

Министерство науки и высшего образования Российской
Федерации Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет
«МИФИ»»

УДК 539.165.2

Отчёт
о научно-исследовательской работе
"Исследование ядерного взаимодействия
темных атомов с атомами вещества"

Научный руководитель
д.ф.-м.н, проф.

Хлопов М. Ю.

Научный консультант

Сопин Д.О.

Студентка

Байкова С.Ф

Москва 2025

Содержание

1	Введение	2
2	Расчет среднего сечения реакции $\langle\sigma v\rangle$	3
2.0.1	Случай кулоновского отталкивания	3
2.0.2	Случай кулоновского притяжения	4
3	Вычисление среднего сечения реакции $\langle\sigma v\rangle_X$ для тёмного атома	5
4	Среднее сечение реакции $\langle\sigma v\rangle$ темного атома Xd и протона	6
5	Среднее сечение реакции $\langle\sigma v\rangle$ темного атома X^3He и 3He	9
6	Среднее сечение реакции $\langle\sigma v\rangle$ темного атома X^3He и α частицы.	12
7	Заключение	15

1 Введение

Одной из фундаментальных нерешённых проблем современной физики элементарных частиц остается природа темной материи. Темная материя или скрытая масса составляет 26 процентов от полной энергетической плотности Вселенной, но её природа остаётся неизвестной.

В рамках нашего исследования мы предполагаем, что частицами-переносчиками темной материи выступают тёмные атомы. Будем считать, что темный атом состоит из тяжелой, небарионной, частицы с зарядом $-2n$, $n=1,2,3\dots$, которая может взаимодействовать с заряженными частицами материи Кулоновским взаимодействием.

Целью данной работы является описание взаимодействия темных атомов с атомами вещества в случае ядерного слияния при высоких температурах, а также нахождение скорости следующих реакций $X_d + p$, $X^3He + ^3He$ и $X^3He + \alpha$. Ядерные взаимодействия между темными атомами и атомами вещества не были учтены при расчетах.

2 Расчет среднего сечения реакции $\langle \sigma v \rangle$

Будем считать, что сечение реакции пропорционально квадрату модуля волновой функции в нуле:

$$\sigma(v) = \sigma_0 \cdot |\psi^{(+)}(0)|^2, \quad (1)$$

функция $|\psi^{(+)}(0)|^2$ может быть получена из решения уравнения Шредингера для Кулоновского потенциала. σ_0 это величина, в которую включается ядерное взаимодействие. Мы будем считать, что σ_0 постоянна.

$$|\psi^{(+)}(0)|^2 = |C|^2 = \frac{2|\lambda|\pi}{v|e^{2\lambda\pi} - 1|} \quad [1] \quad (2)$$

Подставляя $|\psi^{(+)}(0)|^2$, получаем:

$$\sigma(v) = \sigma_0 \cdot \frac{2|\lambda|\pi}{v|e^{2\lambda\pi} - 1|}. \quad (3)$$

2.0.1 Случай кулоновского отталкивания

Для кулоновского отталкивания, когда произведения зарядов $Z_1 Z_2 > 0$, безразмерный параметр λ определяется как:

$$\lambda = \frac{Z_1 Z_2 \alpha}{v} > 0$$

где α — постоянная тонкой структуры, v — относительная скорость частиц.

$$\sigma v = \sigma_0 \cdot |\psi^{(+)}(0)|^2 = \sigma_0 \frac{2\pi\lambda}{e^{2\pi\lambda} - 1}$$

Усредненное по максвелловскому распределению сечение скоростей будем рассчитывать по следующей формуле:

$$\langle \sigma v \rangle = \int_0^\infty f(v) \cdot \sigma(v) \cdot v dv$$

где $f(v)$ — функция распределения Максвелла:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{M}{2\pi T} \right)^{3/2} v^2 \exp \left(-\frac{Mv^2}{2T} \right)$$

,

где $M = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ — приведённая масса, T — температура.

$$\langle \sigma v \rangle_{\text{от}} = \sigma_0 \cdot 8\pi^2 \left(\frac{M}{2\pi T} \right)^{3/2} \alpha Z_{1\text{от}} Z_{2\text{от}} \int_0^\infty v^2 \exp \left(-\frac{Mv^2}{2T} \right) \frac{1}{\exp \left(\frac{2\pi\alpha Z_{1\text{от}} Z_{2\text{от}}}{v} \right) - 1} dv.$$

