МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 524.882 На правах рукописи

ФИЛИППОВ ДАНИЛА ПАВЛОВИЧ

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДОМЕННЫХ СТЕНОК С ГАЗОМ СКАЛЯРНЫХ ЧАСТИЦ В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ

Направление подготовки 14.04.02 «Ядерные физика и технологии»
Диссертация на соискание степени магистра

Научный руководитель,
к.ф.-м.н. ________ А. А. Кириллов

Москва 2025

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА МАГИСТРА

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДОМЕННЫХ СТЕНОК С ГАЗОМ СКАЛЯРНЫХ ЧАСТИЦ В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ

Студент	________ Д. П. Филиппов
Научный руководитель, к.ф.-м.н.	________ А. А. Кириллов
Рецензент, д.ф.-м.н.	________ Ю. Н. Ерошенко
Секретарь ГЭК, к.ф.-м.н.	________ А. А. Кириллов
Зав. каф. №40, д.ф.-м.н., проф.	________ М. Д. Скорохватов
Рук. учеб. прог., к.ф.-м.н.	________ А. А. Кириллов

ОГЛАВЛЕНИЕ

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

ДС — доменная стенка

ПЧД — первичная чёрная дыра

CDM — холодная тёмная материя

CMB — космический микроволновый фон

RD — стадия эволюции Вселенной, в которой по плотности преобладает релятивистское вещество

ВВЕДЕНИЕ

Недавние наблюдения, сделанные телескопами «Хаббл» [1] и «Джеймс Уэбб» [2; 3], подтверждают существование сверхмассивных черных дыр в ранней Вселенной, механизм образования которых при больших красных смещениях остается неизвестным. Идея о том, что черные дыры могут иметь незвездное происхождение, была выдвинута около шестидесяти лет назад [4] и с тех пор остается предметом активного изучения многих научных групп по всему миру.

Образование топологических солитонов, таких как струны и доменные стенки, впервые предсказывается в теориях великого объединения в результате теплового фазового перехода [5].

Однако возможен и не тепловой механизм образования солитонов, а инфляционный, где возникают подходящие начальные условия для образования ДС [6]. В рамках этой модели инфляционного фазового перехода предсказывается коллапс доменной стенки в чёрную дыру.

Большинство механизмов предполагает образование ПЧД из больших возмущений плотности вещества [7], требующих экзотических спектров мощности. Но образование ДС, с последующим коллапсом в ПЧД, возникает естественным путём. Этот механизм представляется многообещающим [8; 9]. В ранней Вселенной доменные стенки могли образоваться из-за динамики скалярного поля с определенным потенциалом [5]. Квантовые флуктуации такого скалярного поля во время инфляционной стадии могут привести к созданию подходящих начальных условий для образования замкнутых ДС [10; 11].

После инфляции космологический горизонт r_h изменяется как $2t$, в то время как радиус стенки r увеличивается как $\sqrt{t}$. Следовательно, в какой-то момент времени доменная стенка становится причинно связанной и начинает сжиматься из-за поверхностного натяжения. При отсутствии взаимодействия газа с доменной стенкой последняя коллапсирует в ПЧД. Однако это взаимодействие может замедлить коллапс ДС и вызвать замедленное образование ПЧД. Самовзаимодействие и коллапс ДС могут быть мощным источником гравитационных волн, которые можно наблюдать в будущих экспериментах с гравитационными волнами [12—15].

Взаимодействие ДС с частицами окружающей среды ранее обсуждалось в [16], где была получена аналитическая форма коэффициента отражения для фермионных полей. Тот же подход был применен для изучения взаимодействий с «темными» фотонами [17] и аксионоподобными частицами [18]. Коэффициент отражения частиц скалярных полей обсуждался в [19]. Взаимодействие доменных стенок с окружающей плазмой рассматривалось в [9; 20; 21].

В данной работе изучается динамика одиночной доменной стенки с учетом давления скалярных частиц, замкнутых внутри стенки. Показано, что этот эффект приводит к временной задержке коллапса доменных стенок и отложенному образованию первичных черных дыр. Также рассматривается влияние скалярных частиц на формирование ДС в постинфляционную эпоху.

1 КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ

Общепринятым подходом является нахождение коэффициента отражения, как было сделано в работах [15; 19; 21]. Оценим коэффициент отражения скалярных частиц поля φ. Рассмотрим полевую модель [9] в которой доменная стенка описывается комплексным скалярным полем с лагранжианом

$$\mathcal{L}_{wall} = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - \frac{1}{4}\left(\phi^*\phi - \frac{f^2}{2}\right)^2 - \Lambda^4(1 - \cos(\theta)), \tag{1.1}$$

поле ϕ имеет вид

$$\phi = \rho e^{i\theta}, \tag{1.2}$$

где ρ – радиальная компонента комплексного поля, θ – его фаза.

Параметр f – это величина поля, при котором возникает вакуумное состояние, а Λ – малый параметр, приводящий к нарушению симметрии. Последний член (1.1), возникающий при квантовой перенормировке, очень мал ($\Lambda \ll f \sim H$) и играет роль только после инфляции.

После инфляции доменная стенка образованная в результате эволюции поля ϕ [8; 9] имеет известную пространственную зависимость

$$\theta(x) = 4\arctan\left[\exp\left(\frac{2x}{d}\right)\right], \tag{1.3}$$

где d является толщиной стенки

$$d = \frac{2f}{\Lambda^2}. \tag{1.4}$$

Теперь рассмотрим взаимодействие между тонкой стенкой и частицами скалярного поля φ с массой $m = 10^3$ ГэВ, которые могли бы играть роль частиц CDM. Тогда лагранжиан взаимодействия с учётом решения для ДС (1.3) примет вид

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{int} = \frac{1}{2}\alpha_0(\phi+\phi^*)\varphi^2 = \frac{1}{2}\alpha_0 f\sqrt{2}\cos(\theta)\varphi^2 = \\ = \frac{1}{2}\alpha_0 f\sqrt{2}\left(1-\frac{2}{\cosh^2(2x/d)}\right)\varphi^2,\end{aligned} \tag{1.5}$$

предполагая, что взаимодействие мало и поле φ не влияет на формирование доменной стенки. Используя уравнение Эйлера-Лагранжа, получим уравнение движения Клейна-Гордона для поля φ

$$\left(\partial_\mu^2 + m^2 + \sqrt{2}\alpha_0 f - \sqrt{2}\alpha_0 f\frac{2}{\cosh^2(2x/d)}\right)\varphi = 0. \tag{1.6}$$

Решение ищем в виде

$$\varphi(t,x,y,z) = \varphi_0(x)\cdot e^{-iEt+ip_y y+ip_z z}. \tag{1.7}$$

В приближении плоской тонкой стенки уравнение движения поля φ будет зависеть от одной пространственной координаты, направленной ортогонально ДС, откуда получаем

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} - p_x^2 + \sqrt{2}\alpha_0 f - \sqrt{2}\alpha_0 f\frac{2}{\cosh^2(2x/d)}\right)\varphi_0(x) = 0. \tag{1.8}$$

Следуя квантово-механическому подходу [22], получаем коэффициент отражения скалярного поля φ в виде

$$R(T) = \left[1+\exp(q(T)-w)\right]^{-1}, \tag{1.9}$$

где $q(T)$ и w определены как

$$\begin{aligned} q(T) = \pi d\sqrt{p^2(T)+\sqrt{2}\alpha_0 f}, \\ w = \pi\sqrt{2\sqrt{2}\alpha_0 f d^2 - 1}. \end{aligned} \tag{1.10}$$

Здесь $p(T)$ - импульс скалярных частиц φ, T - их температура.

