

Исследование механизма резонансного обмена энергией в столкновениях солитонов

Никифоров А. С.

Б22-102

Научный руководитель:

Д. ф.-м. н.

Гани В. А.

Москва, 2025



Цель работы:

Объяснение причин резонансной природы столкновения солитонов в моделях высоких порядков.

Задачи:

- Постановка задачи о столкновении солитонов
- Постановка задачи о спектре возбуждений кинка
- Минимизация начальных условий
- Получение спектра возбуждений связанного состояния солитонов
- Численное исследование столкновений
- Установление связи спектра с резонансными явлениями

Введение



Лагранжиан, описывающий динамику скалярного поля $\varphi(x)$:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)^2 - V(\varphi), \quad \mu = 0, 1.$$

Уравнение движения:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{dV}{d\varphi} = 0,$$

где $V(\varphi) \geq 0$ и имеет два или более минимумов, в которых обращается в ноль.

Кинковое решение соединяет минимумы потенциала $V(\varphi)$ и зависит только от x .

$$\frac{d\varphi_k}{dx} = \sqrt{2V(\varphi_k)}.$$

$$V(\varphi_\pm) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \varphi(x) = \varphi_\pm.$$

Постановка задачи о малых возбуждениях

Запишем скалярное поле как сумму кинкового решения с малым возмущением:

$$\varphi(x, t) = \varphi_K(x) + \delta\varphi(x, t).$$

Ищем возмущение в виде:

$$\delta\varphi(x, t) = \psi(x) \cos(\omega t).$$

Подставляя это в уравнение движения, получим:

$$\left[-\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2 V}{d\varphi^2} \Big|_{\varphi_K(x)} \right] \psi(x) = \omega^2 \psi(x), \quad \psi(x) \in C^2, \psi(x) \in L^2.$$

