

Взаимодействие «тёмных атомов» с веществом и его физические, астрофизические и космологические проявления

Национальный исследовательский ядерный университет
«МИФИ»

Аспирант:

Бикбаев Тимур Эдуардович

Научный руководитель, д.ф.-м.н., проф.:

Хлопов М. Ю.

Научный консультант, к.ф.-м.н., доц.:

Майоров А. Г.



Москва, 2025 г.

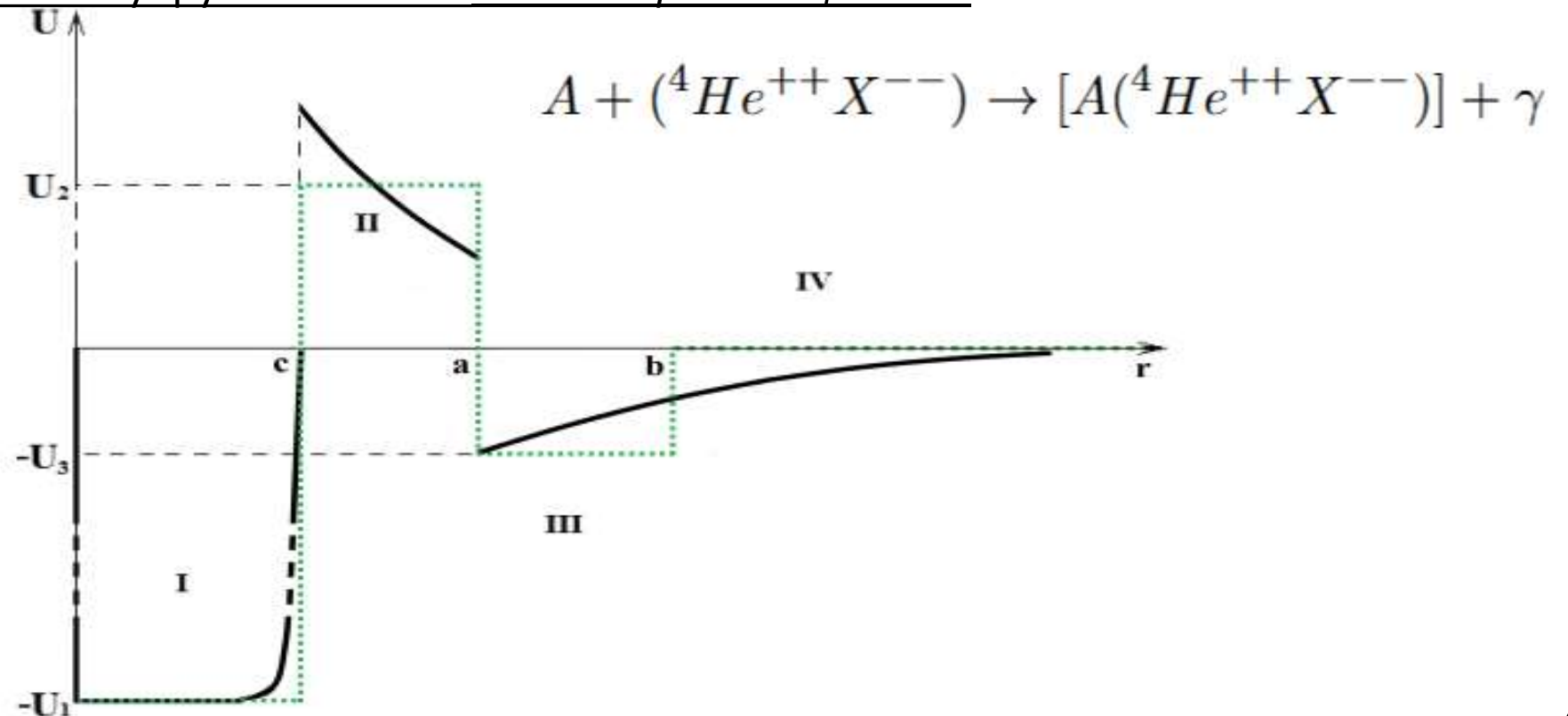
Проблема гипотезы X – гелия.

«Тёмные атомы» XHe обеспечивают современную плотность нерелятивистского вещества и играют роль нетривиальной формы сильно взаимодействующей скрытой массы.

Возможность существования низкоэнергетического связанного состояния XHe с ядрами и доминантность упругих процессов в сценарии тёмного атома основывается на гипотезе о наличии потенциального барьера и неглубокой потенциальной ямы в процессах взаимодействия X -гелия с ядрами вещества, требующей корректного квантово-механического обоснования.

Задача: разработка квантово-механической численной модели взаимодействия X -гелия с ядром вещества.

Цель работы: восстановление формы суммарного эффективного потенциала взаимодействия системы XHe -ядро и расчёт сечения неупругого захвата X -гелия ядром вещества.



Гипотетический эффективный потенциал взаимодействия XHe с ядром вещества.

Эксперименты по прямому поиску частиц скрытой массы.

$$\sigma v = \frac{f \pi \alpha}{m_p^2} \frac{3}{\sqrt{2}} \left(\frac{Z}{A}\right)^2 \frac{T}{\sqrt{A m_p E}}$$

Детектор	Ядра	A	Z	Температура	Обнаружение
DAMA (/NaI + /LIBRA)	Na, I, Tl	23, 127, 205	11, 53, 81	300 К	13.7 σ
CoGeNT	Ge	70-74	32	70 К	2.8 σ
CDMS	Ge (Si)	70-74 (28-30)	32 (14)	Криогенный	—
XENON100	Xe	124-134	54	Криогенный	—
LUX	Xe	124-134	54	173 К	—
CRESST-III	Ca, W, O (CaWO ₄)	40, 182-186, 16	20, 74, 8	Криогенный	—
SuperCDMS	Ge, Si	70-74, 28-30	32, 14	Криогенный	—
COSINE-100	Na, I	23, 127	11, 53	300 К	—
ANAIS-112	Na, I	23, 127	11, 53	300 К	—
LUX-ZEPLIN (LZ)	Xe	124-134	54	Криогенный	—
XENONnT	Xe	124-134	54	Криогенный	—
PandaX-4T	Xe	124-134	54	Криогенный	—

Эффект Штарка.

$$U_{St} = eZ_{\alpha}E\delta$$

Квантово-механический расчёт.

$$\delta = \int_r \Psi_{OHe}^* \cdot r \cdot \Psi_{OHeNa} \cdot 4\pi r^2 dr$$

Квантово - механическое описание задачи трёх тел в системе ОНе-ядро.