2.0.2 Случай кулоновского притяжения

Для процесса с кулоновским притяжением, когда произведения зарядов $Z_1 Z_2 < 0$, безразмерный параметр λ определяется как:

$$\lambda = -\frac{|Z_1 Z_2| \alpha}{v} > 0$$

где α — постоянная тонкой структуры, v — относительная скорость частиц.

$$|\lambda| = \frac{|Z_1 Z_2| \alpha}{v}$$

$$\sigma = \sigma_0 \cdot |\psi^{(+)}(0)|^2 = \sigma_0 \frac{2\pi |Z_1 Z_2| \alpha}{v^2 \cdot (e^{2\pi\lambda} - 1)}$$

тогда,

$$\sigma v = \sigma_0 \cdot |\psi^{(+)}(0)|^2 = \sigma_0 \frac{2\pi |Z_1 Z_2| \alpha}{v^2 \cdot (e^{2\pi\lambda} - 1)}$$

Усредненное максвелловскому распределению сечение скоростей:

$$\langle \sigma v \rangle = \int_0^\infty f(v) \cdot \sigma(v) \cdot v dv$$

где $f(v)$ — распределение Максвелла:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{M}{2\pi T} \right)^{3/2} v^2 \exp \left(-\frac{Mv^2}{2T} \right)$$

Здесь $M = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ — приведённая масса, T — температура.

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle_{\text{пр}} &= \sigma_0 \cdot 8\pi^2 \left(\frac{M}{2\pi T} \right)^{3/2} \alpha |Z_{1\text{пр}} Z_{2\text{пр}}| \\ &\times \int_0^\infty v^2 \exp \left(-\frac{Mv^2}{2T} \right) \frac{1}{1 - \exp \left(\frac{-2\pi\alpha |Z_{1\text{пр}} Z_{2\text{пр}}|}{v} \right)} dv. \end{aligned}$$

Имея выражение для $\langle \sigma v \rangle$ реакции для случаев притяжения и отталкивания возможно рассчитать скорость реакции для различных взаимодействующих частиц при различных температурах.

3 Вычисление среднего сечения реакции $\langle\sigma v\rangle_X$ для тёмного атома

Имея выражение для $\langle\sigma v\rangle$ и полагая, что σ_0 постоянная величина, получим отношение скоростей реакции для реакций с темным атомом и без него.

$$\frac{\langle\sigma v\rangle_X}{\langle\sigma v\rangle} = \frac{\sigma_0}{\sigma_0} \cdot \frac{\langle|\psi^{(+)}(0)|^2 v\rangle_X}{\langle|\psi^{(+)}(0)|^2 v\rangle} = \frac{\langle|\psi^{(+)}(0)|^2 v\rangle_X}{\langle|\psi^{(+)}(0)|^2 v\rangle}$$

где:

- $\langle\sigma v\rangle_X$ — среднее сечение реакции с тёмным атомом,
- $\langle\sigma v\rangle$ — среднее сечение реакции без темного атома.

