

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
«МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

Отчет о «Научно-исследовательской деятельности
аспиранта и подготовке к защите диссертации на
соискание ученой степени кандидата наук» за
четвёртый семестр

«Исследование физических оснований и космофизических
проявлений моделей асимметричной скрытой массы»

Аспирант

Д. О. Сопин

Научная специальность

1.3.15 «Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких энергий»

Научный руководитель,
д.ф.-м.н., проф.

_____ М. Ю. Хлопов

Москва 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	2
1 Обзор литературы	5
1.1 Внутреннее строение тёмных атомов	5
1.2 Реакции с участием тяжёлых заряженных частиц	7
1.2.1 Скорости реакций	7
1.2.2 Кинетические уравнения	10
1.3 Экспериментальные ограничения для тёмных атомов	11
2 Нуклеосинтез в присутствии тяжёлых многозарядных частиц	13
2.1 Температура рекомбинации	14
2.2 Связанные состояния и их взаимодействие	20
2.2.1 Уравнение Шрёдингера для атома с неточечным ядром	20
2.2.2 Возможность уточнения	22
2.2.2.1 Кластерные ядра	22
2.2.2.2 Сферические ядра	23
2.3 Первичные концентрации	24
Список литературы	27

ВВЕДЕНИЕ

По данным коллаборации PLANCK [1] относительная энергетическая плотность вещества во Вселенной составляет $\Omega_m = 0.315$. При этом барионная плотность оказывается значительно меньше данной величины: $\Omega_b = 0.0493$. Существование скрытой массы (англ. «hidden mass» или «dark matter», сокращённо — DM), объясняющее столь существенную разницу, подтверждается многочисленными наблюдениями и астрофизическими данными, однако природа и динамические характеристики DM остаются неустановленными. Таким образом, как экспериментальные поиски, так и теоретическое изучение кандидатов на роль частиц-переносчиков скрытой массы по-прежнему исключительно **актуальны**.

На сегодняшний день предложено множество моделей, претендующих на решение данной проблемы (см., например, обзоры [2–5]). Долгое время наиболее популярными среди них придерживались подкреплённые предсказаниями суперсимметричных (SuSy) теорий гипотезы о существовании «слабовзаимодействующих массивных частиц» (англ. «Weakly Interacting Massive Particle» или сокращённо — WIMP). Однако их проверка на ускорительных экспериментах не дала положительных результатов [5; 6].

Результаты же поиска частиц-переносчиков скрытой массы в космических лучах неоднозначны. С одной стороны, данные, полученные абсолютным большинством таких экспериментов, не дают оснований говорить об обнаружении искомым частиц. Были наложены сильные ограничения на возможную энергетическую плотность WIMP во Вселенной. С другой же, эксперименты DAMA/NaI (1995 – 2002 гг) и DAMA/LIBRA (2003 – н. в.) на протяжении почти 30 лет наблюдают годовые колебания сигнала, свидетельствующие о наличии потока частиц-переносчиков скрытой массы [7]. Это также может говорить о достаточно специфичной природе детектируемых частиц.

Противоречивые, на первый взгляд, наблюдениям DAMA результа-

ты экспериментов ANAIS и COSINE [8–10] в действительности оказываются неприменимы. Хотя устройство всех трёх установок достаточно схожи, ANAIS и COSINE в отличие от DAMA/LIBRA рассматривают сигнал от ядер отдачи [10]. Более того, на данный момент уровень достоверности результатов не является достаточным для опровержения.

Наличие сигнала может быть объяснено в рамках моделей, включающих в себя тёмные атомы в виде X-гелия ($X^{-2n}(He^{+2})_n$). Составные частицы данного типа должны возникать в ряде расширений СМ, предсказывающих формирование стабильных тяжёлых состояний X^{-2n} . Примером может выступить минимальная модель «бредущего» техницвета (англ. «Walking Technicolor» - сокращённо WTC) [11–13].

Тёмные атомы должны формироваться на этапе нуклеосинтеза путём последовательного захвата лёгких ядер сверхтяжёлыми частицами. Новые процессы могут значительно повлиять на состав первичной плазмы. Возможность формирования в этих условиях аномальных изотопов и перепроизводства лития [14] представляет серьёзную проблему для рассматриваемой модели. В то же время возникающие вследствие взаимодействия двух тёмных атомов молекулоподобные структуры не изучены и также могут представлять интерес.

Целью данной работы является построение модели формирования тёмных атомов на ранних этапах эволюции Вселенной. Для её достижения необходимо решить несколько теоретических **задач**:

- Разработать модель внутреннего строения тёмных атомов, позволяющую выявить стабильные соединения и определить их энергетические параметры.
- Составить карту ядерных реакций с участием тёмных атомов и определить их скорости при заданных температурах.
- Найти зависимость концентраций частиц, составляющих первичную плазму, от температуры.

Таким образом, **в перспективе** данное исследование должно дать описание механизмов возникновения скрытой массы в форме X-гелия. Также в ходе работы могут быть получены теоретические ограничения на существование многозарядных частиц X^{-2n} . **Научная новизна** исследования определяется отсутствием на текущий момент такого рода описания.

Представленный далее текст отчёта разделён на несколько глав. В первой из них 1 представлен обзор литературы, отражающий современное состояние изучаемой проблемы. Далее, в главе 2 описаны первые результаты рассмотрения нуклеосинтеза в модели тёмных атомов XHe . В Приложении представлен список публикаций за 4 семестр. Тексты статей приложены.

1 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

В данной главе исследуется современное состояние изучаемой проблемы. В разделе 1.1 обсуждается внутреннее строение тёмных атомов, в то время как раздел 1.2 посвящён описанию реакций с их участием. Наконец, в разделе 1.3 представлен обзор современных экспериментальных ограничений для рассматриваемой модели.

1.1 ВНУТРЕННЕЕ СТРОЕНИЕ ТЁМНЫХ АТОМОВ

Вопрос о существовании новых тяжёлых электрически заряженных частиц и их влиянии на нуклеосинтез рассматривался ещё в 80-х годах XX века. Например, в работе [15] уже были рассмотрены главные теоретические вопросы, возникающие в модели тёмных атомов. Авторы рассматривают случай однозарядной частицы X^- . Данный вариант, однако, оказывается исключён сразу несколькими более поздними космологическими наблюдениями ("non-go" теорема о перепроизводстве аномальных изотопов [16], перепроизводство первичных металлов [17]).

Главная сложность в описании структуры тёмных атомов заключается в том, что отношение радиуса ядерной оболочки к боровскому радиусу X^{-2n}

$$a = \frac{r_N}{r_B} \approx Z_X Z_N \alpha m_N r_0 A_N^{1/3} \quad (1.1)$$

может принимать значения больше единицы. Это соответствует переходу от привычной боровской модели атома к некоторому аналогу томпсоновской модели. Для учёта этой особенности обычно рассматривается уравнение Шрёдингера, описывающее систему $X - N$, состоящую из тяжёлого лептона X и ядерного ядра N . Ключевая разница заключается в используемых потенциалах. Так, в ряде работ [15; 18; 19] был использован простой

осцилляторный потенциал

$$\mathcal{H} = \begin{cases} \frac{p^2}{2m_N} - \frac{Z_X Z_N \alpha}{2r_N} \left(3 - \frac{r^2}{r_N^2} \right), & r < r_N \\ \frac{p^2}{2m_N} - \frac{Z_X Z_N \alpha}{r}, & r > r_N \end{cases} \quad (1.2)$$

При этом энергия связи определяется выражением

$$E_{X-N}^{\text{Glashow}} = \begin{cases} \frac{3}{2} \frac{Z_X Z_N \alpha}{r_N} \left(1 - \sqrt{\frac{1}{a}} \right), & a \gtrsim 2 \\ \frac{1}{m_N r_N} \lambda(a), & a \approx 1 \\ \frac{1}{2} (Z_X Z_N \alpha)^2 m_N, & a < 1 \end{cases} \quad (1.3)$$

где функция $\lambda(a)$ находится вариационным методом, а при $a < 1$ энергия находится в рамках боровской модели.

В недавней работе [14] также используется приближение сферически симметричного ядра с однородно распределённым зарядом. Утверждается, что использование более сложных сферически симметричных потенциалов не приводит к существенным изменениям.

Таким образом, во всех работах, рассматривающих внутреннюю структуру тёмных атомов, используется один и тот же подход с лишь небольшими изменениями. К его недостаткам можно отнести вид используемых потенциалов. С одной стороны, полностью опускаются эффекты деформации ядра вследствие экранирования зарядов и, следовательно, подавление кулоновского отталкивания. Наиболее сильно такое экранирование должно проявляться в лёгких протон-избыточных ядрах, делая их стабильнее. В работе [14] была предпринята попытка учесть этот эффект качественно для случая $Z_X = 2$, однако этого может оказаться недостаточно. С другой же стороны, свойства лёгких ядер во многом обусловлены повышенной стабильностью альфа-кластеров. Ядерные потенциалы таких состояний зачастую существенно несферичны (см., например, [20; 21]). Хотя свойства обычных ядер могут быть воспроизведены в простых оболочечных моделях, поведение альфа-кластеров в оболочке тёмных атомов не изучено. Возникающая при этом аналогия с бозонными атомами [22–24] усиливает интерес к такого рода описанию ядерной оболочки.

Подход, развитый в работах [20; 21] для ядер ${}^9\text{Be}$ и ${}^9\text{B}$, также может

быть применён при описании "тёмных молекул" - связанных состояний двух тёмных атомов вида X_2N .

Для более точного описания ядерной оболочки тёмных ионов необходимо использовать современные методы ядерной физики. Однако это в существенной мере осложнено отсутствием экспериментальных данных, что не позволяет определить точные значения параметров.

1.2 РЕАКЦИИ С УЧАСТИЕМ ТЯЖЁЛЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

1.2.1 СКОРОСТИ РЕАКЦИЙ

Процесс захвата лёгких ядер должен становиться возможным после их формирования на температурах $\lesssim 100$ кэВ. Описание таких реакций должно сочетать в себе черты, характерные как для процесса рекомбинации, так и для реакций обычного нуклеосинтеза. В ходе исследования необходимо определить скорость рассматриваемых реакций $\langle\sigma v\rangle$ как функцию от температуры T . В том числе следует определить температуры, при которых обратные процессы перестают играть важную роль.

