

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
ХИМИЧЕСКАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ДОМЕНА
АНТИВЕЩЕСТВА В РАННЕЙ
БАРИОН-АСИММЕТРИЧНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Научный руководитель
(проф., д.ф-м.н.)

_____ М. Ю. Хлопов

Студент

_____ А. И. Дембицкая

Москва 2025

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1.1 Метрика Фридмана-Робертсона-Уоркера	3
1.2 Уравнение Фридмана	3
1.3 Радиационно-доминированная стадия	4
1.4 Эпоха доминирования вещества	5
1.5 Рекомбинация и последнее рассеяние фотонов	6
1.6 Барионная асимметрия Вселенной	6
2 Параметры домена	8
2.1 Масса домена	8
2.2 Плотность домена	8
2.3 Размер домена	10
3 Сравнение размера домена с горизонтом	12
4 Протон-антипротонная аннигиляция на границе домена с горизонтом.	14
4.1 Распад нейтрального пиона.	14
4.2 Распад заряженных пионов.	15
5 Процессы внутри домена	17
5.1 Образование электрон-позитронной пары.	17
5.1.1 Условие протекания процесса.	17
5.1.2 Сечение взаимодействия.	18
5.2 Комptonовское рассеяние.	18
5.2.1 Энергетические потери.	19
5.2.2 Сечение взаимодействия.	20
5.3 Различные сценарии.	21
5.3.1 $T \in [5, 65 \times 10^8, 10^7] \text{K}$	21
5.3.2 $T \leq 10^7 \text{K}$	21
6 Глубина проникновения фотонов внутрь домена.	22
6.1 Образование позитрон-электронных пар.	22
6.2 Комptonовское рассеяние.	22
7 Сравнение длины пробега с размерами домена.	24
7.1 Образование позитрон-электронных пар.	24
7.2 Комptonовское рассеяние.	24

8	Диффузия.	26
8.1	Радиационно-доминированная эпоха	26
8.2	Эпоха доминирования вещества	28
8.2.1	До рекомбинации	28
8.2.2	После рекомбинации.	29
9	Ионизация вещества	33
9.1	Степень ионизации.	33
9.2	Размер области ионизации.	35
9.3	Численная оценка полученного результата	36
10	Заключение	38
	Список литературы	39

ВВЕДЕНИЕ

1.1 Метрика Фридмана-Робертсона-Уоркера

Расширяющаяся однородная изотропная Вселенная описывается метрикой:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) [dr^2 + S_K(r)^2 d\Omega^2], \quad (1.1)$$

где $a(t)$ -масштабный фактор, характеризующий расширение Вселенной; S_K -функция, связанная с кривизной Вселенной и зависящая от параметра K следующим образом:

При $K = 1$:

$$S_K(r) = R_0 \sin\left(\frac{r}{R_0}\right) \quad (1.2)$$

Данный сценарий описывает замкнутую Вселенную.

При $K = 0$:

$$S_K(r) = r \quad (1.3)$$

В этом случае мы работаем с плоской Вселенной.

При $K = -1$:

$$S_K(r) = R_0 \sinh\left(\frac{r}{R_0}\right) \quad (1.4)$$

Что соответствует открытой Вселенной.

В данной работе рассматривается сценарий плоской Вселенной, следовательно, метрика задается следующим образом:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) [dr^2 + r^2 d\Omega^2], \quad (1.5)$$

В случае плоской Вселенной физический смысл имеет отношение масштабных факторов в разный момент времени, а также параметр Хаббла, характеризующий скорость расширения Вселенной:

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (1.6)$$

1.2 Уравнение Фридмана

Закон расширения Вселенной определяется уравнениями Эйнштейна:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu} \quad (1.7)$$

Из этих уравнений может быть получено уравнение Фридмана:

$$\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho(t) - \frac{k}{a^2(t)} \quad (1.8)$$

Оно связывает темп расширения Вселенной с плотностью энергии материи и пространственной кривизной. В случае плоской Вселенной имеем:

$$\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho(t) \quad (1.9)$$

На разных этапах эволюции Вселенной уравнение Фридмана будет принимать различный вид. Рассмотрим основные стадии Вселенной, упомянутые в работе.

1.3 Радиационно-доминированная стадия

На более ранней стадии Вселенной, т.е. при более высоких температурах, энергии связи в атоме водорода не хватало для удержания электронов. По этой причине, вещество находилось в фазе электрон-фотон-протонной плазмы. Таким образом, при температурах $T \geq 10^4\text{К}$ необходимо рассматривать сценарий, при котором Вселенная заполнена ультрарелятивистским веществом. Запишем закон сохранения:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}(\rho + p) = 0 \quad (1.10)$$

В случае термодинамического равновесия вещества во Вселенной его можно упростить следующим образом:

$$\frac{d\rho}{\rho + p} = -3d(\ln a) \quad (1.11)$$

Для радиационно-доминирующей стадии уравнение состояния имеет вид

$$p = \frac{1}{3}\rho \quad (1.12)$$

Тогда уравнение (1.11) дает :

$$\rho = \frac{\text{const}}{a^4} \quad (1.13)$$

Уравнение Фридмана превращается в

$$\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 = \frac{\text{const}}{a^4} \quad (1.14)$$

и имеет решение

$$a(t) = \text{const} \times t^{\frac{1}{2}} \quad (1.15)$$

При этом постоянная Хаббла связана со временем следующим образом:

$$H = \frac{1}{2t}, \quad (1.16)$$

а плотность энергии связана со временем как $\rho \propto t^{-2}$. В термодинамическом равновесии также выполняется соотношение

$$T(t) \approx \frac{\text{const}}{a(t)} \quad (1.17)$$

Размер горизонта в эту эпоху конечен и равен

$$l_H = 2t = \frac{1}{H(t)} \quad (1.18)$$

1.4 Эпоха доминирования вещества

При дальнейшем понижении температуры в определенный момент становится выгодным образование атомов. Таким образом, при относительно низких температурах обычное вещество во Вселенной представляло собой нейтральный газ (в основном содержащий атомы водорода). После эпохи доминирования излучения, при температуре $T = 10^4 \text{К}$ наступила эпоха доминирования нерелятивистской материи. На данном этапе верны следующие соотношения:

$$p = 0 \quad (1.19)$$

$$\rho = \frac{\text{const}}{a^3} \quad (1.20)$$

Решение уравнения Фридмана дает

$$a(t) = \text{const} \times t^{\frac{2}{3}}, \quad (1.21)$$

что в свою очередь приводит к соотношению между возрастом Вселенной и постоянной Хаббла:

$$t = \frac{2}{3H} \quad (1.22)$$

На данном этапе Вселенная будет расширяться, при чем со временем это расширение будет замедляться. Горизонт при этом равен

$$l_H(t) = 3t = \frac{2}{H(t)} \quad (1.23)$$

1.5 Рекомбинация и последнее рассеяние фотонов

Одним из значимых этапов эволюции Вселенной необходимо также рассматривать рекомбинацию-момент перехода вещества из плазменного состояния в газообразное. в момент рекомбинации также произошло последнее рассеяние реликтовых фотонов: до этого момента фотоны интенсивно взаимодействовали с электронами в плазме, а после рекомбинации нейтральный газ становится прозрачным для фотонов. Основной реакцией данной эпохи следует считать реакцию



Температура рекомбинации определяется условием:

$$n_p(T_{rec}) \approx n_H(T_{rec}) \quad (1.25)$$

Другими словами, равновесные концентрации протонов и атомов водорода при данной температуре должны быть равны. Запишем уравнение Саха:

$$X_p + n_B X_p^2 \left(\frac{2\pi}{m_e T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{\Delta H}{T}} = 1, \quad (1.26)$$

где

$$X_p = \frac{n_p}{n_B};$$

$$X_H = \frac{n_H}{n_B};$$

ΔH -энергия связи водорода.

Момент рекомбинации наступает при одновременном выполнении $X_p \sim 1$, $X_H \sim 1$. Решая уравнение Саха, получим в логарифмическом приближении температуру рекомбинации.

В приближении считаем температуру рекомбинации и температуру последнего рассеяния фотонов одинаковой:

$$T_{rec} \approx 3 \times 10^3 \text{K} \quad (1.27)$$

1.6 Барионная асимметрия Вселенной

Современные представления о Вселенной предполагают ее барионную асимметрию, под которой подразумевается отсутствие макроскопического антивещества в количестве, сравнимым с количеством вещества. Тем не менее, при определенных условиях возможна локальная генерация доменов антивещества, вызванная сильной неоднородностью бариосинтеза в малых масштабах. Стандартный механизм бариосинтеза предсказывает барионную асим-

метрию, выраженную как отношение разности плотностей барионов и антибарионов к плотности фотонов [1].

$$\eta = \frac{n_b - n_{\bar{b}}}{n_\gamma} \quad (1.28)$$

Глобально Вселенная заполнена барионным веществом, однако в ней могут существовать локальные области, домены, в которых преобладает антивещество.