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{U}$$

$$\hat{U} = U_{kul}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) + U_{Nuc}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|)$$

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m_{He}}\Delta - \frac{4e^2}{r}$$

$$\hat{H}\Psi = E\Psi$$

$$\vec{R}_{HeA} = \vec{R}_{OA} - \vec{r}$$

$$\Delta\Psi(\vec{r}) + \frac{2m_{He}}{\hbar^2}\left(E + \frac{4e^2}{r} - U_{kul}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) - U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|)\right)\Psi(\vec{r}) = 0$$

$$U_{Nuc}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) = -\frac{U_0}{1 + \exp\left(\frac{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}| - R_{N_{nuc}} - R_{N_{He}}}{p}\right)}$$

$$U_{kul}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) = \begin{cases} \frac{2e^2 Z_{nuc}}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} & \text{для } |\vec{R}_{OA} - \vec{r}| > R_{pnuc} \\ \frac{2e^2 Z_{nuc}}{2R_{pnuc}} \left(3 - \frac{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|^2}{R_{pnuc}^2}\right) & \text{для } |\vec{R}_{OA} - \vec{r}| \leq R_{pnuc} \end{cases}$$

Добавление центробежного потенциала в квантово - механическую численную модель системы OHe – Na.

$$U_{rot(OHe-Na)}(R) = \frac{\hbar^2 c^2 J_{(OHe-Na)}(J_{(OHe-Na)} + 1)}{2\mu c^2 R^2},$$

$$\vec{J}_{(OHe-Na)}(\rho) = \vec{l}_{(OHe-Na)}(\rho) + \vec{I}_{Na} + \vec{I}_{OHe},$$

$$\vec{J}_{(OHe-Na)} = \frac{\vec{3}}{2} + \vec{I}_{O--}.$$

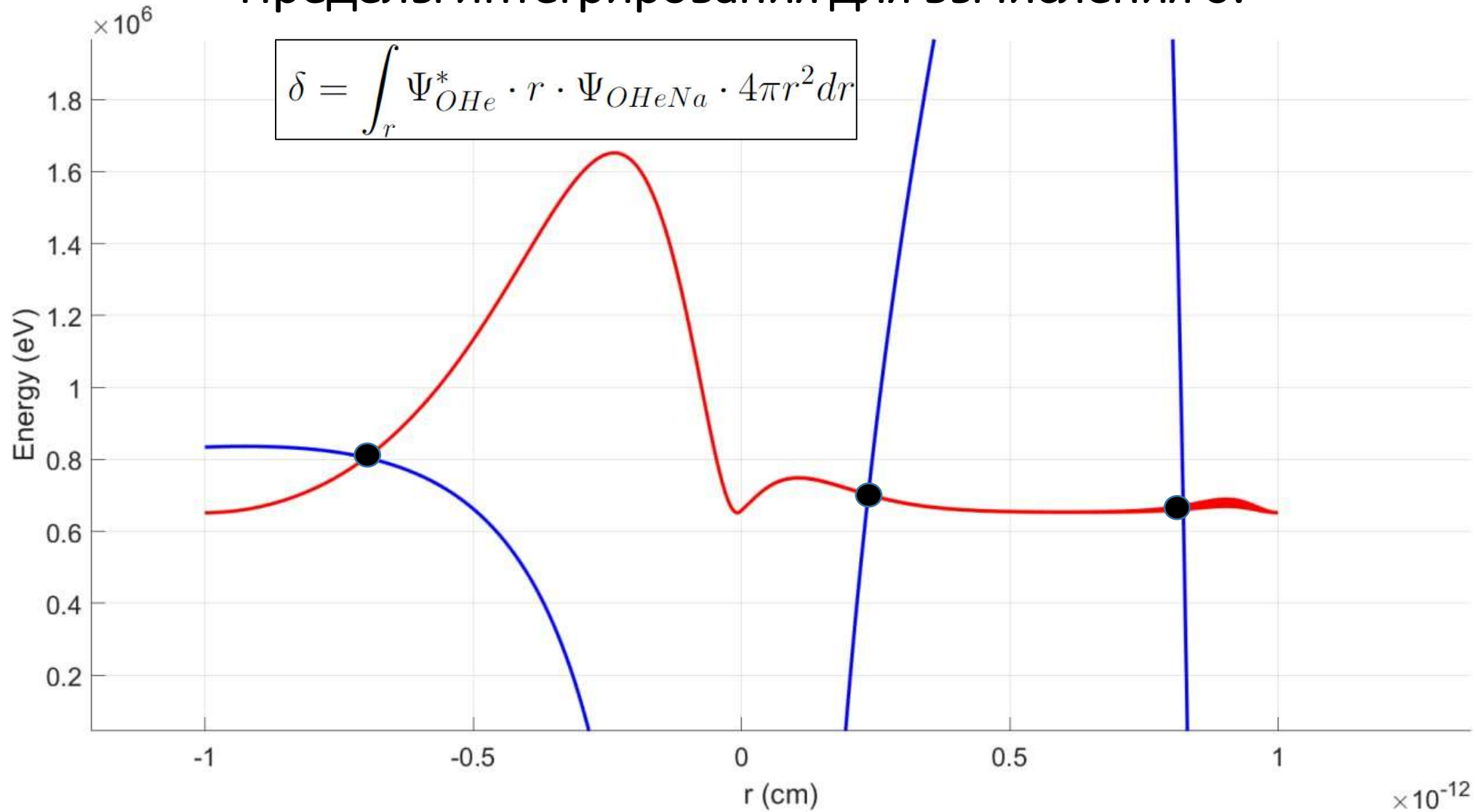
$$\vec{I}_{OHe} = \vec{I}_{He} + \vec{I}_{O--}.$$

$$U_{He+rot} = -\frac{4e^2}{r} + U_{kul}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) + U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) + U_{rot(He-Na)}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|),$$

$$U_{rot(He-Na)}(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) = \frac{\hbar^2 c^2 J_{(He-Na)}(J_{(He-Na)} + 1)}{2m_{He} c^2 |\vec{R}_{OA} - \vec{r}|^2},$$

$$\vec{J}_{(He-Na)} = \vec{3/2}.$$

Пределы интегрирования для вычисления δ .



Суммарный потенциал гелия в системе OHe - Na для фиксированного положения натрия R_{OA} (синяя сплошная линия), график квадрата модуля волновой функции основного состояния гелия в поляризованном «тёмном атоме» при фиксированном R_{OA} (красная сплошная линия), точки пересечения графика суммарного потенциала гелия и графика квадрата модуля волновой функции основного состояния гелия (чёрные кружочки).