Предполагая, что кинетическая энергия частиц $E_k \approx T$, тогда зависи-

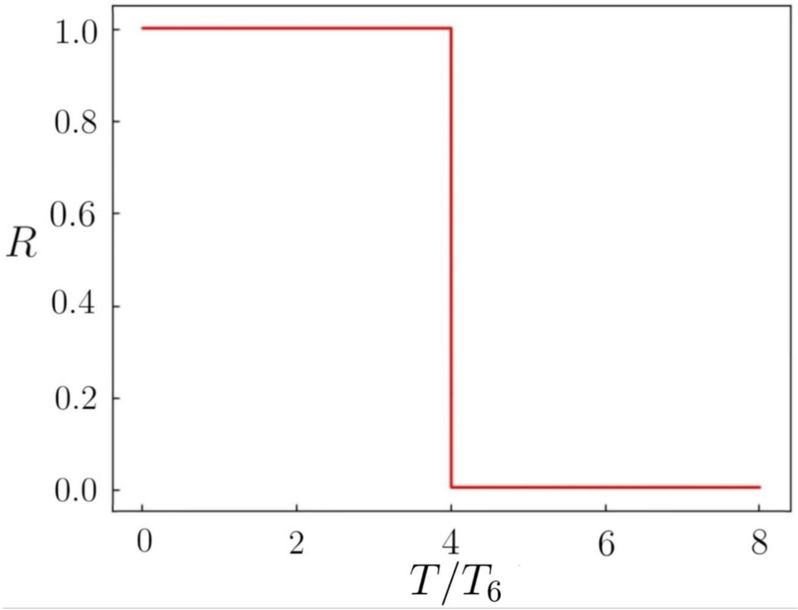


Рисунок 1.1 — Зависимость коэффициент отражения R от температуры T скалярных частиц φ. T_6 выраженно в единицах 10^6 ГэВ

мость импульса от температуры принимает вид

$$p(T(t)) \approx \sqrt{T(t)(T(t)+2m)}. \tag{1.11}$$

Коэффициент отражения (1.9) при значении параметров $f = 10^{13}$ ГэВ, $\Lambda = 0,05$ ГэВ [9] и $\alpha_0 = 1$ ГэВ примет вид показанный на рисунке 1.1. Видно, что ДС становится полностью непрозрачной для частиц когда их температура достигает значения меньше критического

$$T(t) < T_c \approx 4 \cdot 10^6 \text{ ГэВ} \left(\frac{\alpha_0}{1 \text{ ГэВ}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{f}{10^{13} \text{ ГэВ}}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{1.12}$$

Таким образом, когда Вселенная охлаждается в результате расширения, скалярные частицы оказываются «запертыми» внутри доменной стенки и могут влиять на её эволюцию посредством давления.

2 ЭВОЛЮЦИЯ ДОМЕННОЙ СТЕНКИ

После окончания инфляции размер ДС может быть больше размера космологического горизонта и будет возрастать как $\sqrt{t}$. На RD-стадии Вселенной, космологический горизонт возрастает пропорционально $2t$, соответственно, в какой-то момент стенка окажется под горизонтом. На рисунке 2.1 показана схема эволюции стенки и космологического горизонта с момента завершения инфляции. Параметры в момент пересечения горизонта и ДС будут обозначаться с индексом i. Тогда t_i – время пересечения и r_i – радиус ДС стенки, соответственно.

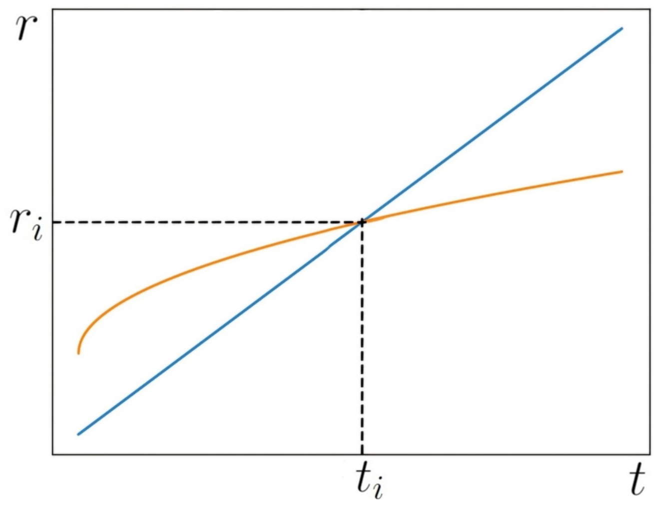


Рисунок 2.1 — Схема эволюции космологического горизонта и доменной стенки

В конце инфляционной стадии радиус доменной стенки r_{inf} зависит от номера е-фолда N при котором создаются подходящие начальные условия для образования солитона [8—10; 12] и может быть найден как

$$r_{\text{inf}} = r(t_{\text{inf}}) = H^{-1} e^{N_{\text{inf}} - N}, \tag{2.1}$$

где $N_{\text{inf}} = 60$ число е-фолдов, необходимых для формирования видимой части Вселенной, параметр Хаббла в конце инфляции $H = 10^{13}$ ГэВ, время завершения инфляции $t_{\text{inf}} = N_{\text{inf}}/H$.

Время пересечения космологического горизонта и доменной стенки соответствует

$$t_i = \frac{1}{2} r_{inf} \sqrt{\frac{t_i}{t_{inf}}}. \tag{2.2}$$

Используя уравнение (2.1), получим

$$t_i = \frac{e^{2(N_{\rm inf} - N)}}{4HN_{\rm inf}}. \tag{2.3}$$

В этот момент размер ДС равен размеру горизонта и оценивается как

$$r_i = 2t_i = \frac{e^{2(N_{\rm inf} - N)}}{2HN_{\rm inf}}. \tag{2.4}$$

2.1 СЛУЧАЙ НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ СТЕНКИ

Согласно второму закону Ньютона, уравнение движения ДС имеет вид

$$\ddot{r} = \frac{P_2(r(t))}{\mu} - \frac{2\pi}{r(t)} - \frac{P_1(t)}{\mu}, \tag{2.5}$$

где t – время, r – радиус стенки, P_2 –давление газа частиц внутри стенки, P_1 – давление газа снаружи стенки, $\mu = 4f\Lambda^2$ – поверхностная плотность энергии стенки [8]. Первое и третье слагаемое определяют давление газа внутри и снаружи стенки, второе определяет силу поверхностного натяжения. В силу космологического расширения Вселенной не будем учитывать P_1. В дальнейшем предполагаем, что радиус стенки намного больше ее толщины d. Согласно результатам, полученным ранее, стенка является непрозрачной для частиц, и в приближении идеального одноатомного газа, считая что число частиц не меняется, сжатие газа будет адиабатическим

$$P(t)V^{\frac{5}{3}}(t) = P_i V_i^{\frac{5}{3}}. \tag{2.6}$$

Тогда давление изменяется с радиусом как

$$P(t) = P_i \left(\frac{r_i}{r(t)}\right)^5, \tag{2.7}$$

где P_i может быть найдено как произведение концентрации частиц n_i на их температуру T_i. Начальная концентрация частиц n_i в момент t_i оценивается как

$$n_i = \frac{\Omega_{\mathrm{CDM},0}\,\rho_{c,0}}{m}(z_i+1)^3, \tag{2.8}$$

где $\rho_{c,0} = 4.8 \times 10^{-6}$ ГэВ см$^{-3}$ – современное значение критической плотности Вселенной, $\Omega_{\mathrm{CDM},0} = 2.7 \times 10^{-1}$ – современное значение относительной плотности CDM [23]. Зависимость между красным смещением z_i и временем даётся формулой

$$t_i = \int_{z_i}^{\infty} \frac{dz}{(z+1)H(z)}. \tag{2.9}$$

Параметр Хаббла H как функция красного смещения z в модели ΛCDM определяется как

$$H(z) = H_0\sqrt{\Omega_{r,0}(z+1)^4 + \Omega_{m,0}(z+1)^3 + \Omega_{\Lambda,0}}. \tag{2.10}$$

Современное значение параметра Хаббла $H_0 = 67$ км/с/Мпк, $\Omega_{r,0} = 5.4 \times 10^{-5}$ – современное значение относительной плотности релятивистского вещества, $\Omega_{m,0} = 3.2 \times 10^{-1}$ – значение относительной плотности нерелятивистского вещества в современной Вселенной, и $\Omega_{\Lambda,0} = 6.9 \times 10^{-1}$ – современное значение относительной плотности тёмной энергии [23].

