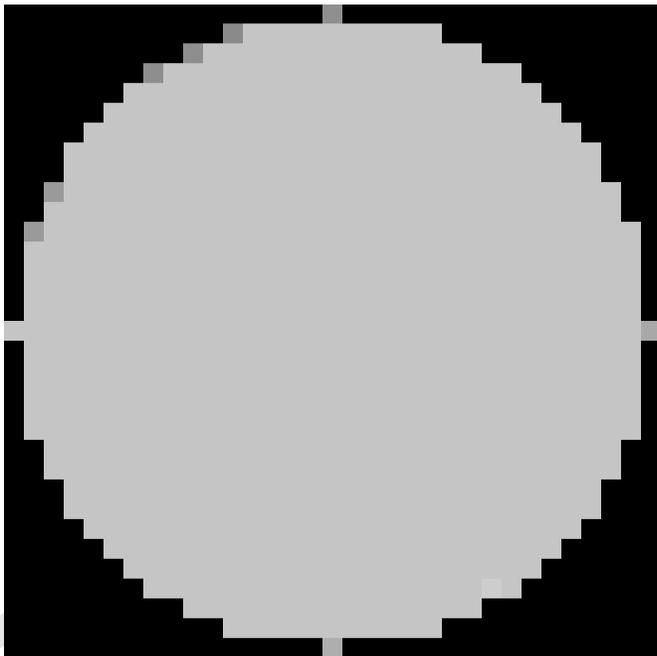
Ram-Lak



Hann



До применения  
DBSCAN



После  
DBSCAN

# Заключение

- Разработан алгоритм реконструкции изображений на основе преобразования Радона, адаптированный для 32-канального мини-ПЭТ.
- Проведено сравнение различных фильтров синограммы:

Для реальных данных:

- Без фильтрации: сигнал/шум  $\sim 3$ , ПШПВ<sub>x</sub>  $\sim 54$  мм, ПШПВ<sub>y</sub>  $\sim 63$  мм
- Фильтр Hann: сигнал/шум  $\sim 9$ , ПШПВ<sub>x</sub>  $\sim 12$  мм, ПШПВ<sub>y</sub>  $\sim 9$  мм
- Фильтр Shepp-Logan: сигнал/шум  $\sim 8$ , ПШПВ<sub>x</sub>  $\sim 9$  мм, ПШПВ<sub>y</sub>  $\sim 9$  мм

- Реализован алгоритм кластеризации DBSCAN для фильтрации шумов на восстановленных изображениях.

Для реальных данных после DBSCAN:

	Сигнал/шум	ПШПВ <sub>x</sub> , мм	ПШПВ <sub>y</sub> , мм
Без фильтрации	2.3	12	9
Hann	9.3	12	9

- Удалось достичь точности локализации источника в пределах 3 мм, что соответствует разрешающей способности детектора.

Диаметр источника на полученных изображениях равен  $\sim 10.5 \pm 1.5$  мм, диаметр источника  $^{44}\text{Ti}$  – 7 мм.



**МИФИ**

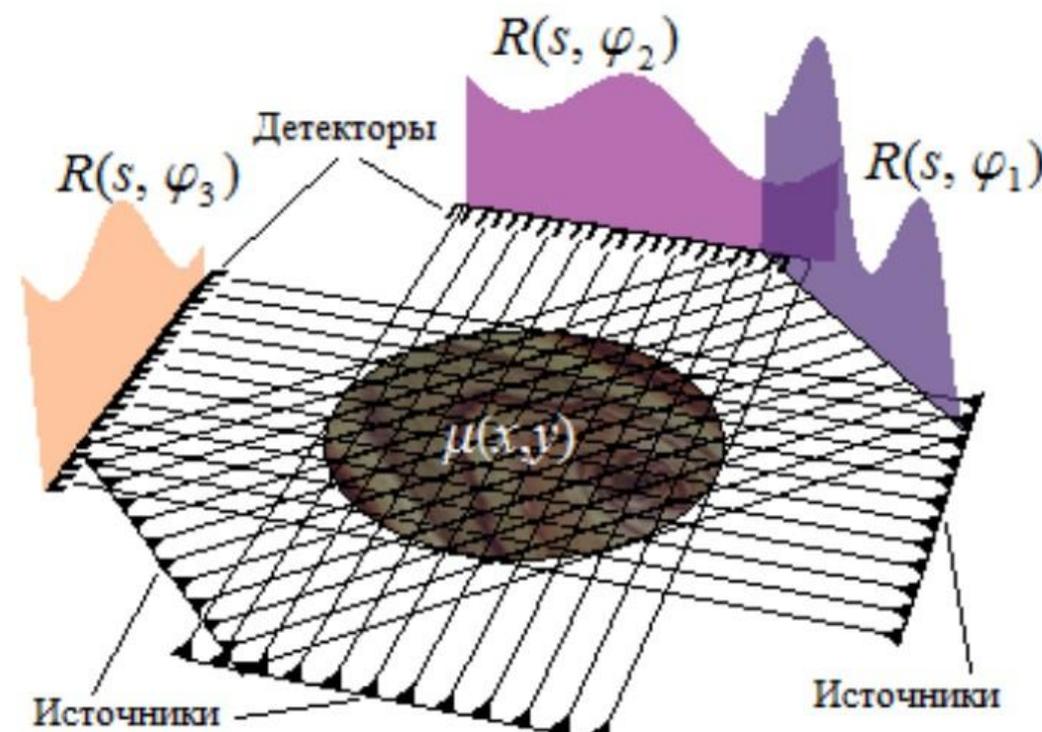
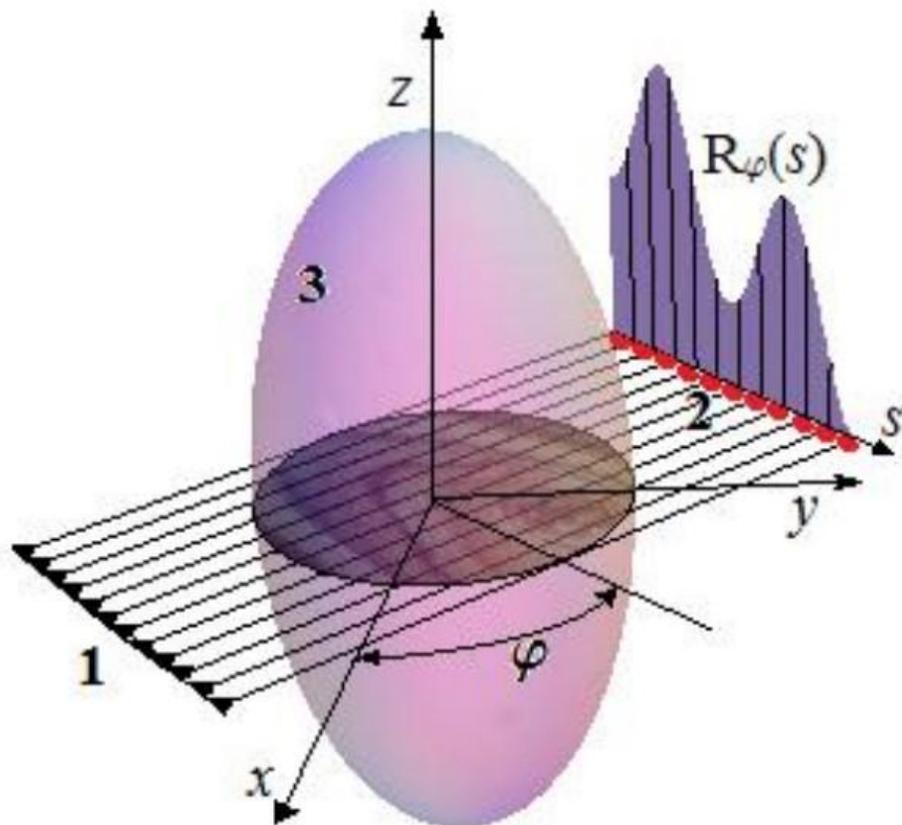
Национальный  
исследовательский  
ядерный университет

**Спасибо за внимание!**

25.06.2025

# Преобразование Радона

## Математическая постановка задачи



Зондирование трехмерного объекта  
(1 – источники; 2 – детекторы; 3 – объект)

Схема получения проекций одного слоя.

# Преобразование Радона

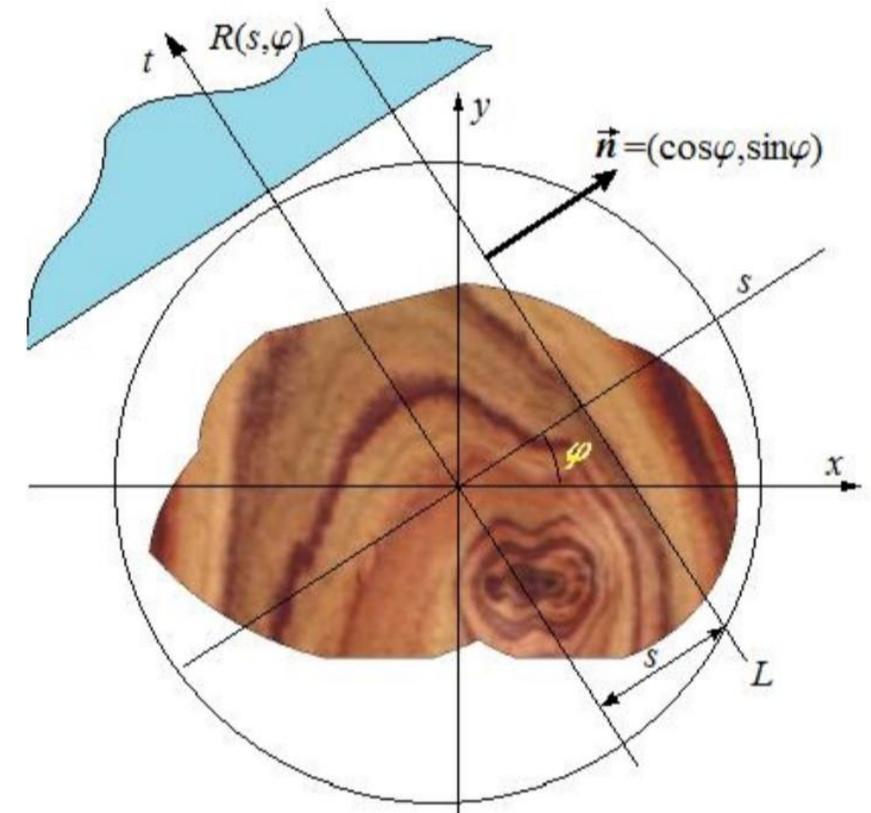
## Прямое преобразование

- Преобразование Радона:

$$R(s, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(s \cos \varphi - t \sin \varphi, s \sin \varphi + t \cos \varphi) dt$$

– функция двух действительных переменных.

- Физический смысл состоит в том, что функция  $R(s, \varphi)$  - функция яркости точки, которая преобразуется в некую функцию, которая в свою очередь является интегральной яркостью точек в направлении.
- Геометрический смысл преобразования Радона состоит в том, что это интегралы от функции вдоль прямых, перпендикулярных вектору, проходящих на расстоянии (измеренном вдоль вектора  $s$  соответствующим знаком) от начала координат.



К преобразованию Радона функции двух переменных.

# Обратное преобразование Радона

## Математическая постановка задачи

$$F(w_1, w_2) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i(w_1 x + w_2 y)} dx dy$$

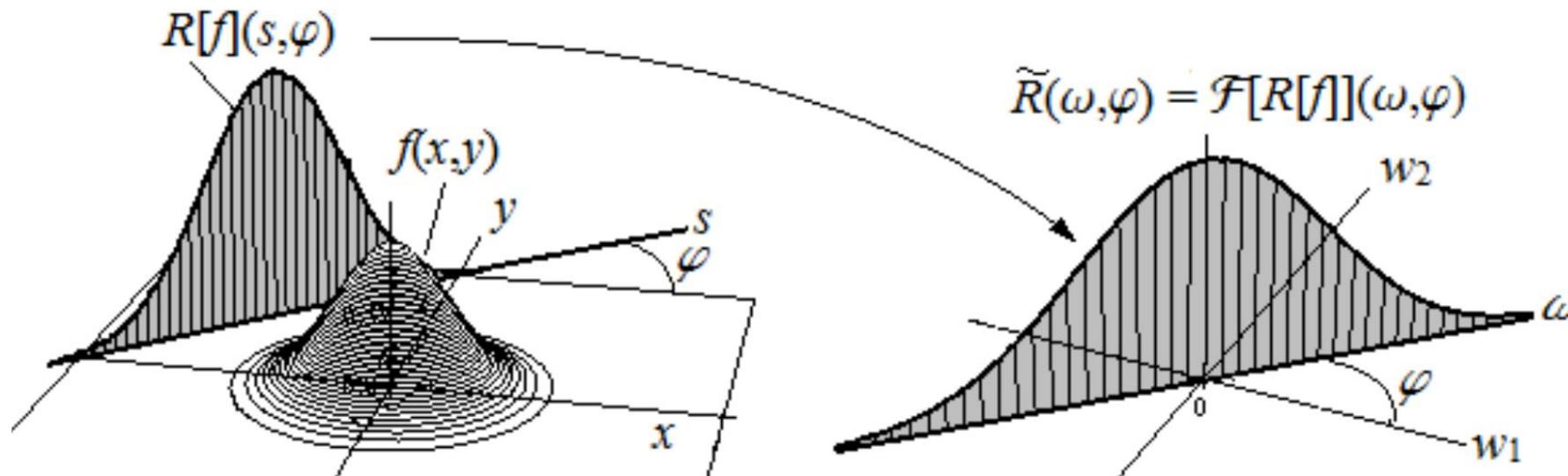
Прямое преобразование Фурье от 2х переменных.