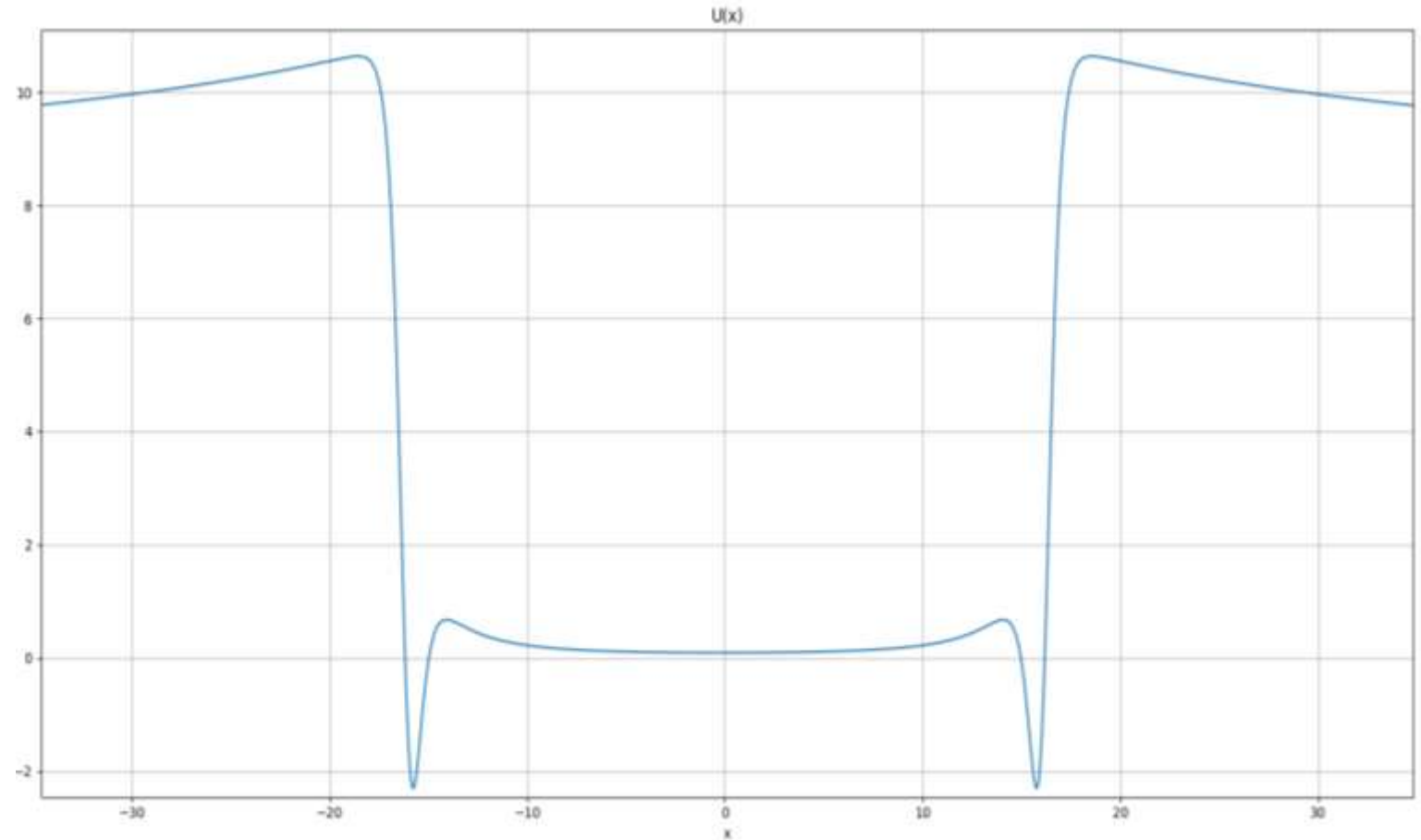
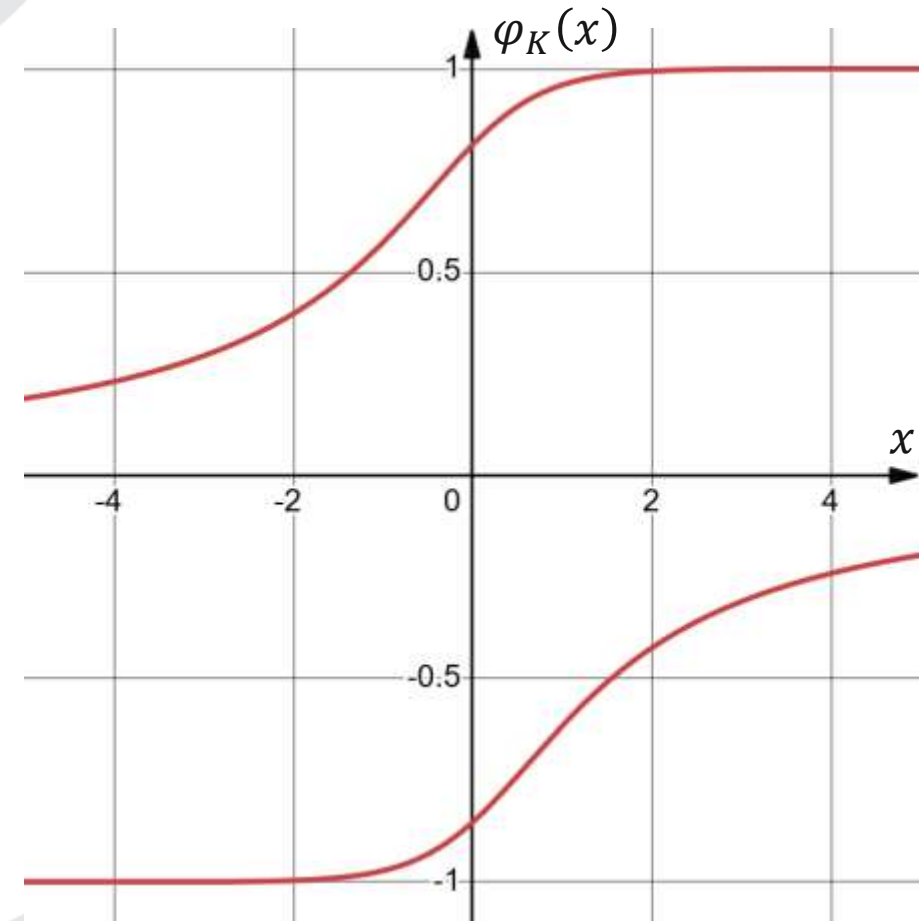
Переобозначим $\frac{d^2 V}{d\varphi^2} \Big|_{\varphi_K(x)}$, как $U(x)$.