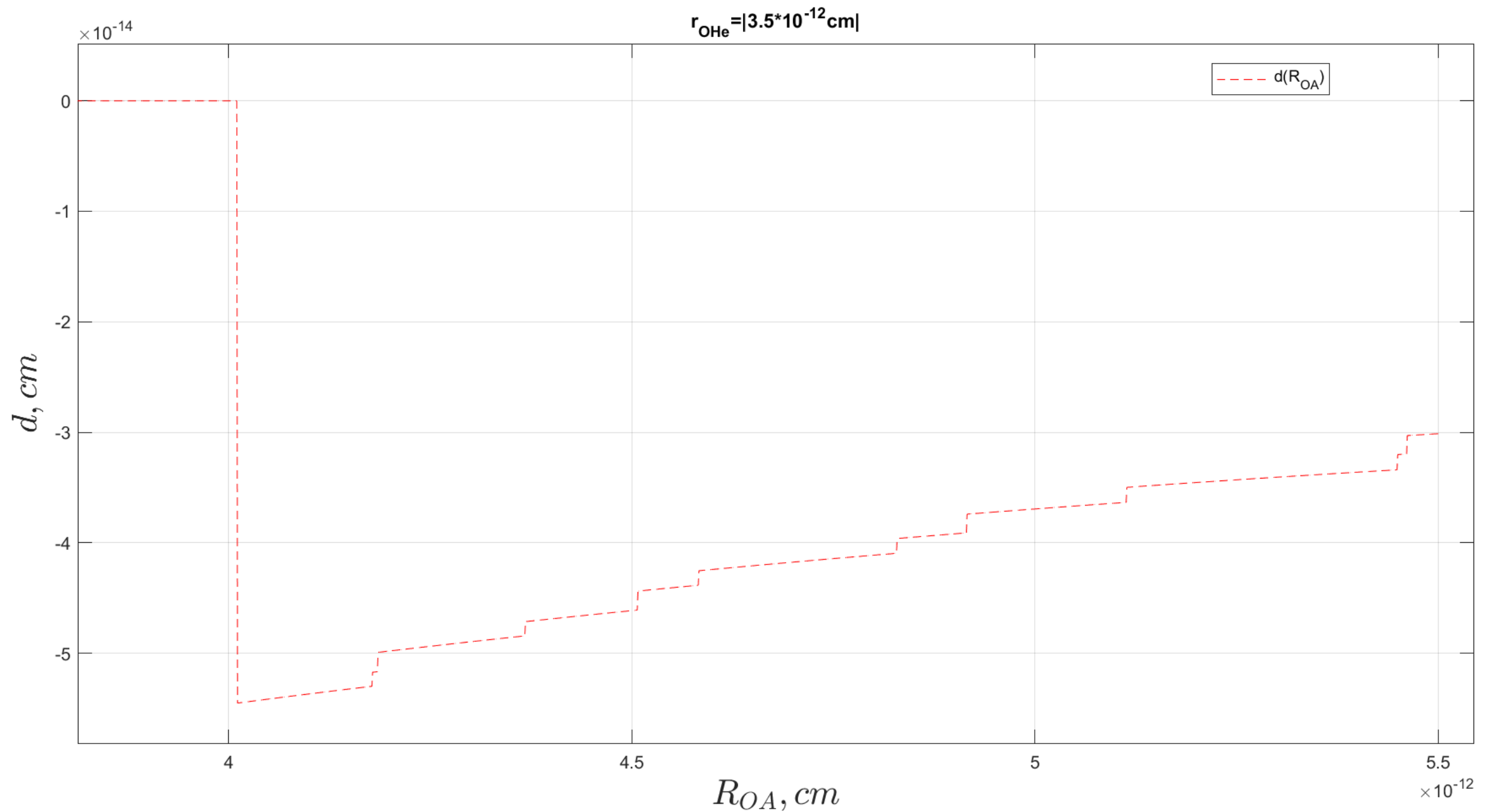
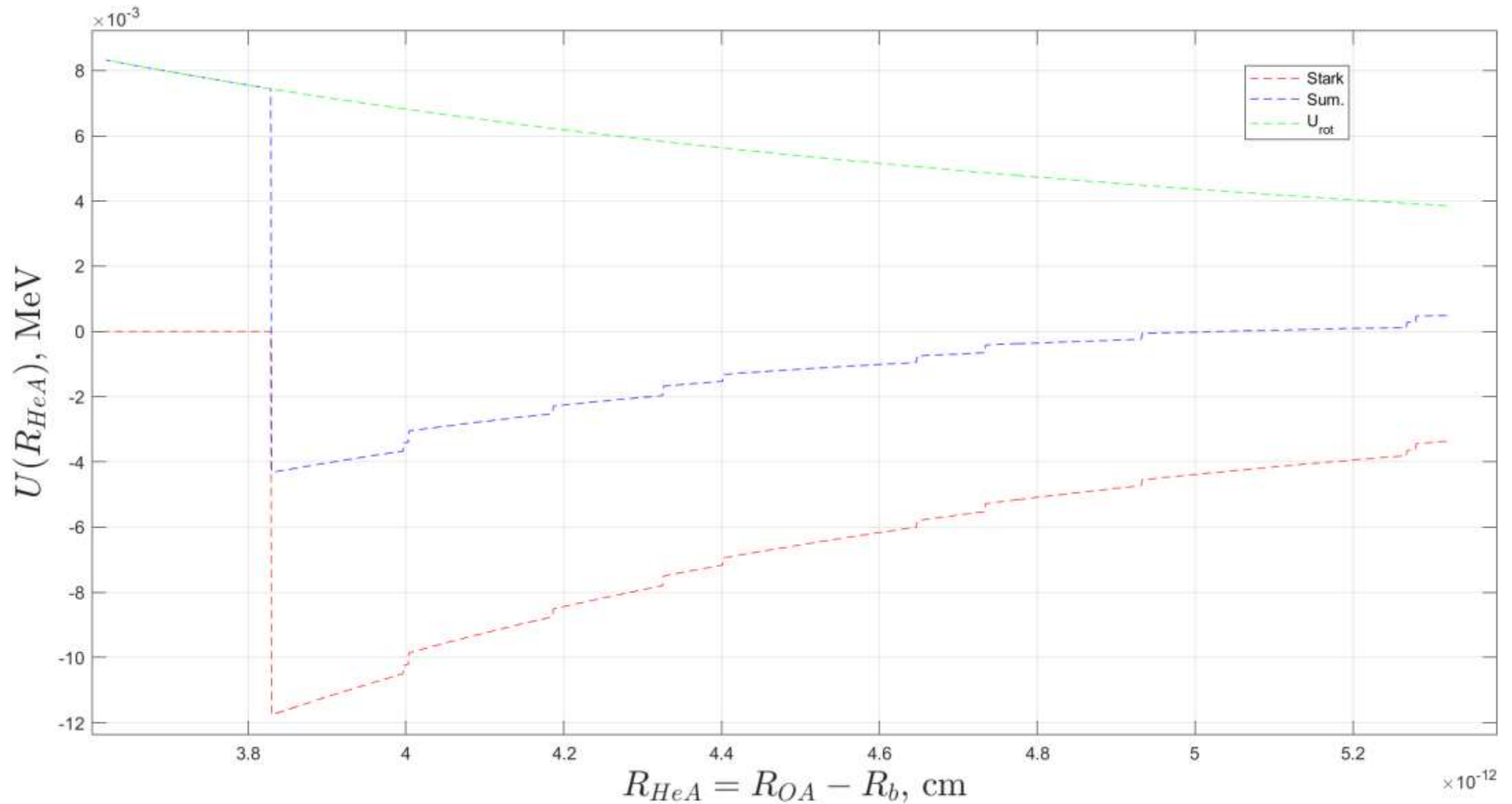


График зависимости величины дипольного момента поляризованного атома OHe (красная пунктирная линия) от радиус-вектора внешнего ядра натрия R_{OA} .