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} F(w_1, w_2) e^{-i(w_1 x + w_2 y)} dw_1 dw_2$$

Обратное преобразование Фурье от 2х переменных.

$$R(s, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(s \cos \varphi - t \sin \varphi, s \sin \varphi + t \cos \varphi) dt$$

Прямое преобразование Радона



# Обратное преобразование Радона



## Математическая постановка задачи. Продолжение

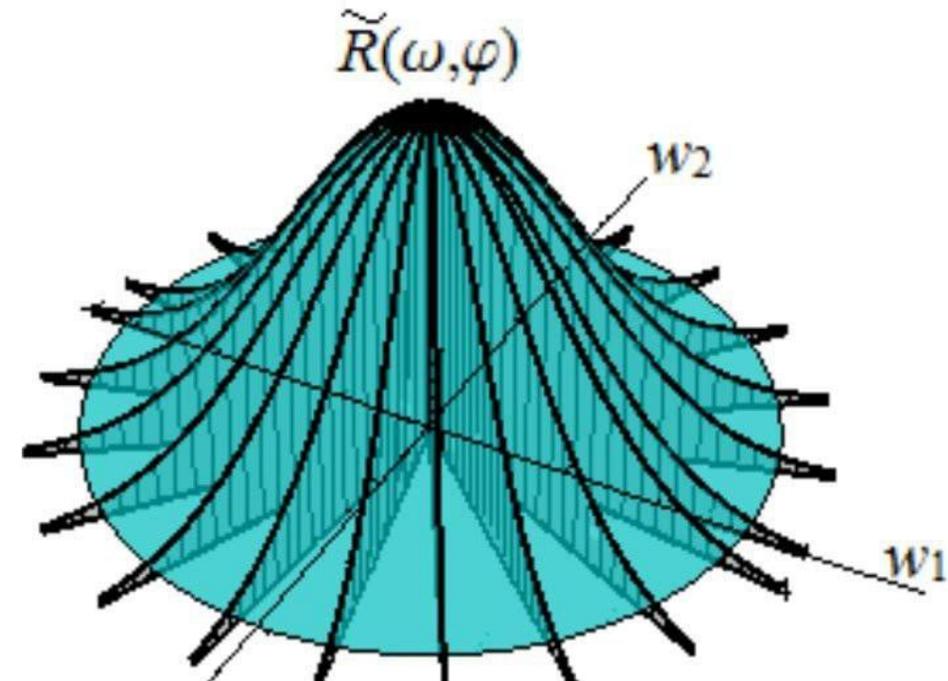
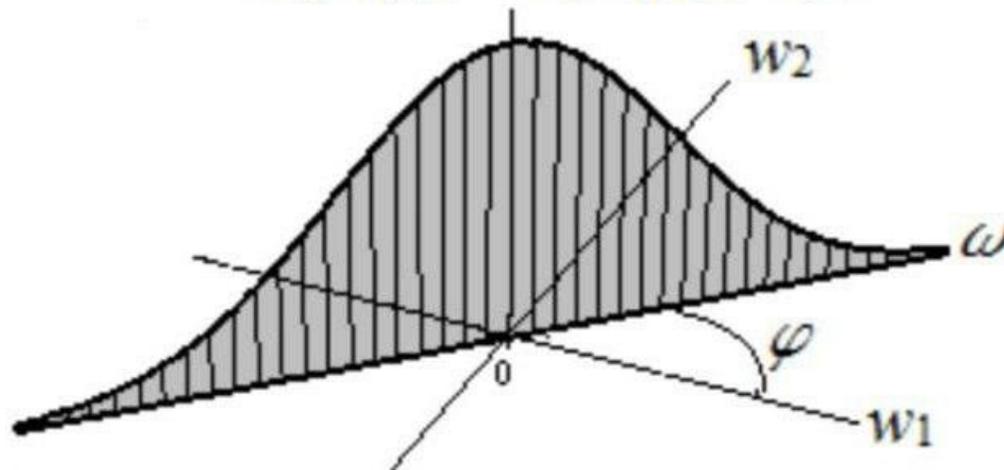
$$w_1 x + w_2 y = s$$



$$x \cos(\varphi) + y \sin(\varphi) = s$$

$$F(w_1, w_2) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} R[f](s, \varphi) e^{-i\omega s} ds = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \tilde{R}(\omega, \varphi)$$

$$\tilde{R}(\omega, \varphi) = \mathcal{F}[R[f]](\omega, \varphi)$$



# Методы фильтрации синограммы

Фильтр **Ram-Lak** выделяет высокочастотные компоненты в синограммах

$$H(\omega) = |\omega| \cdot \text{rect}\left(\frac{\omega}{2\omega_{max}}\right)$$

$\omega$  – частота

$\omega_{max}$  – частота Найквиста (максимальная частота в дискретной системе)

$\text{rect}()$  – прямоугольная функция (обрезка за пределами  $\pm \omega_{max}$ )

Фильтр **Shepp-Logan** является модифицированной версией Рам-Лака, с более мягкой обработкой высокочастотных компонент:

$$H(\omega) = |\omega| \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi\omega}{2\omega_{max}}\right)$$

Фильтр **Cosine** позволяет уменьшить шум и артефакты в реконструируемом изображении.

Он может быть представлен в частотной области как:

$$H(\omega) = |\omega| \cdot \cos\left(\frac{\pi\omega}{2\omega_{max}}\right)$$

# Методы фильтрации

Фильтр **Хэмминга** имеет форму, которая плавно ослабляет высокочастотные компоненты, что помогает уменьшить шум и артефакты в изображениях. В частотной области фильтр Хэмминга может быть представлен как:

$$H(\omega) = |\omega| \cdot \left[ \alpha + (1 - \alpha) \cos\left(\frac{\pi\omega}{\omega_{max}}\right) \right]$$

- Стандартное значение  $\alpha=0.54$  (оптимально для большинства ПЭТ/КТ исследований).
- Диапазон регулировки:  $\alpha \in [0.5, 0.6]$ .

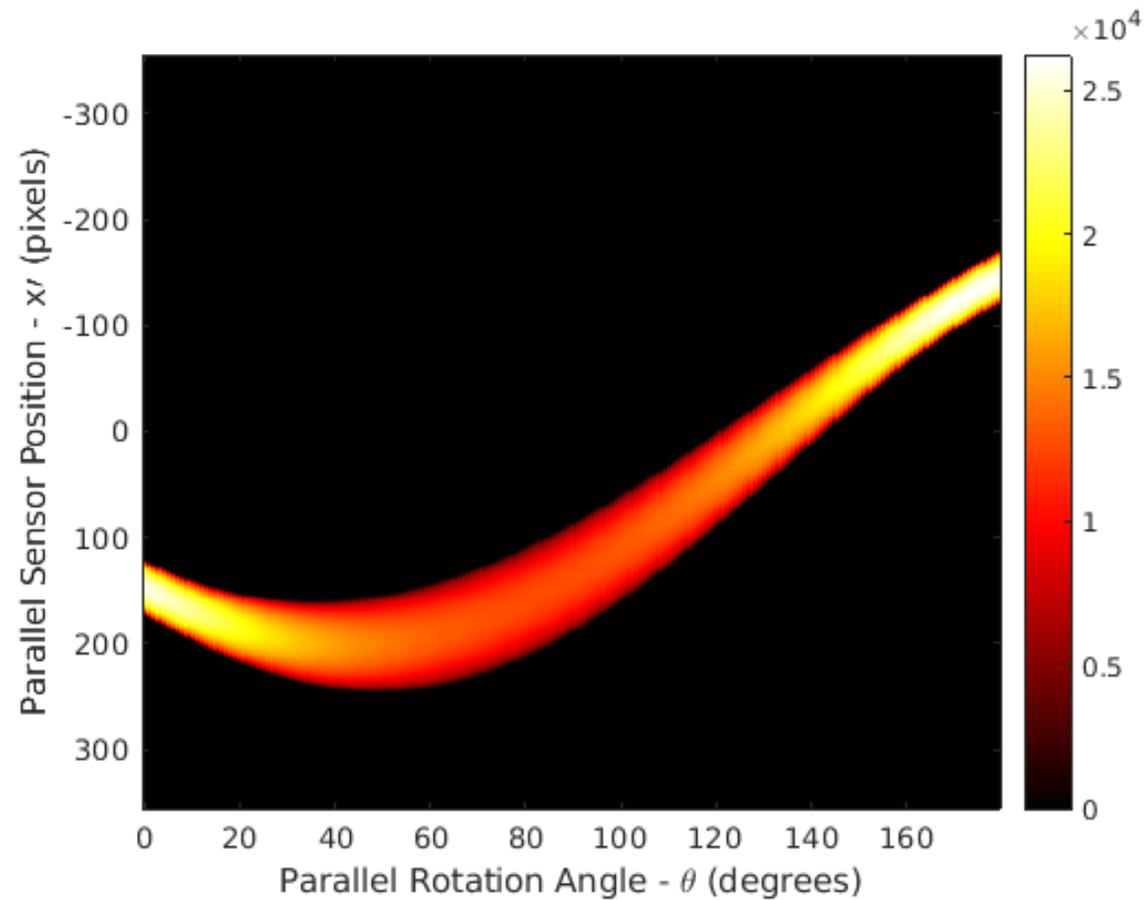
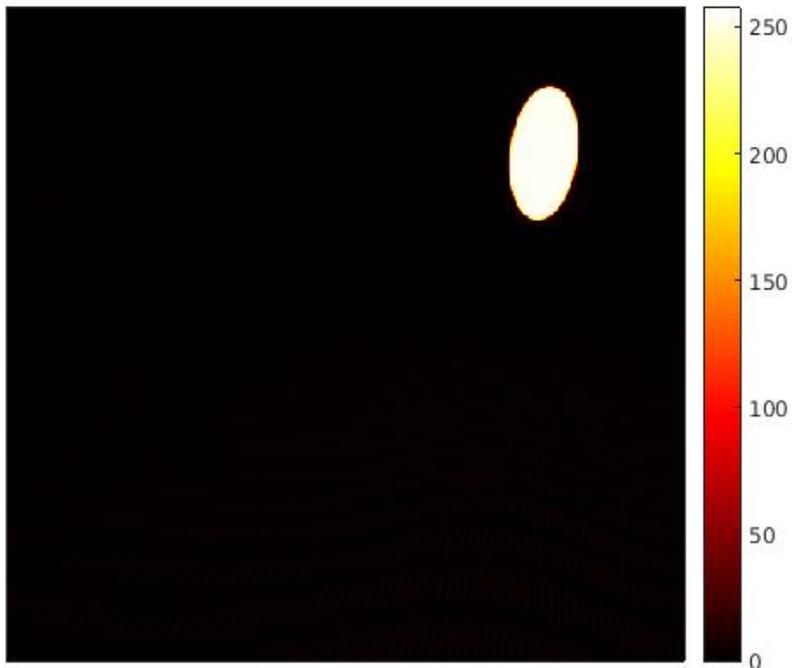
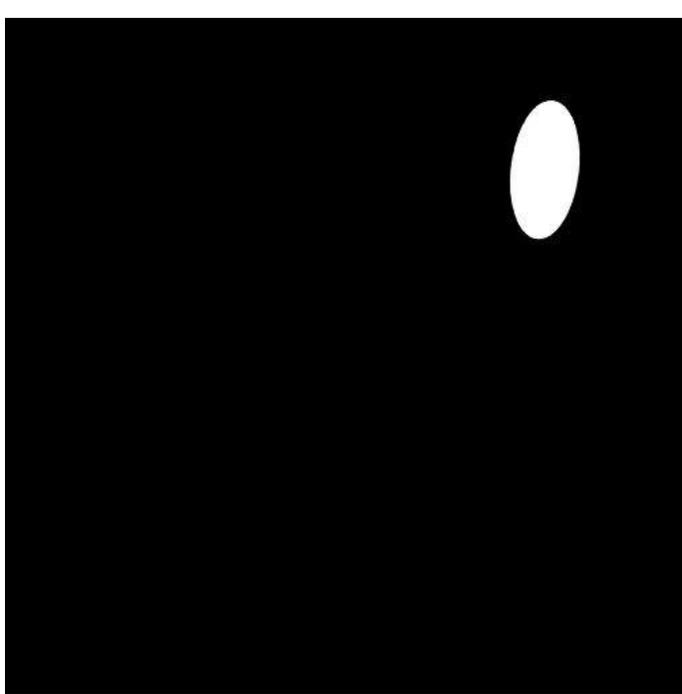
Фильтр **Ханна** похож на фильтр Хэмминга по форме, так же является оконным фильтром, но имеет иное уравнение. В частотной области фильтр Ханна может быть представлен как:

$$H(\omega) = |\omega| \cdot \left[ 0.5 + 0.5 \cos\left(\frac{\pi\omega}{\omega_{max}}\right) \right]$$