В случае, если конечное состояние представляет собой аналог боровского атома, т.е. Z_X и Z_N достаточно малы [14; 18], первые реакции в цепочке ($X + N \rightarrow XN + \gamma$) могут быть описаны в полной аналогии с рекомбинацией водорода. Сечение реакции находится из принципа детального равновесия для фотоэффекта и рекомбинации. Сечение фотоэффекта для основного уровня определяется решением уравнения Шрёдингера с кулоновским потенциалом [25; 26]:

$$\sigma_{\text{Фотоэффект}} = \frac{2^9 \pi^2}{3} \alpha r_B^2 \left(\frac{E_{X-N}}{E_\gamma} \right)^4 \frac{\exp \left(-\frac{4}{r_B p_N} \arctan \left(\frac{1}{r_B p_N} \right) \right)}{1 - \exp \left(-\frac{2\pi}{r_B p_N} \right)} \quad (1.4)$$

$$\xrightarrow{E_\gamma \rightarrow E_{X-N}} \frac{2^9 \pi^2}{3e^4} \alpha r_B^2,$$

где p_N - импульс конечного (свободного) ядра. В работе [26] рассмотрен более общий случай, включающий рекомбинацию на возбуждённые уровни. Найдена её скорость как функция от отношения $\frac{E_{X-N}}{T}$, корректно ведущая себя при больших его значениях:

$$\langle \sigma v \rangle_{\text{rec}} = \frac{32}{3} \sqrt{\frac{2\pi E_{X-N}}{3m_N}} (Z_X Z_N \alpha)^3 r_B^2 \cdot \left(\frac{E_{X_N}}{T} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\ln \left(\frac{E_{X_N}}{T} \right) + \gamma \right), \quad (1.5)$$

где $\gamma = 0.5772$ - константа Эйлера. Тем не менее, для больших зарядов существенную роль начинает играть неточность ядра, а потому формулы (1.4) и (1.5) становится неприменимы.

В полной аналогии со стандартной рекомбинацией водорода, первые реакции рекомбинации тёмных атомов становятся существенными только после того, как количество высокоэнергетических фотонов становится пренебрежимо малым. Оценить такую температуру T_{rec} можно из формулы Саха [27], однако, как было показано в работе [17], это может приводить к существенным ошибкам при расчёте концентраций тёмных ионов. С другой стороны, простейшая качественная оценка температуры рекомбинации, предложенная в [14] для случая $n = 1$, указывает на то, что $T_{\text{rec}} \gtrsim 40$ кэВ.

Последующие реакции ($XN + N \rightarrow \dots$) следует рассматривать уже как ядерные с участием аномальных нуклеоридов. Сечения ядерных реакций в значительной степени опираются на экспериментальные данные, отсутствующие для случая тёмных атомов. Получаемая усреднением по распределению Максвелла-Больцмана функция температуры

$$\langle \sigma v \rangle^{ij}(T) = \frac{2}{T} \sqrt{\frac{2}{\pi T} \frac{m_i + m_j}{m_i m_j}} \int_0^{\infty} \sigma^{ij}(E) E e^{-\frac{E}{T}} dE \quad (1.6)$$

определяется подынтегральной функцией от кинетической энергии в системе центра масс. Последнюю принято параметризовывать как

$$\sigma^{ij}(E) = \frac{S^{ij}(E)}{E} e^{-2\pi\eta_{ij}}, \quad (1.7)$$

где $\eta_{ij} = Z_i Z_j \alpha \sqrt{\frac{1}{2E} \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E_g}{E}}$ - параметр Зоммерфельда, E_g - энергия Гамова. Функция $S(E)$, определяемая из эксперимента, может быть

представлена в виде ряда Тейлора и является главным источником неточности [28]. Следует отметить величина $\sigma^{ij}(E)$ очень чувствительна к значению показателя экспоненты, определяемому формой кулоновского барьера. Благодаря интегральной части функция (1.6) имеет асимметричный максимум, называемый в литературе пиком Гамова. Точная его форма, однако, сильно зависит от формы высокоэнергетических хвостов распределения и $\sigma^{ij}(E)$.

Отсутствие экспериментальных данных приводит к необходимости использования различных приближений и аналогий. Наиболее простым и грубым из них является использование геометрического сечения [19]

$$\sigma^X \sim \pi r_{XN}^2 \approx 10^{-25} \text{см}^2 = 250 \text{ГэВ}^{-2}. \quad (1.8)$$

Для описания процессов с участием нейтральных состояний XHe_n , требующего большей точности, было предложено обобщить сечение образование дейтерия ($n + p \rightarrow D + \gamma$):

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{f \pi \alpha}{m_p^2} \frac{3}{\sqrt{2}} \left(\frac{Z}{A} \right)^2 \frac{T}{\sqrt{Am_p E}}, \quad (1.9)$$

где $f = 1.4 \cdot 10^{-3}$ — фактор подавления, связанный с несохранением изоспина, Z, A — характеристики налетающего ядра N , E — энергия связи системы $XHe_n - N$.

Ссылаясь на параметризацию (1.7) авторы [14] вводят другую аналогию. Предлагается использовать сечения аналогичных ядерных реакций ($N_1 + N_2 \rightarrow N_3 + N_4$ для $XN_1 + N_2 \rightarrow XN_3 + N_4$) с изменёнными параметрами Зоммерфельда. Данный подход испытывает заметные трудности при описании процессов, невозможных для обычных ядер.

Наконец, хорошо известен прямой квантово-механический расчёт сечений реакций, протекающих на этапе нуклеосинтеза для однозарядных частиц [29]. С использованием метода, применяемого при изучении мезонного катализа, была изучена система трёх тел, состоящая из тяжёлого лептона X^- , лёгкого ядра на его оболочке и налетающего ядра. Были получены как энергии связи состояний, так и сечения процессов. Недостатком данного расчёта, не позволяющим прямо обобщить полученный результат на случай многозарядных частиц, является необходимость боровского строе-

ния тёмного атома.

1.2.2 КИНЕТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Точная зависимость концентраций частиц в первичной плазме от температуры на этапе нуклеосинтеза может быть найдена путём решения системы кинетических уравнений вида [27; 30]

$$\frac{dn_i}{dt} + 3Hn_i = \sum_{j,k} n_j n_k \langle \sigma v \rangle_i^{jk} - n_i \sum_j n_j \langle \sigma v \rangle^{ij}, \quad (1.10)$$

где сечения $\langle \sigma v \rangle_i^{jk}$ реакций вида $j + k \rightarrow i + l$ усреднены по импульсам. Слагаемое $3Hn_i$ учитывает уменьшение концентрации, вызванное расширением Вселенной. Уравнение, однако, может быть упрощено переходом к рассмотрению отношения концентраций $\frac{n_i}{n_b}$. В этом случае, например, слагаемое $3Hn_i$ исчезает.

В общем случае, однако, должны быть учтены неравновесные частицы, для которых кинетические уравнения имеют вид

$$\frac{\partial \phi_{N_i}}{\partial t} = \sum_{j,k} n_j n_k \frac{d(\sigma v)_{N_i}^{jk}}{dp_{N_i}} - \phi_{N_i} \sum_j n_j (\sigma v)^{N_i j}(p_{N_i}) - \phi_{N_i} \sum_j \int \phi_{N_j} (\sigma v)^{N_i N_j} dp_{N_j}, \quad (1.11)$$

где учтено распределение частиц по модулю импульса:

$$\frac{dn_N^*}{dp_N} = \phi_N(p_N, t). \quad (1.12)$$

На сегодняшний день существует несколько пакетов, автоматизирующих решение кинетических уравнений. Для выполнения расчётов был выбран LINX [31]. Данный пакет написан на широко используемом языке Python, что упрощает модификацию кода, а также содержит актуальные значения физических величин ввиду относительно малого времени, прошедшего с момента публикации кода. LINX продолжает поддерживаться разработчиками.

1.3 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ДЛЯ ТЁМНЫХ АТОМОВ

Одним из наиболее важных достоинств модели тёмных атомов является возможность объяснения результатов эксперимента DAMA/LIBRA [7]. Однако, в то же время, данные, полученные на принципиально отличных установках, способны наложить ограничения на свойства рассматриваемых частиц-переносчиков скрытой массы. Можно выделить три основных типа таких ограничений:

- Ускорительные эксперименты говорят о том, что массы многозарядных частиц должны превышать $\sim 1.1 - 1.6$ ГэВ [32]. Точные ограничения снизу для X^{-2n} выписаны в таблице 1.1.
- Существование тёмных атомов не должно приводить к перепроизводству аномальных изотопов [16] и первичных металлов [14] на ранних этапах эволюции Вселенной. Данное условие тесно связано с внутренней структурой X-гелия, квантовомеханическое описание которой для большинства случаев отсутствует. Расчёт концентрации таких связанных состояний требует знать, с одной стороны, какие промежуточные стадии являются стабильными (т.е. знать энергии связи), а с другой - сечения их взаимодействия с обычной материей.
- Ограничения на сечения и массы сильно взаимодействующих массивных частиц (англ. «Strong Interacting Massive Particle» или сокращённо – SIMP) [33–35] должны в значительной степени избегаться тёмными атомами [19; 36; 37]. Действительно, ряд предположений, заложенных в основу анализа не выполняется для тёмных атомов. Во-первых, такие частицы не являются точечными, а во-вторых, рассеяние на обычном веществе не может рассматриваться как упругое из-за поляризационных процессов. Также, в работе [38] было показано, что вопреки заявлениям, получаемые ограничения являются модельно зависимыми. Следует дополнительно отметить, что результаты анализа данных, полученных экспериментом XQC, неприменимы ввиду того, что, с одной стороны, чувствительность аппарата в ожидаемом диапазоне энергий ($\sim 1 - 10$ кэВ) существенно снижена [19], а с другой - сигнал от тёмных атомов должен давать менее 10% фоновых событий [36].

n	1	2	3
$m_X, \text{ ГэВ}$	1060	1520	1600

Таблица 1.1 — Ограничения на массы многозарядных частиц X^{-2n} , полученные из ускорительных экспериментов [32]

Таким образом, модель тёмных атомов избегает большей части экспериментальных ограничений. Для их применения необходимо не только провести дополнительный анализ данных, но и построить модели внутренней структуры этих составных частиц и их взаимодействия с барионной материей при разных энергиях.