Законы сильного и электромагнитного взаимодействия одинаковы для барионов и антибарионов. Из этого можно сделать вывод, что эволюция антиматерии может быть описана аналогично эволюции материи.

Несмотря на это, формирование привычных нам астрономических объектов в домене антибарионов невозможно: в процессе эволюции вещества в область возможно поступление продуктов нуклеосинтеза других звёзд извне. Поскольку продукты нуклеосинтеза внутри антизвезд покидают домен и не могут влиять на его химическую эволюцию, объекты внутри домена должны обладать составом, схожим с первичным химическим составом, образовавшимся при Большом Взрыве. Отсюда следует, что процессы, происходящие внутри регионов антивещества в ходе его эволюции, отличны от тех, которые происходят с веществом. Однако в ранней Вселенной в домене антивещества будут происходить процессы первичного нуклеосинтеза, что ведёт за собой образование антигелия.

2. ПАРАМЕТРЫ ДОМЕНА

В данной главе будет проведена оценка основных параметров, характеризующих домен.

2.1 Масса домена

Поскольку домен состоит из антивещества, при его эволюции происходит аннигиляция на границе домена с горизонтом. Следовательно, для того, чтобы он дожил до современной эпохи, домен должен иметь достаточно большие масштабы. Таким образом, минимальная допустимая масса для домена должна составлять $10^3 M_{\odot}$.

Также необходимо, чтобы гамма фон соответствовал наблюдаемому [2]. Данное ограничение определяет верхнюю границу для массы. Таким образом, получим массовый диапазон:

$$10^3 M_{\odot} \leq M \leq 10^5 M_{\odot}. \quad (2.1)$$

2.2 Плотность домена

Считаем, что рассматриваемый нами домен сформировался до эпохи первичного нуклеосинтеза, а значит не содержал в себе тяжелых элементов. Наличие в домене металлов подразумевало бы взаимодействие с веществом, что привело бы к наблюдаемым гамма-всплескам, вызванным аннигиляцией. Следовательно, домен должен обладать неметаллическостью, что, в свою очередь, накладывает определенные ограничения на его плотность. С одной стороны, домен должен состоять преимущественно из антигелия. С другой-в нем не могут содержаться элементы, начиная с углерода.

Основной характеристикой плотности домена является барион-фотонное отношение или отношение числа (анти)барионов к фотонам. Данная физическая величина позволяет определить массовые доли химических элементов внутри домена.

Для анализа зависимости массовых долей химических элементов от барион-фотонного отношения была использована программа AlterBBN-общедоступная программа на C, вычисляющая содержание элементов, формирующихся в процессе Большого взрыва. В работе была использована подпрограмма alter_eta.x для исследования образования химических элементов при разных значениях параметра η в следующем диапазоне: $1 \times 10^{-17} \div 1 \times 10^{-4}$.

На графиках представлены зависимости массовой доли образующихся элементов от барион-фотонного отношения для следующих элементов: ${}^4\text{He}$ (рис.1), ${}^{12}\text{C}$ (рис.2). По полученным данным можно определить плотностной диапазон, необходимый для существования домена:

$$3 \times 10^{-12} \leq \eta \leq 1 \times 10^{-6} \quad (2.2)$$

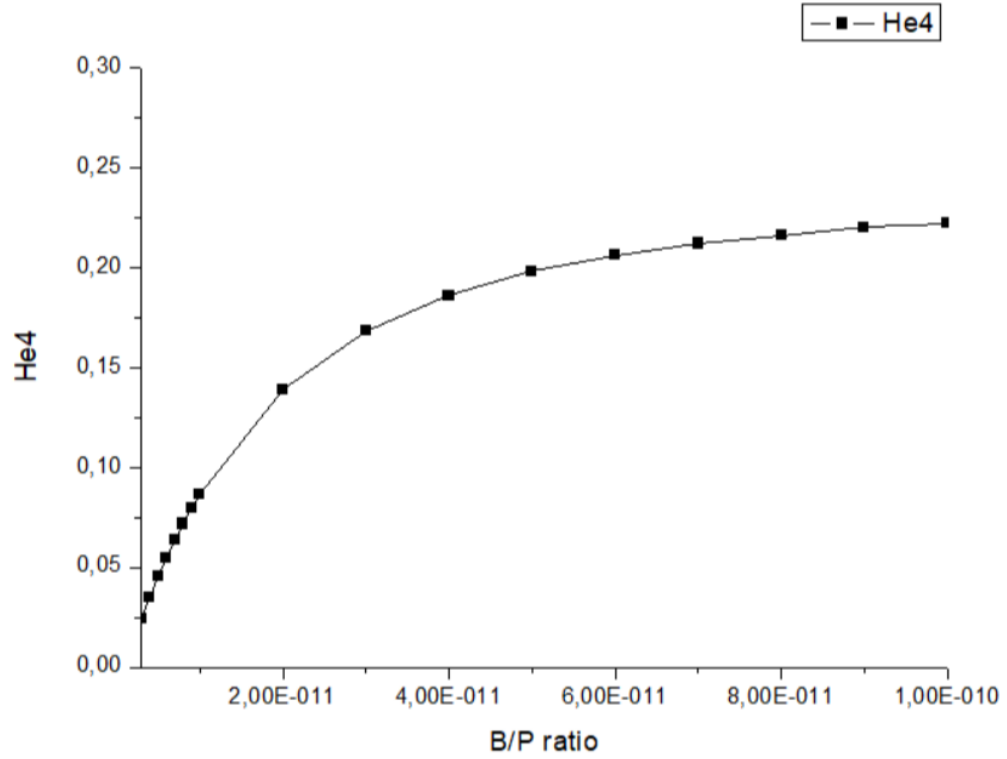


Рисунок 1 — График зависимости массовой доли ${}^4\text{He}$ от барион-фотонного отношения.

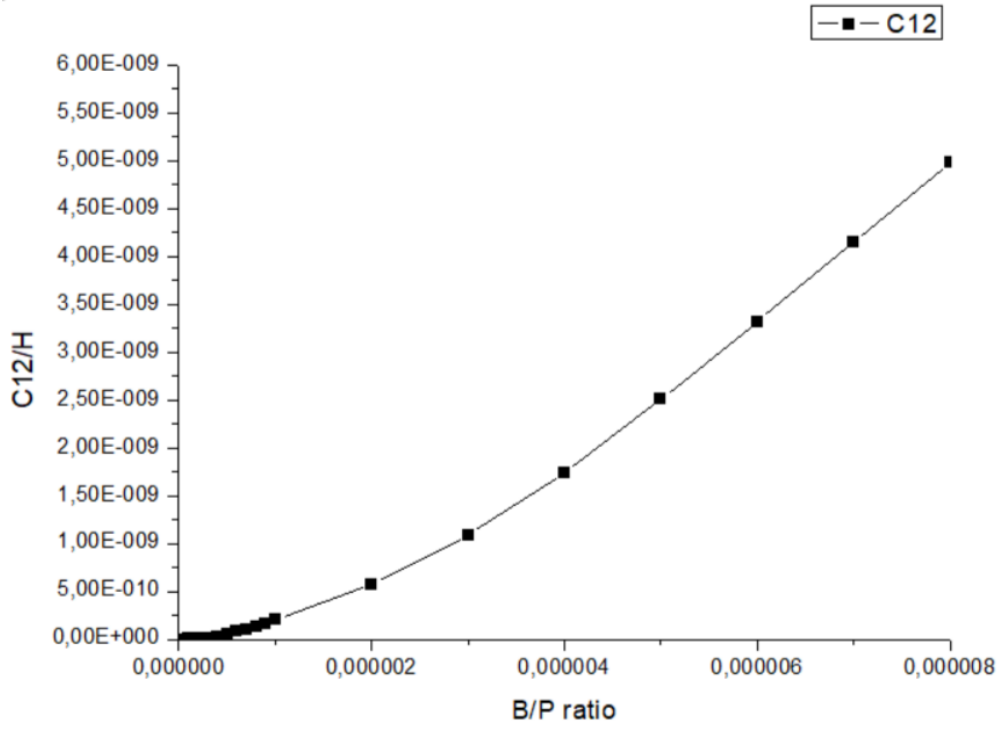


Рисунок 2 — График зависимости массовой доли ^{12}C от барион-фотонного отношения.

