

Моделирование динамики кластеров доменных стенок в ранней Вселенной

Летягин Иван Дмитриевич

Научный руководитель: к.ф.-м.н, доц., Никулин В.В.

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Отчёт о научно-исследовательской работе

Москва, 24 декабря 2025 г.

Введение

Первичные чёрные дыры (ПЧД) являются многообещающими кандидатами для объяснения происхождения чёрных дыр промежуточных масс, части скрытой массы Вселенной, стохастического фона гравитационных волн, а также могут являться центрами ранних галактик.

Рассматриваемый механизм образования ПЧД — коллапс кластеров массивных негравитирующих доменных стенок.

Раньше рассматривались только сферические доменные стенки, но интерес представляет эволюция произвольных геометрических конфигураций.

Цель: найти неполевой способ описания эволюции доменной стенки
Задачи:

- Найти способ перейти от полевого описания доменной стенки к поверхностному в приближении тонкой стенки
- Получить уравнение движения тонкой стенки
- Провести моделирование кластера доменных стенок в данном приближении

Численное полевое моделирование кластеров доменных стенок

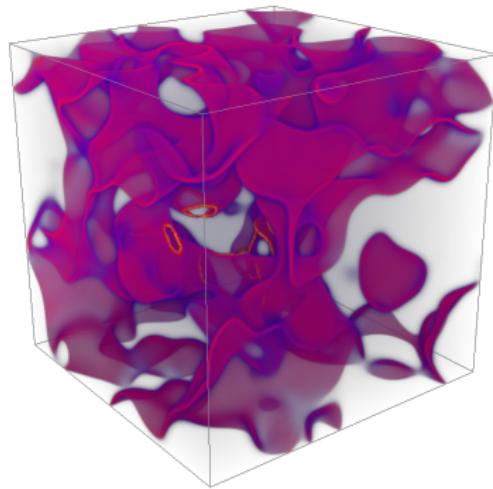


Рис.: «Солитонная пена»

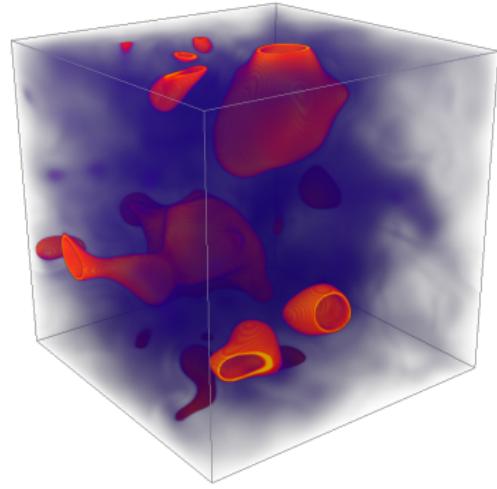


Рис.: «Доменные пузыри»

Рис.: Kirillov, A.A. and Murygin, B.S. and Nikulin, V.V. Soliton foam formation in the early Universe, 2025

Выбор системы координат

Система координат

$$X^\mu = X_{\text{wall}}^\mu(\tau, s_1, s_2) + e^\mu(\tau, s_1, s_2) h \quad (1)$$

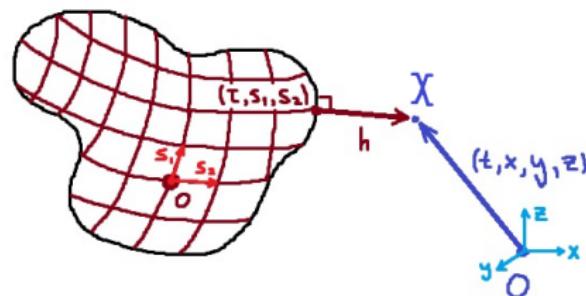


Рис.: Система координат относительно поверхности стенки

Тонкостенное приближение

Переход от полевого описания к поверхностному

$$\begin{aligned} S[\phi] &= \int d^4x \sqrt{-\eta} \left(\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right) \approx \\ &\approx -\sigma \int d\tau ds^2 \sqrt{|\partial_a X^\mu \partial_b X_\mu|} = -\sigma \int \sqrt{\gamma} d\tau ds^2 = S_{NG}[X^\mu(\tau, \vec{s})] \end{aligned}$$

Действие Намбу-Гото для мембраны эквивалентно действию Хоу-Такера

Действие Хоу-Такера

$$S_{HT}[X(\tau, \mathbf{s})] = -\frac{\sigma}{2} \int d\tau d^2s (\sqrt{h} h^{ab} \partial_a X^\mu \partial_b X_\mu - \sqrt{h}),$$

где h^{ab} — метрика на поверхности доменной стенки.