2 НУКЛЕОСИНТЕЗ В ПРИСУТСТВИИ ТЯЖЁЛЫХ МНОГОЗАРЯДНЫХ ЧАСТИЦ

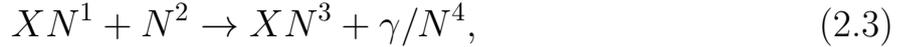
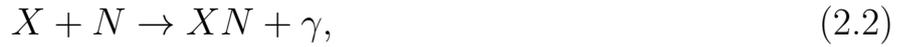
В данной главе представлены результаты работы по описанию процесса формирования в ходе модифицированного нуклеосинтеза тёмных атомов XHe . Первый шаг, сделанный в разделе 2.1, должен заключаться в определении типа внутренней структуры связанных состояний типа XN , а также первичной оценке температур, на которых должна происходить рекомбинация тёмных ионов. Для этого были рассчитаны значения параметра (1.1), использована формула Саха. Полученный противоречивый результат подтверждает необходимость обратиться к более строгому описанию эволюции состава первичной плазмы с использованием кинетических уравнений. Также были кратко рассмотрены сценарии завершения формирования тёмных атомов на разных температурах.

Раздел 2.2 посвящён более точному описанию внутренней структуры тёмных ионов и характеристик реакций с их участием. Для постановки задачи о нуклеосинтезе в присутствии тяжёлых многозарядных частиц необходимо определить, какие связанные состояния в принципе могут существовать. Определение же ядерных энергий связи должно помочь в составлении сети реакций.

Наконец, в разделе 2.3 представлены результаты решения кинетических уравнений. Определены относительные концентрации тёмных ионов на момент завершения нуклеосинтеза.

2.1 ТЕМПЕРАТУРА РЕКОМБИНАЦИИ

Пусть на стадии нуклеосинтеза протекают реакции 2 в 2 четырёх основных типов:



Первый из них описывает стандартные реакции, в которых участвуют только лёгкие ядра (H , D , T , 3He , 4He , изотопы Li) при температурах $T \lesssim 100$ кэВ. Реакции (2.2) и (2.3) включают в себя тяжёлую многозарядную частицу X^{-2n} и описывают этапы формирования нуклеаридов. Эти процессы и схожи по своей форме со стандартной рекомбинацией и для большинства значений n приводят к образованию тёмных ионов $(XN)^{-2n+q_N}$, а значит, могут приводить к перепроизводству аномальных изотопов [14]. Последний же тип (2.4) описывает взаимодействие двух тёмных ионов с образованием молекулоподобного связанного состояния X_2N , включающего в себя две тяжёлые многозарядные частицы X^{-2n} .

Для учёта влияния реакций (2.2)-(2.4) на состав первичной плазмы необходимо в первую очередь установить температуры, на которых рассматриваемые процессы становятся возможными. Это, в свою очередь, требует знания внутренней структуры тёмных атомов. В Таблице 2.1 переведены результаты расчётов по формуле (1.1) с $r_0 = 1.3 \cdot 5 \text{ ГэВ}^{-1}$. Используются следующие обозначения:

- В - все изотопы данного элемента формируют боровские связанные состояния;
- Т - все изотопы данного элемента формируют томпсоновские связанные состояния;
- Число - соответствует массовому числу A легчайшего изотопа, формирующего томпсоновское связанное состояние.

Для более тяжёлых ядер — все изотопы формируют томпсоновские тёмные ионы.

n	A			
	H	He	Li	Be
1	В	4	3	Т
2	4	3	Т	Т
3	3	Т	Т	Т
4	3	Т	Т	Т
5	2	Т	Т	Т

Таблица 2.1 — Структура тёмных ионов XN .

Следует отметить, что приведённые в Таблице 2.1 численные значения A соответствуют скорее "переходным" состояниям, для которых $a \approx 0.9 - 1.1$. В таких случаях существенным оказывается неопределённость, связанная с значением r_0 (которое может быть в принципе уменьшено до $(1.1 - 1.2) \cdot 5 \text{ ГэВ}^{-1}$). Важным примером является состояние X^4He (также обозначаемое OHe), для которого $a \approx 0.95 - 1.12$, который рассматривается в литературе [19] скорее как тёмный атом боровского типа.

Процесс формирования ядерной оболочки тёмных атомов начинается с реакций (2.2), аналогичных по своему виду стандартной реакции рекомбинации водорода. Потому они должны становиться возможными лишь при некоторой температуре T_{rec} [27], определяемой из уравнения Саха. Используя нерелятивистские равновесные концентрации

$$n_i^{\text{now}} \left(\frac{T}{T_{\text{now}}} \right)^3 = g_i \left(\frac{m_i T^{\frac{3}{2}}}{2\pi} \right) e^{-\frac{m_i}{T}} \quad (2.5)$$

по аналогии со стандартным случаем может быть найдено:

$$T_{\text{rec}} = E_{X-N} \left(\ln \left(\frac{g_X g_N}{g_{XN}} \left(\frac{m_N T_{\text{now}}^2}{2\pi E_{X-N}} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{n_N^{\text{now}}} \right) \right)^{-1}, \quad (2.6)$$

где g_i — число спиновых степеней свободы частицы " i ", E_{X-N} — энергия связи системы из тяжёлого ядра X^{-2n} и ядерной оболочки N . Здесь были использованы приближения $n_X = n_{XN}$ и $m_X = m_{XN}$.

Выражение (2.6) содержит несколько неизвестных величин. Спин частицы X^{-2n} зависит от выбранной модели и может принимать почти любые

значения. Например, в минимальной техницветовой модели роль тяжёлого ядра могут играть скалярные технибарионы ($g_X = 1$) и технилептоны ($g_X = 2$), в то время как в модели с дополнительным стабильным поколением фермионов состояние $\bar{U}\bar{U}\bar{U}$ должно обладать спином $3/2$. Спины лёгких ядер также могут сильно отличаться друг от друга. Однако данная неопределённость не играет существенной роли, так как произведение $\frac{g_X g_N}{g_{XN}}$ входит в формулу (2.6) под логарифмом.

Другой неизвестной величиной оказывается энергия связи тёмного атома E_{X-N} , зависящая от типа частицы. Для тёмных атомов боровского она равна

$$E_{X-N}^{\text{Bohr}} = 2n^2 Z^2 \alpha^2 m_N = \frac{1}{2m_N r_B^2}. \quad (2.7)$$

Однако для томпсоновских связанных состояний такая энергия может быть пока лишь оценена по формуле (1.3) для осцилляторного потенциала (1.2). При этом, следует обратить внимание, что для всех допустимых значениях параметра a

$$E_{X-N}^{\text{Thompson}} = E_{X-N}^{\text{Bohr}} \cdot \frac{3}{a} \left(1 - a^{-\frac{1}{2}}\right) < E_{X-N}^{\text{Bohr}}. \quad (2.8)$$

Важно отметить, что энерговыделение в некоторых реакциях типа (2.3) может значительно повыситься по сравнению со стандартными аналогами за счёт изменения структуры. Опасность разрушения тёмных атомов в ходе таких процессов должна быть внимательно изучена.

В Таблице 2.2 представлены приблизительные значения температур рекомбинации (2.6), найденные с использованием формул (2.7) и (1.3) для боровских (В) и томпсоновских (Т) тёмных атомов соответственно. Для переходных случаев (D и ${}^4\text{He}$) указаны лишь граничные значения, соответствующие рассматриваемым случаям.

n	$T_{\text{rec}}, \text{кэВ}$			
	p	D	${}^3\text{He}$	${}^4\text{He}$
1	3 (В)	4 (В)	28 (В)	37 (В)
2	13 (В)	19 (В)	~ 42 (Т)	85 (Т)
3	29 (В)	44 (В)	~ 116 (Т)	180 (Т)
4	54 (В)	79 (В)	~ 198 (Т)	285 (Т)
5	86 (В)	~ 126 (В)	~ 286 (Т)	395 (Т)

Таблица 2.2 — Температуры рекомбинации тёмных атомов.

Так как гелий-4 образуется на температурах около $T \approx 65 \text{кэВ}$ [27], оказываются возможны два сценария:

- 1) При $n \leq 3$ ядра ${}^4\text{He}$ успевают образоваться до того, как захват изотопов водорода становится возможным. Реакции вида (2.2) производят в основном тёмные ионы $(X\text{He})^{-2n+2}$.
- 2) При $n \geq 4$ захват водорода становится возможен до образования ядер гелия. Цепочка реакций захвата начинается с образования $(XH)^{-2n+1}$, что приводит к дополнительной опасности перепроизводства аномальных изотопов. Потенциально это может ограничить заряд тяжёлых частиц сверху.

Следует отметить необходимость дополнительного рассмотрения тёмного иона XD при $n = 5$. В зависимости от того, какую в точности структуру (а значит - энергию связи и, следовательно, температуру рекомбинации) имеет этот тёмный ион, возможны несколько разных сценариев.

Из Таблицы 2.2 явно следует, что образование первичных металлов протекает одновременно с формированием тёмных атомов, что приводит к возникновению конкуренции за ядра изотопов водорода и гелия. Математически это может быть описано как дополнительная зависимость концентраций данных частиц от температуры. К сожалению, данная особенность не позволяет использовать уравнение Саха, предполагающее изменение концентраций лишь за счёт расширения Вселенной. Требуется более строгое рассмотрение с использованием системы кинетических уравнений.