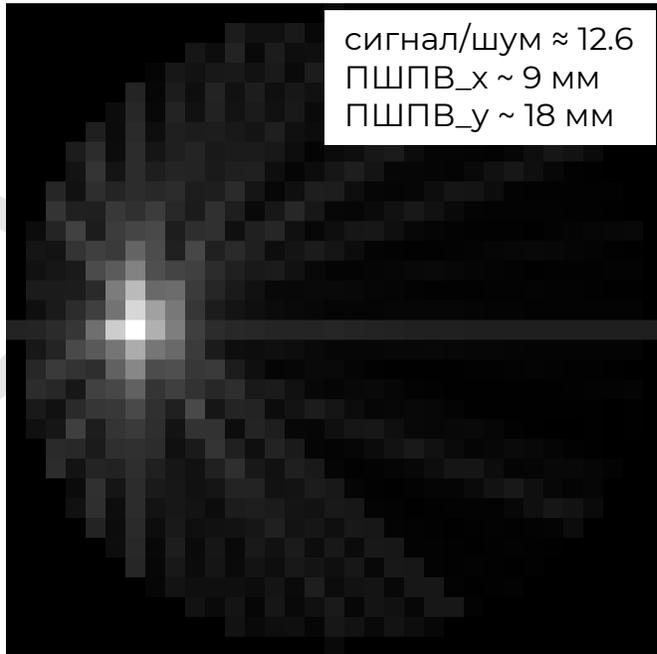
- Эти фильтры эффективно подавляют высокочастотные компоненты, что делает их полезными для уменьшения шумов.

# Восстановление изображения

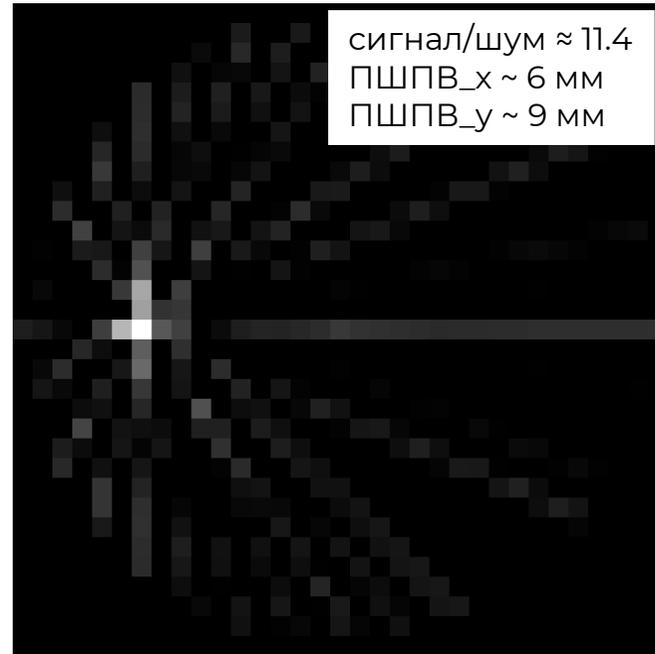
Пример полного цикла восстановления  
изображения. 180 проекций



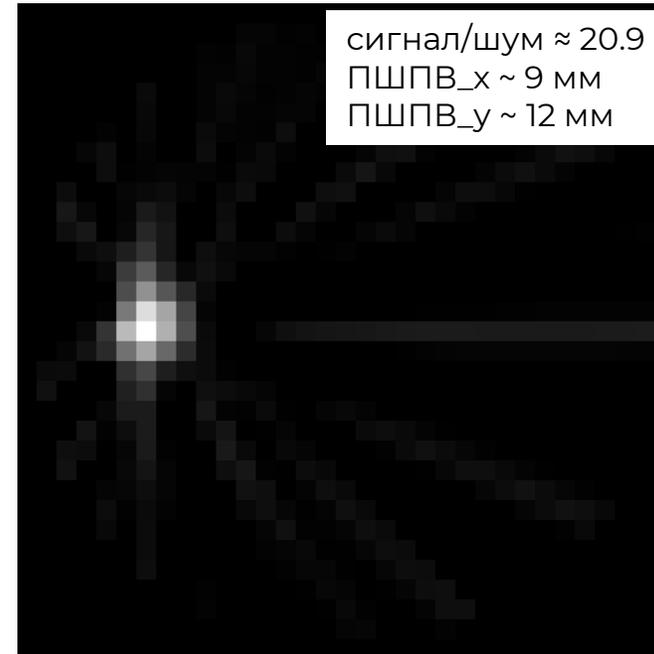
## Without Filters



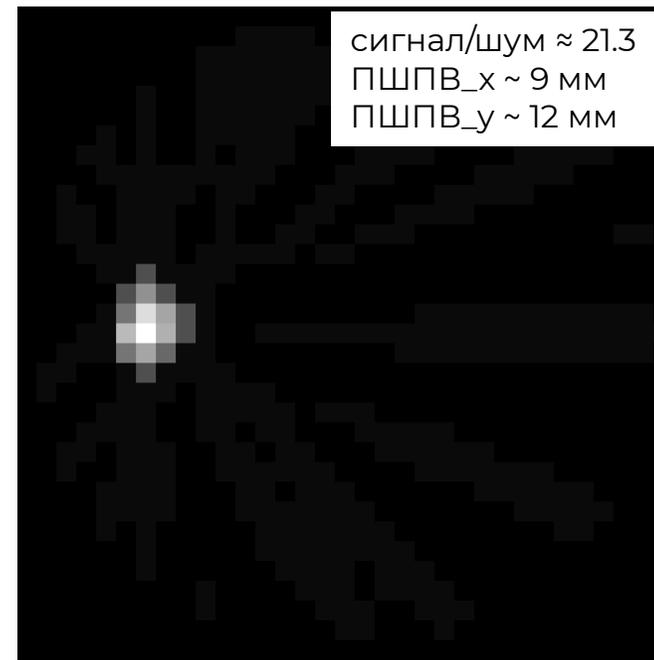
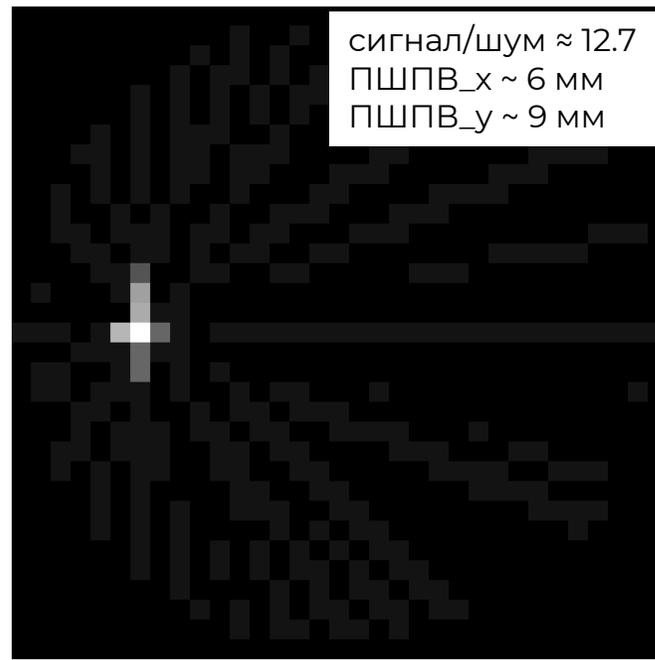
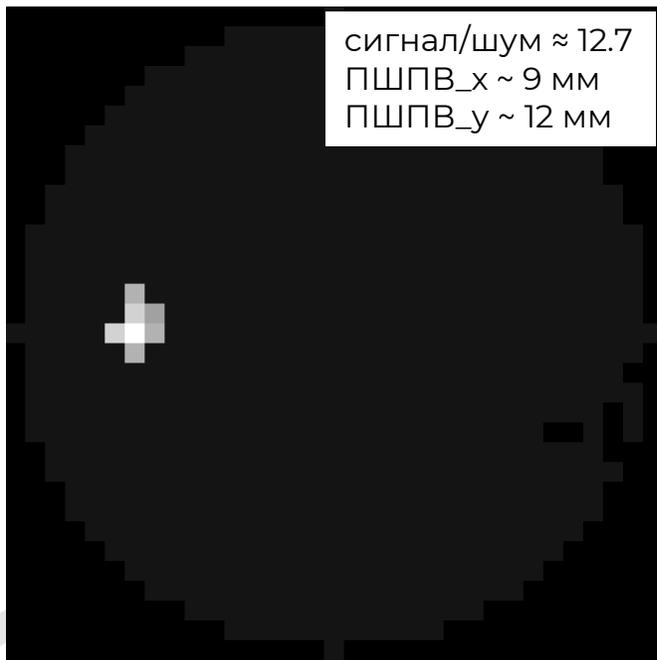
## Ram-Lak



## Hann



До применения  
DBSCAN



После  
DBSCAN

# Метод кластеризации DBSCAN



## Основной момент фильтрации

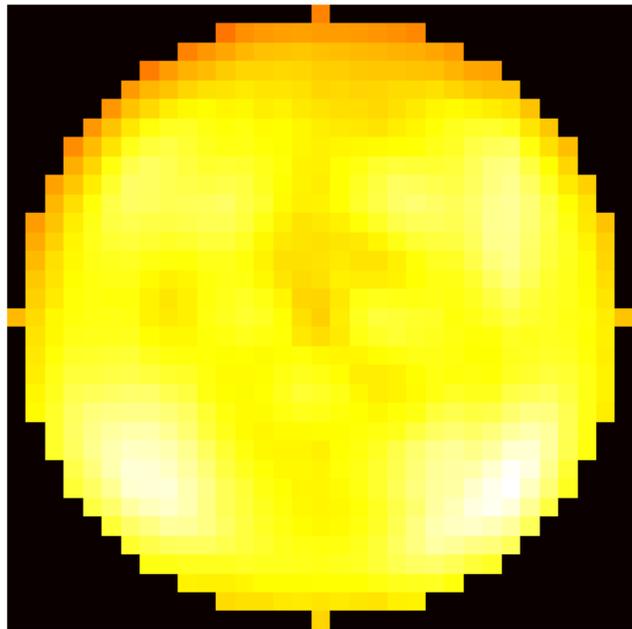
```
dbscan = DBSCAN(eps=eps, min_samples=min_samples)
labels = dbscan.fit_predict(X)

filtered_image = np.zeros_like(image)

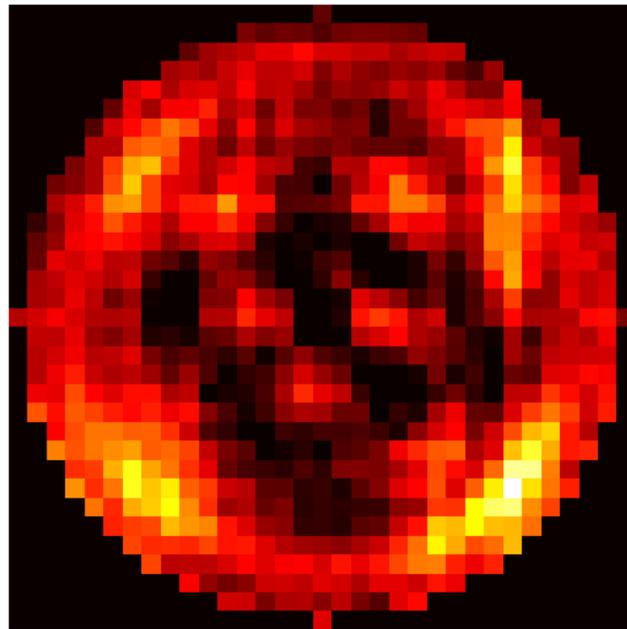
for label in np.unique(labels):
    if label != -1: # Пропускаем шумы
        cluster_pixels = X[labels == label, :2] # Получаем координаты пикселей кластера
        cluster_intensity = np.mean(X[labels == label, 2]) # Средняя интенсивность кластера
        for pixel in cluster_pixels:
            filtered_image[int(pixel[0]), int(pixel[1])] = cluster_intensity
```