Предполагая, что частицы CDM находились в термодинамическом равновесии с первичной плазмой в ранней Вселенной, температура частиц CDM до отцепления и температура первичной плазмы была одинаковой. Для начальных значений t_i, представляющих интерес, начальная температура плазмы составляет порядка 0.1–10 ГэВ, в то время как температура отцепления частиц CDM с массой $m = 10^3$ ГэВ составляет $T_d \approx 2$ МэВ [24]. Следовательно, начальная температура скалярных частиц может быть определена как $T_i \approx T_{\gamma,0}(z_i+1)$, где $T_{\gamma,0} = 2.7$ K – современная температура CMB. Окончательное выражение для начального давления P_i примет вид

$$P_i = n_i T_i = \frac{\rho_{\mathrm{CDM}}}{m} T_i = \Omega_{\mathrm{CDM},0}\rho_{c,0}(z_i+1)^3 \frac{T_i}{m}. \tag{2.11}$$

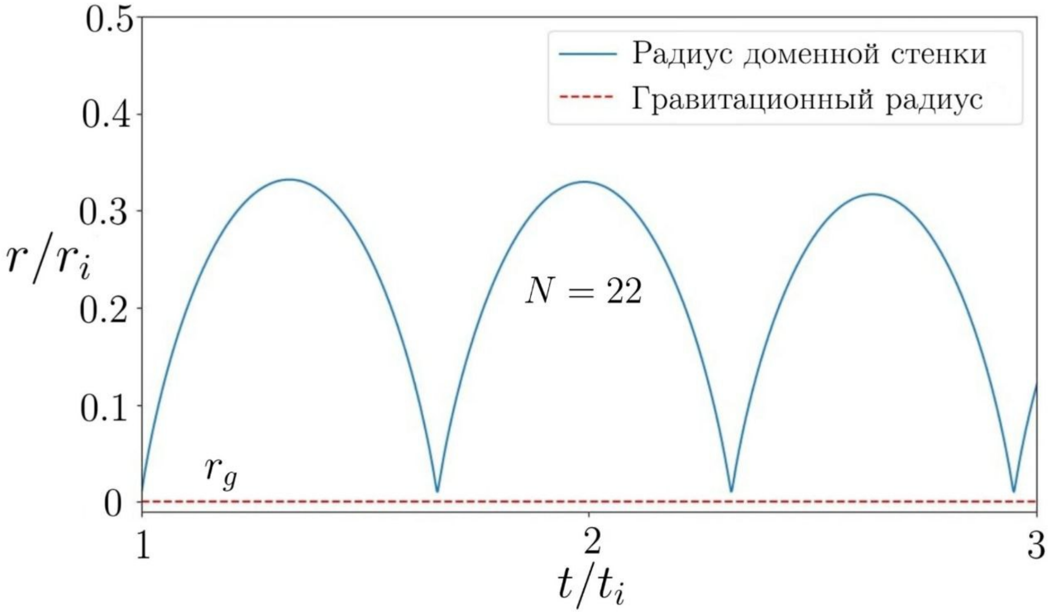


Рисунок 2.2 — Изменение радиуса доменной стенки, образованной на $N = 22$ е-фолде. Сплошная синяя линия соответствует изменению радиуса ДС. Горизонтальная пунктирная красная линия соответствует гравитационному радиусу r_g ДС. Параметрами для безразмерных координат являются значения радиуса и времени в момент пересечения космологического горизонта ДС, образованной на $N = 22$ е-фолде. Принято обозначение $r_i = 10^6$ см и время $t_i = 10^{-5}$ с

Согласно (2.9) и (2.10), красное смещение в момент t_i на RD стадии примет вид

$$z_i + 1 \approx \sqrt{\frac{1}{2H_0\sqrt{\Omega_{r,0}}t_i}}. \tag{2.12}$$

Доменная стенка образует чёрную дыру, когда её радиус r становится меньше её гравитационного радиуса r_g [8; 9], который определяется суммой масс доменной стенки и «вещества» запертого в нём

$$r_g = 2G(M_{\text{CDM}} + M_{\text{ДС}}). \tag{2.13}$$

Масса доменной стенки

$$M_{\text{ДС}} = 4\pi r_i^2 \mu, \tag{2.14}$$

и масса вещества внутри

$$M_{\text{CDM}} = V_i\rho_i = \frac{4}{3}\pi r_i^3 \rho_{c,0}\Omega_{\text{CDM},0}(z_i + 1)^3. \tag{2.15}$$

Перепишем уравнение (2.5) с учётом уравнения (2.7)

$$\ddot{r} = \frac{P_i}{\mu}\left(\frac{r_i}{r}\right)^5 - \frac{2\pi}{r}. \tag{2.16}$$

На рисунке 2.2 показан результат численного решения уравнения (2.16) для доменной стенки образованной на $N = 22$ e-фолда в безразмерных координатах. Из него следует, что эволюция доменной стенки, в случае когда скалярные частицы CDM не аннигилируют, представляет собой периодические колебания, которые являются результатом влияния давления частиц, «запертых» внутри и натяжения самой ДС. Однако следует отметить, что в точках максимального сжатия доменной стенки её скорость становится сопоставима со скоростью света, что говорит о необходимости учитывать релятивистские эффекты в уравнении движения.

2.2 СЛУЧАЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ СТЕНКИ С УЧЁТОМ АННИГИЛЯЦИИ ЧАСТИЦ

Согласно [25], релятивистское уравнение движения ДС, обобщающий случай (2.5), имеет вид

$$\dot{v}(t) = \left(1 - v^2(t)\right)\left(\frac{1}{\mu}\left(P_2(t) - P_1(t)\right) - \frac{2\pi}{r(t)} + 3H(t)v(t)\right), \tag{2.17}$$

где v и r – скорость и радиус стенки, соответственно. Последний член связан с расширением Вселенной. Давление релятивистского газа $P = 1/3\rho$. При этом плотность энергии $\rho \propto T^4$, а концентрация $n \propto T^3$. Откуда получим, что давление релятивистского газа частиц, как и в случае с нерелятивистским газом может быть описано уравнением состояния $P = nT$с точностью до коэффициента, близкого к единице. Изменение концентрации n скалярных частиц может происходить по трем причинам. Первая – это их аннигиляция

$$\dot{n}(t) = -\frac{1}{4}\langle\sigma v\rangle n^2(t). \tag{2.18}$$

Вторая причина связана с изменением объема ДС – изменение концентрации частиц внутри стенки

$$\dot{n}(t) = -3n(t)\frac{v(t)}{r(t)}, \tag{2.19}$$

и последняя причина связана с расширением Вселенной – изменение концентрации вне стенки

$$\dot{n}(t) = -3n(t)H(t). \tag{2.20}$$

Здесь $\langle\sigma v\rangle$ — усредненное по относительным скоростям сечение аннигиляции скалярных частиц φ.

Предполагаем, что скалярные частицы φ не взаимодействуют с первичной плазмой, которая находится внутри стенки, но не взаимодействует с ней, вследствие чего отсутствуют реакции, увеличивающие концентрацию частиц φ. Температура скалярных частиц внутри стенки будет изменяться при изменении объема ДС. Таким образом, можно найти температуру частиц из первого закона термодинамики в приближении идеального газа. Внутренняя энергия газа равна

$$dU \approx \frac{3}{2} d(PV) \approx \frac{3}{2} nV dT, \tag{2.21}$$

работа газа примет вид

$$\delta A = PdV = 3nTV \frac{dr}{r}. \tag{2.22}$$

Первый закон термодинамики для адиабатического процесса дает

$$dU = -\delta A, \quad \Rightarrow \quad \dot{T} \approx -2T \frac{v(t)}{r(t)}. \tag{2.23}$$

Температура T_2 и концентрация n_2 газа внутри стенки имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{T}_2(t) &= -2T_2(t) \frac{v(t)}{r(t)}, \\ \dot{n}_2(t) &= -\frac{1}{4} \langle \sigma v \rangle n_2^2(t) - 3n_2(t) \frac{v(t)}{r(t)}, \end{aligned} \tag{2.24}$$