Формирование частиц-переносчиков скрытой массы завершается реакциями типа (2.3) и (2.4), описывающими захвата дополнительных лёгких ядер и образование молекулоподобных связанных состояний. Возможность

протекания данных реакций определяется уравнением

$$n_{XHe} \langle \sigma v \rangle t > 1, \quad (2.9)$$

где концентрация XHe может быть определена как

$$n_{XHe} = \frac{\rho_c}{m_{XHe}} \Omega_{DM}^{\text{now}} \left(\frac{T}{T_{\text{now}}} \right)^3, \quad (2.10)$$

а время между актами взаимодействия на стадии доминирования излучения (RD)

$$t = \frac{3 m_{Pl}}{4 T^2} \sqrt{\frac{5}{\pi^3 g_*}}. \quad (2.11)$$

Здесь Ω_{DM}^{now} — современная относительная энергетическая плотность скрытой массы во Вселенной, m_{Pl} — масса Планка, g_* — эффективное число ультррелятивистских степеней свободы [27]. При температурах нуклеосинтеза условие (2.9) может быть переписано в форме

$$\begin{aligned} n_{XHe} \langle \sigma v \rangle t &\approx \frac{3}{2\pi^2} \frac{\rho_c \Omega_{DM}^{\text{now}} m_{Pl} \sigma}{m_{XHe} T_{\text{now}}^3} \sqrt{\frac{10T^3}{g_* m_N}} \approx \\ &\approx 3 \cdot 10^9 \frac{\sigma}{m_{XHe} \sqrt{m_N}} T^{\frac{3}{2}} > 1, \end{aligned} \quad (2.12)$$

где также была использована средняя скорость нерелятивистских лёгких ядер с массой m_N : $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8T}{\pi m_N}}$. Здесь все энергетические характеристики измеряются в ГэВ.

Для сечений, грубо оцененных по формуле (1.2.2), данное условие даёт схожие результаты для обоих типов реакций. При температуре $T \sim 50 - 100$ кэВ оказывается возможно образование как аномальных изотопов, так и молекулоподобных соединений. Однако оба процесса завершаются к концу нуклеосинтеза ($T \sim 1$ кэВ). Разница между скоростями на всех температурах определяется отношением масс $\frac{m_{XHe}}{m_N}$, а потому формирование тёмных молекул X_2N менее вероятно.

Таким образом, оказывается необходимым уточнение сечений рассматриваемых процессов. Если первые реакции (2.2) и (2.3) протекают до-

статочно быстро, то, с одной стороны, требуется описание "химии" тёмных атомов, а с другой же - возникает опасность серьёзного перепроизводства аномальных изотопов. Верно и обратное: если процесс формирования частиц скрытой массы достаточно медленен, то концентрациями обоих упомянутых соединений можно пренебречь.

2.2 СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ И ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

В рамках поставленной задачи следует, вообще говоря, выделить две энергии связи: для системы тяжёлый лептон - ядерная оболочка E_{X-N} и системы нуклонов в этой оболочке Q_N . В то время как для боровских тёмных атомов эти две величины определяются независимо, для томпсоновских состояний ситуация осложняется. Вполне очевидно, что перестройка ядерных уровней, вызванная присутствием многозарядной частицы (фактически — экранированием зарядов, подавлением кулоновского отталкивания протонов), должна увеличить Q_N . Это может, с одной стороны, привести к стабилизации некоторых ядер, а с другой - к открытию новых осколочных каналов реакций. Выделяемая при образовании связанного состояния энергия, равная разнице $Q_N^{\text{стандарт}}$ и Q_N^X , должна либо уйти с излучаемым фотоном, либо перераспределиться, отрывая от ядра слабосвязанные нуклоны. При этом обратная реакция фоторасщепления должна требовать большей энергии фотона. Введу этого вырывание тяжёлого лептона из связанного состояния может быть несколько подавлено, а значит и скорость X -катализа уменьшается.

Описание внутренней структуры тёмных атомов уже обсуждалось в разделе 1.1. Было отмечено, что используемый в большинстве работ подход обладает рядом недостатков, не позволяющих дать однозначный ответ на вопрос о стабильности некоторых связанных состояний, возможности тех или иных процессов. Для решения этой проблемы следует более внимательно рассмотреть некоторые лёгкие ядра.

2.2.1 УРАВНЕНИЕ ШРЁДИНГЕРА ДЛЯ АТОМА С НЕТОЧЕЧНЫМ ЯДРОМ

Прежде чем перейти к описанию тёмного атома как сугубо ядерного объекта, следует всё-таки обратить внимание на квантово-механический расчёт с использованием простого эффективного потенциала. Описание уже простейшего связанного состояния ONe , вообще говоря, требует рассмотрения уравнений, обладающих лишь аксиальной симметрией, но не сферической. Действительно, в системе центра инерции центр ядерного потенциала ока-

зывается смещён из начала отсчёта. Переход в систему отсчёта, связанную с гелием, позволяет придать уравнениям сферическую симметрию в полной аналогии с атомом водорода, однако приводит, как станет ясно ниже, к некоторым вычислительным сложностям.

Пусть тяжёлая дважды заряженная частица O^{--} движется в кулоновском поле, создаваемом ядром гелия, неточечность которого учтена введением внутреннего потенциала Вудса-Саксоновского типа. В таком случае волновая функция тяжёлого лептона в основном состоянии может быть найдена решением системы уравнений Шрёдингера

$$\begin{cases} P_{\text{in}}(r)'' + \left(-\frac{1}{4} + C_{\text{in}} \exp(-B_{\text{in}} r) \right) P_{\text{in}}(r) = 0, \\ P_{\text{out}}(r)'' + \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{r} \right) P_{\text{in}}(r) = 0, \end{cases} \quad (2.13)$$

где радиальная часть волновой функции $R(r) = \frac{P(r)}{r}$ ищется в двух областях (внутри ядра и снаружи), коэффициенты $C_{\text{in}} = \frac{r_B}{2R_{He}} \exp\left(\frac{R_{He}}{b}\right)$ и $B_{\text{in}} \frac{r_B}{2b}$ зависят от параметров ядра, в частности $R_{He} = r_0 A^{\frac{1}{3}}$ и настраиваемого $b \sim 0.25 R_{He}$. Граничные условия:

$$P_{\text{in}}(0) = 0, \quad P_{\text{in}}(R_{He}) = P_{\text{out}}(R_{He}), \quad P_{\text{out}}(\infty) = 0. \quad (2.14)$$

Для нахождения последней константы интегрирования используется условие нормировки.

Решение для внешней области хорошо известно по задаче об атоме водорода ($R_{\text{out}}(r) = C_1 \exp\left(\frac{r}{2}\right)$), в то время как для внутренней — выражается через линейную комбинацию функций Бесселя. Существенную роль играет масса двухзарядного лептона. При высоких её значениях волновая функция приобретает доминирующий пик на границе ядра (см. рис. 2.1). Картина соответствует ожиданиям: частица O^{--} с наибольшей вероятностью может быть обнаружена в области, где $a \approx 1$. К сожалению, определение констант интегрирования и, следовательно, точной высоты пика оказывается затруднительным из-за экспоненциального характера функций.

Таким образом, хотя решение формально может быть получено, из-за большой разницы в масштабах масс использовать его в дальнейших расчё-

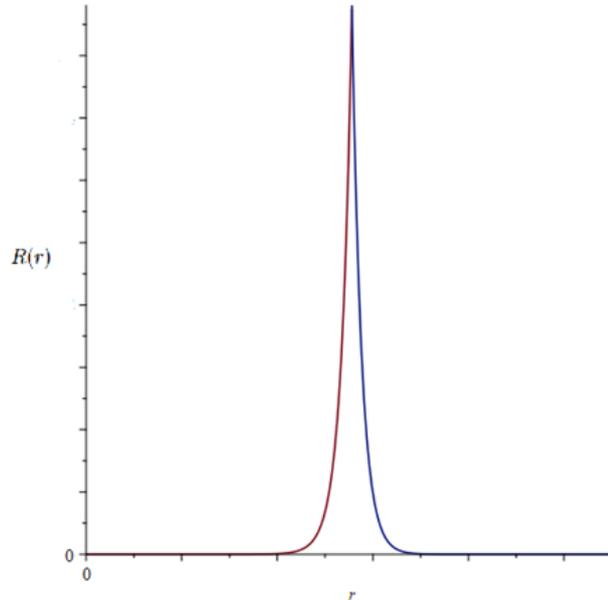


Рисунок 2.1 — Радиальная часть волновой функции O^{--} в тёмном атоме.

тах осложнено.

2.2.2 ВОЗМОЖНОСТЬ УТОЧНЕНИЯ

2.2.2.1 Кластерные ядра

Наибольший интерес при исследовании оболочек тёмных атомов представляют α -частичные ядра: ${}^8\text{Be}$, ${}^{12}\text{C}$, ${}^{16}\text{O}$. Для них можно провести аналогию с бозонными атомами (см. [22–24]). В таком подходе оболочка рассматривается как совокупность независимых α -частиц. Энергия деформации ядра ΔQ_N может быть интерпретирована, как изменение в энергии взаимодействия недеформированных α -кластеров и найдена при помощи решения бозонных уравнений Хартри-Фока и сравнения со значением для стандартных ядер. Очевидно, лучше всего такое описание подходит для случая минимального заряда $O^{--}He_n$, когда даже при одном гелии на оболочке тяжёлый лептон находится на границе ядра. Можно ожидать, что при добавлении α -кластеров поляризация улучшит точность аналогии.

Из-за повышенной стабильности дважды магического ядра ${}^4\text{He}$ для многих лёгких ядер доминирующим каналом распада является выбрасывание одного или нескольких нуклонов, α -распад (см. рис. 2.2). Тёмные ионы такого рода вполне возможно рассмотреть так же. Более того, можно ожи-

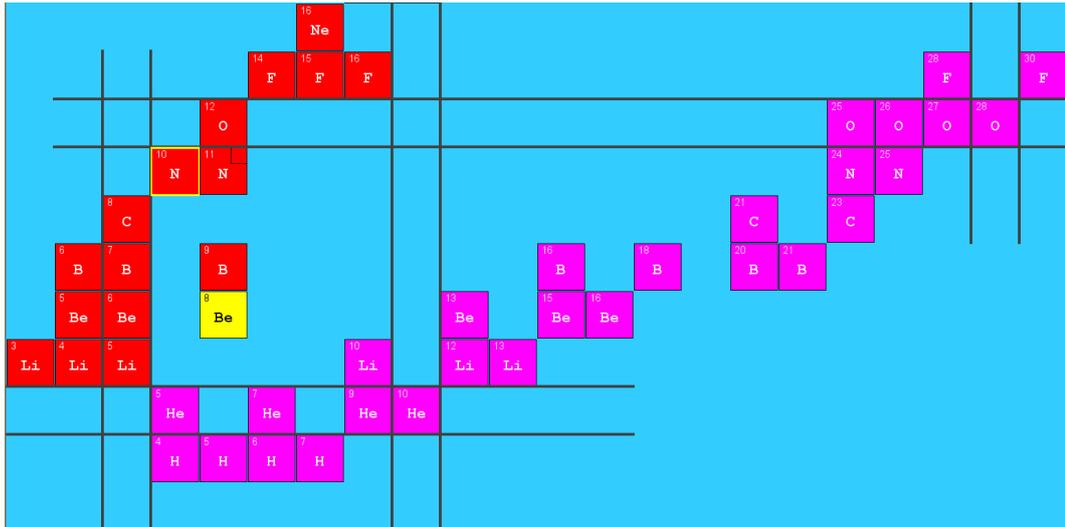


Рисунок 2.2 — Лёгкие ядра, испытывающие распад путём выбрасывания протонов (красные), нейтронов (фиолетовые), α -распад (жёлтые). Скриншот janis, данные Nubase 2012.