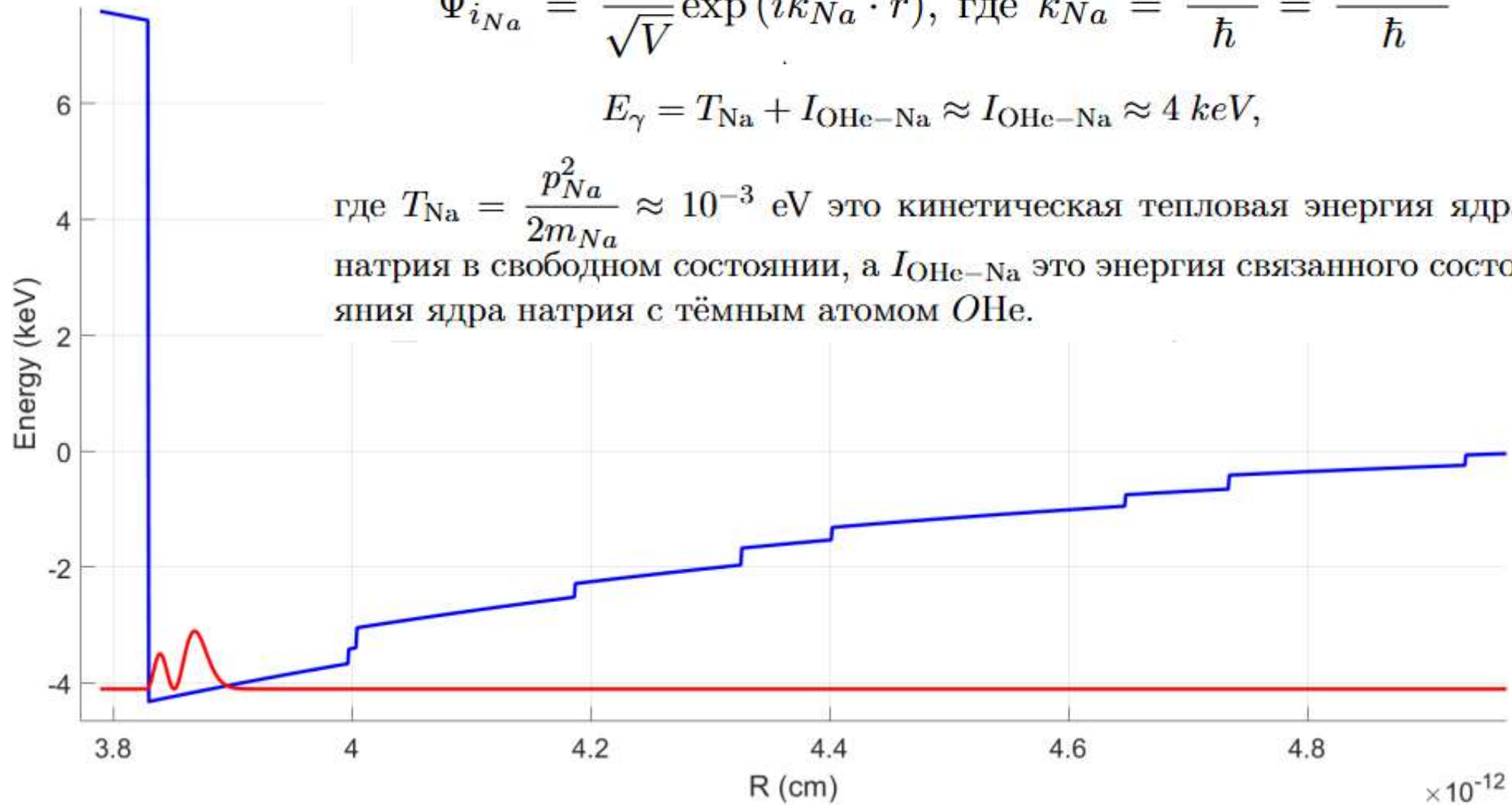


Потенциалы взаимодействия в системе OHe-Na как функции расстояния между He, находящемся на боровской орбите атома OHe, и ядром Na: потенциал Штарка (красная пунктирная линия), центробежный потенциал (зеленая пунктирная линия) и суммарный эффективный потенциал взаимодействия (синяя пунктирная линия). Этот случай соответствует полному моменту импульса для взаимодействия между OHe и ядром натрия, равному $\vec{J}_{(OHe-Na)} = \vec{3}$.

$$\Psi_{i_{Na}} = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp(i\vec{k}_{Na} \cdot \vec{r}), \text{ где } \vec{k}_{Na} = \frac{\vec{p}_{Na}}{\hbar} = \frac{m_{Na}\vec{v}}{\hbar}$$

$$E_{\gamma} = T_{Na} + I_{OHe-Na} \approx I_{OHe-Na} \approx 4 \text{ keV},$$

где $T_{Na} = \frac{p_{Na}^2}{2m_{Na}} \approx 10^{-3} \text{ eV}$ это кинетическая тепловая энергия ядра натрия в свободном состоянии, а I_{OHe-Na} это энергия связанного состояния ядра натрия с тёмным атомом OHe.



Графики зависимости суммарного эффективного потенциала взаимодействия тёмного атома OHe с ядром натрия (синяя сплошная линия) и квадрата модуля волновой функции натрия (красная сплошная линия), соответствующей уровню энергии основного состояния натрия в данном суммарном эффективном потенциале взаимодействия системы OHe-Na, равному 4.1 keV, от радиус вектора ядра натрия.

Неупругое сечение захвата $X\text{He}$ ядром вещества.

По Золотому правилу Ферми вероятность перехода в единицу времени из исходного состояния $|i\rangle$ к набору конечных состояний $|f\rangle$ в первом приближении определяется выражением:

$$\Gamma_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f|H'|i\rangle|^2 g(E_f), \quad (1)$$

где $\langle f|H'|i\rangle$ — это матричный элемент возмущения H' между конечным и начальным состояниями, а $g(E_f)$ — это плотность состояний при энергии конечных состояний E_f .

$$g(E_\gamma) = 2V \frac{d}{dE_\gamma} \left(\int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \right) = \frac{E_\gamma^2}{4\pi^3 c^3 \hbar^3} V d\Omega, \quad (2)$$

где $\vec{q}$ это волновой вектор фотона.