label – метка кластера

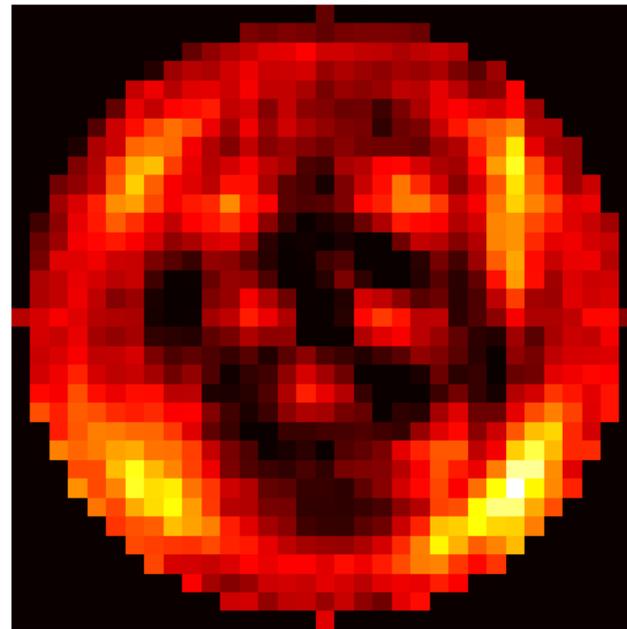
without filter



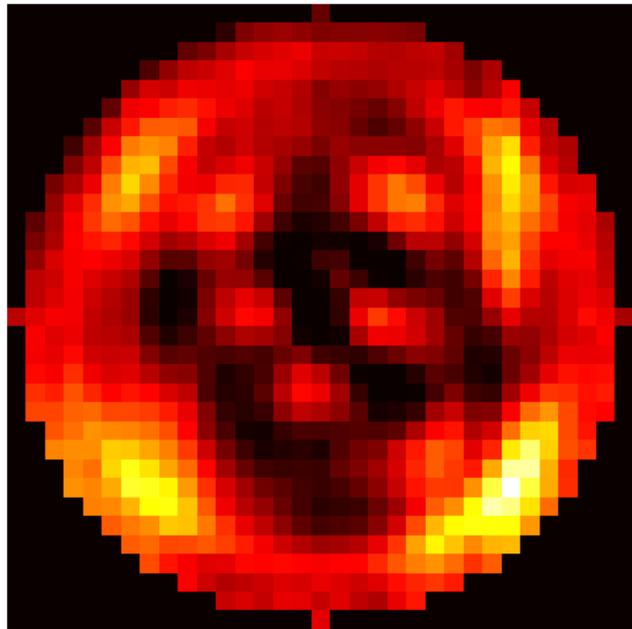
Ram-Lak



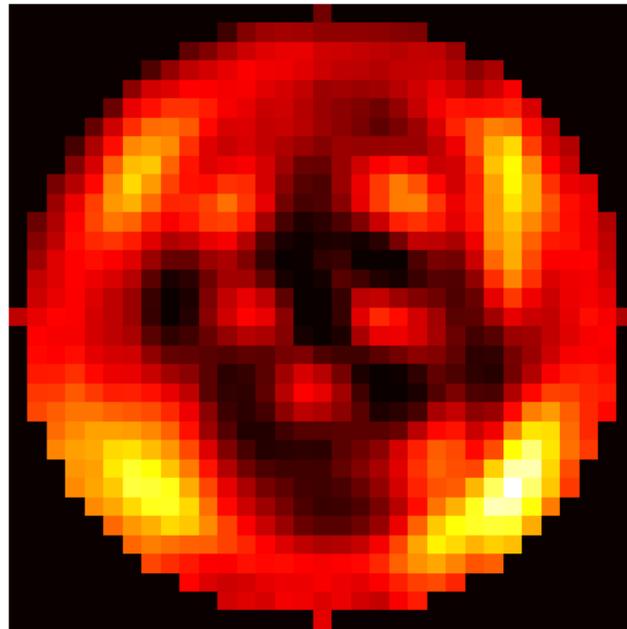
Shepp-Logan



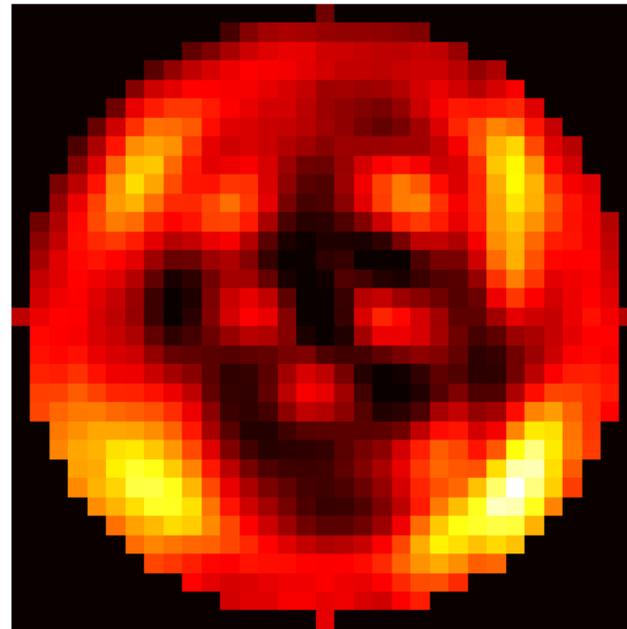
Cosine



Hamming

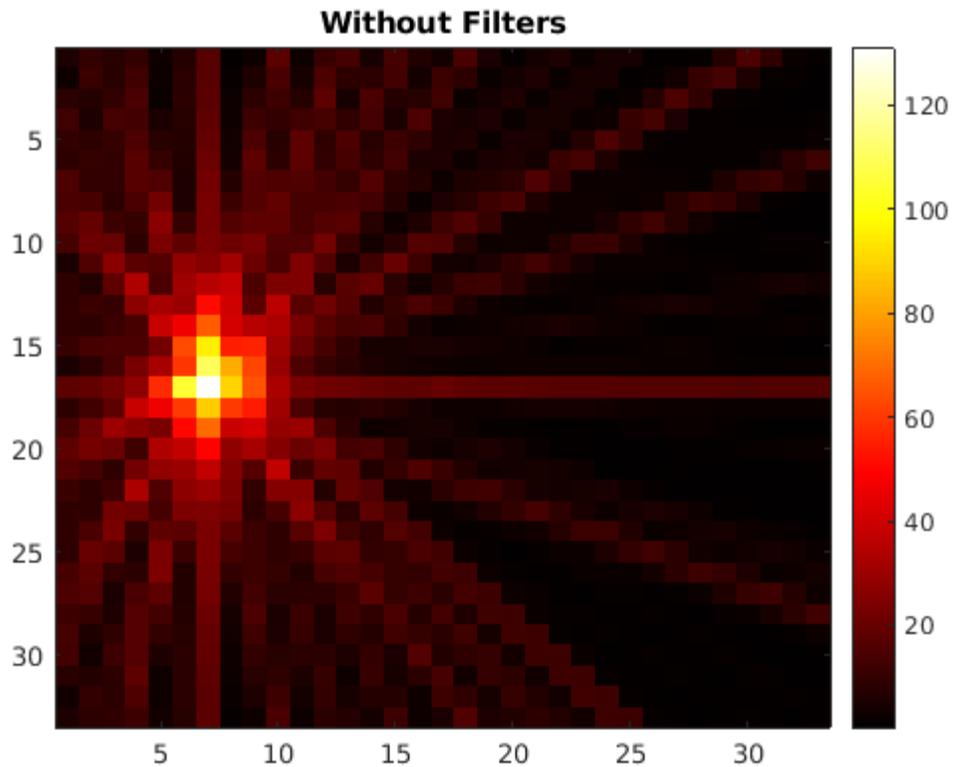


Hann

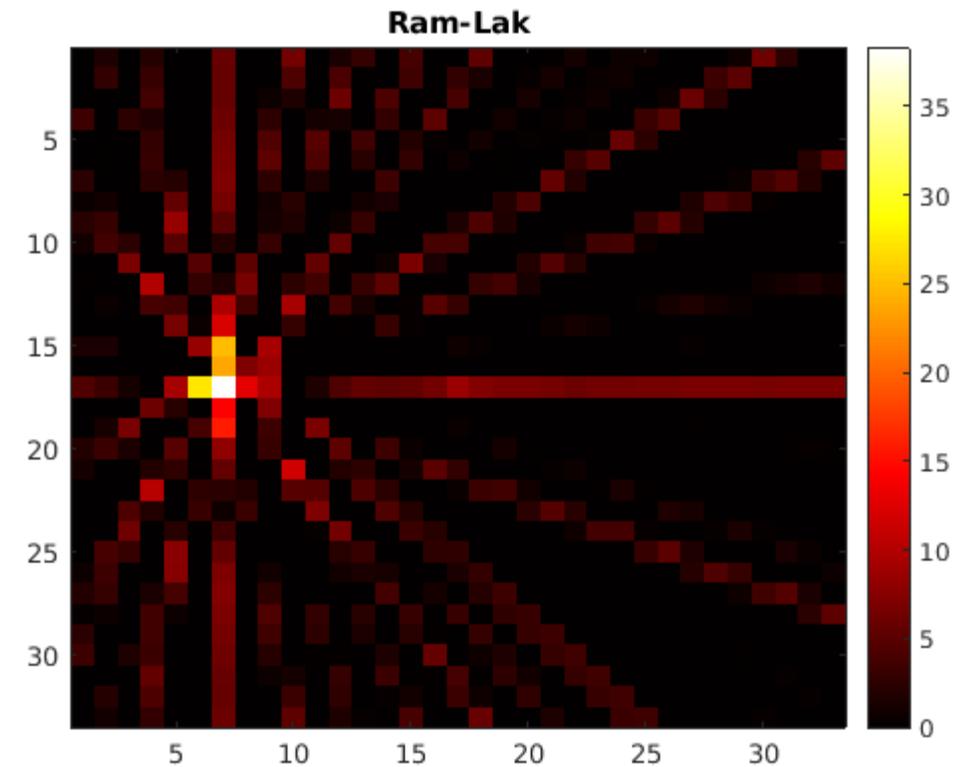


# Восстановление изображения

Моделированные данные в GEANT4. Восстановленное изображение



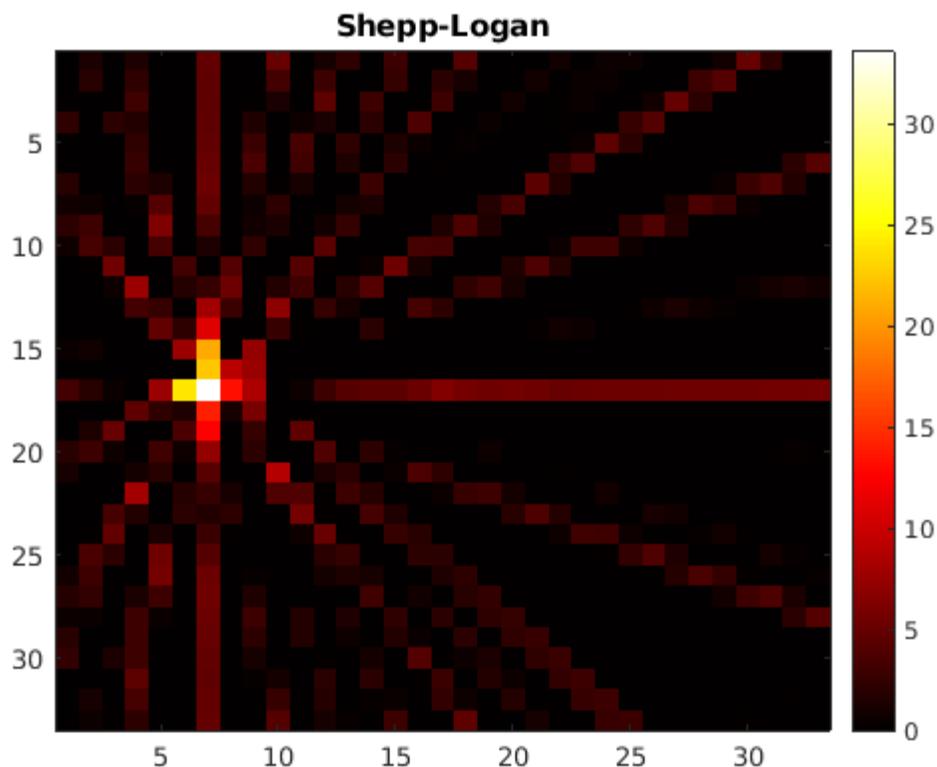
Восстановленное изображение, без фильтрации синограммы.