Температура и концентрация газа за пределами стенки уменьшаются из-за расширения Вселенной. Тогда, учитывая, что на стадии RD параметр Хаббла изменяется как $H = 1/2t$, динамические переменные газа снаружи стенки имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{T}_1(t) &= -\frac{T_1(t)}{t}, \\ \dot{n}_1(t) &= -\frac{1}{4} \langle \sigma v \rangle n_1^2(t) - \frac{3}{2} \frac{n_1(t)}{t}. \end{aligned} \tag{2.25}$$

Результат численного решения системы уравнений (2.17), (2.24) и (2.25) для доменных стенок, сформированных на $N = 18$, $N = 20$ и $N = 22$ показан на рис. 2.3. Можно увидеть колебания радиуса доменной стенки для $N = 20$ е-фолда. Этот эффект обусловлен балансом двух сил: давления газа (P_2/μ в уравнении (2.17)) и поверхностного натяжения стенки ($2\pi/r$ в уравнении (2.17)). Используя значение параметров, как и ранее $f = 10^{13}$ ГэВ, $\Lambda = 0.05$ ГэВ и $\alpha_0 = 1$ ГэВ, доменная стенка, образовавшаяся на $N = 18$ е-фолде, коллапсирует в чёрную дыру. Для случаев когда стенка образовалась на $N = 20$ и $N = 22$ е-фолдах, чёрная дыра не образуется (поскольку гравитационный радиус $r_g < d$), но частицы нагреваются до пороговой температуры и могут покинуть стенку.

Решение системы уравнений для $N = 20$ и $N = 22$ заканчивается, когда радиус доменной стенки r становится равным толщине стенки d, так как в

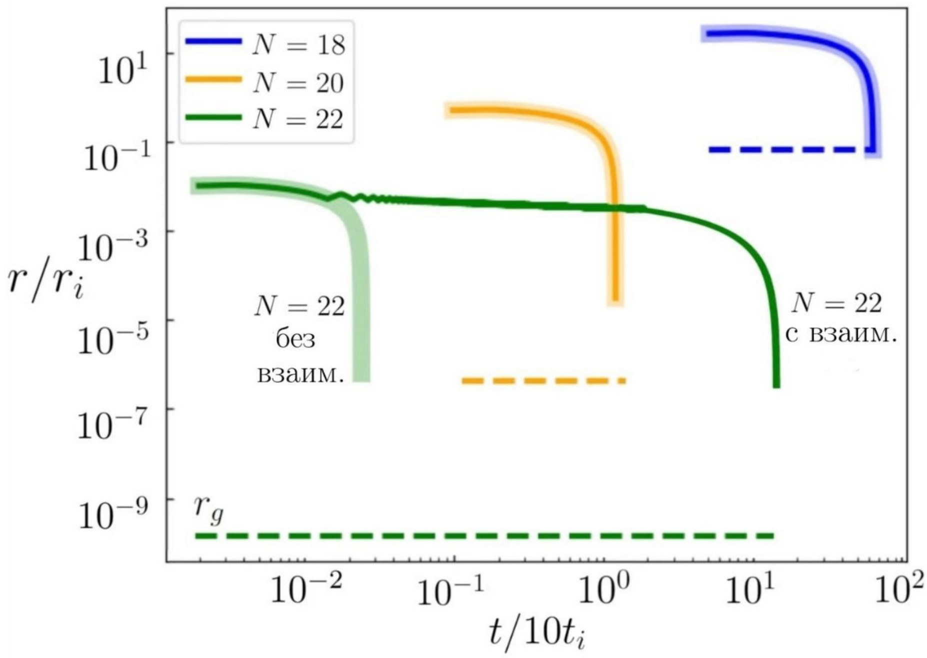


Рисунок 2.3 — Результат численного решения системы уравнений (2.17), (2.24) и (2.25) для ДС образованной на $N = 18$ — синие линии, $N = 19$ — жёлтые линии, $N = 20$ — зелёные линии. Сплошными линиями обозначены случаи, когда доменные стенки (образующиеся на N е-фолде) взаимодействуют со скалярными частицами, в то время как полупрозрачные линии показывают случаи, когда взаимодействие полностью отсутствует. Пунктирные горизонтальные линии — это гравитационные радиусы ДС для каждого случая. Принято обозначение $r_i = 10^6$ см и $t_i = 10^{-5}$ с

таком случае перестаёт действовать уравнение (2.17), которое было получено в приближении тонкой стенки [25].

Если ДС пересекает свой гравитационный радиус r_g, образуется первичная чёрная дыра (ПЧД) [8; 9]. Ограничение на минимальную массу ПЧД вытекает из условия, что гравитационный радиус больше толщины ДС d [26]

$$M_{\text{мин}} = f\frac{m_{pl}^2}{\Lambda^2}. \tag{2.26}$$

Максимально возможная масса ПЧД на RD стадии определяется условием, что доменная стенка не доминирует локально по плотности, т.е. плотность энергии стенки меньше плотности энергии Вселенной до того, как она войдет под космологический горизонт [26]

$$M_{\text{макс}} = \frac{1}{64\pi}\frac{m_{pl}^4}{f\Lambda^2}. \tag{2.27}$$

На рис. 2.4 показано, на каком номере е-фолда N должна начать формироваться доменная стенка, чтобы в постинфляционную эпоху она образовала черную дыру (зеленая область). Показано, что для получения ПЧД, при выбранных значениях параметров потенциала (1.1) $f = 10^{13}$ ГэВ и $\Lambda = 0.05$ ГэВ, формирование доменных стенок должно начаться примерно на $N \approx 14 \div 18$ е-фолдах.

Существует три предельных значения для числа N, ограничивающих образование ПЧД в рамках модели коллапса ДС [8; 9]. Первая граница вытекает из ограничения на максимальную массу ПЧД (2.27)

$$N > N_1 = \ln\left(e^{14}\frac{\Lambda}{0.05\,\text{ГэВ}}\sqrt{\frac{f}{10^{13}\,\text{ГэВ}}}\right). \tag{2.28}$$

Вторая граница следует из минимальной массы ПЧД (2.26)

$$N < N_2 = \ln\left(e^{18}\frac{\Lambda}{0.05\ \text{ГэВ}}\right). \tag{2.29}$$

Последняя следует из тонкостенного приближения, которое можно интерпре-

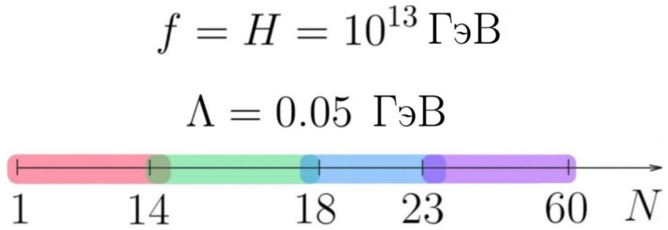


Рисунок 2.4 — Номер е-фолда N, на котором должна начать формироваться доменная стенка, чтобы получить ПЧД (зеленую область). Запрещенная область помечена красным цветом ($M > M_{\text{макс}}$, см. ур. (2.27)). Доменная стенка, сформированная с параметрами, отмеченными в синей области, не может создать ПЧД, потому что $r_g < d$. Для фиолетовой области $r_i < d$

тировать как $r_i \gtrsim 10d$, откуда получим

$$N < N_3 = \ln\left(e^{23}\frac{\Lambda}{0.05\,\text{ГэВ}}\sqrt{\frac{10^{13}\,\text{ГэВ}}{f}}\right), \tag{2.30}$$

однако, если ДС начала формироваться на $N > 24$, то её радиус r_i в момент пересечения космологического горизонта t_i будет меньше толщины стенки d, при заданных значениях f и Λ, что, очевидно, не является физически возможным. Поэтому ДС могут образовываться когда $N_1 < N < N_3$.

Если ДС начала формироваться на $N = 14 \div 17$ е-фолдах, то её эволюция аналогична случаю, показанному на рис. 2.3 для $N = 18$. Случай $N = 19$ аналогичен случаю $N = 20$ (рис. 2.3). Как видно из рис. 2.3 и рис. 2.4, скалярные частицы не оказывают существенного влияния на формирование ПЧД при выбранных параметрах потенциала (1.1). Однако, если ДС начала формироваться на $N = 22 \div 23$, давление скалярных частиц, запертых внутри замкнутой доменной стенки, приводит к задержке момента коллапса ДС.