2.3 Размер домена

Вычислим в нулевом приближении размер рассматриваемого домена, используя найденные параметры. Будем рассматривать случай сферической симметрии.

$$R = \left(\frac{N}{n} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (2.3)$$

где

$$N = \frac{M}{m_p};$$

$$n = \eta n_\gamma;$$

n_γ -концентрация тепловых фотонов в домене;

Для фотонов, распределение которых подчиняется планковскому спектру, характерна зависимость:

$$n_\gamma \sim T^3 \quad (2.4)$$

Объединяя условия для существования подобного домена, получим оценку для его размера:

$$R = \left(\frac{M}{m_p \eta T^3} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.5)$$

Из полученных оценок видно, что в зависимости от параметров домена, его размер будет по разному соотноситься с размерами горизонта. Отметим однако, что при переходе Вселенной из радиационной эпохи в эпоху доминирования вещества, максимально возможный размер домена будет значительно меньше размеров горизонта, а значит он "войдет" под горизонт в радиационную эпоху.

3. СРАВНЕНИЕ РАЗМЕРА ДОМЕНА С ГОРИЗОНТОМ

Рассмотрим домен, состоящий из антивещества. С учетом сферической симметрии его размер может быть в нулевом приближении описан формулой (2.5). Как было выяснено ранее, в зависимости от параметров домена, он войдет "под горизонт" в разные моменты времени, соответствующие радиационной эпохе Вселенной. Нас будет интересовать численная оценка данного момента.

Напомним, что масса домена заключена в диапазоне $10^3 M_{\odot} \leq M \leq 10^5 M_{\odot}$. Диапазон для барион-фотонного отношения домена: $3 \times 10^{-12} \leq \eta \leq 1 \times 10^{-6}$. Концентрация фотонов прямо пропорциональна температуре в 3 степени $n_{\gamma} \sim T^3$, которая, в свою очередь, в радиационную эпоху связана со временем следующим соотношением:

$$T(K) = \frac{10^{10}}{\sqrt{t(c)}} \quad (3.1)$$

Таким образом, можно выразить общую формулу зависимости размера домена от времени:

$$R = \left(\frac{M t^{\frac{3}{2}}}{m_p \eta 10^{30}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.2)$$

Рассмотрим момент времени, начиная с которого домен становится меньше горизонта. Исходя из наших предположений, это должно произойти в эпоху доминирования ультрарелятивистского вещества, следовательно для оценки размера горизонта необходимо использовать соотношение (1.18). В этом случае должно выполняться следующее неравенство:

$$t \geq \left(\frac{M}{8c^3 m_p \eta 10^{30}} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (3.3)$$

Подставляя граничные значения для массы и барион-фотонного отношения, получим максимальное и минимальное значение времени и соответствующие ему значения температуры, удовлетворяющие неравенству (3.3):

$$t_{min} = 0,3 \times 10^3 \text{с};$$

$$t_{max} = 3.2 \times 10^7 \text{с}.$$

Полученный результат означает, что при $t < 0,3 \times 10^3$ с превышение горизонтом размера домена не возможно. Получим соответствующий диапазон температур:

$$t = t_{min} : T = 5,65 \times 10^8 \text{K} = 49 \text{кэВ} \quad (3.4)$$

$$t = t_{max} : T = 1,76 \times 10^6 \text{K} = 151 \text{эВ} \quad (3.5)$$

Таким образом, максимально возможная температура, начиная с которой размер горизонта может превзойти размер домена равна $T = 5,65 \times 10^8 \text{K}$.

4. ПРОТОН-АНТИПРОТОННАЯ АННИГИЛЯЦИЯ НА ГРАНИЦЕ ДОМЕНА С ГОРИЗОНТОМ.

Поскольку домен состоит из антивещества, нас будут интересовать процессы, происходящие на границе домена, где наблюдается взаимодействие барионов с антибарионами. Данные процессы представляют особый интерес, поскольку будут напрямую влиять на эволюцию домена во времени, а также на его внутреннее химическое строение. В последующих главах будет рассмотрены основные процессы на границе домена, а также внутри него.

Для начала рассмотрим протон-антипротонную аннигиляцию, происходящую на границе домена с горизонтом после того, как домен "заходит" под горизонт. Продуктами данной реакции будут являться нейтральные, а также заряженные пионы [3]. Они, в свою очередь, также будут распадаться, что приведет к образованию разных частиц, проникающих в домен. Рассмотрим основные каналы этих распадов.

4.1 Распад нейтрального пиона.

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma \quad (4.1)$$

При распаде нейтрального пиона, обладающего энергией 135 МэВ, образуется 2 фотона, средняя энергия каждого из которых составляет

$$E_\gamma = 67,5 \text{ МэВ} \quad (4.2)$$

Распределение высокоэнергетичных фотонов по энергиям подчиняется равномерному распределению [6]:

$$E_\gamma \in [\frac{1}{2}E_\pi(1 - \beta), \frac{1}{2}E_\pi(1 + \beta)], \quad (4.3)$$

где

E_π -энергия пиона;

$$\beta = \frac{v}{c},$$

v -скорость пиона.

Поскольку в ходе аннигиляции образуется в среднем 1-3 нейтральных пиона, то среднее количество образующихся фотонов в ходе такой реакции равно[5]:

$$N_\gamma = 3,93 \pm 0,24. \quad (4.4)$$

4.2 Распад заряженных пионов.

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (4.5)$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (4.6)$$

В ходе протон-антипротонной аннигиляции так же возможно образование заряженных пионов. Они, в свою очередь, распадаются на мезоны и (анти)нейтрино. Нас будет интересовать дальнейший распад мезона в электрон или позитрон:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (4.7)$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \quad (4.8)$$

В качестве примера рассмотрим распад отрицательно заряженного пиона (4.6). Будем считать, что пион покоится. В таком случае $p_\pi^* = 0$, $\vec{p}_\mu^* + \vec{p}_\nu^* = 0$. Из закона сохранения импульса получим:

$$p_\pi = p_\mu + p_\nu \quad (4.9)$$

$$m_\pi^2 - 2p_\pi p_\mu + m_\mu^2 = p_\nu^2 \quad (4.10)$$

Выразим энергию мюона в системе покоя пиона:

$$E_\mu^* = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2 - m_\nu^2}{2m_\pi} \quad (4.11)$$

Получим, что после распада мюон приобретает энергию $E_\mu^* = 110 \text{ МэВ}$.

Рассмотрим теперь распад отрицательно заряженного мюона. Распределение электронов, образующихся при распаде отрицательного мюона, будет описываться спектром Мишеля[7]:

$$\frac{d\Gamma}{dE_e} = \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^4 \frac{m_{mu}^2 E^2}{2\hbar(4\pi)^3} \left(1 - \frac{4E}{3m_\mu c^2} \right) \quad (4.12)$$

Форма спектра для позитронов, образующихся при распаде, согласуется с теоретическим описанием и выглядит следующим образом[7]:

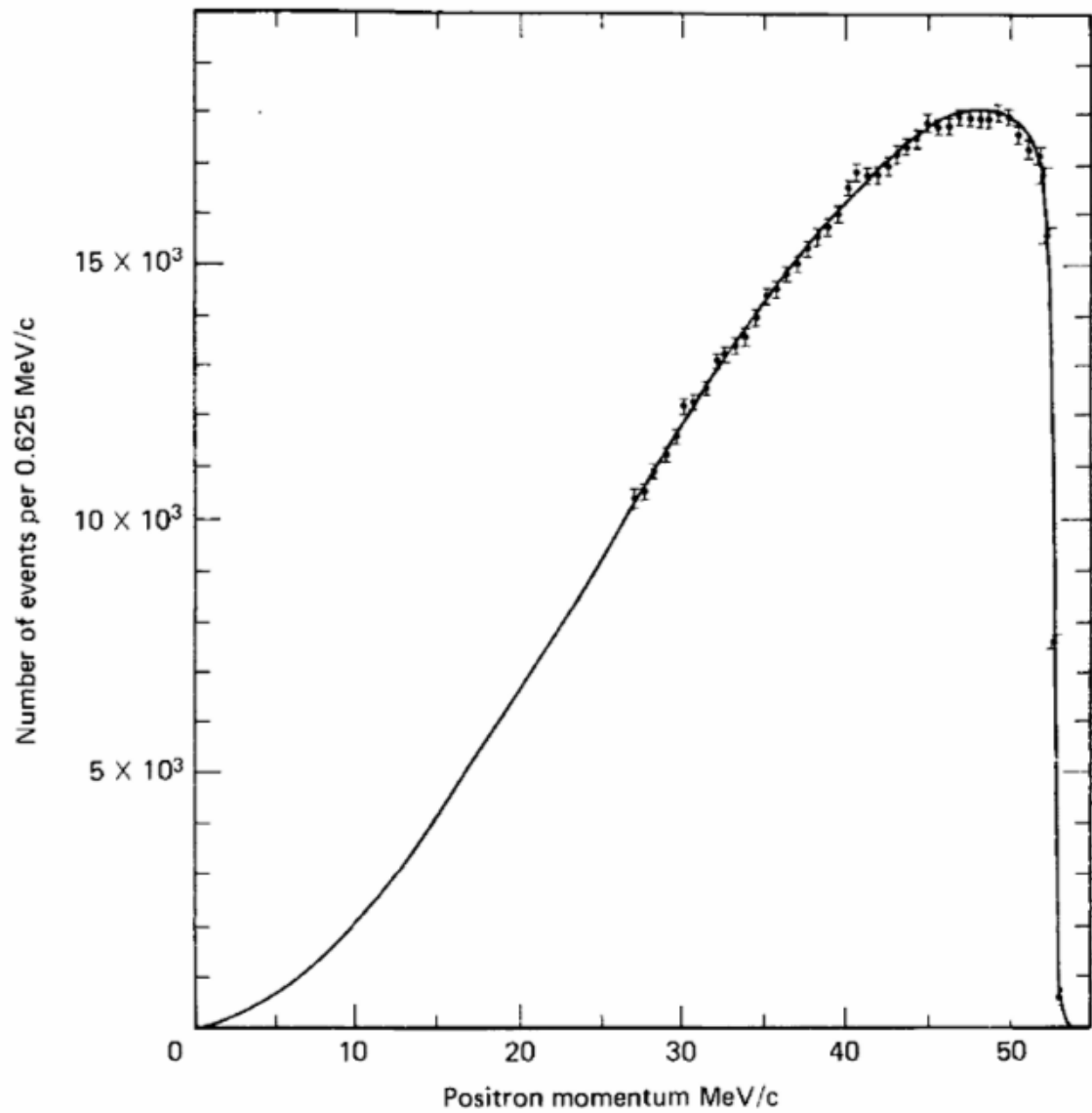


Рисунок 3 — Экспериментальный спектр позитронов.

Средняя энергия для данного спектра составляет[7]

$$\langle E_e \rangle = \frac{m_\mu}{4} \approx 26,4 \text{ МэВ}. \quad (4.13)$$

$$\sigma^2 = \langle E_e^2 \rangle - \langle E_e \rangle^2 = \frac{m_\mu^2}{48} \approx 232,6 \text{ МэВ}^2 \quad (4.14)$$

$$\sigma \approx 15,2 \text{ МэВ} \quad (4.15)$$

Отметим, что спектры для электронов выглядят аналогично. Таким образом, энергия образовавшегося электрона лежит в диапазоне:

$$E_{e^-} \in [11, 42] \text{ МэВ}. \quad (4.16)$$

5. ПРОЦЕССЫ ВНУТРИ ДОМЕНА

Напомним, что рассматриваемый нами домен состоит из антивещества, т.е. содержит внутри себя позитроны. Вследствие рассматриваемых нами процессов внутрь домена будут попадать продукты распада нейтральных и заряженных пионов: высокоэнергетичные фотоны, электроны и позитроны. В связи с этим возможно протекание различных процессов внутри домена. Поскольку размер горизонта начинает превышать размер домена в радиационную эпоху, рассмотрим, что будет происходить внутри домена в этот период времени.

5.1 Образование электрон-позитронной пары.

Проникая в домен, высокоэнергетичные фотоны, образующиеся в результате протон-антипротонной аннигиляции, будут взаимодействовать с тепловым фотоном внутри домена. В результате, возможно образование электрон-позитронных пар.

$$\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+ \quad (5.1)$$

5.1.1 Условие протекания процесса.

Определим условие протекания данного процесса. Рассмотрим встречное движение фотонов. В системе центра масс (где сумма импульсов равна нулю) квадрат инвариантной массы системы двух фотонов равен:

$$s = (E_1 + E_2)^2 - (E_1 - E_2)^2 = 4E_1E_2 \quad (5.2)$$

Условие образования пар:

$$\sqrt{s} \geq 2m_e c^2 \quad (5.3)$$

$$E_1E_2 \geq (m_e c^2)^2 = 0,26 \text{ МэВ}^2 \quad (5.4)$$

Подставляя среднее значение для энергии фотона, образующегося при распаде нейтрального пиона, получим, что тепловой фотон должен обладать энергией $E_2 \geq E_{min} = 3,9 \text{ кэВ}$.

Распределение тепловых фотонов подчиняется распределению Планка. При этом, количество фотонов с определенной энергией определяется следующим образом:

$$\frac{dn_\gamma}{dE} = \frac{8\pi E^2}{(hc)^3 (e^{\frac{E}{kT}} - 1)} \quad (5.5)$$

При $E \gg kT$ формула примет вид:

$$\frac{dn_\gamma}{dE} = \frac{8\pi E^2 e^{\frac{-E}{kT}}}{(hc)^3} \quad (5.6)$$

Данная формула гарантирует наличие отличной от нуля концентрации высокоэнергетичных фотонов.

Доля фотонов с $E_2 \geq 3,9 \text{ кэВ}$ в планковском распределении может быть вычислена следующим образом:

$$n_{\gamma_high} \approx n_\gamma \left(\frac{E_{min}}{kT} \right)^2 e^{\frac{-E_{min}}{kT}}, \quad (5.7)$$

где $n_\gamma \sim T^3$.

Подставляя значения минимальной энергии и температуры, получим, что концентрация высокоэнергетичных фотонов становится незначительной при температуре менее 10^7 К (менее 1%).

При этом, при $T = 10^8 \text{ К}$ доля высокоэнергетичных тепловых фотонов составляет порядка 50%, при $T = 10^7 \text{ К}$ — порядка 22%. Следовательно, в период времени $t \leq 10^6 \text{ с}$ внутри домена возможно образование позитрон-электронных пар.

5.1.2 Сечение взаимодействия.

Вычислим сечение взаимодействие для образования позитрон-электронных пар внутри домена. Взаимодействие двух фотонов описывается формулой Брейта-Уилера для высоких энергий. Заметим, что энергия теплового фотона значительно меньше энергии аннигиляционного фотона. В таком случае наблюдается асимметрия энергии и формула, описывающая сечение реакции будет выглядеть следующим образом [12]:

$$\sigma_{pp} \approx \frac{2\pi\alpha^2}{s} \left[2 \ln \frac{s}{m_e^2} - \frac{3}{2} \right] \approx 2,1 \times 10^{-28} \text{ см}^2, \quad (5.8)$$

где $E_1 \gg E_2$.

5.2 Комптоновское рассеяние.

Помимо образования электрон-позитронных пар внутри домена возможно также комптоновское рассеяние фотона на позитроне. Данный процесс будет преобладающим при $T < 10^7 \text{ К}$.

5.2.1 Энергетические потери.

Изменение энергии после одного комптоновского рассеяния описывается следующим соотношением:

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)} \quad (5.9)$$

Общий вид относительных потерь энергии может быть записан следующим образом:

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = -\epsilon + 4 \frac{kT_e}{m_e c^2} \quad (5.10)$$

Второе слагаемое в данном случае отвечает за тепловое движение позитронов в домене. Однако, поскольку $E_\gamma \gg m_e c^2$, этим слагаемым можно пренебречь. Тогда:

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = -\frac{E_\gamma}{m_e c^2} \quad (5.11)$$

Заметим, что при однократном рассеянии фотон не теряет всю энергию. Определим, сколько рассеяний потребуется для снижения энергии фотона до 1МэВ.

Эволюция распределения фотонов при многократном рассеянии описывается уравнением Компанейца [13]

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^4 \left(\frac{\partial n}{\partial x} + n + n^2 \right) \right], \quad (5.12)$$

где

n -количество фотонов в состоянии с безразмерной энергией x ;

$y = \int \frac{kT_e}{m_e c^2} \sigma_\tau n_p c dt$ -комптоновский параметр.

При $x \gg 1$ решение данного уравнения выглядит следующим образом:

$$n(x, y) \sim x^{-3} e^{-4y} \quad (5.13)$$

Из него следует, что изменение энергии фотонов имеет экспоненциальный характер:

$$E = E_0 e^{-4y} \quad (5.14)$$

Комптоновский параметр связан с количеством рассеяний следующим образом:

$$y = \frac{kT_e}{m_e c^2} N \quad (5.15)$$

Воспользуемся решением:

$$N \approx \frac{m_e c^2}{k T_e} \ln \left(\frac{E_0}{E} \right) \quad (5.16)$$

Для рассматриваемого диапазона температур ($T < 10^7 \text{K}$) количество рассеяний, необходимых для снижения энергии фотона с $E_0 = 67,5 \text{МэВ}$ до $E_N = 1 \text{МэВ}$:

$$N > 2,5 \times 10^3 \quad (5.17)$$

5.2.2 Сечение взаимодействия.