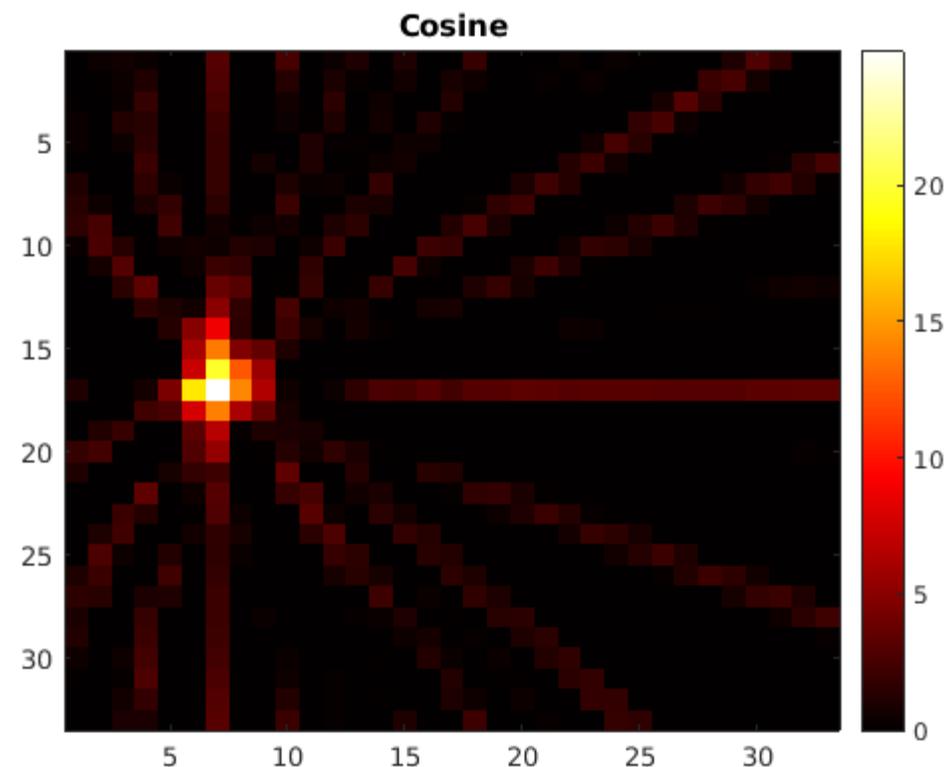
Фильтр **Ram-Lak** усиливает высокочастотные компоненты в синограммах.

# Восстановление изображения

Моделированные данные в GEANT4. Восстановленное изображение с применением фильтров



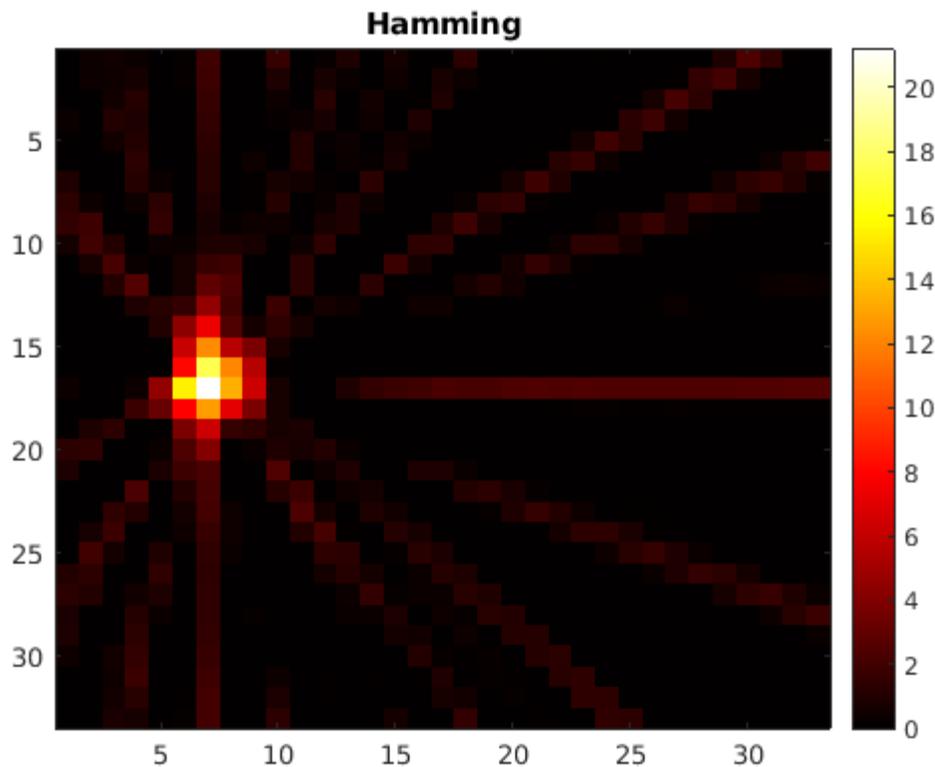
Фильтр **Shepp-Logan** усиливает высокочастотные компоненты, сохраняя при этом низкие частоты



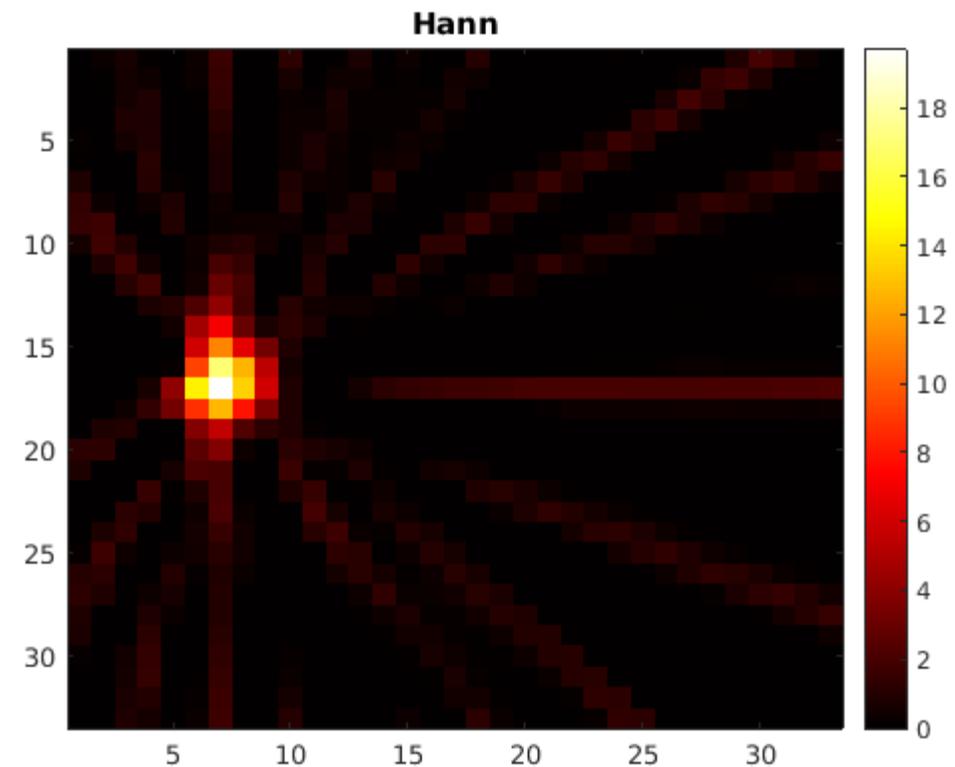
Фильтр **Cosine** позволяет уменьшить шум и артефакты в реконструируемом изображении, но с меньшей резкостью, чем Shepp-Logan или Ram-Lak.

# Восстановление изображения

Моделированные данные в GEANT4. Восстановленное изображение с применением фильтров

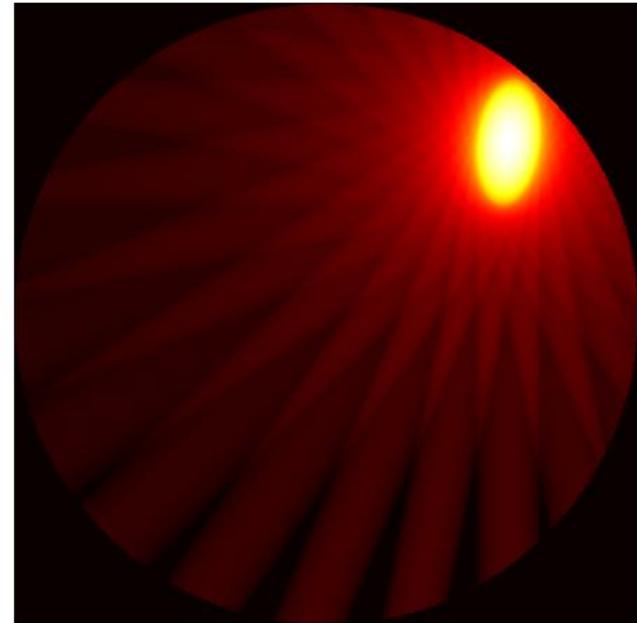


Фильтр **Хэмминга** плавно ослабляет высокочастотные компоненты.

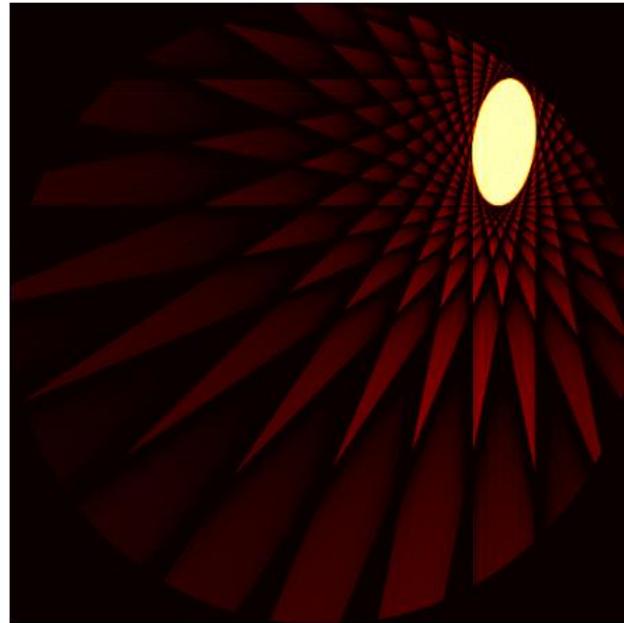


Фильтр **Ханна** похож на фильтр Хэмминга по форме, но имеет иное уравнение.

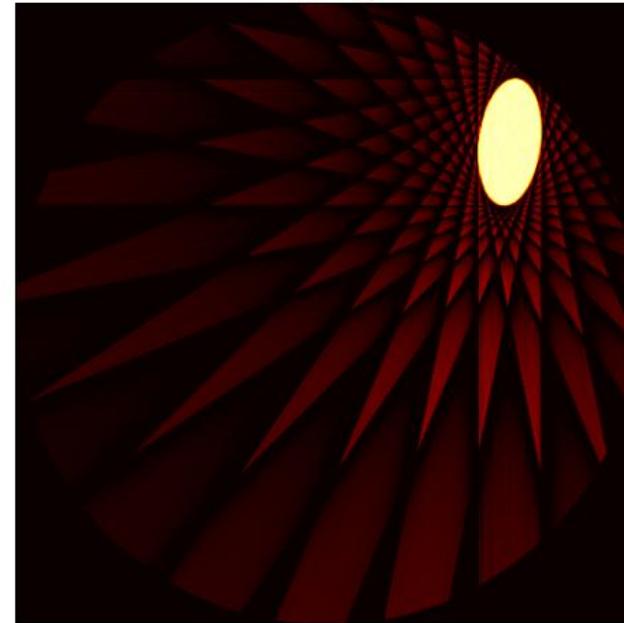
without filter



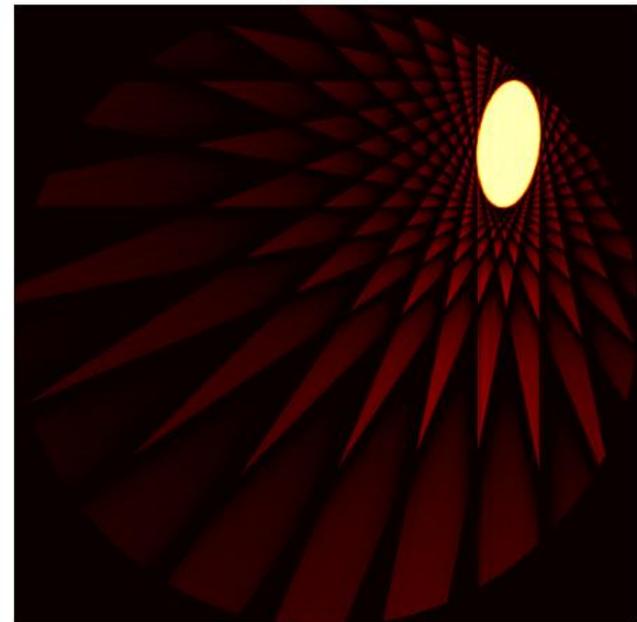
Reconstruction from Parallel Beam Projection  
Ram-Lak