Изменение параметров поля может привести к замедленному по времени образованию ПЧД. Например, если $\Lambda \geq 3$ ГэВ и $f \leq 3 \times 10^9$ ГэВ (см. уравнение (2.29)), первичные черные дыры образуются с задержкой по времени относительно случая без взаимодействия. Рис. 2.5 иллюстрирует случай, когда ДС, образованная на $N = 22$, формирует ПЧД с временной задержкой $\Delta t/10t_i \approx 10^3$.

Для того чтобы определить допустимую область параметров f, Λ, полезно воспользоваться существующими наблюдательными ограничениями на массы ПЧД с δ-образной функцией масс, составляющих скрытую массу [7]. На

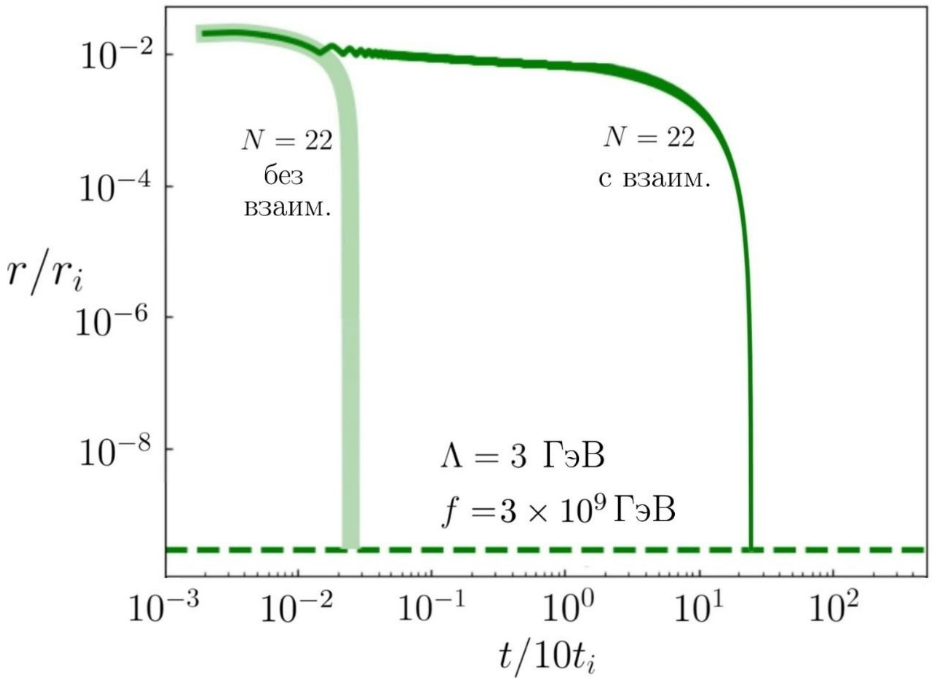


Рисунок 2.5 — Результат численного решения системы уравнений (2.17), (2.24) и (2.25) для случая, когда ДС была сформирована на $N = 22$ е-фолде. В отличие от случая, представленного на рис. 2.3, параметры изменены таким образом, что ДС может коллапсировать в чёрную дыру ($f = 3 \times 10^9$ ГэВ и $\Lambda = 3$ ГэВ). Принято обозначение $r_i = 10^6$ см и $t_i = 10^{-5}$ с

рисунке 2.7 представлена допустимая область параметров f, Λ с учётом наблюдательных ограничений, представленных на рис. 2.6, при которых возможно описание скрытой массы в результате коллапса доменных стенок. При выбранных значениях параметров f, Λ нельзя описать всю скрытую массу с δ-образной функцией масс, так как в таком случае максимальная масса имеет значение

$$M_{\text{макс}} = 3.5 \times 10^6 M_\odot \left(\frac{10^{13}\,\text{ГэВ}}{f}\right) \left(\frac{0.05\,\text{ГэВ}}{\Lambda}\right)^2, \tag{2.31}$$

и минимальная

$$M_{\text{мин}} = 4.8 \times 10^{-4} M_\odot \left(\frac{f}{10^{13}\,\text{ГэВ}}\right) \left(\frac{0.05\,\text{ГэВ}}{\Lambda}\right)^2. \tag{2.32}$$

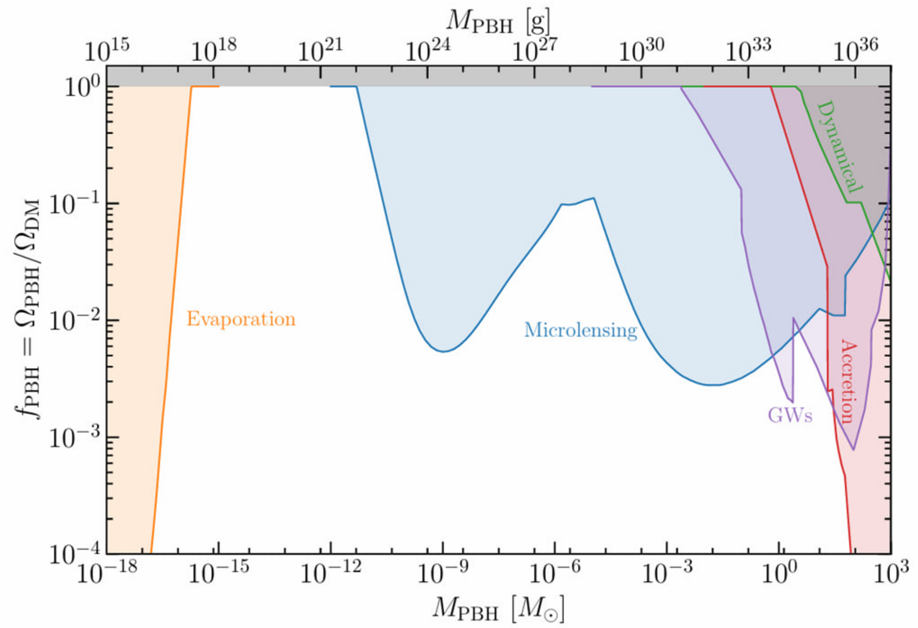


Рисунок 2.6 — Наблюдательные ограничения на массы чёрных дыр, составляющих скрытую массу [7]

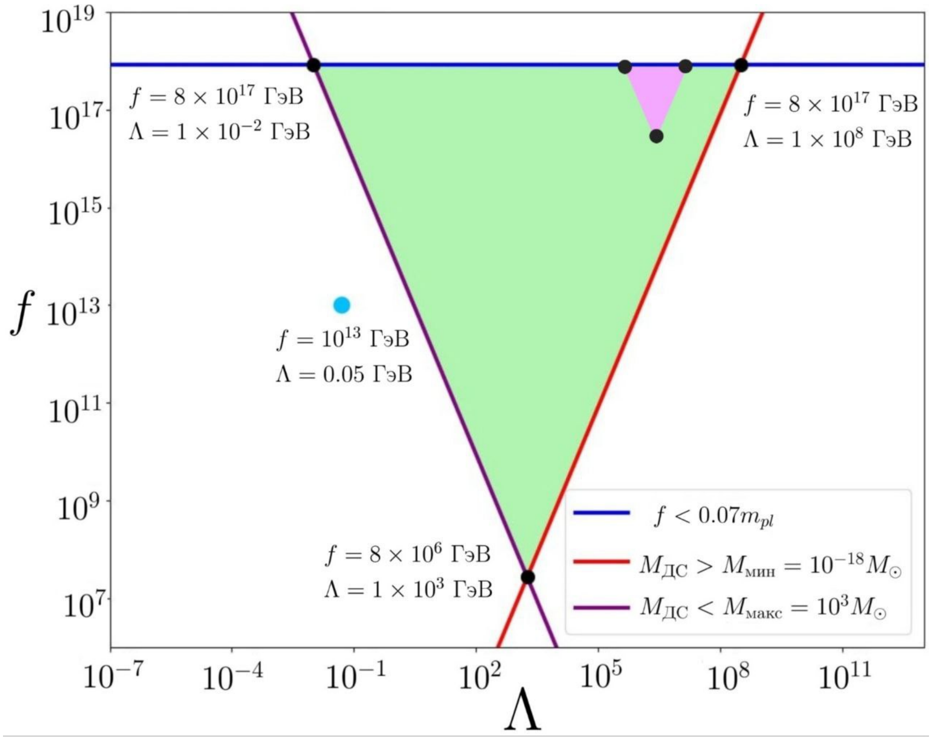


Рисунок 2.7 — Пространство параметров f, Λ потенциала (1.1), ограничивающих массы ДС, из которых формируются ПЧД. Красная линия ограничивает минимальную массу ДС условием $M_{ДС} > 10^{-18} M_\odot$ [7]. Фиолетовая линия ограничивает максимальную массу ДС условием $M_{ДС} < 10^{3} M_\odot$ [7]. Синяя линия ограничивает значение $f < 0.07 m_{Пл}$ из условия $M_{мин} < M_{макс}$ (см. ур. (2.26) и ур. (2.27)). Розовая область ограничивает значение параметров, при котором всю скрытую массу составляют чёрные дыры