Сечение неупругого захвата ядра натрия в связанное состояние $O\text{He-Na}$ выражается через формулу:

$$\sigma_{O\text{He-Na}} = \frac{\Gamma_{i \rightarrow f}}{j}, \quad (3)$$

где $j = v_{O\text{He}} \cdot n_{\text{Na}}$, — поток ядер натрия. Предполагая, что объём V таков, что в нём находится одна частица ядра натрия $n_{\text{Na}} = 1/V$, поток ядер натрия можно выразить как: $j = v_{O\text{He}}/V = v/V$

Переход ядра натрия в связанное состояние происходит при взаимодействии с фотоном и в дипольном приближении возмущение H' между конечным и начальным состояниями задаётся выражением:

$$H' = \frac{Z_{Na}e}{m_{Na}} A_0 (\vec{\epsilon} \cdot \vec{p}_{Na}), \quad (4)$$

где Z_{Na} это зарядовое число ядра натрия, $\vec{\epsilon}$ это вектор поляризации электромагнитной волны, а $A_0 = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2\varepsilon_0 E_\gamma V}}$ это амплитуда векторного потенциала электромагнитной волны, где ε_0 это диэлектрическая проницаемость вакуума.

$$\langle f | H' | i \rangle = \frac{Z_{Na}e}{m_{Na}} A_0 \left(-i\hbar \vec{\epsilon} \int \Psi_{1_{Na}}^* \nabla \Psi_{i_{Na}} d^3 \vec{r} \right), \quad (5)$$

где градиент от волновой функции начального состояния ядра натрия $\nabla \Psi_{i_{Na}} = \frac{i\vec{k}_{Na}}{\sqrt{V}} \exp(i\vec{k}_{Na} \cdot \vec{r}) = i\vec{k}_{Na} \Psi_{i_{Na}}$, поэтому можем выразить матричный элемент возмущения следующим образом:

$$\langle f | H' | i \rangle = \frac{Z_{Na}e}{m_{Na}} A_0 \frac{\hbar}{\sqrt{V}} (\vec{\epsilon} \cdot \vec{k}_{Na}) \widetilde{\Psi}_{1_{Na}}^* (\vec{k}_{Na}), \quad (6)$$

где $\widetilde{\Psi}_{1_{Na}}^* (\vec{k}_{Na}) = \int \Psi_{1_{Na}}^* \exp(i\vec{k}_{Na} \cdot \vec{r}) d^3 \vec{r}$, - это преобразование Фурье волновой функции натрия в конечном связанном состоянии $O\text{He}-Na$.

Скалярное произведение вектора поляризации электромагнитной волны и волнового вектора ядра натрия:

$$(\vec{\epsilon} \cdot \vec{k}_{Na}) = |\vec{k}_{Na}| \sin(\theta) = \frac{m_{Na} v}{\hbar} \sin(\theta), \quad (7)$$

$$\sigma_{OHe-Na} = \frac{\alpha}{\hbar c} Z_{Na}^2 \frac{v}{c} \frac{E_\gamma}{\pi} |\widetilde{\Psi}_{1Na}^*(\vec{k}_{Na})|^2 \sin^2(\theta) d\Omega. \quad (8)$$

Интеграл по телесному углу:

$$\sin^2(\theta) d\Omega = \frac{8\pi}{3}. \quad (9)$$

Наконец, итоговое выражение для сечения неупругого захвата ядра натрия в связанное состояние $OHe-Na$:

$$\sigma_{OHe-Na} = \frac{8}{3} \frac{\alpha}{\hbar c} Z_{Na}^2 \frac{v}{c} E_\gamma |\widetilde{\Psi}_{1Na}^*(\vec{k}_{Na})|^2, \quad (10)$$

$$\sigma_{OHe-Na} \approx 2.3 \cdot 10^{-34} \text{ cm}^2 = 2.3 \cdot 10^{-10} \text{ barn}. \quad (11)$$

Сравнение с экспериментом DAMA.

$$f = 1.4 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma v = \frac{f \pi \alpha}{m_p^2} \frac{3}{\sqrt{2}} \left(\frac{Z}{A} \right)^2 \frac{T}{\sqrt{A m_p E}},$$

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle_{Na} &\approx 5.8 \cdot 10^{-31} \text{ cm}^3/\text{s}, \\ \langle \sigma v \rangle_I &\approx 1.9 \cdot 10^{-31} \text{ cm}^3/\text{s}. \end{aligned}$$

$$(\sigma_{\text{OHe-Na}} \cdot v) = 8 \frac{\alpha c}{\hbar} Z_{Na}^2 \frac{kT}{M_o c^2} E_\gamma |\widetilde{\Psi}_{1Na}^*(\vec{k}_{Na})|^2.$$

$$(\sigma_{\text{OHe-Na}} \cdot v) \approx 1.4 \cdot 10^{-30} \text{ cm}^3/\text{sec}.$$

$$R_{\text{Quant-mech}} \approx 0.51 + 3.49 \times 10^{-2} \cos(\omega(t - t_0)) \text{ counts/day kg}$$

$$\begin{aligned} R &= 1 \cdot \frac{\rho_O}{M_O} (\langle \sigma v \rangle_{Na} + \langle \sigma v \rangle_I) \cdot N_T, \\ \rho_O &= \frac{M_O n_0}{320 \cdot S_3 \cdot 30^{1/2}} V_h + \frac{M_O n_0}{640 \cdot S_3 \cdot 30^{1/2}} V_E \cos(\omega(t - t_0)), \end{aligned} \quad (19)$$

где $S_3 = M_o/1 \text{ TeV}$, а масса OHe равна $M_O = 2 \text{ TeV}$, число мишеней $N_T = 4.015 \cdot 10^{24}$ ядер на килограмм NaI(Tl) , скорость Солнечной системы $V_h = 220 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$, скорость Земли $V_E = 30 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$, локальная концентрация скрытой массы в случае рассматриваемых частиц $n_0 = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-3}$. Из-за большой массы детекторов DAMA/LIBRA (приблизительно 9,7 кг каждый) мы можем предполагать, что низкоэнергетические γ -лучи полностью поглощаются внутри детектора.

$$\begin{aligned} R &\approx 2.951 \cdot 10^{-6} + 2.011 \cdot 10^{-7} \cos(\omega(t - t_0)) \text{ counts/s kg} \\ &= 0.255 + 0.017 \cos(\omega(t - t_0)) \text{ counts/day kg} \end{aligned}$$

$$R_{\text{exper}} < 0.5 + (6.95 \pm 0.45) \times 10^{-2} \text{ counts/day kg}.$$

Заключение

- Построена квантово-механическая численная модель взаимодействия тёмного атома OHe с ядром вещества Na .
- Восстановлен суммарный эффективный потенциал взаимодействия натрия с тёмным атомом в системе $OHe - Na$, форма которого согласуется с теоретически ожидаемой.
- Получено выражение для расчёта сечения неупругого захвата ядра вещества в связанное состояние $OHe -$ ядро, расчёт скорости радиационного захвата для ядра натрия согласуется с экспериментальным ограничением на скорость захвата при массе тёмного атома больше 2 ТэВ .
- Была улучшена квантово-механическая численная модель взаимодействия тёмного атома X -гелия с ядром вещества, с учётом неточечности взаимодействующих частиц в системе XHe -ядро, деформации ядра вещества и нуклеоритной структуры тёмного атома.
- **Планируется** усовершенствование квантово-механической численной модели взаимодействия тёмного атома X -гелия с ядром вещества, с учётом неточечности взаимодействующих частиц (ядра вещества и тёмного атома), неоднородности распределений электрического заряда и нуклонов в ядрах, деформации ядра Na и его пространственной конфигурации, описываемой углом между его осью аксиальной симметрии и прямой, соединяющей центры взаимодействующих частиц. Решение одномерного уравнения Шрёдингера для ядра натрия в восстановленном с помощью данной квантово-механической численной модели суммарном эффективном потенциале взаимодействия системы XHe -ядро. Расчёт сечения неупругого захвата тёмного атома XHe ядром вещества натрия в низкоэнергетическое связанное состояние системы XHe -ядро и сравнение с результатами экспериментов по прямому поиску частиц скрытой массы.