Вычислим теперь сечение взаимодействия данной реакции. По формуле Клейна Нишины:

$$\sigma_{KN} = \sigma_\tau f(x), \quad (5.18)$$

где
 $\sigma_\tau = \frac{8\pi r_e^2}{3} = 6,7 \times 10^{-25} \text{см}^2$ - томпсоновское сечение рассеяния,
 $f(x)$ - поправочный фактор, учитывающий релятивистские эффекты,
 $x = \frac{E}{m_e c^2}$ - безразмерная энергия фотона.

Поправочный фактор определяется следующим выражением:

$$f(x) = \frac{3}{8x} \left(\ln 2x + \frac{1}{2} \right) \quad (5.19)$$

Тогда для среднего значения энергии аннигиляционного фотона $E_\gamma = 67,5 \text{МэВ}$ площадь сечения однократного комптоновского рассеяния в момент совпадения размеров домена и горизонта будет следующей:

$$\sigma_k = 10^{-26} \text{см}^2. \quad (5.20)$$

С понижением энергии фотона значение сечения будет приближаться к томпсоновскому сечению.

С учетом численных решений уравнения Компайнеца, получим [15]:

$$\langle \sigma \rangle = \sigma_\tau \left[1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{m_e c^2}{E_0} \right) \right] \approx 0,5 \sigma_\tau \approx 3,4 \times 10^{-25} \text{см}^2 \quad (5.21)$$

$$\sigma_{eff} = N \langle \sigma \rangle \quad (5.22)$$

Подставляя найденные значения, получим:

$$\sigma_{eff} \geq 8.4 \times 10^{-22} \text{см}^2 \quad (5.23)$$

5.3 Различные сценарии.

Поскольку со временем температура домена понижается, необходимо рассматривать различные сценарии, принимая во внимание все процессы, возможные при заданных условиях.

5.3.1 $T \in [5, 65 \times 10^8, 10^7] \text{К}$.

В данный период возможны следующие процессы:

- образование позитрон-электронных пар при взаимодействии аннигиляционного и теплового фотонов;
- многократное комптоновское рассеяние аннигиляционного фотона на позитроне.

При этом ведущим процессом, влияющим на длину пробега аннигиляционного фотона, можно считать образование пар. Полное сечение взаимодействия для аннигиляционного фотона при данных температуре:

$$\sigma \approx \sigma_{pp} \approx 2,1 \times 10^{-28} \text{см}^2. \quad (5.24)$$

5.3.2 $T \leq 10^7 \text{К}$.

Начиная с момента, когда температура домена становится равной $T = 10^7 \text{К}$ ($t = 10^6 \text{с}$), образование позитрон-электронных пар становится маловероятным даже с учетом высокоэнергетичного хвоста в распределении Планка. В таком случае, внутри домена будет происходить многократное комптоновское рассеяние. Сечение взаимодействия для аннигиляционного фотона в данном случае равно:

$$\sigma = \sigma_k \approx 8.4 \times 10^{-22} \text{см}^2. \quad (5.25)$$

6. ГЛУБИНА ПРОНИКНОВЕНИЯ ФОТОНОВ ВНУТРЬ ДОМЕНА.

Оценим теперь, на какую глубину внутрь домена способны проникать аннигиляционные фотоны. Это, в свою очередь, будет определять область однородности внутри домена.

Глубина проникновения фотонов внутрь домена определяется их длиной пробега, которая может быть вычислена следующим образом:

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma}, \quad (6.1)$$

где

n -концентрация позитронов/тепловых фотонов в домене,
 σ -сечение взаимодействия.

6.1 Образование позитрон-электронных пар.

Поскольку $n_\gamma \sim T^3$, то длина пробега аннигиляционных фотонов до образования позитрон-электронной пары при взаимодействии с тепловым фотоном определяется соотношением:

$$\lambda_{pp} = \frac{1}{T^3 \sigma_{pp}} \quad (6.2)$$

Поскольку образование пар возможно при $T \geq 10^7$, то получим диапазон для длины пробега:

$$2 \times 10^2 \text{ см} \leq \lambda_{pp} \leq 5 \times 10^6 \text{ см}. \quad (6.3)$$

6.2 Комптоновское рассеяние.

Определим концентрацию позитронов в домене, на которых возможно рассеяние. Данная оценка является призывательной, т.к в ней игнорируется изменение концентрации позитронов на границе домена с течением времени в связи с аннигиляцией барионов с антибарионами.

$$n_p = \frac{\rho Z}{m_p}, \quad (6.4)$$

где

$Z=1$ -среднее число электронов на нуклон для домена, состоящего преимущественно из антиводорода и антигелия.

$$\rho = n_\gamma \eta m_p = T^3 \eta m_p \quad (6.5)$$

Таким образом, длина пробега аннигиляционного фотона, соответствующая многократному комптоновскому рассеянию, равна:

$$\lambda_k = \frac{1}{T^3 \eta Z \sigma_{eff}} \quad (6.6)$$

Оценим основные значения для $T = 10^7 \text{K}$, $\sigma_{eff} = 8.4 \times 10^{-22} \text{ см}^2$:

$\eta = 3 \times 10^{-12} : \lambda_k = 4 \times 10^{11} \text{ см};$

$\eta = 1 \times 10^{-6} : \lambda_k = 3 \times 10^5 \text{ см}.$

7. СРАВНЕНИЕ ДЛИНЫ ПРОБЕГА С РАЗМЕРАМИ ДОМЕНА.

Выше была проведена оценка глубины проникновения фотонов внутрь домена. Пользуясь этой величиной, можно провести сравнение размеров домена и области, внутри которой возможно протекание рассмотренных выше процессов. Нас будет интересовать сценарий, при котором внутри домена остается однородная область, не подверженная данным реакциям. Исходя из этих предположений, получим условия для реализации подобного сценария. Предполагая сферическую симметрию, запишем следующее неравенство:

$$\lambda < R. \quad (7.1)$$

7.1 Образование позитрон-электронных пар.

Поскольку образование позитрон-электронных пар возможно только при температурах $T \geq 10^7 \text{K}$, то определим размер домена в период времени $0,3 \times 10^3 \leq t \leq 10^6 \text{с}$:

$$R_{min} \approx 10^{13} \text{см};$$

$$R_{max} \approx 10^{17} \text{см}.$$

Сравнивая с возможным диапазоном для длины пробега $10 \leq \lambda_{pp} \leq 10^5 \text{см}$, можно сделать вывод, что в любой момент времени в рассматриваемом интервале глубина проникновения аннигиляционных фотонов значительно меньше размеров домена.

Таким образом, в силу высокой концентрации тепловых фотонов в радиационную эру, взаимодействие теплового и аннигиляционного фотонов будет происходить близко к границе домена. При этом, всегда будет существовать однородная область внутри домена, где образование пар происходит не будет.

7.2 Комptonовское рассеяние.

Т.к. комptonовское рассеяние возможно при любой температуре, неравенство, связывающее длину пробега с размером домена, будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{1}{T^3 \eta Z \sigma_{eff}} < R \quad (7.2)$$

Пользуясь связью времени с температурой и выведенной ранее формулой, определяющей размер домена, получим:

$$t < \frac{Z10^{20}\sigma_{eff}\eta^{\frac{2}{3}}M^{\frac{1}{3}}}{m_p^{\frac{1}{3}}} \quad (7.3)$$

Учтем так же условие на доминирование комптоновского рассеяния:

$$\begin{cases} t > 10^6 \text{с} \\ t < \frac{Z10^{20}\sigma_{eff}\eta^{\frac{2}{3}}M^{\frac{1}{3}}}{m_p^{\frac{1}{3}}} \approx \eta^{\frac{2}{3}}M^{\frac{1}{3}} \times 7 \times 10^6 \text{с} \end{cases}$$

Для минимальных значений плотности и массы:

$$t \in (10^6, 1.8 \times 10^{10}) \text{ с} \quad (7.4)$$

Для максимальных значений плотности и массы:

$$t \in (10^6, 4 \times 10^{14}) \text{ с} \quad (7.5)$$

Отметим однако, что данные зависимости верны только для радиационной эпохи, а значит необходимо также наложить условие на время, определяющее границу данной эры $t \leq 10^{13} \text{с}$.

8. ДИФФУЗИЯ.