3 ФОРМИРОВАНИЕ ДОМЕННОЙ СТЕНКИ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ПОЛЯ СКАЛЯРНЫХ ЧАСТИЦ

3.1 ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВИДА $\phi\varphi^2$

Ранее предполагалось, что взаимодействие действительного скалярного поля φ и комплексного скалярного поля ϕ мало, и, соответственно, не влияет на формирование ДС. Найдём значение параметров, при которых поле φ не влияет на поле доменной стенки ϕ и всё выше сказанное остаётся справедливым. Пусть лагранжиан поля ϕ с учётом взаимодействия с полем φ (частицы CDM) имеет вид

$$\mathcal{L}_{wall} = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - \lambda \left(\phi^* \phi - \frac{f^2}{2} \right)^2 - \Lambda^4 (1 - \cos(\theta)) - \frac{1}{2} \alpha_0 (\phi + \phi^*) \varphi^2, \tag{3.1}$$

где λ – безразмерный параметр, определяющий высоту седловой точки, т.е. значение потенциальной энергии V при $\phi = 0$. Лагранжиан массивного скалярного поля φ имеет вид

$$\mathcal{L}_{DM} = (\partial_\mu \varphi)^2 - \frac{1}{2} m^2 \varphi^2 - \frac{1}{2} \alpha_0 (\phi + \phi^*) \varphi^2. \tag{3.2}$$

Для численного решения уравнений движения представим комплексное скалярное поле ϕ через действительную $\Re\phi$ и мнимую часть $\Im\phi$

$$\phi = \rho e^{i\theta} = \rho \cos\theta + i\rho \sin\theta = \Re\phi + i\Im\phi, \tag{3.3}$$

где ρ – радиальная компонента поля ϕ, θ – его фаза. Тогда лагранжиан (3.1) с учётом (3.3) примет вид

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{wall} = \partial_\mu^2 \Re\phi + \partial_\mu^2 \Im\phi - \lambda \left(\Re\phi^2 + \Im\phi^2 - \frac{f^2}{2}\right)^2 - \\ - \Lambda^4 \left(1 - \frac{\Re\phi}{\sqrt{\Re\phi^2 + \Im\phi^2}}\right) - \alpha_0 \varphi^2 \Re\phi,\end{aligned} \tag{3.4}$$

откуда получим одномерные уравнения движения Клейна-Гордона для $\Re\phi$, $\Im\phi$ и φ

$$\begin{cases} \Re\phi_{tt} = \Re\phi_{xx} - 3H\Re\phi_t - 2\lambda\Re\phi \left(\Re\phi^2 + \Im\phi^2 - \frac{f^2}{2}\right) + \frac{\Lambda^4}{2} \frac{\Im\phi^2}{(\Re\phi^2 + \Im\phi^2)^{1.5}} - \frac{1}{2}\alpha_0\varphi^2, \\ \Im\phi_{tt} = \Im\phi_{xx} - 3H\Im\phi_t - 2\lambda\Im\phi \left(\Re\phi^2 + \Im\phi^2 - \frac{f^2}{2}\right) - \frac{\Lambda^4}{2} \frac{\Im\phi \cdot \Re\phi}{(\Re\phi^2 + \Im\phi^2)^{1.5}}, \\ \varphi_{tt} = \varphi_{xx} - 3H\varphi_t - m^2\varphi - 2\alpha_0\varphi\Re\phi, \end{cases} \tag{3.5}$$

где индексы x, t означают производную по пространственной координате и времени. Удобно выбрать граничные условия в виде [6]

$$\begin{cases} \Re\phi(t; +\infty) = \Re\phi(t; -\infty), \\ \Im\phi(t; +\infty) = \Im\phi(t; -\infty), \\ \Re\phi_x(t; +\infty) = \Re\phi_x(t; -\infty), \\ \Im\phi_x(t; +\infty) = \Im\phi_x(t; -\infty). \end{cases} \tag{3.6}$$

В качестве начальных данных для поля ϕ выберем решение доменной стенки (1.3). Тогда, согласно уравнениям (3.3) и (1.4), начальные условия примут вид

$$\begin{cases} \Re\phi(x; 0) = \frac{f}{\sqrt{2}} \cos\left(4\arctan\left(\exp\left(x\frac{\Lambda^2}{f}\right)\right)\right), \\ \Im\phi(x; 0) = \frac{f}{\sqrt{2}} \sin\left(4\arctan\left(\exp\left(x\frac{\Lambda^2}{f}\right)\right)\right), \\ \Re\phi_t(x; 0) = 0, \\ \Im\phi_t(x; 0) = 0, \end{cases} \tag{3.7}$$

где $f/\sqrt{2}$ соответствует вакуумному состоянию потенциала (1.1).

Для поля скалярных частиц φ зададим начальные данные в форме бегущей плоской волны, налетающей на ДС. Тогда начальные условия можно представить в виде

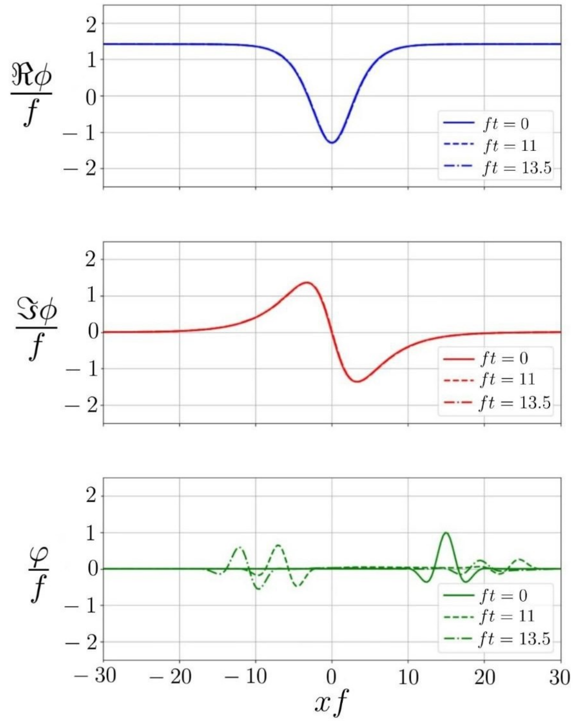
$$\begin{cases} \varphi(x,0) = A\cos(kx)\exp\left(-\dfrac{x^2}{2\sigma^2}\right), \\ \dot{\varphi}(x,0) = -A\omega\sin(kx)\exp\left(-\dfrac{x^2}{2\sigma^2}\right) + \\ \qquad\qquad + A\left(-\dfrac{xv}{\sigma^2}\right)\cos(kx)\exp\left(-\dfrac{x^2}{2\sigma^2}\right), \end{cases} \tag{3.8}$$

где A – амплитуда, k – волновое число, $v = c = 1$ – скорость, σ – ширина волны. Граничные условия выберем в форме