Дополнительные слайды.

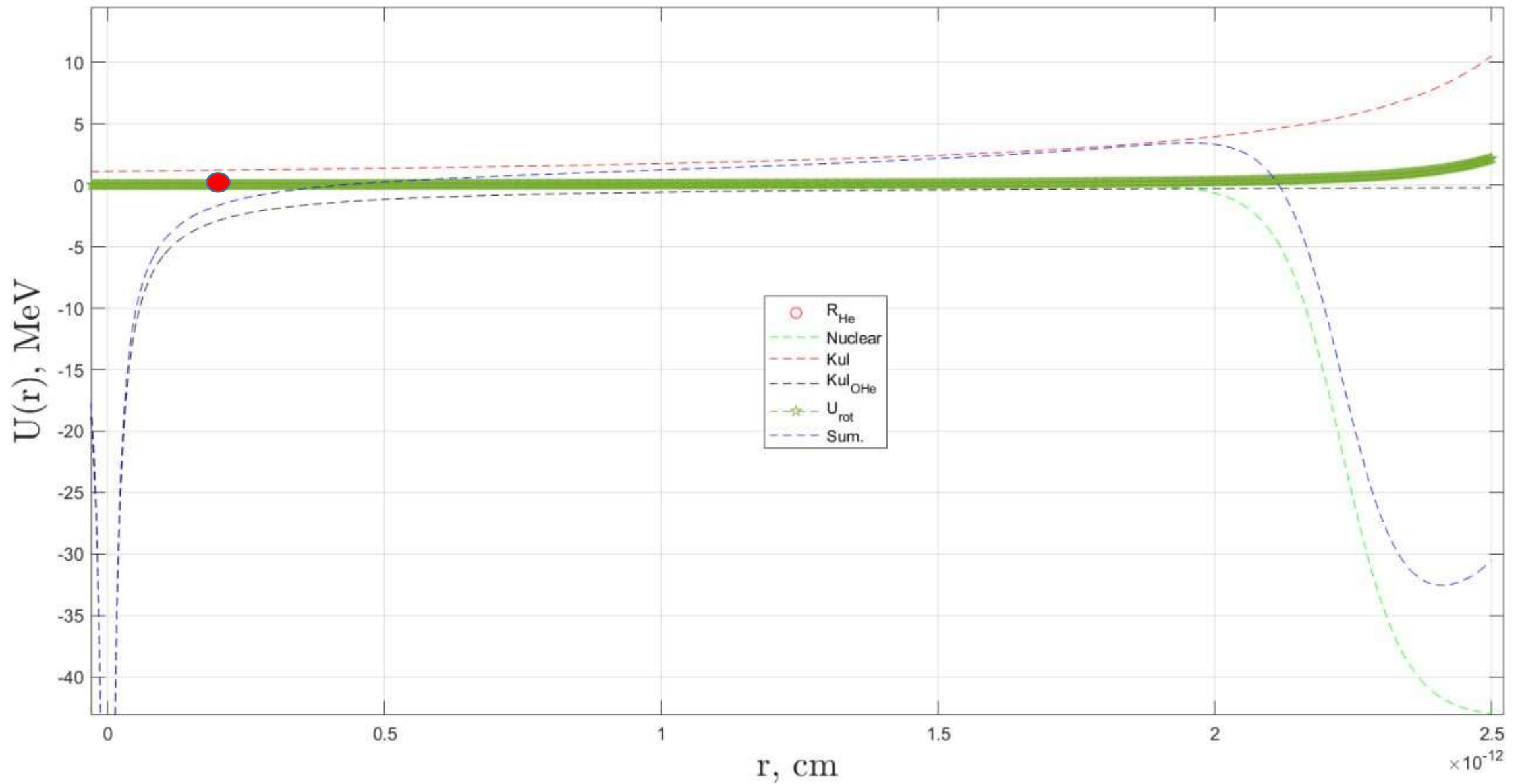
Апробация результатов научной деятельности.

Список подготовленных публикаций в научном реферируемом издании (журнале):

1. Bikbaev, T., Khlopov, M., Mayorov, A. Quantum-mechanical numerical model of interaction between dark atom and nucleus of substance. *Bled Workshops in Physics* **2024**, 25(1), 26–42.
2. Beylin, V., Bikbaev, T., Khlopov, M., Mayorov, A., Sopin, D. Dark atoms of nuclear interacting dark matter, *Universe* **2024**, 10(9), 368. (**Scopus Q1, WoS Q2**)
3. Bikbaev, T.; Khlopov, M.; Mayorov, A. Quantum Mechanical Numerical Model for Interaction of Dark Atom with Atomic Nucleus of Matter. *Physics* **2025**, 7, 8. (**WoS Q2**)

Участие в конференциях:

- «Quantum-mechanical numerical model of interaction between “dark atom” and nucleus», 27th Bled Workshop «What Comes Beyond the Standard Models?», invited talk, virtual workshop, July 8-17, 2024.
- «Quantum mechanical numerical model of the interaction of dark atom with the nucleus of substance, taking into account non-point-like structure of interacting particles», 28th Bled Workshop «What Comes Beyond the Standard Models?», virtual workshop, 6-17 July, 2025.



Потенциалы кулоновского (красная пунктирная линия), ядерного (зелёная пунктирная линия) и центробежного (зелёная сплошная линия) взаимодействия между гелием и ядром вещества Na, потенциал кулоновского взаимодействия между гелием и частицей O^{--} (чёрная пунктирная линия) и суммарный потенциал взаимодействия ядра гелия (синяя пунктирная линия) в системе OHe - Na при фиксированном R_{OHe} . Красным кружком показано значение радиуса ядра He.

$$U = \sum_{l_1, l_2} U(l_1, l_2) \quad A_{lm}^{(j)}(k) = \int d^3 r \rho_j(\mathbf{r}) j_l(kr) Y_{lm}(\hat{r})$$