Поскольку как было предположено ранее, с определенного момента времени размер домена не превосходит размер горизонта, на их границе образуется тонкий слой, где происходит аннигиляция. При этом, барионы и антибарионы будут диффундировать к границе раздела домена с горизонтом, что, в свою очередь, будет определять характер эволюции домена во времени. В данной главе будут рассмотрены процессы диффузии в разные моменты времени.

Рассмотрим модифицированное уравнение Фика, описывающее процесс диффузии:

$$\frac{\partial n_b}{\partial t} = D(t) \frac{\partial^2 n_b}{\partial x^2} - \alpha n_b \quad (8.1)$$

Последнее слагаемое в данном уравнении учитывает расширение Вселенной.

Коэффициент диффузии $D(t)$ при этом может быть найден по следующему соотношению:

$$D(t) = \frac{1}{3} \lambda v \quad (8.2)$$

где

λ -длина свободного пробега частиц;

v -скорость частиц.

Длина свободного пробега может быть определена по формуле (6.1). Для этого необходимо оценить концентрацию частиц, участвующих во взаимодействии, и площадь сечения для соответствующих процессов. Таким образом, формула, описывающая коэффициент диффузии, примет следующий вид:

$$D(t) = \frac{1}{3} \frac{1}{n\sigma} v \quad (8.3)$$

Оценим этот коэффициент для различных эпох эволюции Вселенной.

8.1 Радиационно-доминированная эпоха

Диффузия (анти)барионов к границе будет описываться их подвижностью. Поскольку радиационная эпоха характеризуется высокой концентрацией фотонов, именно их взаимодействие с релятивистским веществом будет вносить наибольший вклад в характер движения частиц. Т.к сечение взаимодействия протонов с фотонами значительно меньше сечения взаимодействия

электронов с фотонами, то в качестве ключевого процесса, влияющего на диффузию, необходимо рассматривать упругое рассеяние электронов на фотонах:

$$\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^- \quad (8.4)$$

Поскольку процесс диффузии рассматривается на радиационной стадии, то скорость частиц в данном случае будет равняться скорости света: $v = c$.

Концентрация в радиационную эру связана с масштабным фактором следующим соотношением:

$$n_e \propto a(t)^{-3} \quad (8.5)$$

С учетом соотношения между давлением и плотностью, задаваемым уравнением состояния, масштабный фактор связан со температурой как $a(t) \propto T^{-1}$, то получим:

$$D(t) \propto \frac{c}{\sigma_{sc} T^3} \quad (8.6)$$

Сечение взаимодействие данного процесса может быть выполнено по формуле Клейна-Нишины (5.2.2) с учетом релятивистских поправок

$$\sigma_{sc} = \sigma_{\tau} f(x), \quad (8.7)$$

$$f(x) = \frac{3}{8 \frac{E_{\gamma}}{m_e c^2}} \left(\ln 2 \frac{E_{\gamma}}{m_e c^2} + \frac{1}{2} \right) \quad (8.8)$$

Поскольку фотоны подчиняются распределению Планка, их средняя энергия равна

$$\langle E_{\gamma} \rangle \approx 3kT \quad (8.9)$$

При этом на температуру будут наложены некоторые ограничения. Нижний предел температуры обусловлен завершением радиационной эпохи Вселенной. Верхний же предел был получен ранее из предположений, что в данную эпоху домен обязан "зайти" под горизонт. Следовательно, $T \in [10^4, 10^8] \text{K}$.

После подстановки найденных зависимостей получим формулу для оценки коэффициента диффузии:

$$D_{RD}(t) \propto \frac{c}{\sigma_{\tau} f(x) T^3} = \frac{ct^{\frac{3}{2}}}{\sigma_{\tau} f(x) 10^{30}} \propto \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\sigma_{\tau} f(x)} \quad (8.10)$$

При этом заметим, что электроны/позитроны могут взаимодействовать как с аннигиляционными, так и с тепловыми фотонами. Соответственно, при высоких температурах становится вероятным процесс многократного рассеяния до потери фотоном большей части энергии. С понижением температуры данный сценарий становится маловероятным. Таким образом, для оценки сечения взаимодействия необходимо пользоваться полученной ранее формулой для эффективного сечения рассеяния (5.23), которая при низких температурах будет принимать значение $\sigma_{eff} = \sigma_\tau$. В конечном итоге, получим формулу для коэффициента диффузии:

$$D_{RD}(t) \propto \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\sigma_{eff}} \propto t^{\frac{3}{2}} \quad (8.11)$$

8.2 Эпоха доминирования вещества

При температуре $T = 10^4\text{K}$ во Вселенной наступает эпоха доминирования вещества. При этом, меняются основные характерные зависимости. В эпоху доминирования вещества плотность числа частиц ведет себя аналогично радиационной эпохе ($n_e \propto a(t)^{-3}$), однако связь масштабного фактора со временем выглядит по-другому:

$$a(t) \propto t^{\frac{2}{3}} \quad (8.12)$$

Стоит отметить, что даже для эпохи доминирования вещества необходимо рассматривать различные сценарии в зависимости от температуры. Границей, в данном случае, будет служить последнее рассеяние фотонов или момент рекомбинации, после которого характер процессов меняется. Рекомбинация наступила при температуре $T = 3 \times 10^3\text{K}$.

8.2.1 До рекомбинации

До наступления рекомбинации Вселенная все еще заполнена сильно ионизированной плазмой, поэтому рассуждения о процессах, происходящих в радиационно доминированную эпоху, могут перенесены и на этот период времени. Воспользуемся известными зависимостями для оценки коэффициента диффузии. Подставим в формулу (8.3):

$$D_{MD}(t) \propto \frac{1}{3} t^2 v \frac{1}{\sigma} \quad (8.13)$$

При этом, скорость частиц уже не сопоставима со скоростью света и зависит от температуры, а движение может быть описано как тепловое:

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (8.14)$$

До наступления рекомбинации доминирующим процессом все так же необходимо считать комптоновское рассеяние. Однако при низких температурах данный процесс будет однократным и без заметных потерь энергии. Следовательно, сечение взаимодействия будет равно томпсоновскому сечению $\sigma = \sigma_\tau$.

$$D_{MD} \propto \frac{1}{3} t^2 \sqrt{\frac{3kT}{m}} \frac{1}{\sigma} \quad (8.15)$$

С учетом упомянутых зависимостей:

$$D_{DM}(t) \propto \frac{t^{\frac{5}{3}}}{\sigma_\tau} \propto t^{\frac{5}{3}} \quad (8.16)$$

8.2.2 После рекомбинации.

При температуре $T = T_{rec} = 3 \times 10^3 \text{K} \approx 0,3 \text{эВ}$ наступает момент рекомбинации: происходит переход от ионизированной плазмы к нейтральным атомам (преимущественно водорода). Вместе с тем, Вселенная становится прозрачной для излучения. Доминирующим процессом, характеризующим диффузию, для данной эпохи все также необходимо считать комптоновское рассеяние фотонов. Этот процесс приводит к рассеянию фотонов до более высоких энергий. В результате этого, поток фотонов будет нагревать и ионизировать материю в течение всего рассматриваемого периода времени. Помимо этого, часть аннигиляционных электронов будет терять долю своей энергии при рассеянии на окружающих электронах. Этот процесс будет приводить к нагреву рассматриваемого потока, вследствие чего скорость аннигиляции будет увеличиваться. Согласно [16], необходимо рассматривать следующие области:

- А-область аннигиляции материи с антиматерией;
- D-область истощения, внутри которой наблюдается пониженная плотность;
- L-область нагрева, в которой электроны, образующиеся в результате нейтрализации, непосредственно передают энергию потоку.

Аннигиляция происходит вблизи границы домена и в пределах области истощения, которая, в свою очередь, значительно меньше области нагрева. Т.е мы имеем дело с условием $A \ll D \ll L$. Эта иерархия расстояний позволяет нам рассматривать поток как одномерный.

Среди продуктов аннигиляции необходимо рассматривать фотоны, (анти)протоны и электроны/позитроны. Зарядовая нейтральность космического вещества требует, чтобы концентрация электронов и протонов совпадала. Это будет выполняться везде кроме области, в которой происходит аннигиляция, т.е. на границе домена с горизонтом. Следовательно, можем считать, что плотность массы вещества оценивается следующим образом:

$$\rho = m_p n_p + m_e n_e \quad (8.17)$$

Поток материи может быть описан законами сохранения. При этом будем использовать уравнения, описывающие нерелятивистский идеальный газ. Уравнения, описывающие движение вещества, представляют собой законы сохранения числа частиц, импульса и энергии. При этом, они должны учитывать следующие явления:

- уменьшение массы, импульса и энергии "газа" в результате аннигиляции;
- влияние космического излучения на импульс и энергию "газа";
- влияние продуктов аннигиляции на импульс и энергию жидкости;
- расширение Вселенной.