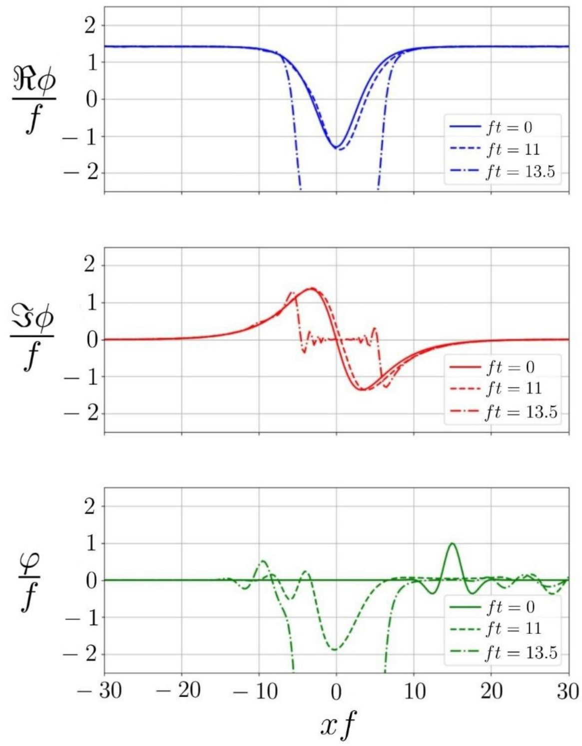
$$\begin{cases} \varphi_x(t; +\infty) = 0, \\ \varphi_x(t; -\infty) = 0. \end{cases} \tag{3.9}$$

Для численного решения системы уравнений (3.5) обезразмерим уравнения на константу $f = 10^{13}$ ГэВ. Для простоты будем рассматривать случай $H = 0$, т.е. пренебрегать расширением Вселенной. На рис. 3.1а, 3.1б представлен результат численного решения системы (3.5) с параметрами $f = 2 \times 10^{13}$ ГэВ, $\Lambda = 10^{13}$ ГэВ, $\lambda = 2$ для двух случаев. На рис. 3.1а значение константы взаимодействия α_0 подобрано так, что не происходит разрушения доменной стенки под действием поля φ. Волна проходит сквозь, не меняя формы ДС. В таком случае $\alpha_0 = 10^{12}$ ГэВ.

На рис. 3.1б, когда α_0 достигает значения 10^{13} ГэВ, поля, описывающие стенку, претерпевают значительные изменения под воздействием поля φ, и доменная стенка разрушается.



(а) $\alpha_0 = 10^{12}$ ГэВ



(б) $\alpha_0 = 10^{13}$ ГэВ

Рисунок 3.1 — Результат численного решения системы уравнений (3.5) с параметрами $f = 2 \times 10^{13}$ ГэВ, $\Lambda = 10^{13}$ ГэВ, $\lambda = 2$. Синяя линия отображает значение поля $\Re\phi$, красная для поля $\Im\phi$ и зелёная для поля φ. При значении $\alpha_0 = 10^{12}$ ГэВ поле скалярных частиц φ не оказывает значительного влияния на ДС. Но при значении $\alpha_0 = 10^{13}$ ГэВ доменная стенка активно разрушается

3.2 ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВИДА $\varphi^2\phi\phi^*$

Рассмотрим другой вариант лагранжиана взаимодействия, в форме

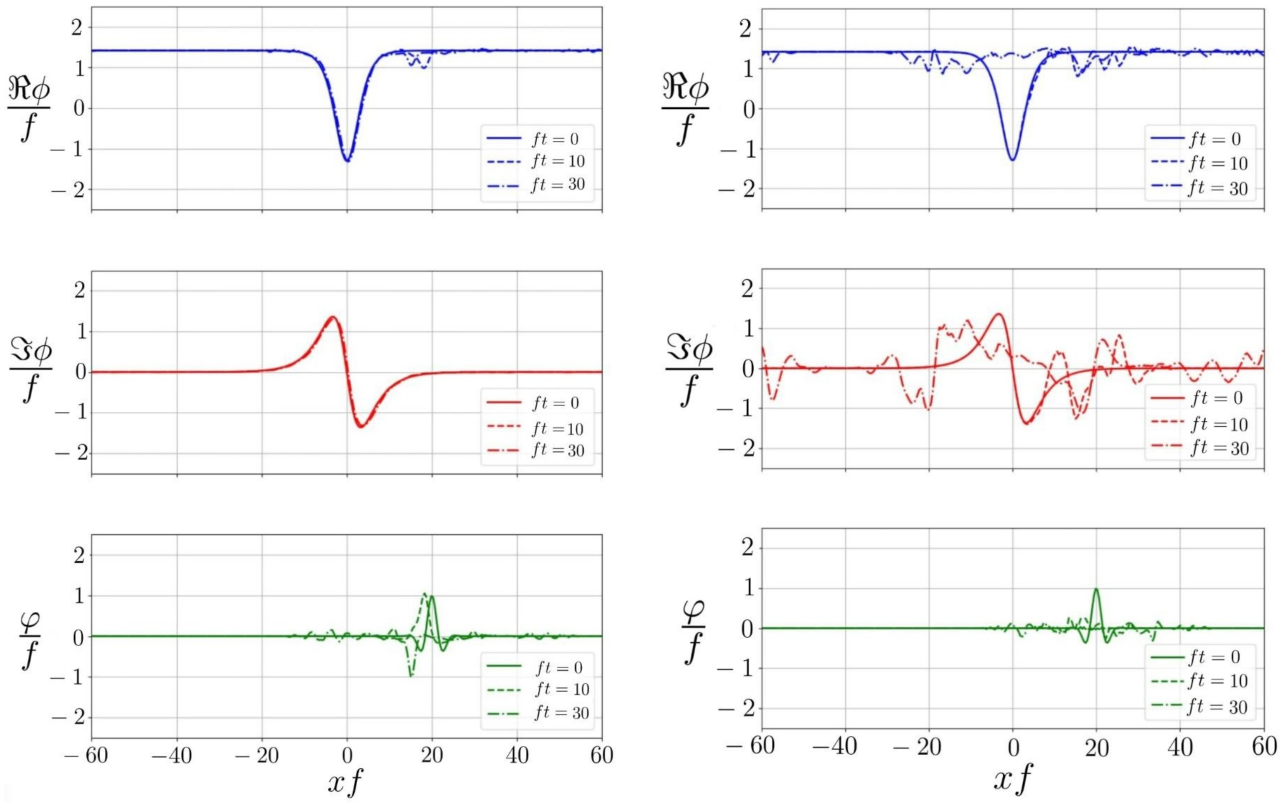
$$\mathcal{L}_{int} = \alpha_1\varphi^2\phi\phi^* = \alpha_1\varphi^2(\Re\phi^2 + \Im\phi^2). \tag{3.10}$$

Тогда уравнения движения примут аналогичный вид (3.5), но будут отличаться членом взаимодействия

$$\begin{cases} \Re\phi_{tt} = ... - \alpha_1\varphi^2\Re\phi, \\ \Im\phi_{tt} = ... - \alpha_1\varphi^2\Im\phi, \\ \varphi_{tt} = ... - 2\alpha_1\varphi(\Re\phi^2 + \Im\phi^2). \end{cases} \tag{3.11}$$

Начальные условия для полей выберем такими же, как и в предыдущем случае (3.7), (3.8), так же как и граничные (3.6), (3.9). Параметры лагранжиана, волнового пакета и безразмерных координат аналогичны предыдущему случаю. На рис. 3.2а, 3.2б представлен результат численного решения системы (3.11) в безразмерных координатах для двух случаев. На рис. 3.2а при значении константы взаимодействия $\alpha_1 = 10$ не происходит разрушение ДС под действием поля φ. Но на рис. 3.2б при значении $\alpha_1 = 20$ происходит активное разрушение ДС.

Для рассмотренных членов взаимодействия (3.1) и (3.10) существует пространство параметров, при которых частицы поля φ не оказывают значительного влияния на ДС, а значит, справедливо пользоваться приближением из первой главы данной диссертации. Однако из полученных результатов видно, что при определённых значениях параметров этим приближением пользоваться нельзя.