Уравнение движения

Варьируя действие Хоу-Такера, можно получить уравнение движения:

Уравнение движения релятивистской мембраны

$$\frac{1}{\sqrt{h}} \partial_a \left(\sqrt{h} h^{ab} \partial_b X^\sigma \right) + \Gamma_{\mu\nu}^\sigma h^{ab} \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu = 0 \quad (2)$$

Физический интерес представляет рассмотрение доменной стенки в расширяющейся плоской Вселенной Фридмана

Уравнение движения

$$\ddot{\vec{X}} + 2H\dot{\vec{X}} \left(1 - \frac{a^2}{\gamma^2} (\nabla_s \vec{X})^2 \right) + \frac{1}{\gamma} \dot{\vec{X}} \left(\omega + \frac{\partial_\tau \gamma}{\gamma} \right) - \frac{1}{\gamma^2} \Delta_h \vec{X} = 0, \quad (3)$$

$$\text{где } \omega = \frac{\partial_\tau h}{2h}, \partial_\tau \gamma = -\omega\gamma + \Delta_h t - Ha^2 \left(\gamma^2 \left(\frac{\partial \vec{X}}{\partial t} \right)^2 - (\nabla_s \vec{X})^2 \right)$$

Различные приближения для уравнения движения

Уравнение колебания стенки

$$\ddot{\vec{X}} + 2H\dot{\vec{X}} \left(1 - \frac{a^2}{\gamma^2} (\nabla_s \vec{X})^2\right) + \frac{1}{\gamma} \dot{\vec{X}} \left(\omega + \frac{\partial_\tau \gamma}{\gamma}\right) - \frac{1}{\gamma^2} \Delta_h \vec{X} = 0 \quad (4)$$

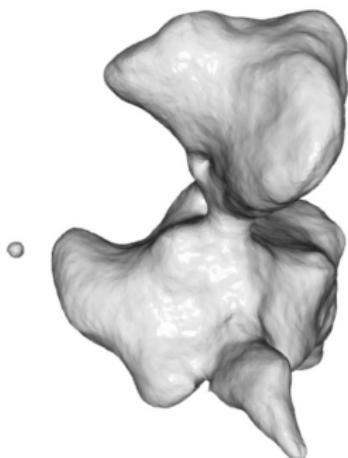
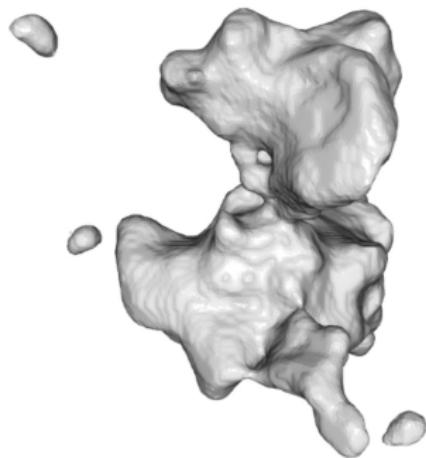
Уравнение колебания стенки при $a(t) = 0$

$$\ddot{\vec{X}} + \frac{1}{\gamma} \dot{\vec{X}} \left(\omega + \frac{\partial_\tau \gamma}{\gamma}\right) - \frac{1}{\gamma^2} \Delta_h \vec{X} = 0 \quad (5)$$

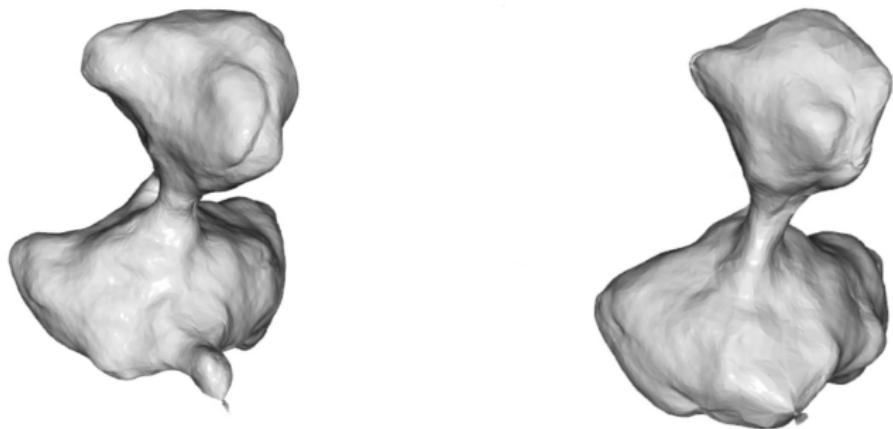
Уравнение колебания стенки при $a(t) = 0$ и $\gamma = 1$

$$\ddot{\vec{X}} - \Delta_h \vec{X} = 0 \quad (6)$$

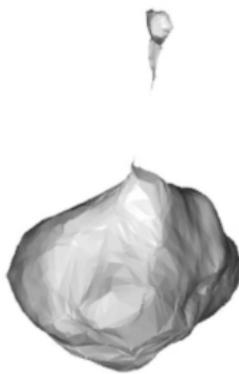
Симуляция неявной схемы для 2000 шагов при $h = 10^{-4}$



Симуляция неявной схемы для 2000 шагов при $h = 10^{-4}$



Симуляция неявной схемы для 2000 шагов при $h = 10^{-4}$



Заключение

Решённые задачи:

- 1 Получено уравнение, описывающее тонкую стенку в расширяющейся Вселенной с учётом релятивистских эффектов
- 2 Написана программа, симулирующая эволюцию кластеров стенок в модели без диссипации энергии

В следующем семестре будут решены задачи:

- 1 Учёт в численной симуляции эффектов трения из общего уравнения
- 2 Оптимизация программного кода для симуляции больших кластеров доменных стенок
- 3 Построение точного теоретического спектра масс ПЧД

Дополнительные задачи:

- 1 Учёт излучения гравитационных волн
- 2 Учёт излучения скалярных частиц