дать хорошего описания несуществующих свободно ядер вроде ${}^2\text{He}$, т. е. связанного состояния Xp_2 .

2.2.2.2 Сферические ядра

К сожалению, для ядер, не обладающих ярко выраженными кластерными свойствами, определение энергий связи затрудняется. Энергия E_{X-N} вполне может быть оценена из решения уравнения Шрёдингера с простейшим сферически симметричным потенциалом, что делалось неоднократно. Определение же ΔQ_N требует симуляции ядра. Задача сложна, но решается. С одной стороны, такие ядра неплохо описываются решением уравнений Хартри-Фока-Боголюбова с потенциалом Скирма. С другой, существуют согласующиеся с экспериментом симуляции ядер, основанные на мезонных потенциалах [39; 40].

2.3 ПЕРВИЧНЫЕ КОНЦЕНТРАЦИИ

Для ознакомления с пакетом LINX [31] решим простейшую задачу о рекомбинации тёмного атома с зарядом тяжёлого лептона -2 : $X^{-2n} \equiv O^{--}$. К реакциям стандартного нуклеосинтеза добавим ещё две:

- 1) $O^{--} + {}^4\text{He} \rightarrow O\text{He} + \gamma$;
- 2) $O\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow O\text{Be} + \gamma$.

В качестве сечения второй из них можно использовать выражение (1.9). Для реакции рекомбинации можно сразу использовать формулу скорости процесса (1.5). Соответствующая скорость фоторасщепления тёмного атома находится из принципа детального (см., например, §56 [25]) равновесия как

$$\langle \sigma v \rangle_{\text{rec}} \approx \frac{2E_{X-N}^2}{m_{\text{He}}^2} \left\langle \frac{1}{v_{\text{He}}} \right\rangle \langle \sigma v \rangle_{\gamma} \approx \frac{2E_{X-N}^2}{m_{\text{He}}^2} \sqrt{\frac{2m_{\text{He}}}{\pi T}} \langle \sigma v \rangle_{\gamma}, \quad (2.15)$$

где усреднение производится по максвелловскому распределению скоростей гелия, а также учтено, что кинетические энергии всех частиц малы по сравнению с глубиной ямы, а потому энергия испускаемого фотона $E_{\gamma} \approx E_{X-N}$.

Пакет требует найти отношение скоростей обратных и прямых реакций (Γ_{\leftarrow} и Γ_{\rightarrow} соответственно) в форме

$$\frac{\Gamma_{\leftarrow}}{\Gamma_{\rightarrow}} = \frac{\rho_B^{N_{\leftarrow}-1} \lambda_{\leftarrow}}{\rho_B^{N_{\rightarrow}-1} \lambda_{\rightarrow}} = \alpha \left(\frac{T}{10^9 \text{K}} \right)^{\beta} \exp \left(\frac{\gamma}{T/10^9 \text{K}} \right), \quad (2.16)$$

где температура указана в кельвинах, N_{\rightarrow} и N_{\leftarrow} — число частиц в начальном состоянии для прямой и обратной реакции. Дизайн программы также подразумевает, что относительная плотность фотонов $Y_{\gamma} = \frac{n_{\gamma}}{n_b}$, возникающая в реакциях фоторасщепления должна быть включена в коэффициенты (2.16). Следует также учесть, что для обратной реакции нужны фотоны с

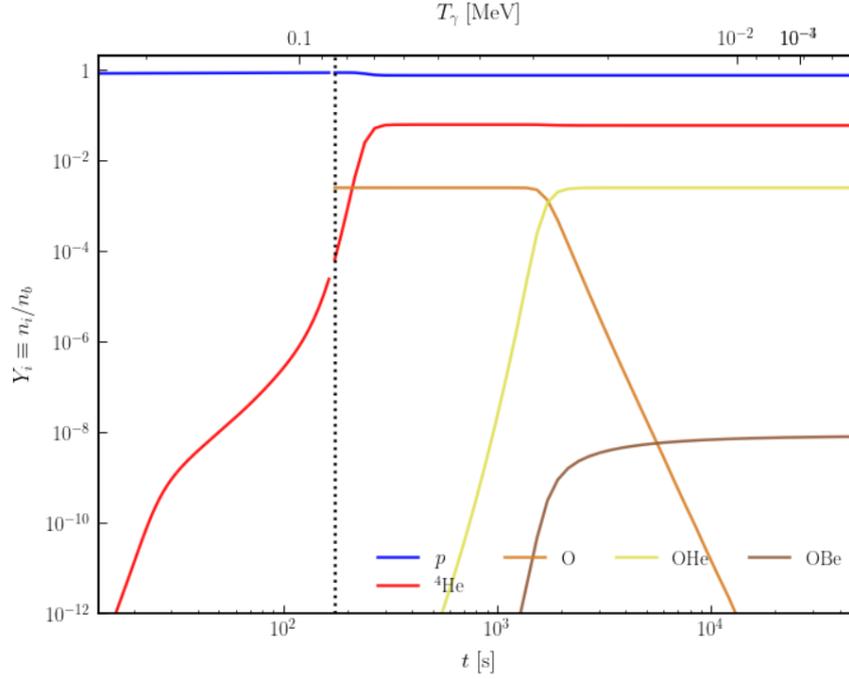


Рисунок 2.3 — Эволюция концентраций

энергией, превышающей E_{X-N} . Грубая оценка их концентрации даёт:

$$Y_\gamma = \frac{1}{\eta} \frac{\pi^2}{2 \zeta(3) T^3} \int_{E_{X-N}}^{\infty} \frac{E^2}{\exp\left(\frac{E}{T}\right) - 1} dE \sim \frac{1}{\eta} \frac{\pi^2}{2 \zeta(3)} \frac{E_{X-N}^2}{T^2} \exp\left(-\frac{E_{X-N}}{T}\right), \quad (2.17)$$

где η — барион-фотонное отношение, $\zeta(3)$ — дзета-функция Римана. С целью приведения выражения к форме (2.16) при его выводе было использовано то, что рассматривается хвост распределения, $\frac{E_{X-N}}{T} \gg 1$. Таким образом, для процесса рекомбинации:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\sqrt{2} \pi^{\frac{5}{2}}}{8 \zeta(3) \eta} m_{He}^{\frac{3}{2}} (10^9 \text{ К} \cdot k_{\text{К} \rightarrow \text{МэВ}})^{-\frac{3}{2}}, \\ \beta_1 &= -3/2, \\ \gamma_1 &= -\frac{E_{X-N}}{10^9 \text{ К} \cdot k_{\text{К} \rightarrow \text{МэВ}}}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Аналогичные коэффициенты для реакции захвата дополнительного гелия могут быть взяты равными нулю $\alpha_2 = \beta_2 = \gamma_2 = 0$, так как для фоторазрушения OBe требуется та же энергия, а образуется это состояние уже при заметном избытке OHe .

На Рис. 2.3 представлена полученная эволюция концентраций. Процессы с участием тяжёлых лептонов учитываются при температурах $T < 85$ кэВ. Рекомбинация тёмных атомов происходит при температурах $\sim 40 - 20$ кэВ, что согласуется с результатами расчёта, представленными в таблице 2.2. Образование аномального гелия $(OBe)^{++}$ протекает при тех же температурах. К окончанию эпохи нуклеосинтеза предсказываемые относительные концентрации

$$\frac{n_O}{n_b} \approx 8.7 \cdot 10^{-19}, \quad \frac{n_{OHe}}{n_b} \approx 2.5 \cdot 10^{-3}, \quad \frac{n_{OBe}}{n_b} \approx 8.1 \cdot 10^{-9}. \quad (2.19)$$

Таким образом, наблюдается заметный избыток аномального гелия.

Следует также отметить, что количество изымаемого из среды гелия превышает экспериментально допустимое значение [41] $\frac{1}{4}\Delta Y_p \approx 8.25 \cdot 10^{-4}$. Это справедливо, вообще говоря, для всех возможных значений заряда и масс $m_X \lesssim 5$ ТэВ. Однако для установления применимости данного ограничения к случаю тёмных атомов необходимы дальнейшие исследования, так как ограничения получены на основании спектров космических объектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters / and N. Aghanim [et al.] // *Astron. Astrophys.* — 2020. — Vol. 641. — A6.
2. *Feng J. L.* Dark Matter Candidates from Particle Physics and Methods of Detection // *Annual Review of Astronomy and Astrophysics.* — 2010. — Vol. 48, no. 1. — P. 495–545. — ISSN 1545-4282.
3. Hadronic and Hadron-Like Physics of Dark Matter / V. Beylin [et al.] // *Symmetry.* — 2019. — Vol. 11, no. 4. — P. 587. — ISSN 2073-8994.
4. New Physics of Strong Interaction and Dark Universe / V. Beylin [et al.] // *Universe.* — 2020. — Vol. 6, no. 11. — P. 196. — ISSN 2218-1997.
5. *Khlopov M.* What comes after the Standard Model? // *Prog. Part. Nucl. Phys.* — 2021. — Vol. 116. — P. 103824.
6. *Melzer-Pellmann I., Pralavorio P.* Lessons for SUSY from the LHC after the first run // *The European Physical Journal C.* — 2014. — Vol. 74, no. 5. — ISSN 1434-6052.
7. Dark Matter: DAMA/LIBRA and its perspectives / R. Bernabei [et al.] // *SciPost Phys. Proc.* — 2023. — P. 025.
8. Annual modulation results from three-year exposure of ANAIS-112 / J. Amaré [et al.] // *Physical Review D.* — 2021. — Vol. 103, no. 10. — ISSN 2470-0029.
9. ANAIS-112: updated results on annual modulation with three-year exposure / I. Coarasa [et al.]. — 2023. — arXiv: 2311.03392 [[astro-ph.IM](#)].
10. Combined Annual Modulation Dark Matter Search with COSINE-100 and ANAIS-112 / N. Carlin [и др.]. — 2025. — arXiv: 2503.19559 [[astro-ph.IM](#)].
11. *Gudnason S. B., Kouvaris C., Sannino F.* Towards working technicolor: Effective theories and dark matter // *Physical Review D.* — 2006. — Vol. 73, no. 11. — ISSN 1550-2368.