(а) $\alpha_1 = 10$ (б) $\alpha_1 = 20$

Рисунок 3.2 — Результат численного решения системы уравнений (3.11) с параметрами $f = 2 \times 10^{13}$ ГэВ, $\Lambda = 10^{13}$ ГэВ, $\lambda = 2$. Синяя линия отображает значение поля $\Re\phi$, красная для поля $\Im\phi$ и зелёная для поля φ. При значении $\alpha_1 = 10$ поле скалярных частиц φ не оказывает значительного влияния на ДС. Но при значении $\alpha_1 = 20$ доменная стенка активно разрушается

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной диссертации было рассмотрено взаимодействие скалярных частиц, выступающих в роли CDM, с доменной стенкой, чей коллапс может приводить к образованию первичных чёрных дыр в постинфляционную эпоху.

Когда температура газа скалярных частиц, вызванная расширением Вселенной, падает ниже определенного порогового значения, стенка резко становится непрозрачной и частицы оказываются «запертыми» внутри.

Если частицы тёмной материи достигают критической температуры во время колебаний радиуса стенки, вызванных давлением газа и поверхностным натяжением стенки (см. рис. 2.3 и рис. 2.5), то коллапс ДС сопровождается испусканием частиц тёмной материи, что, естественно, приводит к образованию протогало тёмной материи вокруг ПЧД. Механизм образования ПЧД из-за коллапса замкнутых ДС [8; 9] предсказывает образование ПЧД в кластерах. Если несколько первичных чёрных дыр или их скоплений образуют единое гало, то становится возможным обнаружить эти объекты по их излучению гравитационных волн, как предложено в [27]. Если тёмная материя взаимодействует с частицами Стандартной Модели, локальный нагрев тёмной материи приводит к нагреву частиц первичной плазмы. Такая область может быть источником нейтринного излучения, фотонов и позитронов, для которых ДС прозрачна.

Более того, если рассмотреть взаимодействие ДС с фермионами и «запереть» их внутри стенки [17], можно ожидать множество интересных астрофизических эффектов. Например, стенку можно было бы интерпретировать как область с экзотическим нуклеосинтезом [28] и нейтринным охлаждением [29]. Если стенка живёт долго, её можно рассматривать как псевдозвезду с обогащённым металлами газом, образующимся в результате термоядерных реакций при высокой температуре. Очень высокая температура приводит к локальному восстановлению нарушения электрослабой симметрии и образованию безмассовых частиц Стандартной Модели внутри стенки. Обнаружение таких областей может быть косвенным свидетельством существования ДС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Glimmers in the Cosmic Dawn: A Census of the Youngest Supermassive Black Holes by Photometric Variability / M. J. Hayes [и др.] // Astrophys. J. Lett. — 2024. — Т. 971, № 1. — С. L16.
2. Feeding Hidden Monsters: a Super-Eddington accreting Black Hole 1.5 Gyr after the Big Bang / H. Suh [и др.]. — 2024. — arXiv: 2405.05333 [astro-ph.GA].
3. A small and vigorous black hole in the early Universe / R. Maiolino [и др.] // Nature. — 2024. — Т. 627, № 8002. — С. 59—63. — arXiv: 2305.12492 [astro-ph.GA].
4. *Zel'dovich Y. B.*, *Novikov I. D.* The Hypothesis of Cores Retarded during Expansion and the Hot Cosmological Model // Sov. Astron. — 1967. — Т. 10. — С. 602.
5. *Vilenkin A.* Cosmic strings and domain walls // Phys. Rep. — 1985. — Т. 121, № 5. — С. 263—315.
6. *Gani V. A.*, *Kirillov A. A.*, *Rubin S. G.* Classical transitions with the topological number changing in the early Universe // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2018. — Т. 2018, № 04. — С. 042—042.
7. *Carr B. J.*, *Green A. M.* The History of Primordial Black Holes. — 2025. — arXiv: 2406.05736 [astro-ph.CO].
8. Clusters of Primordial Black Holes / K. M. Belotsky [и др.] // Eur. Phys. J. C. — 2019. — Т. 79, № 3.
9. *Rubin S. G.*, *Sakharov A. S.*, *Khlopov M. Y.* The formation of primary galactic nuclei during phase transitions in the early universe // J. Exp. Theor. Phys. — 2001. — Т. 92, № 6. — С. 921—929.
10. *Murygin B. S.*, *Kirillov A. A.*, *Nikulin V. V.* Cosmological Formation of $(2+1)$-Dimensional Soliton Structures in Models Possessing Potentials with Local Peaks // Physics. — 2021. — Т. 3, № 3. — С. 563—568.

11. *Kirillov A. A., Rubin S. G.* On Mass Spectra of Primordial Black Holes // Front. Astron. Space Sci. — 2021. — Т. 8. — С. 777661. — arXiv: 2109.02446 [astro-ph.CO].

12. *Kirillov A. A., Murygin B. S., Nikulin V. V.* Soliton foam formation in the early Universe // Phys. Lett. B. — 2025. — Т. 860. — С. 139201. — arXiv: 2412.18997 [hep-th].

13. *Hiramatsu T., Kawasaki M., Saikawa K.* On the estimation of gravitational wave spectrum from cosmic domain walls // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2014. — Т. 02. — С. 031. — arXiv: 1309.5001 [astro-ph.CO].

14. Gravitational shine of dark domain walls / E. Babichev [и др.] // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2022. — Т. 04, № 04. — С. 028. — arXiv: 2112.12608 [hep-ph].

15. *Garcia Garcia I., Petrossian-Byrne R.* Axion Interactions with Domain and Bubble Walls. — 2024. — arXiv: 2407.09603 [hep-ph].

16. *Sakharov A. S., Eroshenko Y. N., Rubin S. G.* Looking at the NANOGrav signal through the anthropic window of axionlike particles // Phys. Rev. D. — 2021. — Т. 104, № 4. — С. 043005. — arXiv: 2104.08750 [hep-ph].

17. *Kurakin A. A., Rubin S. G.* The interaction of domain walls with fermions in the early Universe. — 2020. — arXiv: 2011.01757 [physics.gen-ph].

18. *Garcia Garcia I., Koszegi G., Petrossian-Byrne R.* Reflections on bubble walls // J. High Energ. Phys. — 2023. — Т. 09. — С. 013. — arXiv: 2212.10572 [hep-ph].

19. Chern-Simons Induced Thermal Friction on Axion Domain Walls / S. Hassan [и др.]. — 2024. — arXiv: 2410.19906 [hep-ph].

20. Friction on ALP domain walls and gravitational waves / S. Blasi [и др.] // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2023. — Т. 04. — С. 008. — arXiv: 2210.14246 [hep-ph].

21. *Vilenkin A., Shellard E. P. S.* Cosmic Strings and Other Topological Defects. — Cambridge University Press, 2000. — ISBN 978-0-521-65476-0.

22. *Landau L. D., Lifshitz E. M.* Textbook on theoretical physics. VOL. 3: Quantum Mechanics. — 1977.

23. Review of particle physics / S. Navas [и др.] // Phys. Rev. D. — 2024. — Т. 110, № 3.

24. *Bringmann T.*, *Hofmann S.* Thermal decoupling of WIMPs from first principles // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2007. — Т. 04. — С. 016. — arXiv: hep-ph/0612238.

25. Extending the velocity-dependent one-scale model for domain walls / C. J. A. P. Martins [и др.] // Phys. Rev. D. — 2016. — Т. 93, № 4. — С. 043534. — arXiv: 1602.01322 [hep-ph].

26. *Khlopov M. Y.* Primordial Black Holes // Res. Astron. Astrophys. — 2010. — Т. 10. — С. 495—528. — arXiv: 0801.0116 [astro-ph].

27. *Eroshenko Y.*, *Stasenko V.* Gravitational Waves from the Merger of Two Primordial Black Hole Clusters // Symmetry. — 2023. — Т. 15, № 3. — С. 637. — arXiv: 2302.05167 [astro-ph.CO].

28. Hot Primordial Regions with Anomalous Hydrogenless Chemical Composition / K. M. Belotsky [и др.] // Symmetry. — 2022. — Т. 14, № 7. — С. 1452. — arXiv: 2208.05033 [astro-ph.CO].

29. *Belotsky K.*, *Rubin S.*, *Elkasemy M. M.* Neutrino Cooling of Primordial Hot Regions // Symmetry. — 2020. — Т. 12, № 9. — С. 1442. — arXiv: 2006.08359 [astro-ph.CO].