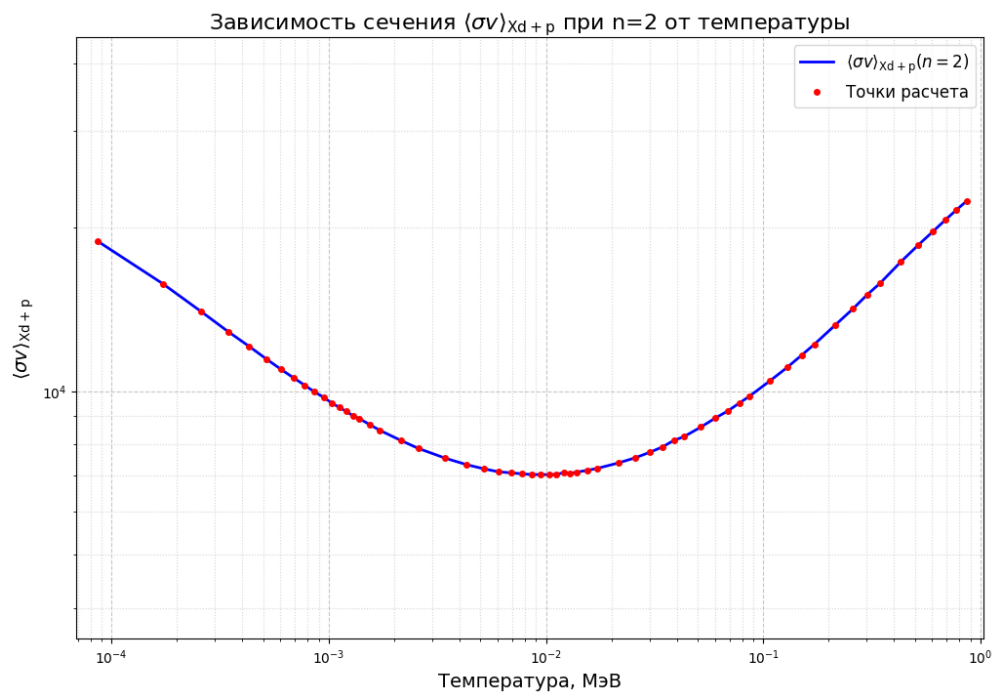
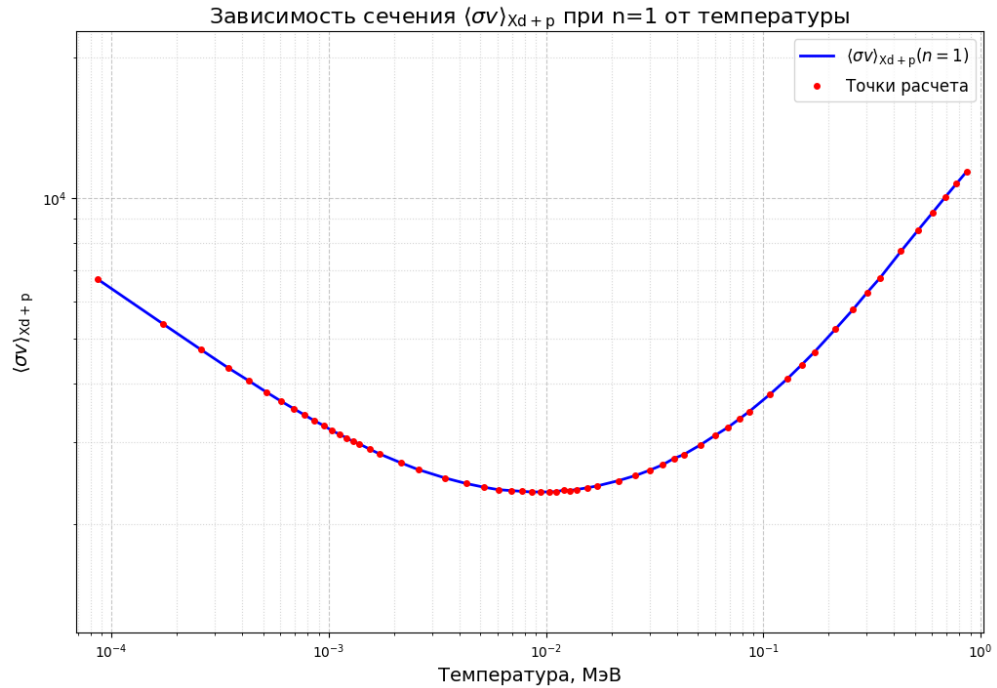
Следовательно, скорость реакции с тёмным атомом выражается через скорость реакции без тёмного атома:

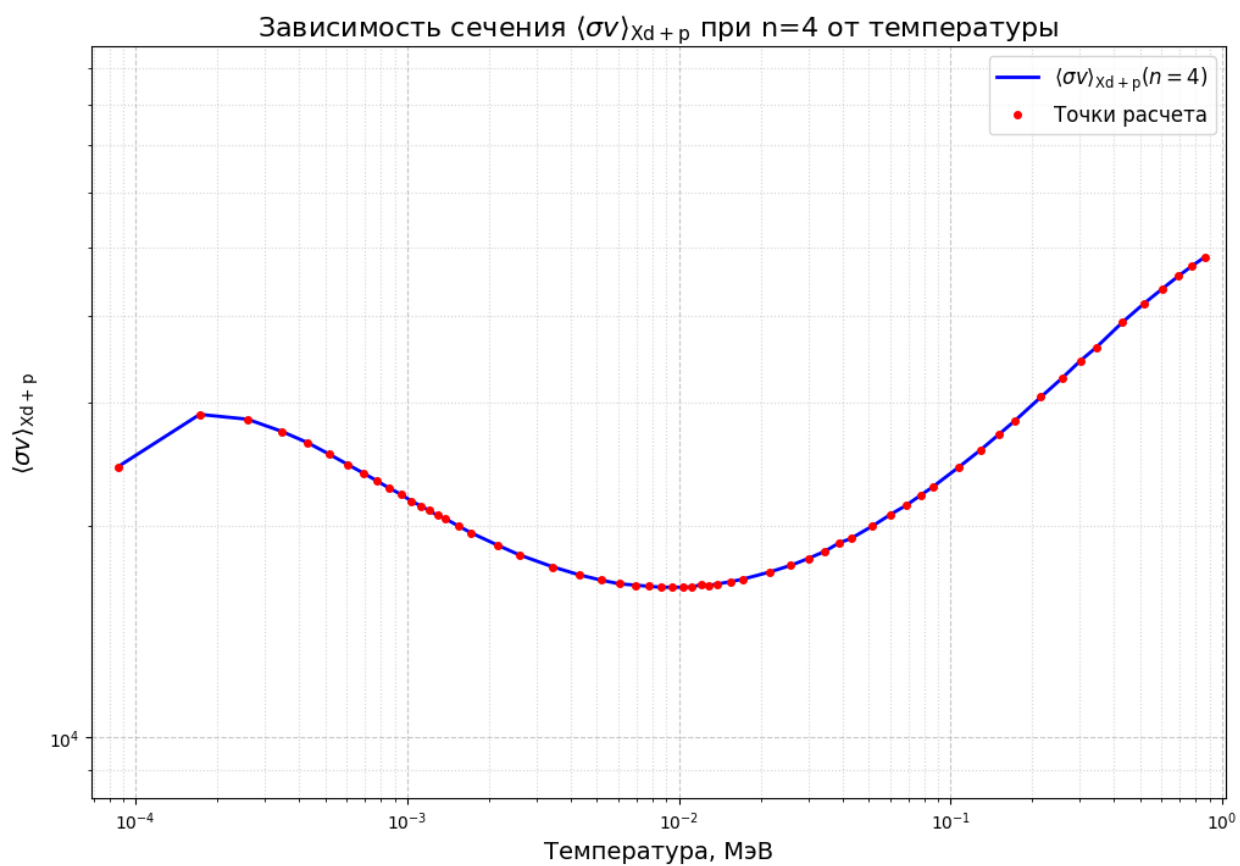
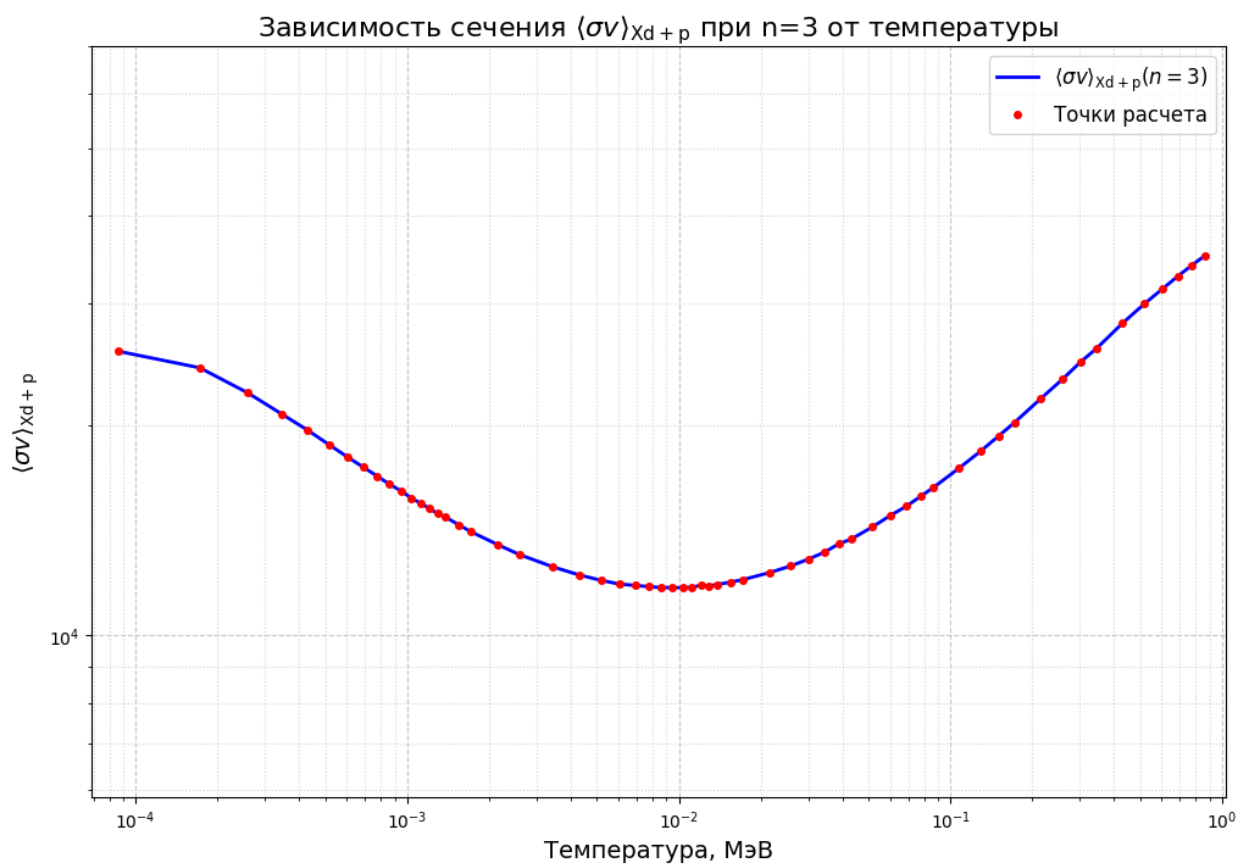
$$\langle\sigma v\rangle_X = \langle\sigma v\rangle \cdot \frac{\langle|\psi^{(+)}(0)|^2 v\rangle_X}{\langle|\psi^{(+)}(0)|^2 v\rangle}$$