12. Minimal walking technicolor: Setup for collider physics / R. Foadi [et al.] // Physical Review D. — 2007. — Vol. 76, no. 5. — ISSN 1550-2368.
13. *Sannino F.* Conformal Dynamics for TeV Physics and Cosmology. — 2009. — arXiv: 0911.0931 [hep-ph].
14. *Akhmedov E., Pospelov M.* BBN catalysis by doubly charged particles // JCAP. — 2024. — Vol. 08. — P. 028. — arXiv: 2405.06019 [hep-ph].
15. *Cahn R. N., Glashow S. L.* Chemical Signatures for Superheavy Elementary Particles // Science. — 1981. — Vol. 213. — P. 607–611.
16. *Belotsky K. M., Khlopov M. Y., Shibaev K. I.* Composite Dark Matter and its Charged Constituents // Gravitation and Cosmology. Vol. 12. — Moscow : (KPS 06), 2006. — P. 1–7. — e-PrintArchive: astro-ph/0604518.
17. *Pospelov M.* Particle Physics Catalysis of Thermal Big Bang Nucleosynthesis // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Vol. 98, issue 23. — P. 231301.
18. *Kohri K., Takayama F.* Big bang nucleosynthesis with long-lived charged massive particles // Physical Review D. — 2007. — Vol. 76, no. 6. — ISSN 1550-2368.
19. *Khlopov M. Y., Mayorov A. G., Soldatov E. Y.* Dark Atoms of the Universe: towards OHe nuclear physics. — 2010. — arXiv: 1011.4586 [astro-ph.CO].
20. *Samarin V.* Study of spatial structures in α -clusternuclei // Eur. Phys. J. A. — 2022. — Vol. 58, no. 117.
21. *Bazhin A., Samarin V.* Study of the Structure of the ^9Be Nucleus in the Alpha-Cluster Model by the Method of Hyperspherical Functions // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. — 2024. — Vol. 88, no. 4. — ISSN 1177–1184.
22. *Baumgartner B., Seiringer R.* Atoms with Bosonic “Electronis” in Strong Magnetic Fields // Annales Henri Poincaré. — 2001. — Vol. 2, no. 1. — P. 41–76. — ISSN 1424-0661.
23. *Amusia M. Y., Chernysheva L. V.* On the Bosonic Atoms // JETP Letters. — 2018. — Vol. 107, no. 2. — ISSN 1090-6487.
24. Structure of double pionic atoms / A. Tani [et al.] // Progress of Theoretical and Experimental Physics. — 2021. — Vol. 2021, no. 3. — ISSN 2050-3911.

25. *Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М. П. Л. П.* Теоретическая физика. IV. Квантовая электродинамика. — М: Наука, 1989. — С. 728.
26. *Kotelnikov I. A., Milstein A. I.* Electron radiative recombination with a hydrogen-like ion // *Physica Scripta*. — 2019. — Vol. 94, no. 5. — P. 055403. — ISSN 1402-4896.
27. *Горбунов Д., Рубаков В.* Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва. — Издательство ЛКИ, 2008.
28. *Anderson W. J., Haubold H. J., Mathai A. M.* Astrophysical thermonuclear functions. — 1993. — arXiv: math/9308209 [math.CA].
29. *Kamimura M., Kino Y., Hiyama E.* Big Bang Nucleosynthesis Reactions Catalyzed by a Long Lived Negatively Charged Leptonic Particle // *Progress of Theoretical Physics*. — 2009. — Vol. 121, no. 5. — P. 1059–1098. — ISSN 1347-4081.
30. *Хлопов М. Ю.* Основы космомикрoфизики. — М.: Едиториал УРСС, 2011. — С. 368.
31. LINX: A Fast, Differentiable, and Extensible Big Bang Nucleosynthesis Package / C. Giovanetti [et al.]. — 2024. — arXiv: 2408.14538 [astro-ph.CO].
32. *Collaboration A.* Search for heavy long-lived multi-charged particles in the full LHC Run 2 pp collision data at $\sqrt{s} = 13$ TeV using the ATLAS detector. — 2023. — arXiv: 2303.13613 [hep-ex].
33. *Mack G. D., Beacom J. F., Bertone G.* Towards closing the window on strongly interacting dark matter: Far-reaching constraints from Earth’s heat flow // *Physical Review D*. — 2007. — Vol. 76, no. 4. — ISSN 1550-2368.
34. Constraints on the interactions between dark matter and baryons from the x-ray quantum calorimetry experiment / A. L. Erickcek [et al.] // *Physical Review D*. — 2007. — Vol. 76, no. 4. — ISSN 1550-2368.
35. Self-Interacting Dark Matter / B. D. Wandelt [et al.]. — 2000. — arXiv: astro-ph/0006344 [astro-ph].
36. *Khlopov M.* Composite dark matter from the fourth generation // *Jetp. Lett.* — 2006. — Vol. 83. — P. 1–4.

37. *Niedermann F., Sloth M. S.* Radiation Exposure from the Dark. — 2024. — arXiv: 2411.10521 [hep-ph].
38. Not as big as a barn: Upper bounds on dark matter-nucleus cross sections / M. C. Digman [et al.] // *Physical Review D*. — 2019. — Vol. 100, no. 6. — ISSN 2470-0029.
39. Ab initio study of $Z(N) = 6$ magicity* / H. Li [и др.] // *Chinese Physics C*. — 2024. — Т. 48, № 12. — С. 124103. — ISSN 2058-6132.
40. Ab Initio Study of the Beryllium Isotopes $\langle \text{mml:math xmlns:mml="http://www.w3.org/1998/Math/MathML" display="block">\frac{Z}{N} \rangle$ / S. Shen [и др.] // *Physical Review Letters*. — 2025. — Т. 134, № 16. — ISSN 1079-7114.
41. A comprehensive chemical abundance analysis of the extremely metal poor Leoncino Dwarf galaxy (AGC 198691) / E. Aver [и др.] // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2021. — Т. 510, № 1. — С. 373—382. — ISSN 1365-2966.

ПРИЛОЖЕНИЕ

СПИСОК СТАТЕЙ И ДОКЛАДОВ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ЗА ЧЕТВЁРТЫЙ СЕМЕСТР

- Problems of dark atom cosmology, Beylin V.A., Khlopov M.Yu., Sopin D.O. Problems of dark atom cosmology // Bled Workshops in Physics. 2024. 25(1). P. 17-25



2 Problems of dark atom cosmology

V. A. Beylin^{1†}, M. Yu. Khlopov^{1,2,3‡}, D. O. Sopin^{2,3§}

¹ Virtual Institute of Astroparticle physics, 75018 Paris, France

² National Research Nuclear University MEPhI, 115409 Moscow, Russia

³ Research Institute of Physics, Southern Federal University, 344090
Rostov on Don, Russia

Abstract. The dark atoms XHe are the composite Thomson like atomic dark matter candidates. We address two cosmological problems of this model. The excess of new superheavy particles with even negative charge X^{-2n} over the corresponding antiparticles is balanced by sphaleron transitions with baryon asymmetry and the mass range of X particles should be specified at which this excess can provide dominance of dark atoms in the dark matter density. The other problem is possible capture of light nuclei by dark atoms, which can lead to formation of anomalous isotopes. The possibility of formation of multi dark atom systems at the nucleosynthesis stage is also studied. We approach these open questions of dark atom cosmology in the present work.

Povzetek: Temni atomi XHe so kandidati za temno snov v obliki Thomsonovih atomskih struktur. Obravnavamo različne lastnosti tega modela: Presežek supertežkih delcev z enakomernim negativnim nabojem $X - 2n$ glede na ustrezne antidelce uravnotežimo s sfaleronskimi prehodi z barionsko asimetrijo, maso delcev X pa določimo tako, da je XHe v temni snovi dominanten. Če temni atomi ujamejo lahka jedra, pride do nastanka nenavadnih izotopov. Lahko pa se zgodi tudi, da pri nukleosintezi nastanejo skupki večjega števila temnih atomov XHe.

2.1 Introduction

The modern cosmological paradigm involves dark matter (DM). Its existing is confirmed by numerous astrophysical observations: gravitational lensing, anisotropy of the cosmic microwave background and the behavior of galaxies. The theoretical study of cosmological large-scale structures formation also requires to introduce new stable forms of non-relativistic non-baryonic matter.

The nature of DM particles is determined by physics beyond the Standard Model (SM). It was shown that new states could have only even negative electric charge to fulfill the constraints on anomalous isotopes concentration [1]. In that scenario the DM density should be provided by the X-helium dark atoms $X^{-2n}(\text{He}^{+2})_n$, which forms in two steps. At first of them the excess of heavy negatively charged

[†] vitbeylin@gmail.com

[‡] khlopov@apc.univ-paris7.fr

[§] sopindo@mail.ru

particles X^{-2n} over the corresponding antiparticles finally generates in sphaleron transitions. The density of the DM could be balanced with the density of baryonic matter [2–4]. In particular model the constraints on the mass of the new particles can also be found if it is only one source of the DM. The second stage is the formation of a bound state by capturing the light primordial nuclei.