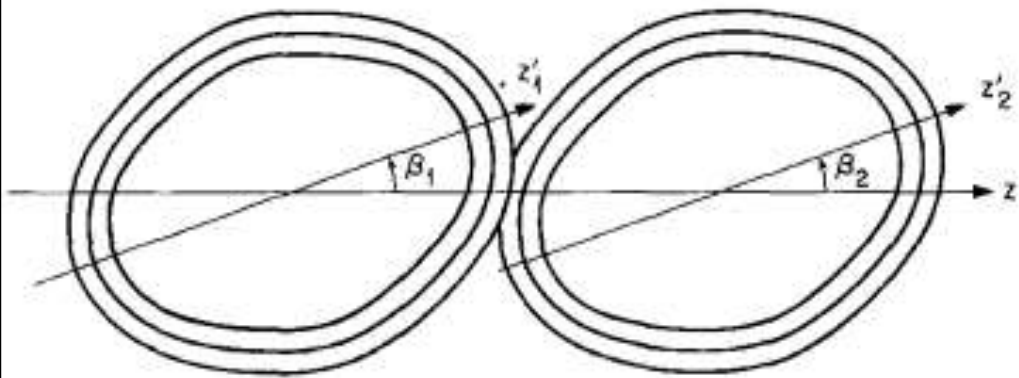
$$U(0,0) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dk k^2 j_0(kr) \tilde{v}(k) A_{00}^{'(1)}(k) A_{00}^{'(2)}(k)$$

$$U(0,2) = \frac{2}{\pi} \sqrt{5} \int_0^\infty dk k^2 j_2(kr) \tilde{v}(k) [A_{00}^{'(1)}(k) A_{20}^{'(2)}(k)$$

$$\cdot P_2(\cos \beta_2) + A_{20}^{'(1)}(k) A_{00}^{'(2)}(k) P_2(\cos \beta_1)]$$

$$U(0,4) = \frac{6}{\pi} \int_0^\infty dk k^2 j_4(kr) \tilde{v}(k) [A_{00}^{'(1)}(k) A_{40}^{'(2)}(k)$$

$$\cdot P_4(\cos \beta_2) + A_{40}^{'(1)}(k) A_{00}^{'(2)}(k) P_4(\cos \beta_1)]$$



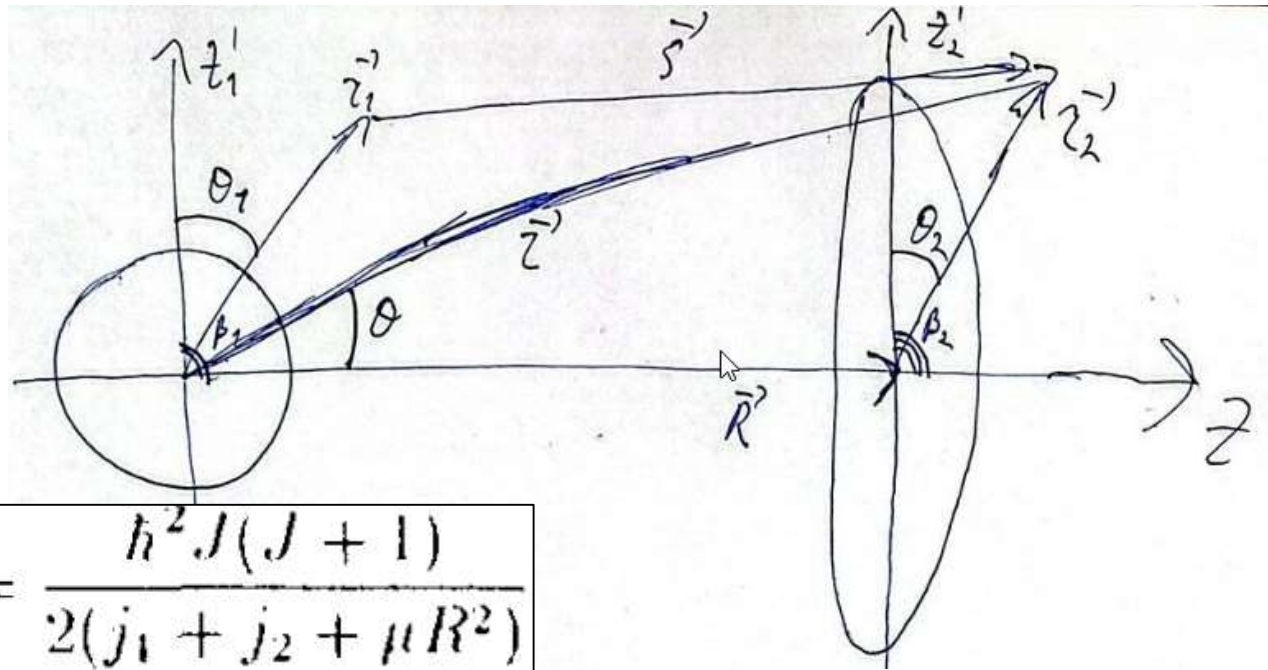
$$\mathcal{J}_{\text{RB}} = \frac{2}{5}MR^2\left(1 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta + \frac{25}{32\pi}\beta^2\right)$$

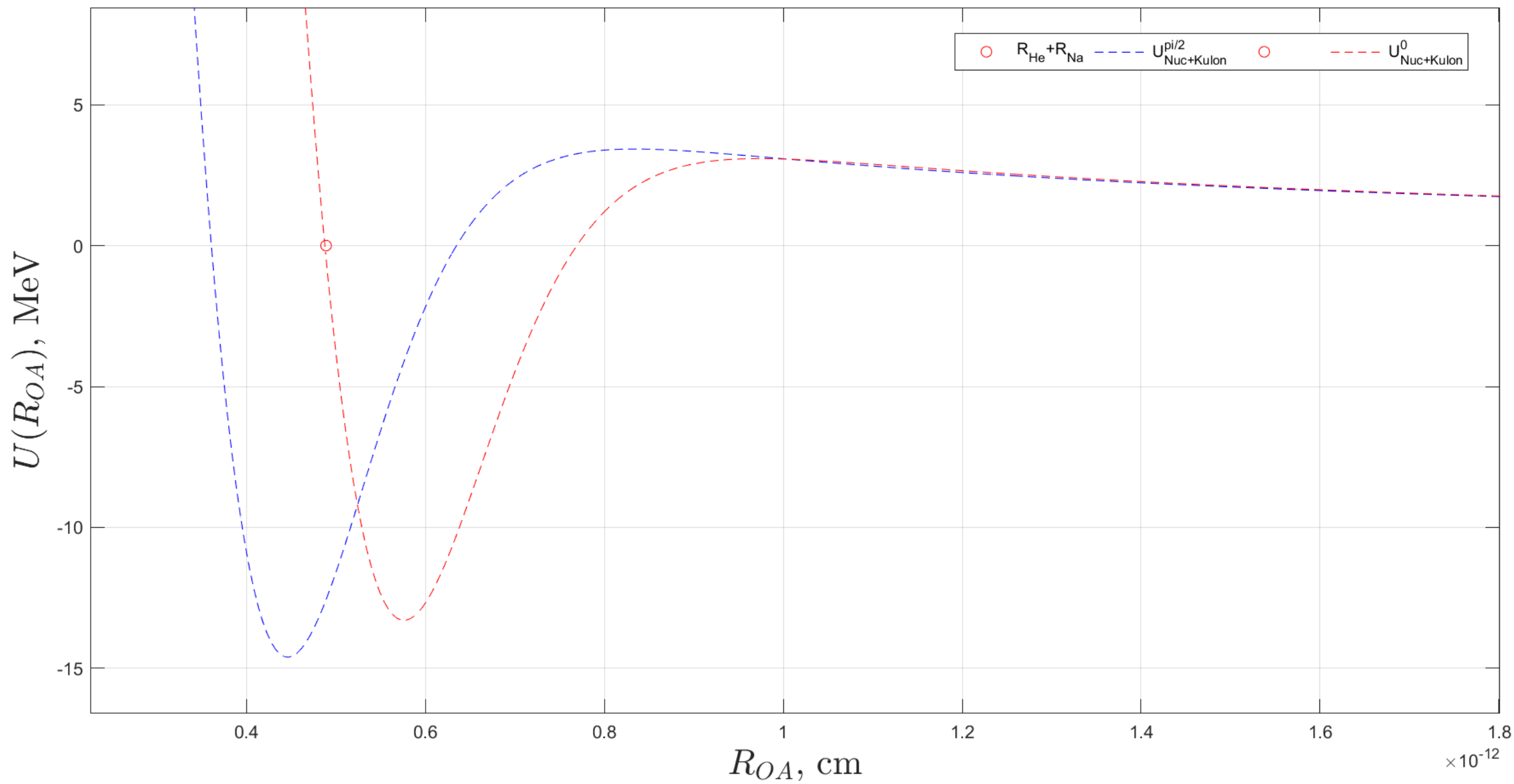
$$U_{rot}(R) = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2(j_1+j_2+\mu R^2)}$$