Будем искать собственные функции, соответствующие дискретному спектру

Рассматриваемая модель φ^8



Для φ^8 модели, $V(\varphi) = \frac{1}{2}\varphi^4(1 - \varphi^2)^2$. Численно получены графики зависимости кинков и потенциала U от координаты



Минимизация начальных данных



Для решения уравнения движения необходимы начальные и граничные условия. В качестве первого приближения используется анзац следующего вида

$$\varphi_s(x, t) = \varphi_K(\gamma(x + x_0 - vt)) + \varphi_{\bar{K}}(\gamma(x - x_0 + vt))$$

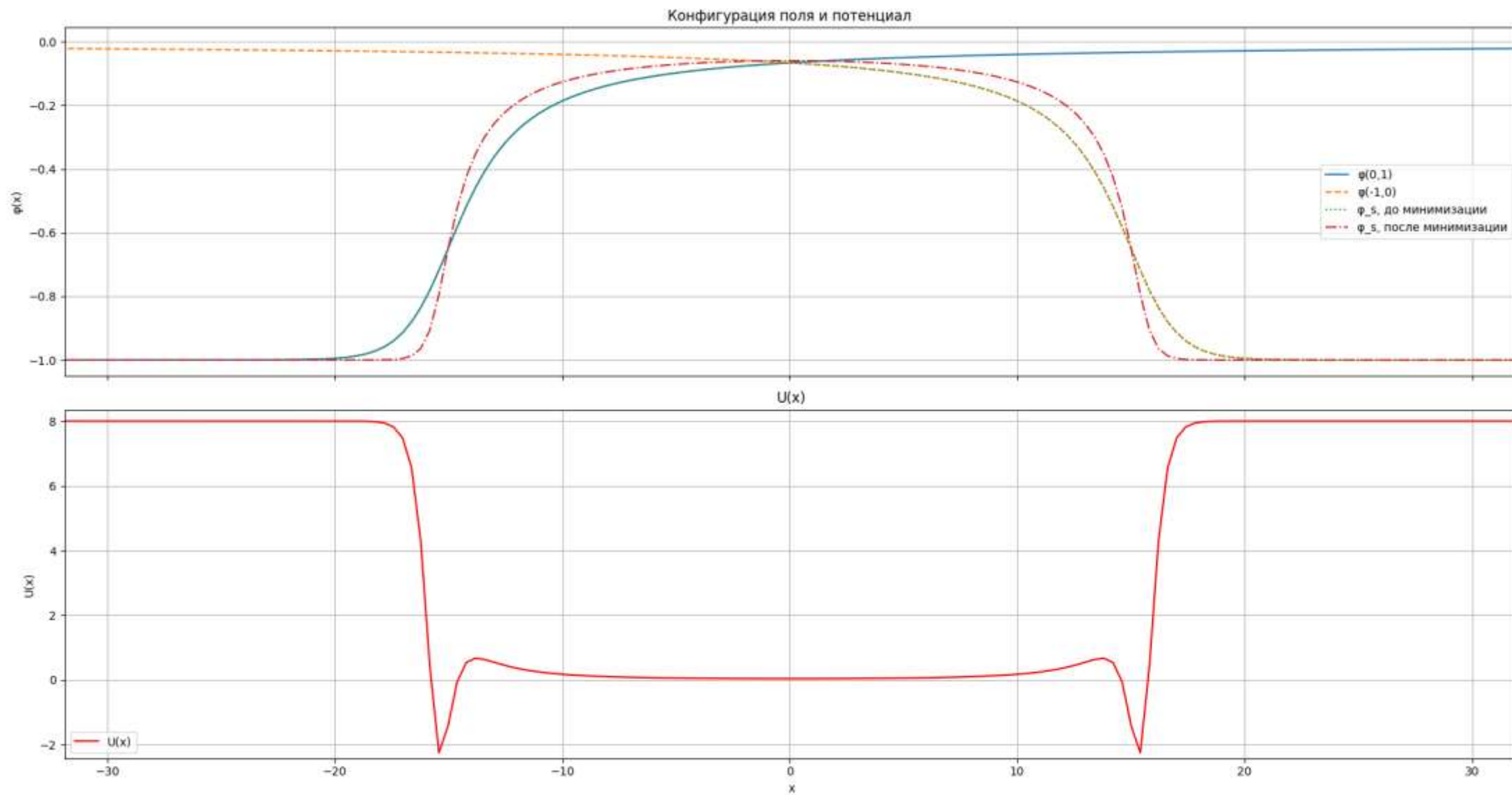
Получаемые из него начальные условия

$$\varphi(x, 0) = \varphi_K((x + x_0)) - \varphi_{\bar{K}}((x - x_0)) \quad \varphi_t(x, 0) = -v \varphi'_K((x + x_0)) + v \varphi'_{\bar{K}}((x - x_0))$$

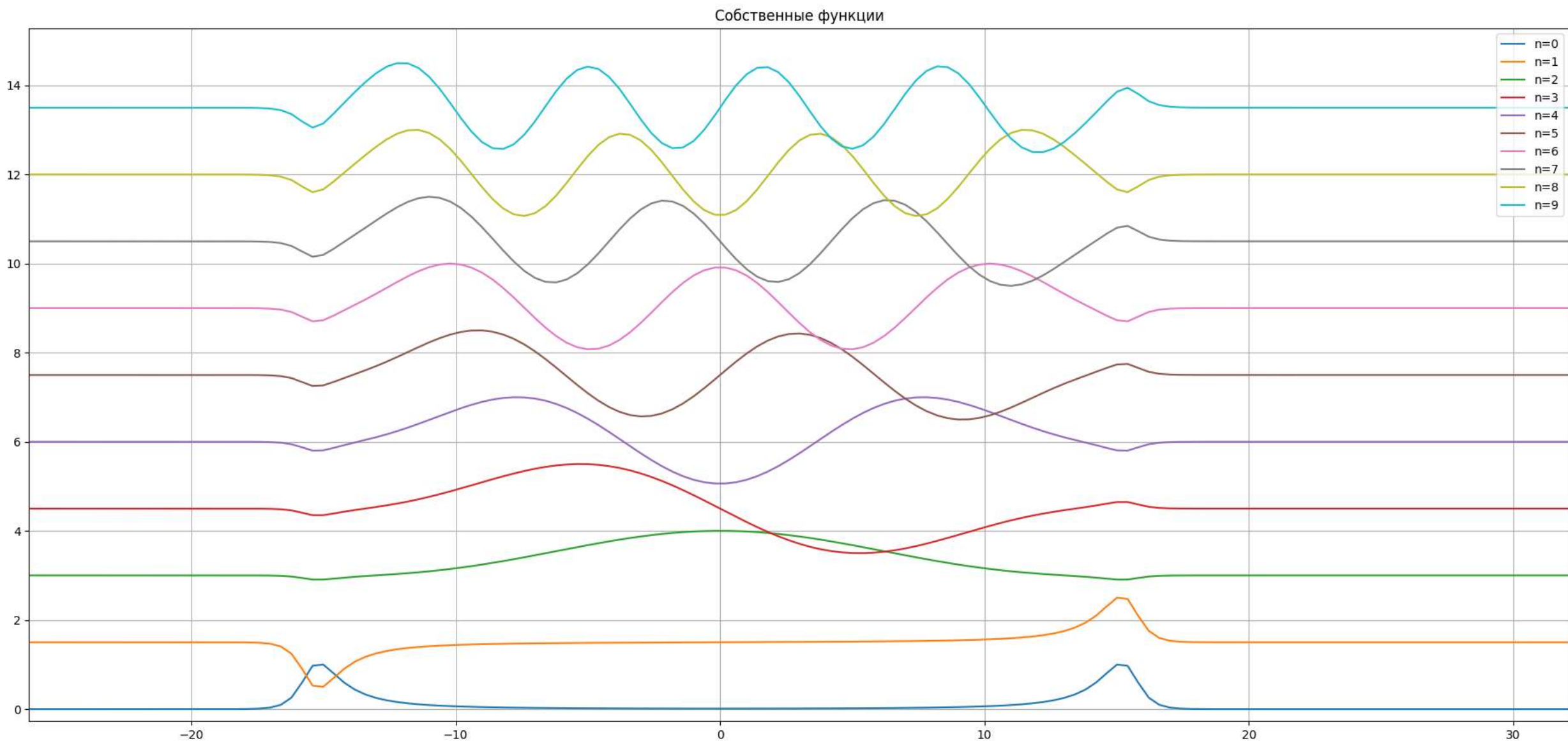
Однако для степенных “хвостов” кинков, такие начальные данные не подходят. Поэтому проводится минимизация