However, the description of both steps should be clarified. The properties of the sphaleron transitions are depends on a model significantly [5, 6]. Therefore calculations with using the SM parameters could be considered only as the first estimation. At the same time, the process of the bound state formation is well described only for small values of charge [7, 8]. The serial capture of light nuclei leads to the significant changes in the inner structure of the dark atom. Moreover, such reactions have not been described yet. Also the possible interaction of two bound states at early stages of Universe evaluation has not been studied. In general case, to solve this problems, it is necessary to use the quantum description of Thompson-like dark atoms, which is absent.

We approach these open questions of dark atom cosmology in the present work. Section 2.2 provides a brief review of papers on the properties of sphaleron(s) in models with heavy particle. The minimal Walking Technicolor (WTC) model is considered as an example. In section 2.3 the dark atom formation at nucleosynthesis stage is discussed. The results are summarized in the Conclusion.

2.2 Sphaleron in WTC model

The static unstable solution of electroweak field equations in pure gauge theory was originally found by Manton in 1983 [9] and called "sphaleron". It corresponds to the saddle point at the top of the potential barrier separating topologically nonequivalent vacuums in configuration space. Author pointed that sphaleron arises as a consequence of the topology of the $SU(2)$ group. The main properties of the similar solution in the SM were considered in several papers throughout the 90s [10–13]. There were found that

1. Only for non-physical values of the Higgs parameters, the existence of additional branches of sphaleron transitions are possible [10].
2. Sphaleron can be described with high accuracy using the spherically symmetric ansatz [11]. Its physical energy should be $E_{\text{Sph}} \approx 9.1 \text{ TeV}$.

The further study has shown that both these statements can be violated by physics beyond the SM. For instance, the existing of heavy fermions (with mass in order of 1 TeV) leads to a significant change in the sphaleron energy [13]. The additional solution of field equations may arise as a consequence of a deformation of the Higgs potential [6]. Such changes should affect baryosynthesis due to sphaleron freezing out temperature T_* decreases (or increases) [15]. Actually the predicted ratio of DM and baryonic matter densities depends on the ratio $\frac{m_i}{T_*}$, where m is a mass of "i" type particle. It means that the resulting uncertainty in the temperature value is insignificant and can be compensated by tuning unknown masses of heavy species. However, it is also necessary to compare the shifted sphaleron freezing

out temperature T_* with the temperature of electroweak phase transition T_c . The predictions may differ significantly for cases $T_* > T_c$ and $T_* < T_c$ [2–4, 16].

Therefore, the determination of the exact properties of sphaleron transitions is needed to consider models suggesting the existence of dark atoms. This is especially true for the minimal WTC model which assumes both the new heavy fermions and a modified Higgs potential [17–19]. Unfortunately, studying the features of this SM extension involves some technical difficulties. Indeed, among others the low energy effective WTC model predicts 19 new (pseudo)scalar fields, which should be introduced into the system of equations. The problem is not only in the number of additional degrees of freedom, but also in the fact that the effect of spinless fields on the sphaleron solution has not yet been studied. All the same can be said with respect to composite vector fields.

However, it can be expected that this approach will allow to find more precise upper limits on the masses of heavy particles. Indeed, the height of the sphaleron potential barrier significantly decreases if new fermions are too heavy. This contradicts the absence of sphaleron transitions in modern experiments [20]. The influence of additional branches of sphaleron transitions on cosmological evolution is less obvious and requires a particular case study.

2.3 Dark atom formation

The second step of the dark atom formation is serial capturing of light primordial nuclei N^i by negatively charged heavy particles X^{-2n} . The simplest possible scenario assumes $n = 2$. In that case dark atom $X^{--}\text{He}^{++}$, which is usually denoted as OHe, can be considered as a Bohr-like bound state with energy

$$E_{\text{OHe}}^{\text{Bohr}} = 8\alpha^2 m_{\text{He}} \approx 1.6 \text{ MeV}. \quad (2.1)$$

It could easily be estimated that O-helium is formed almost immediately after the formation of helium during standard nucleosynthesis [7]. It happens at temperatures $T \sim 1 - 100 \text{ keV}$.

However, in general case $n > 1$ it is necessary to consider the much more complicated scenario. Indeed, there are four types of processes possible at nucleosynthesis stage

$$N^1 + N^2 \rightarrow N^3 + \gamma/N^4, \quad (2.2)$$

$$X + N \rightarrow \text{XN} + \gamma, \quad (2.3)$$

$$\text{XN}^1 + N^2 \rightarrow \text{XN}^3 + \gamma/N^4, \quad (2.4)$$

$$\text{XN}^1 + \text{XN}^2 \rightarrow \text{X}_2\text{N}^3 + \gamma/N^4. \quad (2.5)$$

The first of them (2.2) describes the standard nuclear reactions. There are eleven main processes that produce helium-4 and some heavier nuclei (isotopes of lithium and beryllium) [14]. Reactions (2.3) are similar to the standard recombination. In general case they produce negatively charged bound states (dark ions) $(\text{XN})^{-2n+q_N}$, which are burns in type (2.4) reactions. Unfortunately, this may lead to overproduction of anomalous isotopes and/or primordial metals [8]. The last

type processes (2.5) describes the merging of two dark ions into the molecule-like bound state.

A correct description of nucleosynthesis in the presence of multicharged particles requires to consider each step of the dark atom formation. First of all, it is necessary to find the temperature when the (2.3) type reactions become possible. By analogy with hydrogen recombination for non-relativistic equilibrium concentrations

$$n_i^{\text{now}} \left(\frac{T}{T_{\text{now}}} \right)^3 = g_i \left(\frac{m_i T^{\frac{3}{2}}}{2\pi} \right) e^{-\frac{m_i}{T}}, \quad (2.6)$$

the Saha equation [14] gives

$$T_{\text{rec}} = E_{X-N} \left(\ln \left(\frac{g_X g_N}{g_{XN}} \left(\frac{m_N T_{\text{now}}^2}{2\pi E_{X-N}} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{n_N^{\text{now}}} \right) \right)^{-1}, \quad (2.7)$$

where g_i is the the number of spin degrees of freedom, m_N is the mass of captured light nucleus, n_N^{now} is its present concentration and E_{X-N} is a binding energy for the system "heavy core plus nuclear shell". The last one depends on the inner structure of the dark ion.

For high values of the charge parameter n the ratio of nuclear and X^{-2n} Bohr radii

$$\alpha = \frac{r_N}{r_B} \approx Z_X Z_N \alpha m_N r_0 A_N^{1/3} \quad (2.8)$$

may have values higher than one. This means that composite particle has not a Bohr, but Thomson structure (see Figure 2.1). Table 2.1 shows the results of

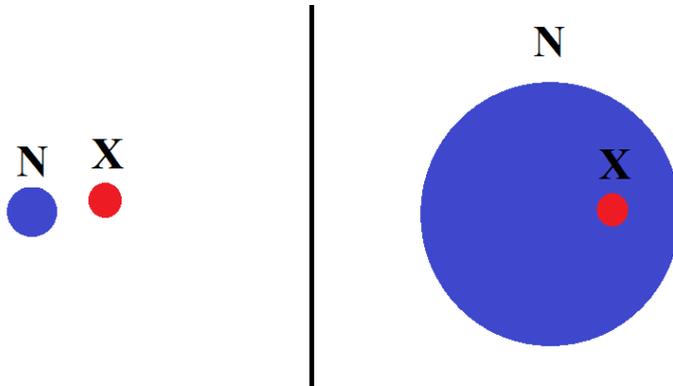


Fig. 2.1: Bohr-like (left) and Thomson-like (right) dark atoms

calculations of some XN bound states:

- B — all isotopes form Bohr-like particles;
- T — all isotopes form Thomson-like particles;

- Number — the mass number of the lightest Thomson-like particle.

There was accepted $r_0 = 1.3 \cdot 5 \text{ GeV}$. It can be noted that almost all neutral and positively charged states should have a Thomson structure, but hydrogen mostly forms Bohr-type dark ions. This is consistent with the result of solving the two-body Coulomb problem obtained in [8]. The predicted structure of transitional states, which are indicated in the table by numbers, depends on value of r_0 . For instance, OHe is Bohr-like dark atom if the values $r_0 \sim (1.1 - 1.2) \cdot 5 \text{ GeV}$ are accepted.

n	A			
	H	He	Li	Be
1	B	4	3	T
2	4	3	T	T
3	3	T	T	T
4	3	T	T	T
5	2	T	T	T

Table 2.1: The structure of the dark ions XN.

Therefore the Bohr energy

$$E_{X-N}^{\text{Bohr}} = 2n^2 Z^2 \alpha^2 m_N = \frac{1}{2m_N r_B^2}. \quad (2.9)$$

can be used in equation (2.7) only for hydrogen and helium (in case $n = 1$). To find the binding energy of other bound states, the harmonic oscillator approximation is often used in literature [7,21,22]. The Hamiltonian

$$\mathcal{H} = \begin{cases} \frac{p^2}{2m_N} - \frac{Z_X Z_N \alpha}{2r_N} \left(3 - \frac{r^2}{r_N^2} \right), & r < r_N \\ \frac{p^2}{2m_N} - \frac{Z_X Z_N \alpha}{r}, & r > r_N \end{cases} \quad (2.10)$$

leads to the Thompson energy formula

$$\begin{aligned} E_{X-N}^{\text{Thompson}} &= \frac{3 Z_X Z_N \alpha}{2 r_N} \left(1 - \sqrt{\frac{1}{Z_X Z_N \alpha m_N r_N}} \right) = \\ &= \frac{3 Z_X Z_N \alpha}{2 r_N} \left(1 - \sqrt{\frac{r_B}{r_N}} \right), \end{aligned} \quad (2.11)$$

which should be correct at region $2 < a < \infty$. For intermediate values ($1 < a < 2$) it is proposed to find the binding energy variationally. The binding energy value of Bohr-like states is higher than for Thomson-like dark ions. This can be qualitatively explained by the compensation of Coulomb repulsion because of the spherical symmetry of the Hamiltonian (2.10).