$$\rho_i(r,\theta) = \frac{\rho_0^i}{1+\exp\big(\frac{r-R_i(\theta)}{a_i}\big)}$$

$$R_i(\theta) = R_0^i[1 + \delta_2^i Y_{2,0}(\theta) + \delta_4^i Y_{4,0}(\theta)]$$

$$U_N(R) \; = \; C_0 \Bigg\{ \frac{F_{in} - F_{ex}}{\rho_{00}} \left(\int \rho_1^2(\mathbf{r}) \rho_2(\mathbf{r} - \mathbf{R}) d\mathbf{r} \right. \\ \left. + \int \rho_1(\mathbf{r}) \rho_2^2(\mathbf{r} - \mathbf{R}) d\mathbf{r} \right) + F_{ex} \int \rho_1(\mathbf{r}) \rho_2(\mathbf{r} - \mathbf{R}) d\mathbf{r} \Bigg\}, \\ F_{in,ex} \; = \; f_{in,ex} + f_{in,ex}' (N_1 - Z_1)/A_1 \cdot (N_2 - Z_2)/A_2,$$





Сценарии гипотетических, стабильных, электрически заряженных частиц.

В научно-исследовательской работе рассматривается сценарий составной скрытой массы, в котором гипотетические, стабильные, реликтовые, лептоноподобные, массивные частицы X с зарядом $-2n$ (где n это натуральное число) избегают экспериментального открытия, потому что они связаны кулоновским взаимодействием с n ядрами первичного гелия в нейтральные атомоподобные состояния $X\text{He}$ (X –гелия), называемые «тёмными атомами».

В случае $n=1$ частица X называется O^{--} , а «тёмный атом», - O -гелием.

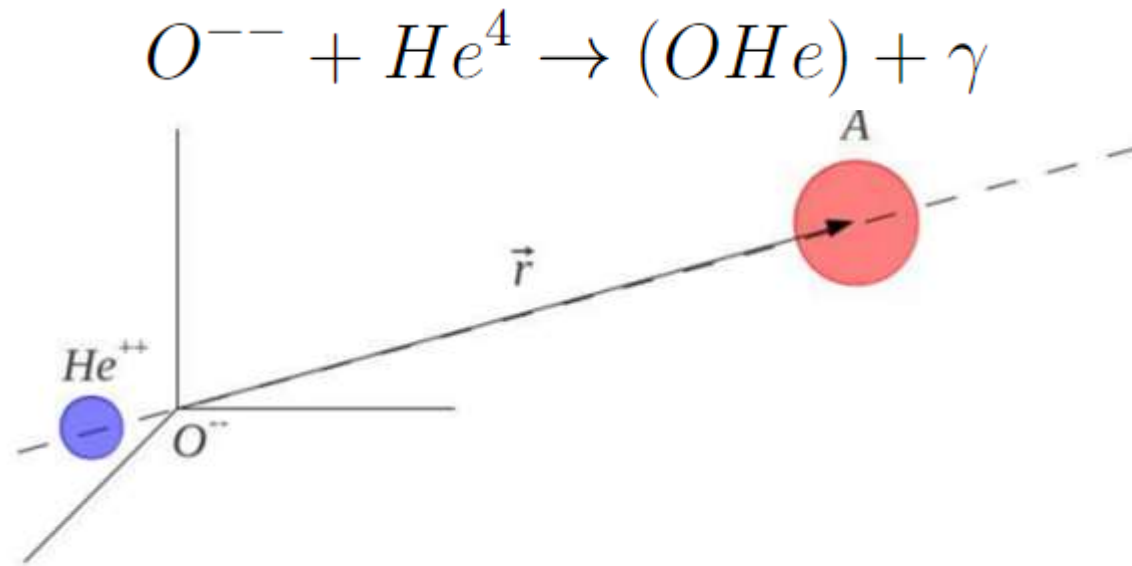


Иллюстрация «тёмного атома» $O\text{He}$ и внешнего ядра вещества A

Электрический потенциал X-гелия.

$$\psi = \frac{e^{-r/r_0}}{\sqrt{\pi}r_0^{3/2}} \quad en_p = \begin{cases} \frac{eZ_\alpha}{\frac{4}{3}\pi R_{nHe}^3} & \text{для } r < R_{nHe}, \\ 0 & \text{для } r > R_{nHe}. \end{cases}$$

$$\frac{1}{r}(\phi r)'' = -4\pi e \left(n_p + \frac{Z_X e^{-2r/r_0}}{\pi r_0^3} \right) \quad U_{XHe}^e = eZ_A \phi$$

$$\phi = \begin{cases} -eZ_X e^{-2r/r_0} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r} \right) & \text{для } r > R_{nHe}, \\ -eZ_X e^{-2r/r_0} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r} \right) + \frac{eZ_X}{r} + \frac{eZ_\alpha}{R_{nHe}} \left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R_{nHe}^2} \right) & \text{для } r < R_{nHe}. \end{cases}$$

Структура связанного состояния X-гелия.

Структура связанного состояния X-гелия зависит от значения параметра:

$$a = Z_{\alpha} Z_X \alpha A m_p R_{nHe}$$

- При $0 < a < 1$ связанное состояние выглядит как атом Бора с дважды отрицательно заряженной частицей O^{--} в осто́ве и ядром He, движущимся по боровской орбите.

$$I_0 = \frac{Z_{O^{--}}^2 Z_{He}^2 \alpha^2 m_{He}}{2} \approx 1.6 \text{ МэВ} \quad R_b = \frac{\hbar c}{Z_{O^{--}} Z_{He} m_{He} \alpha} \approx 2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$$

- При $1 < a < \infty$ связанные состояния выглядят как атомы Томсона, в которых тело ядра nHe колеблется около тяжелой отрицательно заряженной частицы X.