$$I[\varphi] = \|(1 - v^2)D_2\varphi - V'(\varphi)\|_2^2 + C |\varphi(-x_0) - \tilde{\varphi}|^2 + C |\varphi(x_0) - \tilde{\varphi}|^2$$

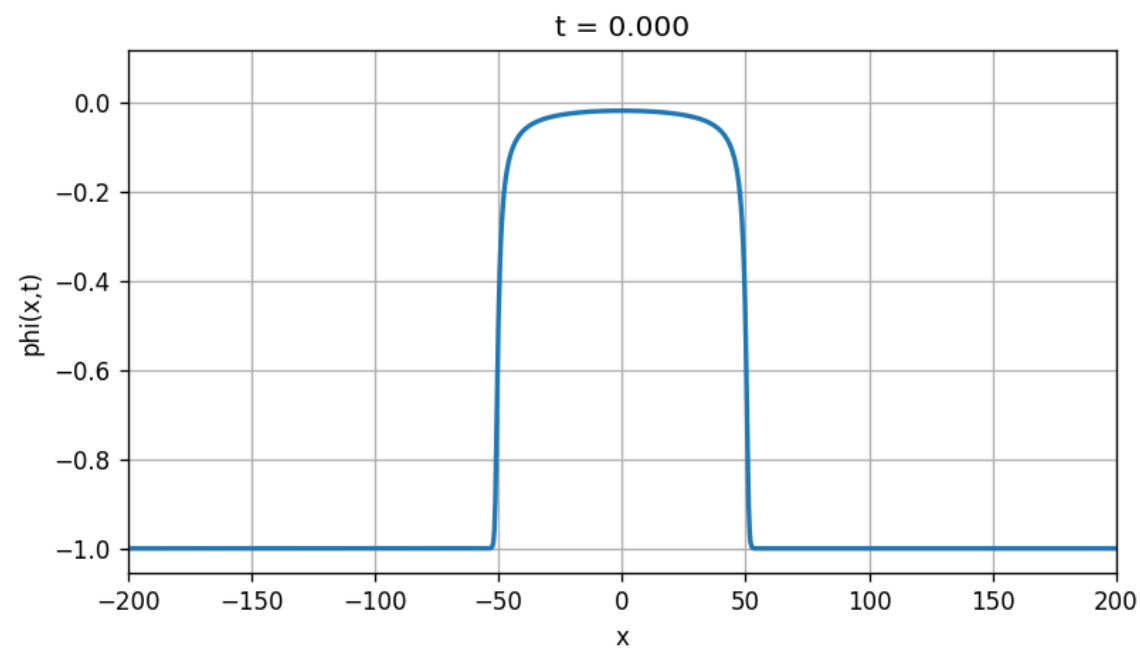
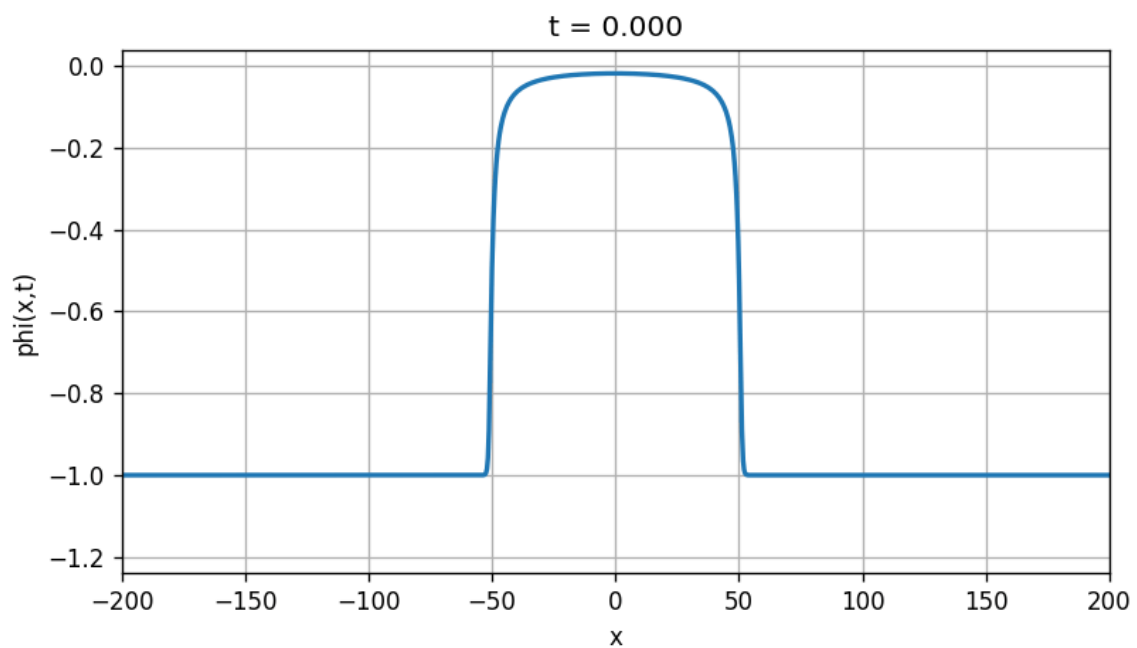
Полученный спектр при минимизации