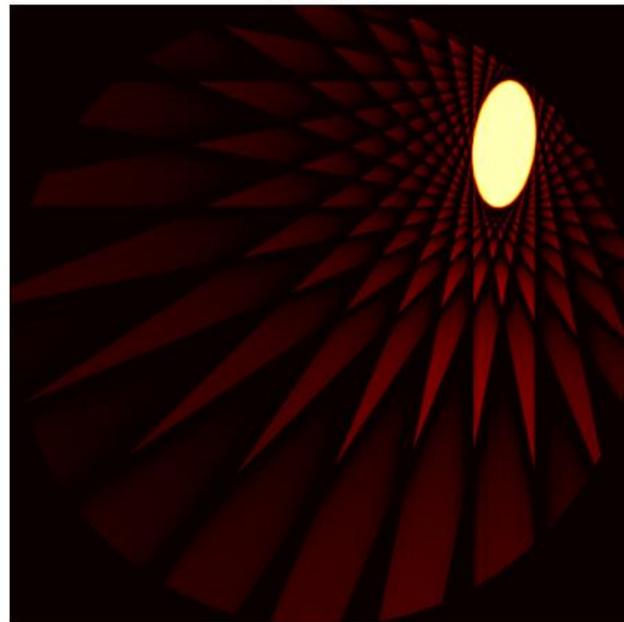
Shepp-Logan



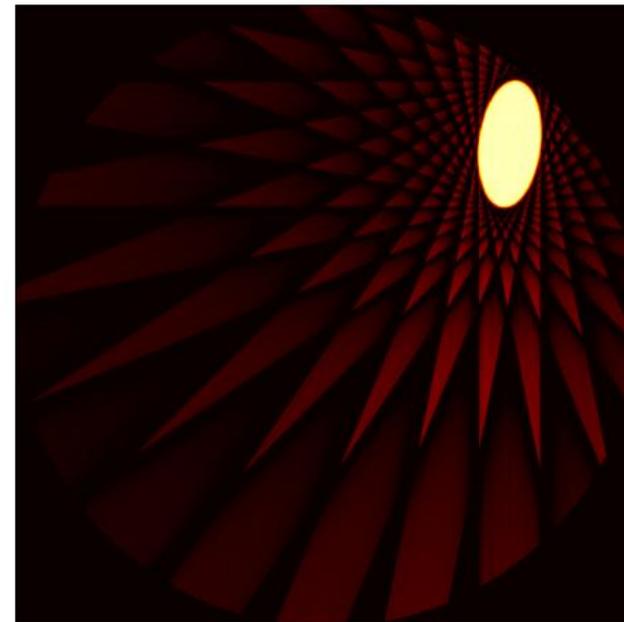
Cosine

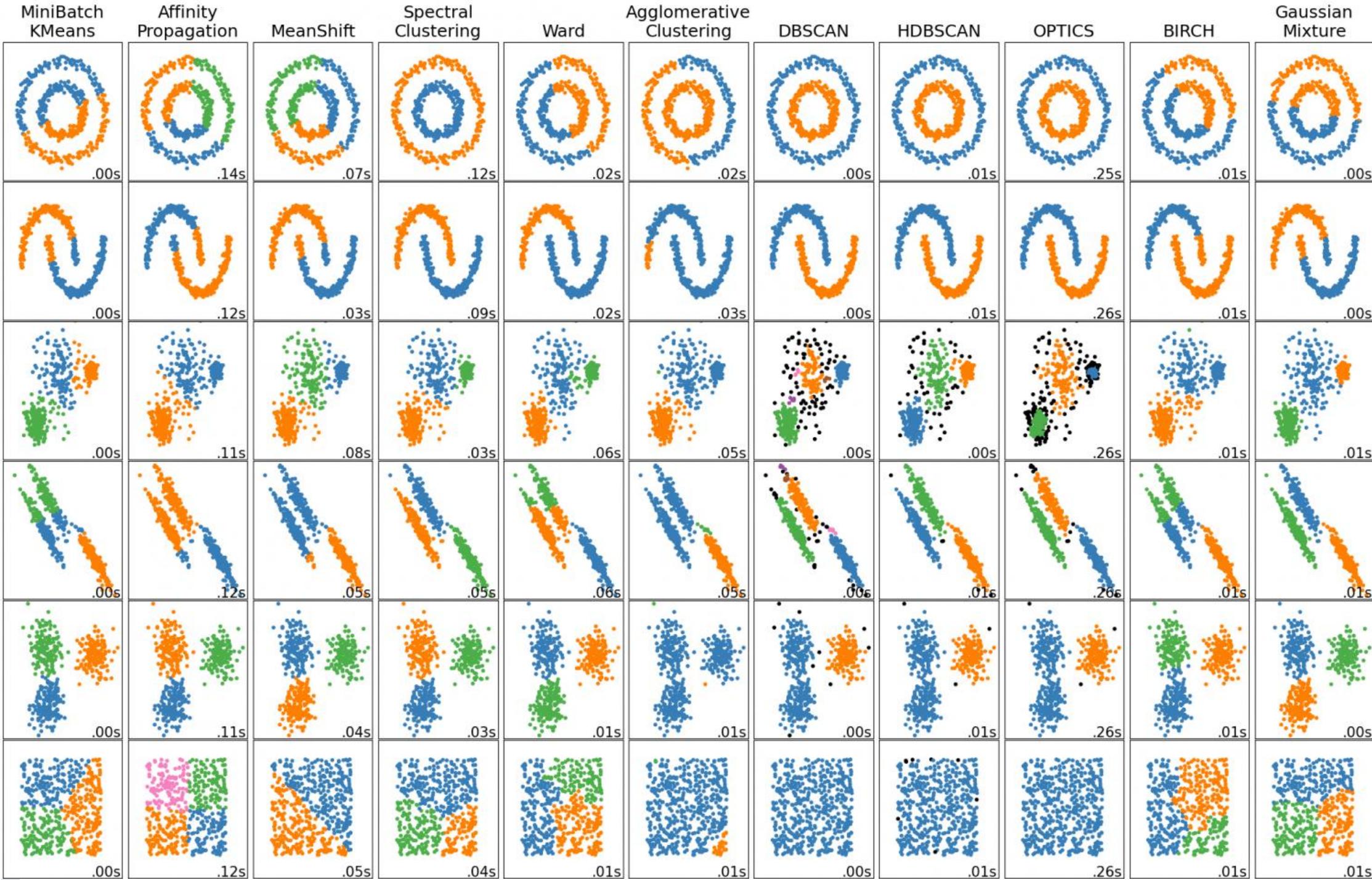


Hamming



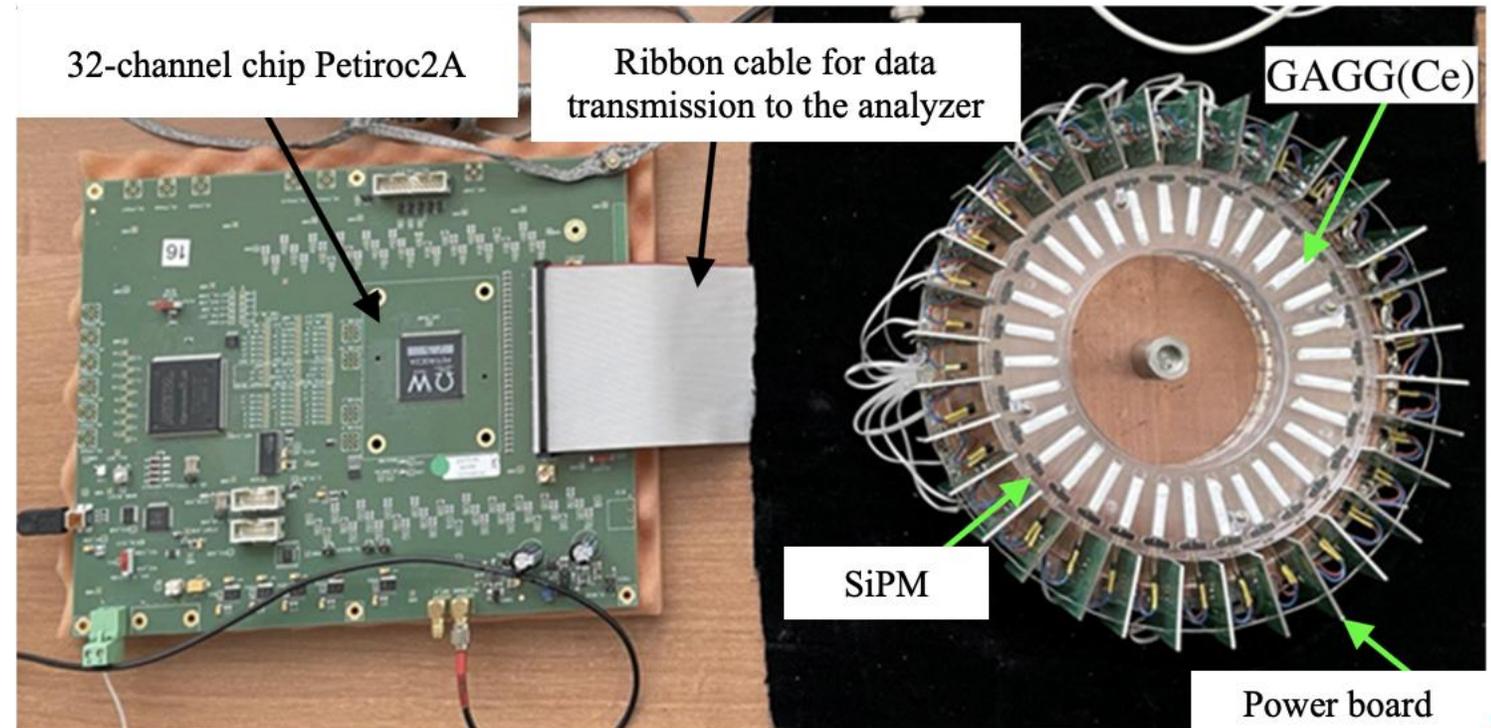
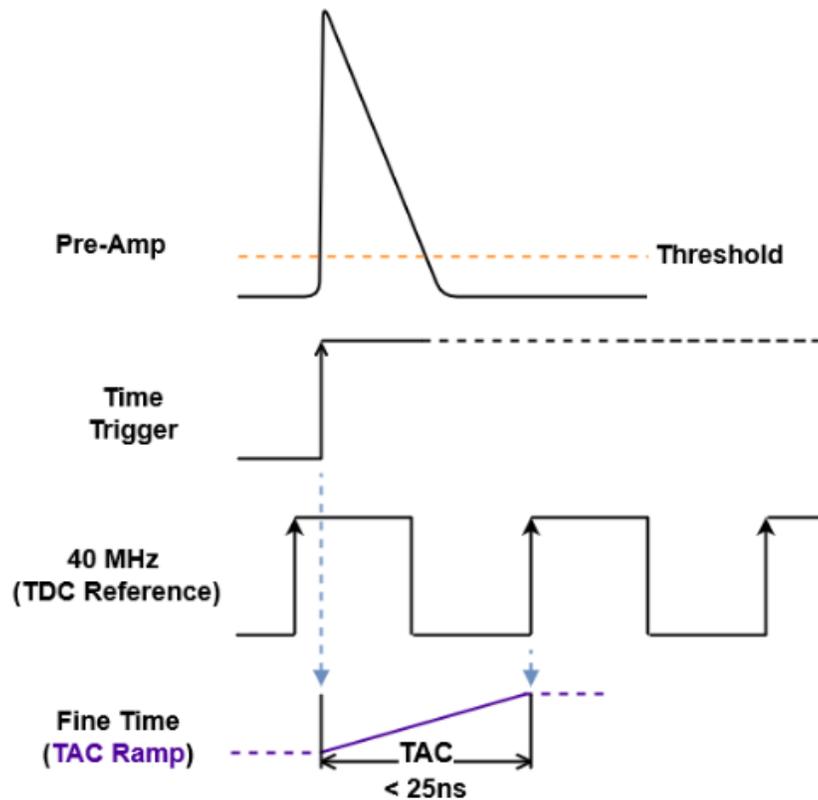
Hann