Table 2.2 shows approximate values of dark ions recombination temperatures (start of reactions (2.3)) calculated with equations (2.9) and (2.11). For the transitional cases (D and ${}^4\text{He}$), only the boundary values are presented. The inner structure of the bound states is specified by the corresponding letter in brackets. The result depends weakly on the values of g_X and g_{XN} . Since helium-4 forms at temperature $T \approx 65 \text{ keV}$ [14], there are two possible scenarios are predicted:

- For the $n < 4$, the helium capturing happens earlier than protons and/or deuterium can be captured. Then, the excess of dark ions, $(X\text{He})^{-2n+2}$, is formed to start reactions (2.4).
- For $n \geq 4$, hydrogen capturing becomes possible before the ${}^4\text{He}$ formation. Therefore, another branch of reactions ($XH + N \rightarrow \dots$) is started. Such processes lead to an additional danger of anomalous isotopes overproduction at later stages of the dark atom formation. This may help to set limits on the maximum charge of a heavy core.

Unfortunately, the temperature T_{rec} for deuterium in case $n = 5$ can not be estimated in this simple approach. Moreover, the drop in the energy value caused by the change of the inner structure can lead to non-trivial consequences.

n	$T_{\text{rec}}, \text{keV}$			
	p	D	${}^3\text{He}$	${}^4\text{He}$
1	3 (B)	4 (B)	28 (B)	37 (B) / 6 (T)
2	13 (B)	19 (B)	~ 42 (T)	85 (T)
3	29 (B)	44 (B)	~ 116 (T)	180 (T)
4	54 (B)	79 (B)	~ 198 (T)	285 (T)
5	86 (B)	~ 126 (B) / 17 (T)	~ 286 (T)	395 (T)

Table 2.2: Recombination temperatures of the dark atoms

Since the standard reactions of nucleosynthesis and formation of dark atoms occur at the same temperatures, the Saha equation becomes inapplicable. Indeed, it requires that concentrations change only due to the expansion of the Universe, which is not true in considered case. Therefore, to describe processes (2.3)-(2.5) it is necessary to use the system of kinetic equations [23]

$$\frac{dn_i}{dt} + 3Hn_i = \sum_{j,k} n_j n_k \langle \sigma v \rangle_i^{jk} - n_i \sum_j n_j \langle \sigma v \rangle^{ij}, \quad (2.12)$$

where the energy-averaged cross sections $\langle \sigma v \rangle_i^{jk}$ corresponds to $2 \rightarrow 2$ reactions $j+k \rightarrow i+l$. Also it should be mentioned that produced in such processes ordinary nuclei are not thermalized and should be described by additional equations

$$\frac{\partial \phi_{N_i}}{\partial t} = \sum_{j,k} n_j n_k \frac{d(\sigma v)_{N_i}^{jk}}{dp_{N_i}} \phi_{N_i} - \phi_{N_i} \sum_j n_j (\sigma v)^{N_i j} (p_{N_i}) - \phi_{N_i} \sum_j \int \phi_{N_j} (\sigma v)^{N_i N_j} dp_{N_j}, \quad (2.13)$$

where it is defined

$$\frac{dn_N}{dp_N} = \phi_N(p_N, t). \quad (2.14)$$

Finally, reactions (2.4) and (2.5) may freeze out before the nucleosynthesis stops. They are possible only if

$$n_{XN} \langle \sigma v \rangle t > 1. \quad (2.15)$$

For a simple estimation, it can be assumed that

$$n_{XN} \approx \frac{\rho_c}{m_{XHe}} \Omega_{DM}^{now} \left(\frac{T}{T_{now}} \right)^3, \quad (2.16)$$

where Ω_{DM}^{now} is the observable energy density of dark matter. Also it should be taken into account that radiation dominates. Therefore

$$t = \frac{3 m_{Pl}}{4 T^2} \sqrt{\frac{5}{\pi^3 g_*}}. \quad (2.17)$$

Here m_{Pl} is the Plank mass and g_* is a number of ultrarelativistic degrees of freedom at the considered temperature [14]. For the non-relativistic particles "i" with the average thermal speed $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8T}{\pi m_i}}$ the condition (2.15) can be rewritten as (energy is measured in GeV)

$$\begin{aligned} n_{XN} \langle \sigma v \rangle t &\approx \frac{3}{2\pi^2} \frac{\rho_c \Omega_{DM}^{now} m_{Pl} \sigma}{m_{XHe} T_{now}^3} \sqrt{\frac{10 T^3}{g_* m_i}} \approx \\ &\approx 3 \cdot 10^9 \frac{\sigma}{m_{XN} \sqrt{m_i}} T^{\frac{3}{2}} > 1. \end{aligned} \quad (2.18)$$

If the cross section σ has a typical nuclear value

$$\sigma \sim \pi r_{XN}^2 \approx 10^{-25} \text{ cm}^2 = 250 \text{ GeV}^{-2}, \quad (2.19)$$

then equation (2.18) predicts the similar scenario for both types of reactions. This condition is fulfilled at high temperatures $T \sim 50 - 100 \text{ keV}$, but strongly violated at $T \sim 1 \text{ keV}$. The rate difference between the reactions of (2.4) and (2.5) types is determined by the ratio of masses m_{XHe}/m_N . The production of dark molecules should stop earlier then capturing of light nuclei. Moreover, if masses of heavy particles is high enough ($m_X \sim 10 \text{ TeV}$), the formation of molecule-like states X_2N does not start.

The main source of inaccuracy in considered estimation is the value of cross section (2.19). Its exact value is unknown for the most reactions therefore it is impossible to make a correct prediction of the modified nucleosynthesis result.

2.4 Conclusion

The dark atoms XHe are the composite DM candidates. The cosmological consequences of this model are studied pretty well for the simplest case when the

heavy particles X are only doubly charged. However, the description of dark atom formation is still incomplete. On the one hand, the predicted density of DM significantly depends on the properties of sphaleron transitions, which may change in different extensions of the SM. On the other hand, the process of light nuclei serial capturing has not been sufficiently studied.

To solve these two problems of considered model it is necessary to

- find the sphaleron solution of the field equations for the particular extension of the SM and then to estimate the freezing out temperature of sphaleron transitions;
- find the solution of the system of kinetic equations which describes the modified nucleosynthesis.

The computational complexity of such calculations is complemented by the lack of an accurate quantum description of the Thompson-like dark atoms.

Acknowledgements

The research by M.Y.K. and D.O.S. was carried out in Southern Federal University with financial support from the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (State contract GZ0110/23-10-IF).

References

1. K. M. Belotsky, M. Y. Khlopov, K. I. Shibaev: Composite Dark Matter and its Charged Constituents, in: *Proceedings Gravitation and Cosmology. Vol. 12.*, (KPS 06), Moscow, 2006. — e-PrintArchive: astro-ph/0604518.
2. S.B. Gudnason, C. Kouvaris, F.: Sannino: Dark matter from new technicolor theories, *Phys. Rev. D* **74** (2006) 095008
3. M.Y. Khlopov, C. Kouvaris: Strong interactive massive particles from a strong coupled theory, *Phys. Rev. D* **77** (2008) 065002
4. V.A. Beylin, M.Y. Khlopov, D.O. Sopin: Asymmetric Dark Matter in Baryon Asymmetrical Universe, *Symmetry* **16** (2024) 311
5. G. Nolte, J. Kunz: Sphaleron barrier in the presence of fermions, *Phys. Rev. D.* **48(12)** (1993) 5905–5916
6. M. Spannowsky, C. Tamarit: Sphalerons in composite and nonstandard Higgs models, *Phys. Rev. D.* **95(1)** (2017) 015006
7. M. Y. Khlopov, A. G. Mayorov, E. Y. Soldatov: Dark Atoms of the Universe: towards OHe nuclear physics, arXiv (2010) 1011.4586
8. E. Akhmedov, M. Pospelov: BBN catalysis by doubly charged particles, *JCAP* **08** (2024) 028
9. N. S. Manton: Topology in the Weinberg-Salam Theory, *Phys. Rev. D.* **28** (1983) 2019
10. J. Kunz, Y. Brihaye: New sphalerons in the Weinberg-Salam theory, *Phys. Lett. B.* **216(3)** (1989) 353–359
11. J. Kunz, B. Kleihaus, Y. Brihaye: Sphalerons at finite mixing angle, *Phys. Rev. D.* **46(8)** (1992) 3587–3600
12. D. Diakonov [et al.]: Fermion sea along the sphaleron barrier, *Phys. Rev. D.* **49(12)** (1994) 6864–6882

13. G. Nolte, J. Kunz, B. Kleihaus: Nondegenerate fermions in the background of the sphaleron barrier, *Phys. Rev. D.* **53(6)** (1996) 3451–3459
14. D. S. Gorbunov, V. A. Rubakov: *INTRODUCTION TO THE THEORY OF THE EARLY UNIVERSE Hot Big Bang Theory*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 2011
15. V. A. Kuzmin, V. A. Rubakov, M. E. Shaposhnikov: On the Anomalous Electroweak Baryon Number Nonconservation in the Early Universe, *Phys. Lett. B* **155** (1985) 36
16. J. A. Harvey, M. S. Turner: Cosmological baryon and lepton number in the presence of electroweak fermion-number violation, *Phys. Rev. D* **42(10)** (1990) 3344–3349
17. S. B. Gudnason, C. Kouvaris, F. Sannino: Towards working technicolor: Effective theories and dark matter, *Phys. Rev. D.* **73(11)** (2006)
18. R. Foadi [et al.]: Minimal walking technicolor: Setup for collider physics, *Phys. Rev. D.* **76(5)** (2007)
19. F. Sannino: Conformal Dynamics for TeV Physics and Cosmology, arXiv (2009) 0911.0931
20. J. Ellis, K. Sakurai, M. Spannowsky: Search for Sphalerons: IceCube vs. LHC, arXiv (2016) 1603.06573
21. R. N. Cahn, S. L. Glashow, Chemical Signatures for Superheavy Elementary Particles, *Science* **213** (1981) 607–611
22. K. Kohri, F. Takayama: Big bang nucleosynthesis with long-lived charged massive particles, *Phys. Rev. D* **76(6)** (2007)
23. M. Khlopov: *Fundamentals of Cosmic Particle Physics* Cambridge International Science Publishing Ltd, Cambridge, UK, 2012