Полученный спектр при минимизации



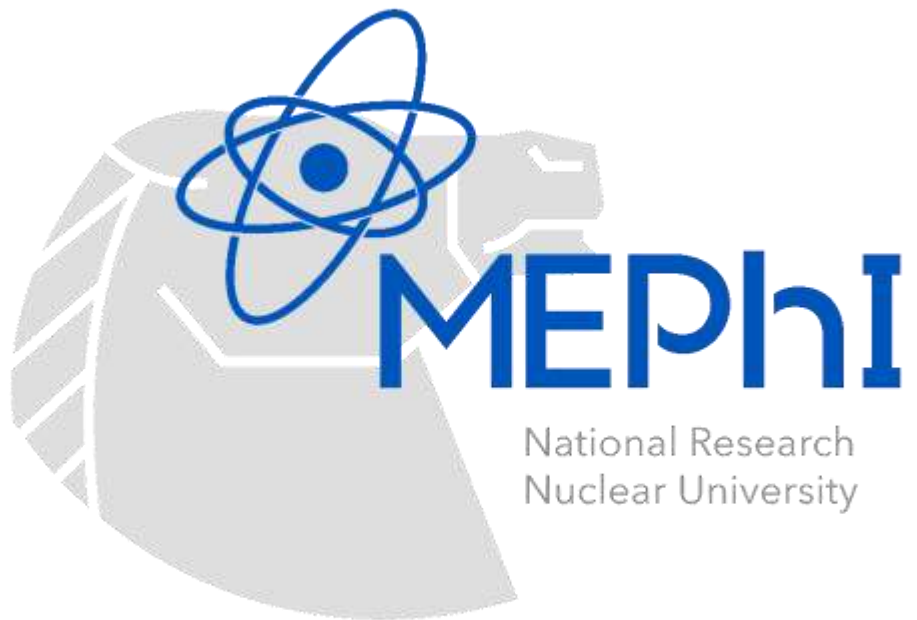
Столкновение кинков



В работе рассмотрена задача о столкновениях кинка и антикинка в теоретико-полевой модели φ^8

- Рассмотрена задача о спектре малых возбуждений
- получен набор дискретных собственных значений соответствующих локализованным модам ниже порога непрерывного спектра с учетом процедуры минимизации.
- Найдены собственные функции мод составного состояния солитонов

Полученные результаты формируют основу для дальнейшего этапа работы: систематического численного исследования столкновений при различных начальных скоростях, изучения положения окон многократных столкновений и сопоставления наблюдаемых частот с ветвями собственных мод, вычисляемых для составной конфигурации столкновения



Спасибо за внимание!

24.12.2025