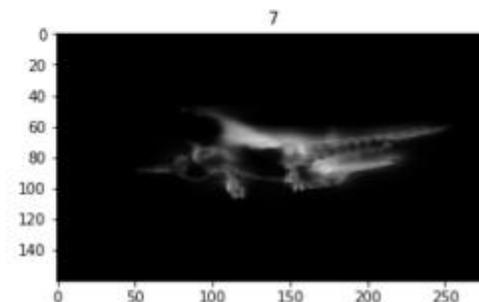
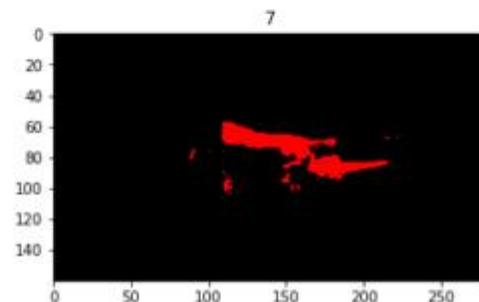
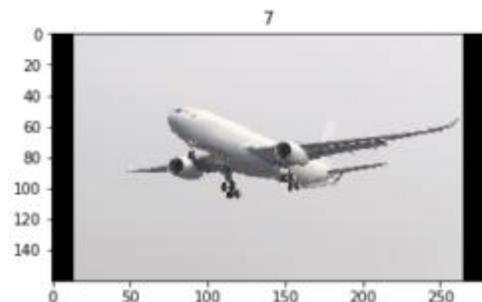
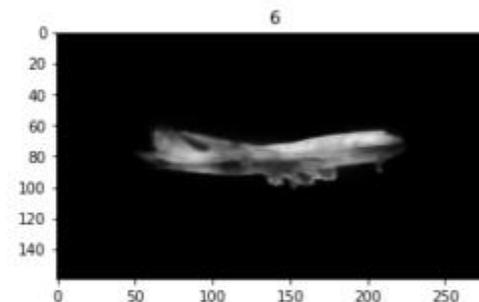
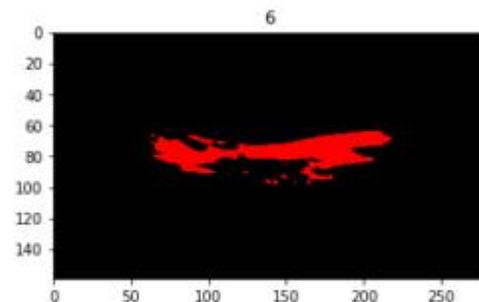
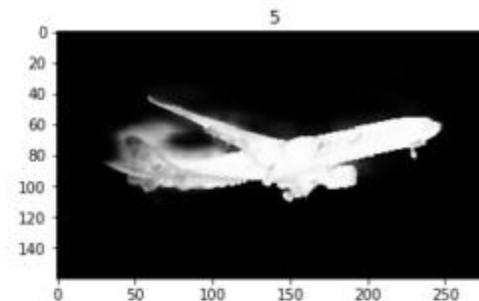
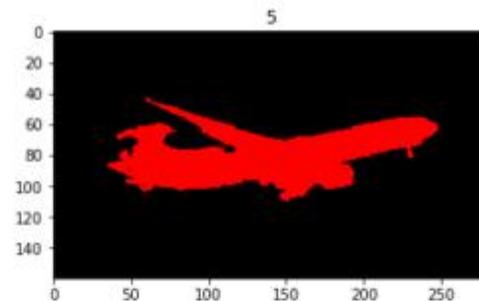
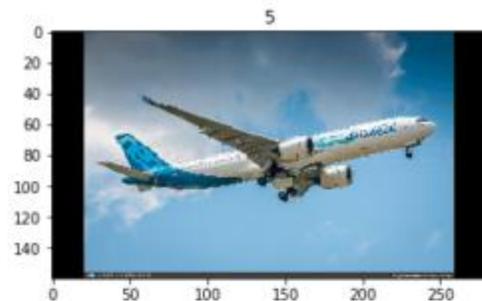
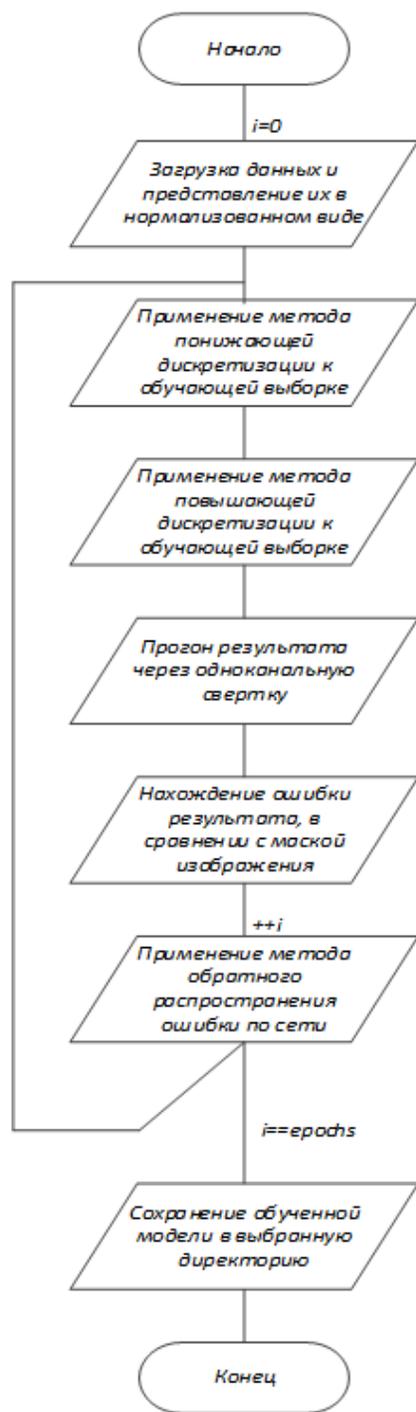


# Дополнительный слайд к установке

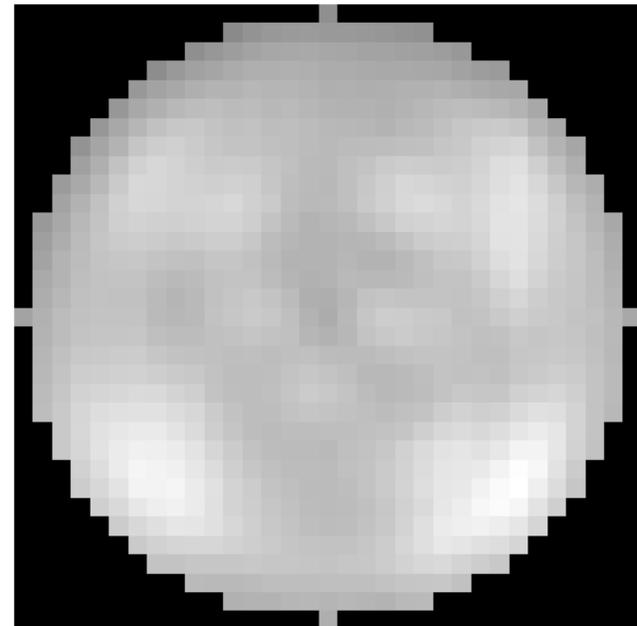
Метод измерения  
времени платой  
PETIROC2A