Запишем уравнения, описывающие поток вещества [16]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + 3\frac{\dot{a}}{a}\rho + \frac{1}{a}\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = -\Gamma_{ann}\rho, \quad (8.18)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + 4\frac{\dot{a}}{a}\rho v + \frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial x}[\rho v^2 + p] = -\Gamma_{ann}\rho v - \frac{4}{3}\sigma_\tau \frac{u_\gamma}{m_p c}\rho v \quad (8.19)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + 5\frac{\dot{a}}{a}\epsilon + \frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial x}[(\epsilon + p)v] = \Gamma_{ann}\epsilon - \frac{4}{3}\sigma_\tau \frac{u_\gamma}{m_e c}\left(\frac{3p}{2} - \frac{3\rho T_\gamma}{m_p}\right) + H_\epsilon, \quad (8.20)$$

где

$\Gamma_{ann} = \langle \sigma_{ann} v \rangle \bar{n}_p$ -скорость аннигиляции (минус в уравнении характеризует уменьшение плотности возмущения барионов со временем);

u_γ -плотность энергии реликтового излучения

Таким образом, уравнения (8.18), (8.19), (8.20) описывают взаимодействие границы домена с барионной материей. При этом, на рассматриваемых расстояниях влияние электронов будет доминирующим.

Количество реакций аннигиляции, происходящих в единицу времени и на единицу площади может быть выражена следующим образом:

$$J = \int \langle \sigma_{ann} v_{p\bar{p}} \rangle n_p n_{\bar{p}} R dx \quad (8.21)$$

Ширина аннигиляционной зоны может быть оценена как [16]

$$A \sim \frac{J}{\langle \sigma_{p\bar{p}} v \rangle n_\infty^2}, \quad (8.22)$$

где n_∞ -плотность фотонов на бесконечно далеком расстоянии.

Как и при рассмотрении более ранних эпох, зададимся задачей оценки коэффициента диффузии. Качественно проанализируем уравнения, описывающие "газ". Поскольку скорость аннигиляции Γ_{ann} значительно превышает скорость расширения, то в приближении можем считать, ширина области, в которой происходит аннигиляция, будет стремиться к нулю, и слагаемые, отвечающие за аннигиляцию, могут быть заменены условием для границы раздела материи и антиматерии. Скорость аннигиляции за единицу времени в единицу площади будет определяться потоком протонов на границе раздела:

$$J \approx \frac{\rho(x, t)}{m_p} v(x, t)|_{x=0} \quad (8.23)$$

Коэффициент диффузии при этом можно оценить следующим образом[16]

$$D_{MD}(t) = \frac{45}{4\pi^2 \sigma_\tau T^3} \propto \frac{1}{\sigma T_\gamma^3} \propto \frac{t^2}{\sigma_\tau} \propto t^2 \times 10^{24} \quad (8.24)$$

Решение полученных уравнений дает оценку скорости аннигиляции J:

$$J \approx n_\infty(t) \sqrt{\frac{5D_{MD}}{3\pi t}} \propto n_\infty(t) \times t^{\frac{1}{2}} \times 7 \times 10^{11} \quad (8.25)$$

Для более точной оценки, авторами статьи было получено численное решение уравнений, в результате которого была найдена зависимость скорости аннигиляции от красного смещения.

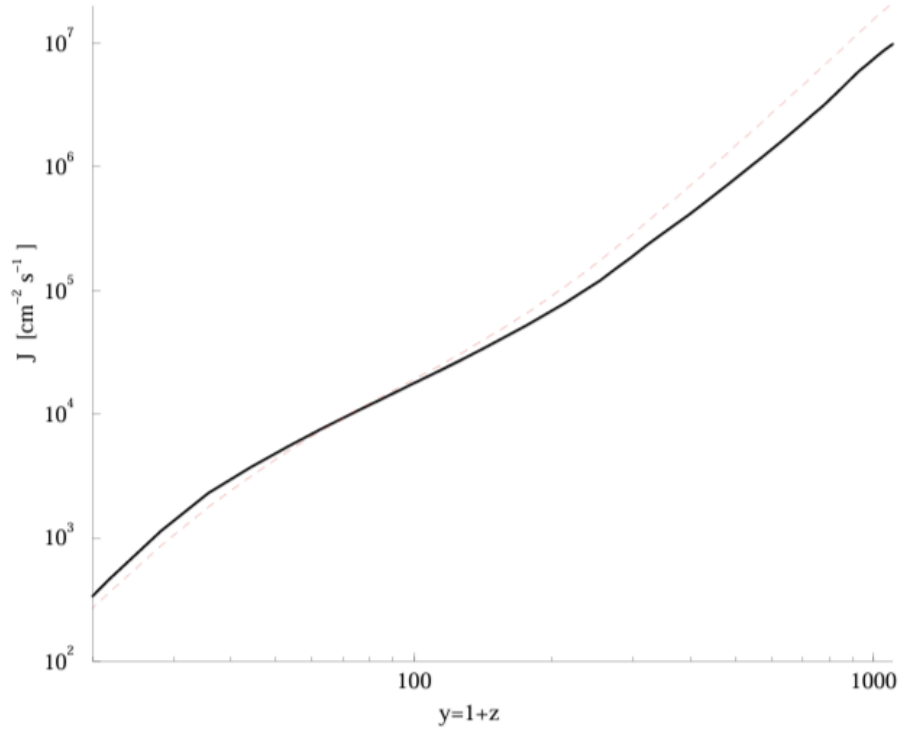


Рисунок 4 — Зависимость скорости аннигиляции от красного смещения.

В дальнейшем нам также будет полезна оценка длины диффузии-расстояния, на которое диффундирует вещество за время t :

$$l_{diff} \sim \sqrt{D_{MD}t} \quad (8.26)$$

Данная формула следует из уравнения Фика.

9. ИОНИЗАЦИЯ ВЕЩЕСТВА

9.1 Степень ионизации.

Как уже было упомянуто, поток фотонов, образующийся в результате аннигиляции, будет нагревать и ионизировать материю. Таким образом, возможна реакция:



В случае, если степень ионизации материи достаточно велика, ее необходимо учитывать для описания эволюции домена. Воспользуемся полученными зависимостями для оценки степени ионизации. Запишем условие равновесия ионизации и рекомбинации в плазме:

$$G = \alpha_B(T) \cdot n_p \cdot n_e, \quad (9.2)$$

где

$\alpha_B(T) = 2,6 \times 10^{-13} \left(\frac{T}{10^4}\right)^{0,75}$ -коэффициент рекомбинации в плазме;

G-скорость образования ион-электронных пар, в данном случае равная

$$G = NR_{ann}. \quad (9.3)$$

N в представленной формуле означает количество ион-электронных пар, создаваемых в результате одного акта ионизации.

Ранее нами была получена величина J, характеризующая количество актов аннигиляции в единицу времени на единицу площади. Однако в рассматриваемой задаче мы имеем дело с объемным слоем внутри домена, в котором будет происходить ионизация. С учетом этого выражение для описания скорости аннигиляции примет следующий вид:

$$R_{ann} = \frac{J}{l_{diff}} \exp\left(-\frac{x}{l_{diff}}\right) \quad (9.4)$$

Количество ион-электронных пар, создаваемых в результате одного акта ионизации:

$$N = \frac{E_{ann}}{w_i}, \quad (9.5)$$

где

$E_{ann} \approx 2\text{ГэВ}$ -полная энергия, выделяющаяся при одном акте аннигиляции протона и антипротона;

$w_i \approx 36\text{эВ}$ -средняя энергия на создание одной пары.
Таким образом,

$$N \approx 6 \times 10^7 \quad (9.6)$$

Рассмотрим процесс ионизации в конкретной точке. В условия электронной-тральности плазмы:

$$n_e = x_e \cdot n_p \quad (9.7)$$

Следовательно формула (9.2) может быть модифицирована до вида

$$G = \alpha_B(T) x_e n_p^2 \quad (9.8)$$

Тогда, исходя из данной формулы, может быть получена степень ионизации плазмы:

$$x_e = \sqrt{\frac{N R_{ann}}{\alpha_B n_p^2}}, \quad (9.9)$$

Теперь определим концентрацию (анти)протонов в рассматриваемой области. Поскольку на границе домена большой вклад вносит процесс диффузии, концентрация (анти)протонов будет напрямую зависеть от коэффициента диффузии:

$$n_p(x) = n_{p,MD} \exp\left(-\frac{x}{l_{diff}}\right), \quad (9.10)$$

$$n_{p,MD} = 2.5 \times 10^{-7} \times \left(\frac{T}{T_0}\right)^3 \quad (9.11)$$

Тогда на полной длине свободного пробега средняя концентрация антипротонов будет равна

$$\langle n_p \rangle = n_{p,MD} \frac{l_{diff}}{\lambda} \left[1 - \exp\left(-\frac{\lambda}{l_{diff}}\right)\right] \approx n_{p,MD} \frac{l_{diff}}{\lambda} \left(1 - \frac{\lambda}{l_{diff}}\right) \quad (9.12)$$

Произведем оценку этой физической величины для объемного случая. Для более точной оценки проведем нормировку на источник. Получим

$$\langle x_e \rangle_{src} = \frac{\int_0^\lambda x_e(x) R_{ann} dx}{\int_0^\lambda R_{ann} dx} = \frac{\int_0^\lambda \sqrt{\frac{N R_{ann}}{\alpha_B(T) \langle n_p \rangle^2}} R_{ann} dx}{\int_0^\lambda R_{ann} dx}, \quad (9.13)$$

где λ -длина свободного пробега.

9.2 Размер области ионизации.

Как упоминалось ранее, при рассмотрении процесса ионизации в приграничном слое, имеем дело в пространственной области, внутри которой будет происходить аннигиляция. Размер этой области определяется длиной диффузии l_{diff} и глубиной проникновения аннигиляционных фотонов внутрь домена до взаимодействия с атомами водорода.

$$l_{diff} = \sqrt{Dt_{diff}} \quad (9.14)$$

Под t в данном случае подразумевается время жизни протона/антипротона. Другими словами-это интервал времени до момента, когда антипротон достигнет границы и провзаимодействует с протоном. Данное значение может быть определено по сечению реакции аннигиляции:

$$t_{diff} = \frac{1}{\Gamma} = \frac{1}{nv\sigma_{ann}}, \quad (9.15)$$

где σ_{ann} может быть найдена экспериментально [3].

Скорость протонов для этой эпохи будет равна тепловой, а концентрация протонов связана с барион-фотонным отношением. Следовательно, можно получить итоговую формулу:

$$t_{diff} = \sqrt{\frac{m}{3k}} \frac{T^{-\frac{7}{2}}}{\eta\sigma_0} = \sqrt{\frac{m}{3k}} \left(\frac{5 \times 10^{17}}{t} \right)^{-\frac{7}{3}} \frac{1}{\eta\sigma_0} \quad (9.16)$$

Оценим также ширину ионизируемой области. В данном случае, глубина пробега может быть определена по следующей формуле:

$$\lambda = \frac{1}{n_H \sigma_{ion}} \quad (9.17)$$

При этом концентрация атомов водорода после рекомбинации становится в приближении равно концентрации барионов, т.е протонов. Формула для оценки данной величины мы получили выше. В рассматриваемом нами случае необходимо брать сечение фотоионизации, которое будет зависеть от красного смещения [16]:

$$\sigma_{ion} \approx 1,4 \times 10^{-13} \sqrt{\frac{1100}{1+z}} \text{ см}^2 \quad (9.18)$$

Пользуясь связью красного смещения, получим:

$$\sigma_{ion} \approx 1,4 \times 10^{-13} \sqrt{\frac{T_0 1100}{T}} \text{ см}^2 \quad (9.19)$$

После подстановки всех полученных зависимостей в формулу (9.20) можно оценить степень ионизации антивещества в приграничной области домена.

9.3 Численная оценка полученного результата

Благодаря проведенным выше рассуждениям была получена формула, позволяющая оценить степень ионизации антивещества в приграничном слое в домене. Для оценки вклада ионизации в эволюцию домена, необходимо проверить, действительно ли степень ионизации плазмы значительно превышает 1.

Напомним формулу для оценки степени ионизации и вычислим все основные параметры:

$$\langle x_e \rangle_{\text{src}} = \frac{\int_0^\lambda \sqrt{\frac{NR_{ann}}{\alpha_B(T) < n_p >^2}} R_{ann} dx}{\int_0^\lambda R_{ann} dx}, \quad (9.20)$$

Вычислим каждый из интегралов в отдельности. Для интеграла в числителе получим:

$$\begin{aligned} \int_0^\lambda \sqrt{\frac{NR_{ann}}{\alpha_B(T) < n_p >^2}} R_{ann} dx &= \int_0^\lambda \sqrt{\frac{N}{\alpha_B(T) < n_p >^2}} R_{ann}^{\frac{3}{2}} dx = \\ &= \int_0^\lambda \sqrt{\frac{N}{\alpha_B(T) < n_p >^2}} \frac{J^{\frac{3}{2}}}{l_{diff}^{\frac{3}{2}}} \exp\left(\frac{-3x}{2l_{diff}}\right) dx = \\ &= \sqrt{\frac{N}{\alpha_B(T) < n_p >^2}} \frac{J^{\frac{3}{2}}}{l_{diff}^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{-2l_{diff}}{3}\right) \left[\exp\left(\frac{-3\lambda}{2l_{diff}}\right) - 1\right] \end{aligned} \quad (9.21)$$

Теперь рассмотрим интеграл в знаменателе:

$$\int_0^\lambda R_{ann} dx = \int_0^\lambda \frac{J}{l_{diff}} \exp\left(\frac{-x}{l_{diff}}\right) dx = -J \left[\exp\left(\frac{-\lambda}{l_{diff}}\right) - 1\right] \quad (9.22)$$

По формуле (9.6)

$$N \approx 6 \times 10^7$$

Определим размеры области, а именно длину диффузии и глубину пробега, которые связаны между собой.

$$\begin{cases} \lambda = \frac{1}{< n_p > \sigma_{ion}} \\ < n_p > = n_{p,MD} \left(\frac{l_{diff}}{\lambda} - 1\right) \end{cases} \quad (9.23)$$

Сравнивая числитель и знаменатель в формуле (9.20), получим, что их отношение определяется плотностью домена и температурой. Анализируя данную

зависимость, получим, что полученное отношение значительно превышает 1 при любых значениях плотности и температуры. Следовательно, в приграничном слое домена мы будем иметь дело с полностью ионизированной плазмой с характерным избытком позитронов.

10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы был изучен процесс диффузии на границе домена анти-материи с горизонтом в различные эпохи эволюции Вселенной. Была оценена зависимость коэффициента диффузии от времени.

В случае эпохи доминирования вещества также был рассмотрен процесс ионизации вещества в приграничной зоне домена. Была получена формула для оценки степени ионизации антивещества в приграничной области домена. Было выяснено, что при любых параметрах домена и при любой температуре степень ионизации значительно превышает 1, что свидетельствует о наличии высокоионизированной плазмы вблизи границы домена с характерным избытком позитронов.

В дальнейшем планируется более качественное описание эволюции домена с учетом высокой степени ионизации антивещества в приграничной области.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] М.Ю.Хлопов. Основы космомикрoфизики.-2011.
- [2] T.M. Kneiske. Gamma-Ray Background: A Review.-2001. arXiv:0707.2915
- [3] *Yu.A. Golubkova, M.Yu. Khlopov* Diffuse Gamma Flux from Antiproton Annihilation in Our Galaxy.-1999.-arXiv:astro-ph/9911058v1
- [4] Z. Phys. C - Particles and Fields 35, 15-19 (1987)
- [5] А.Д.Долгов, Я.Б.Зельдович, М.В.Сажин. Космология ранней Вселенной.-1988.
- [6] G.Cowan.Statistical Data Analysis.-1979.-
- [7] D.Griffiths.Introduction to elementary particles.-1987.
- [8] M.Yu.Khlopov, S.G.Rubin. Cosmological Pattern of Microphysics in Inflationary Universe.-2010.
- [9] Perkins D.H. Introduction to High Energy Physics.-2000.
- [10] P. Marigo, L. Girardi,C.Chiosi, and P. R. Wood. Zero-metallicity stars.-2001.- DOI: 10.1051/0004-6361:20010309.
- [11] *Meador-Woodruff A., Huterer D.* BBN-simple: How to Bake a Universe-Sized Cake.- 2024. - arXiv:2412.07893.
- [12] E.M. Lifshits, L.P. Pitaevskii.Quantum Electrodynamics.-1982.
- [13] G.B.Rybicki, A.P.Lightman. Radiative processes in astrophysics.-1979.
- [14] *Dolgov A.D.* Antistars in the Galaxy.-2022.- DOI:10.3103/S0027134922020308.
- [15] Chandrasekhar, S. Subrahmanyam. Radiative Transfer-1910.
- [16] *A.G. Cohen, A. De Rújula, S.L. Glashow* A matter-antimatter Universe?- 1998.- arXiv:astro-ph/9707087