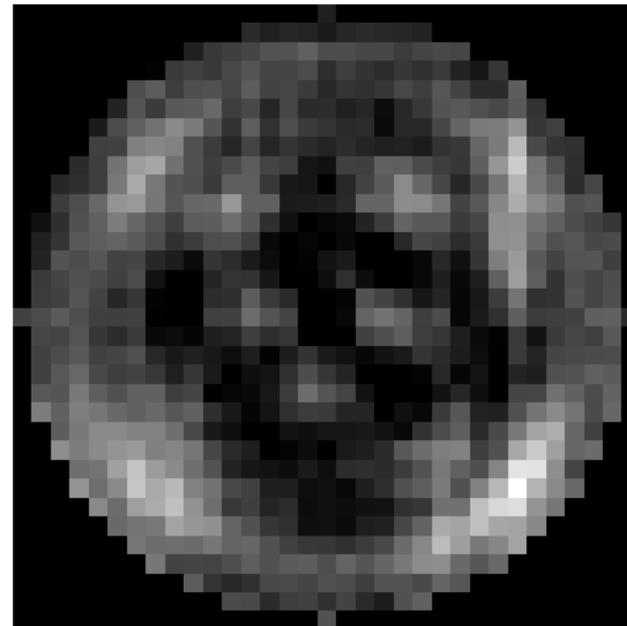
# Архитектура U-net



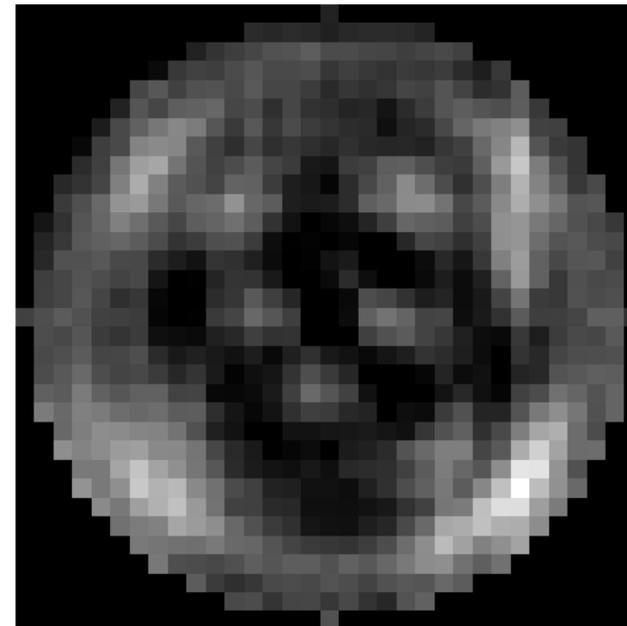
without filter



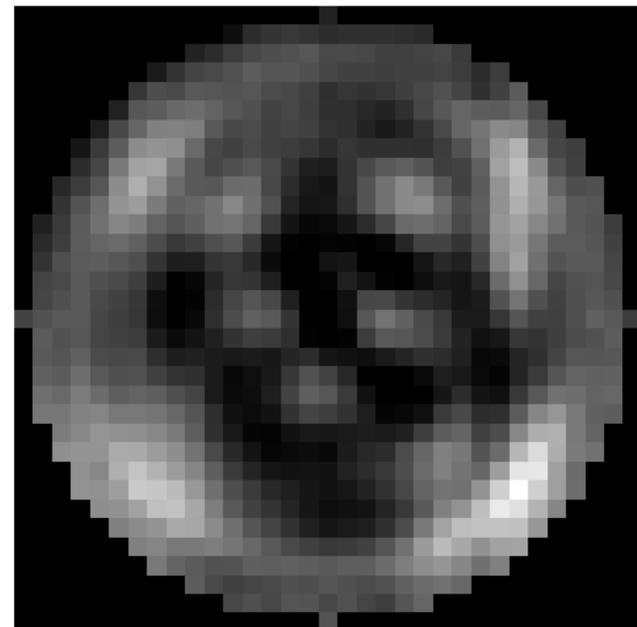
Ram-Lak



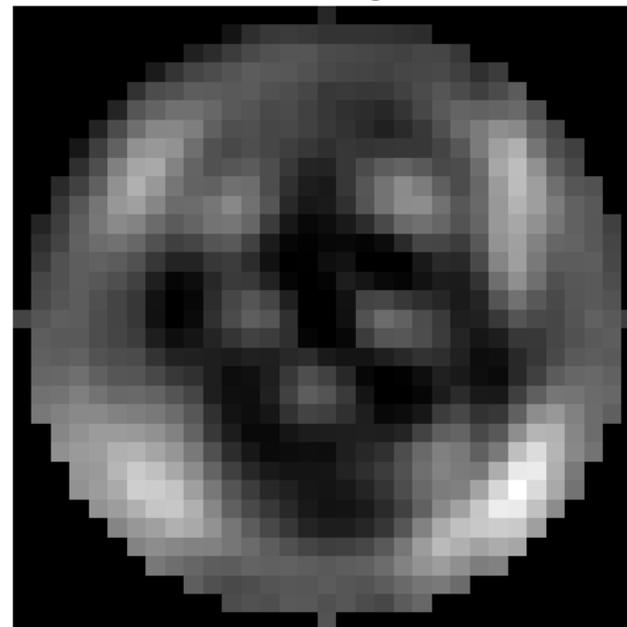
Shepp-Logan



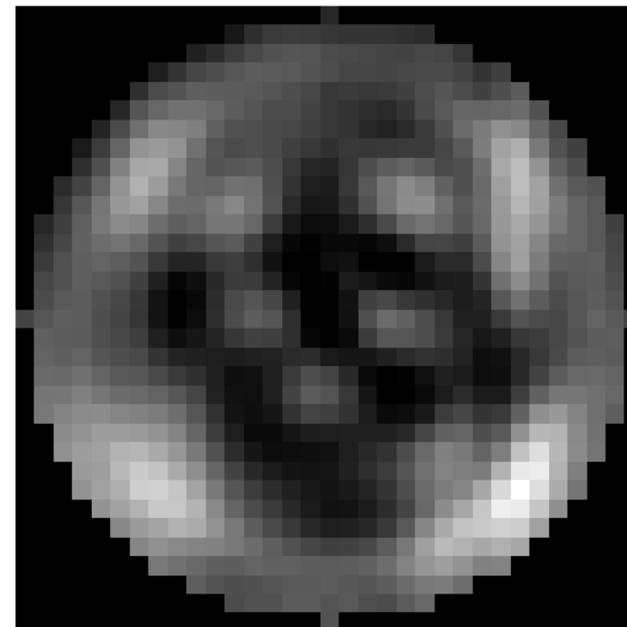
Cosine



Hamming



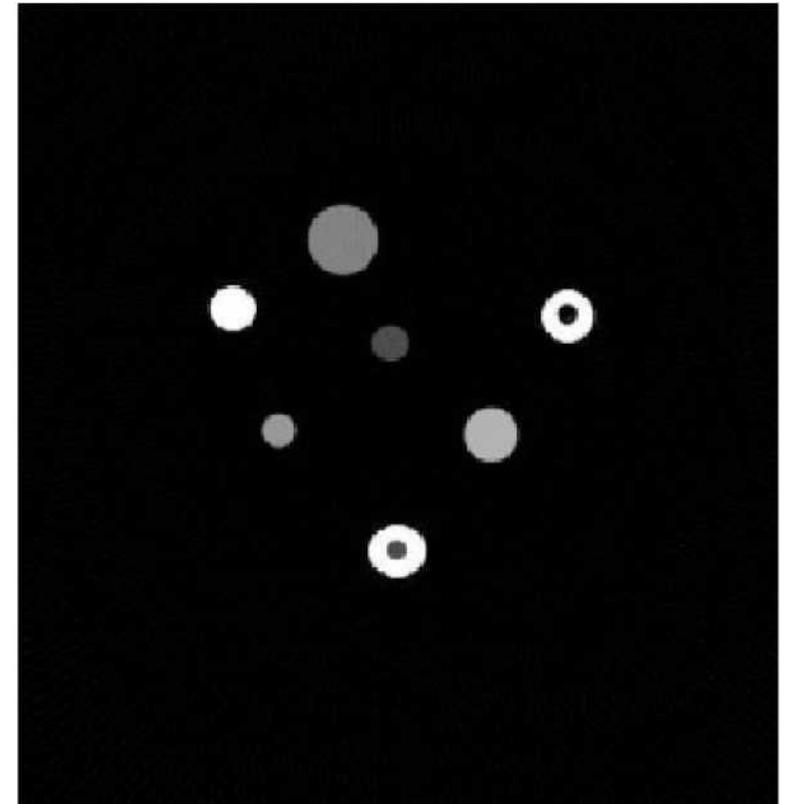
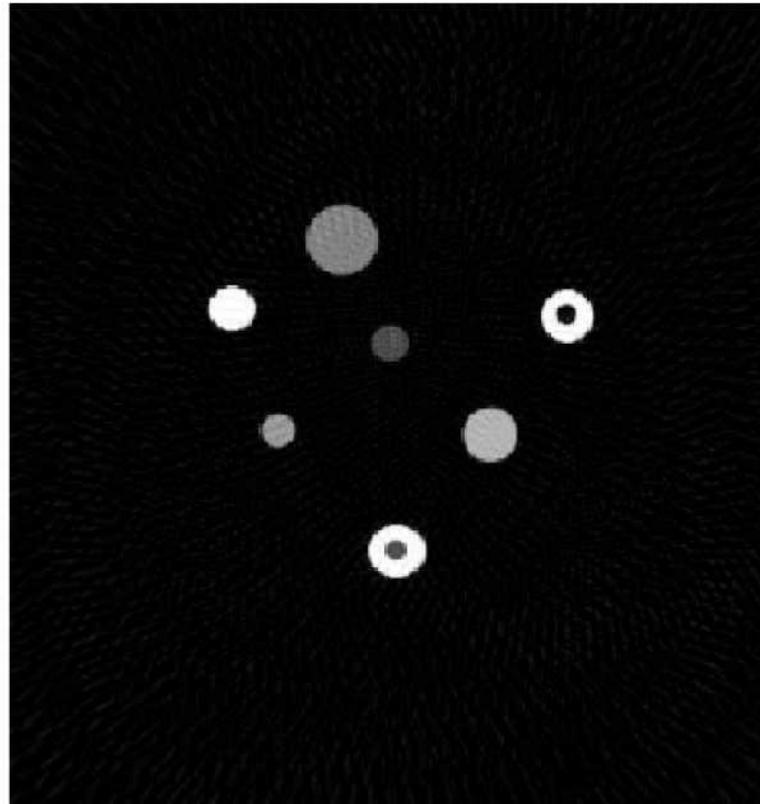
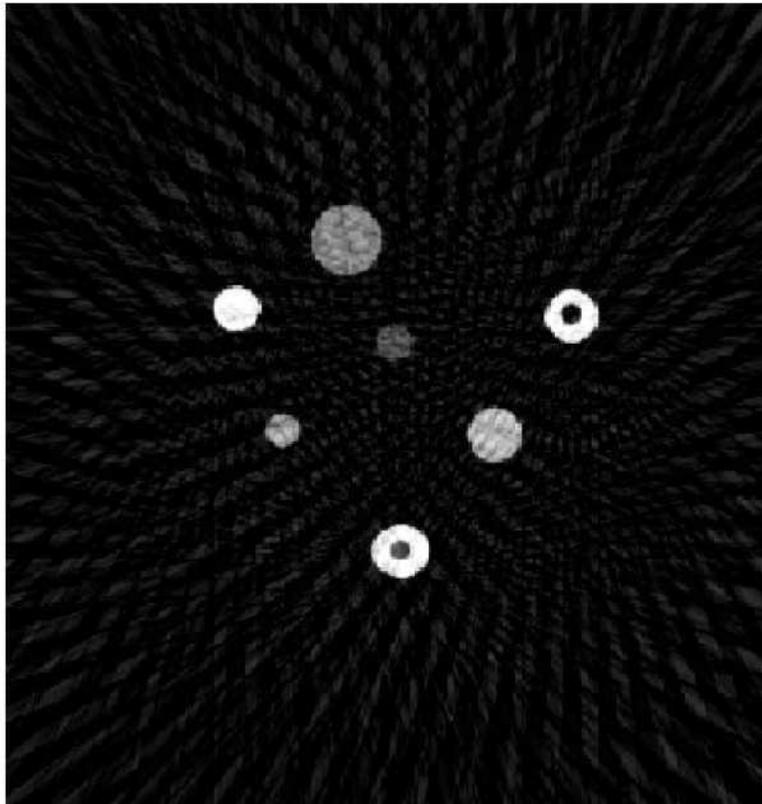
Hann



# Обратное преобразование Радона

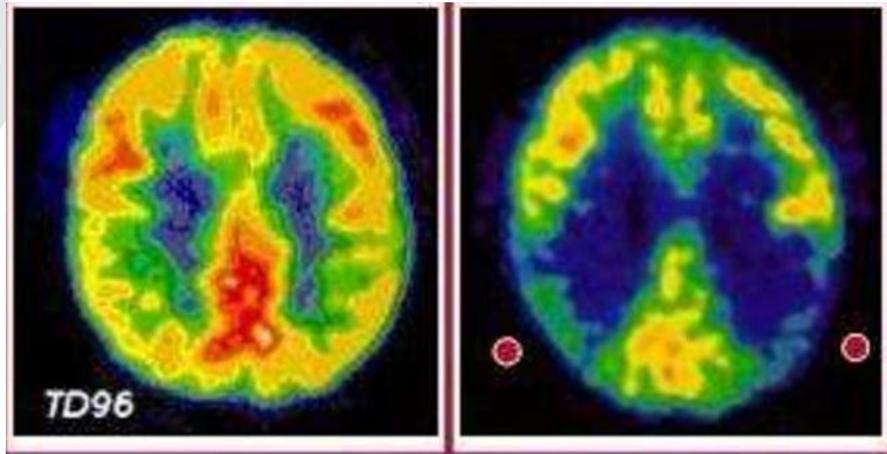
## Пример получения томограммы (реальное изображение)

Восстановленное изображение (томограмма)  
для 36 проекций (слева), 90 проекций (по центру) и 180 проекций (справа)



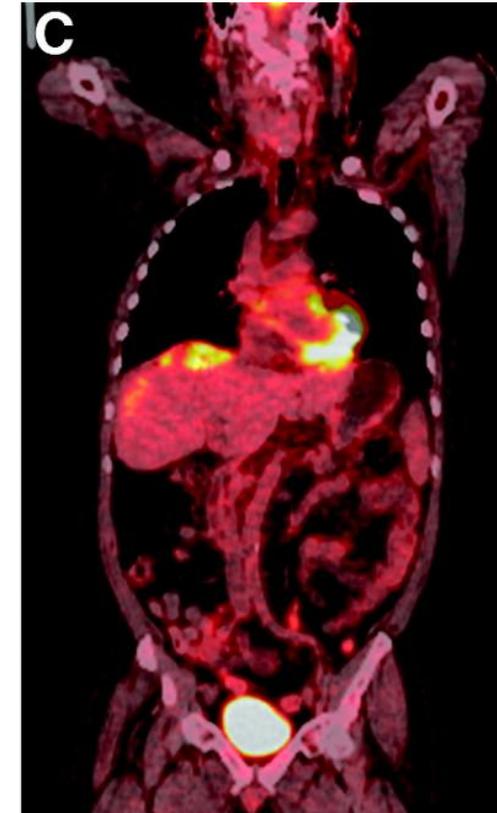
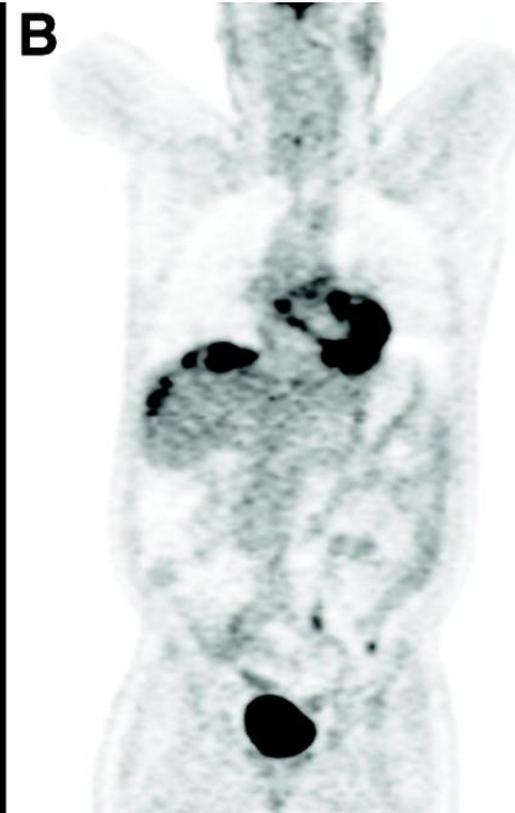
# Позитронно-эмиссионная томография (ПЭТ)

Реальные примеры использования ПЭТ



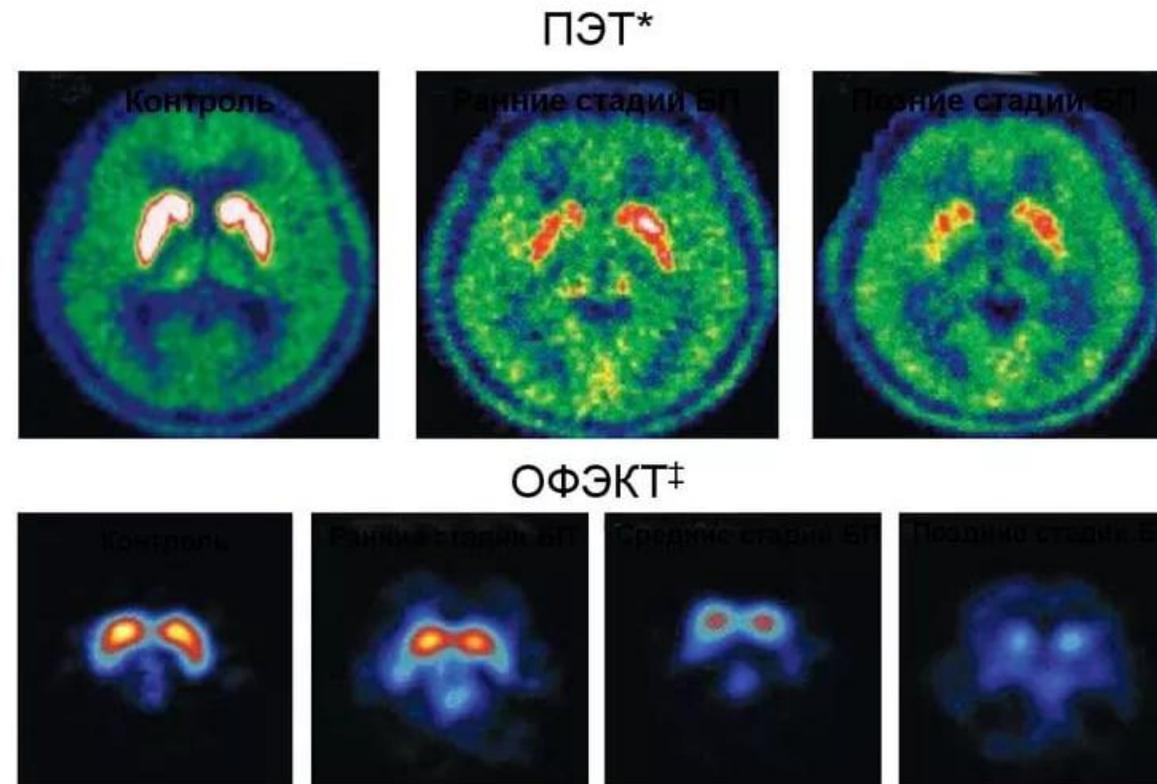
ПЭТ-изображение:

- Здорового мозга (слева)
- Болезнь Альцгеймера (справа)



А. КТ-изображение. В. ПЭТ-изображение. С. КТ/ПЭТ-изображение.

# Сравнение ПЭТ и ОФЭКТ



\* позитронно-эмиссионная томография с флуородопой

‡ однофотонная эмиссионная компьютерная томография с 2β-карбометокси-3β-(4-йодофенил)тропаном

Schapira AH, Olanow CW. *JAMA* 2004;291:358-64.

© 2004 American Medical Association. All rights reserved.

Нейровизуализация при болезни Паркинсона