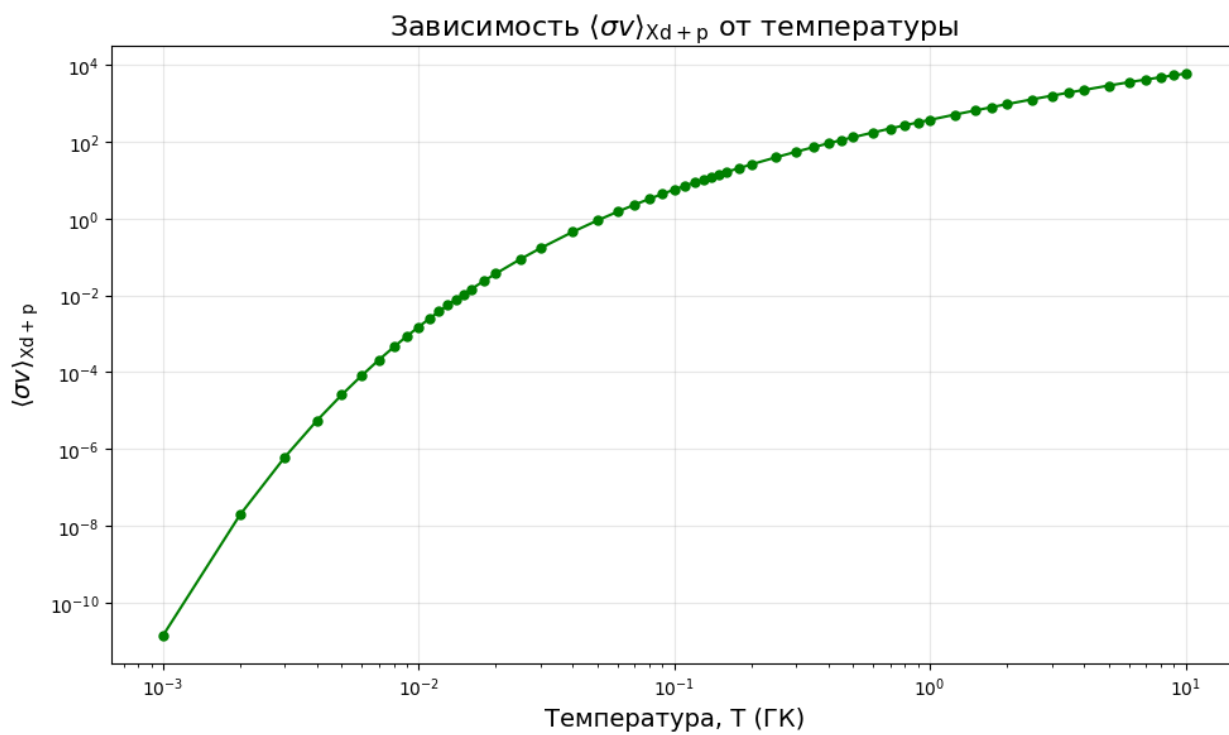
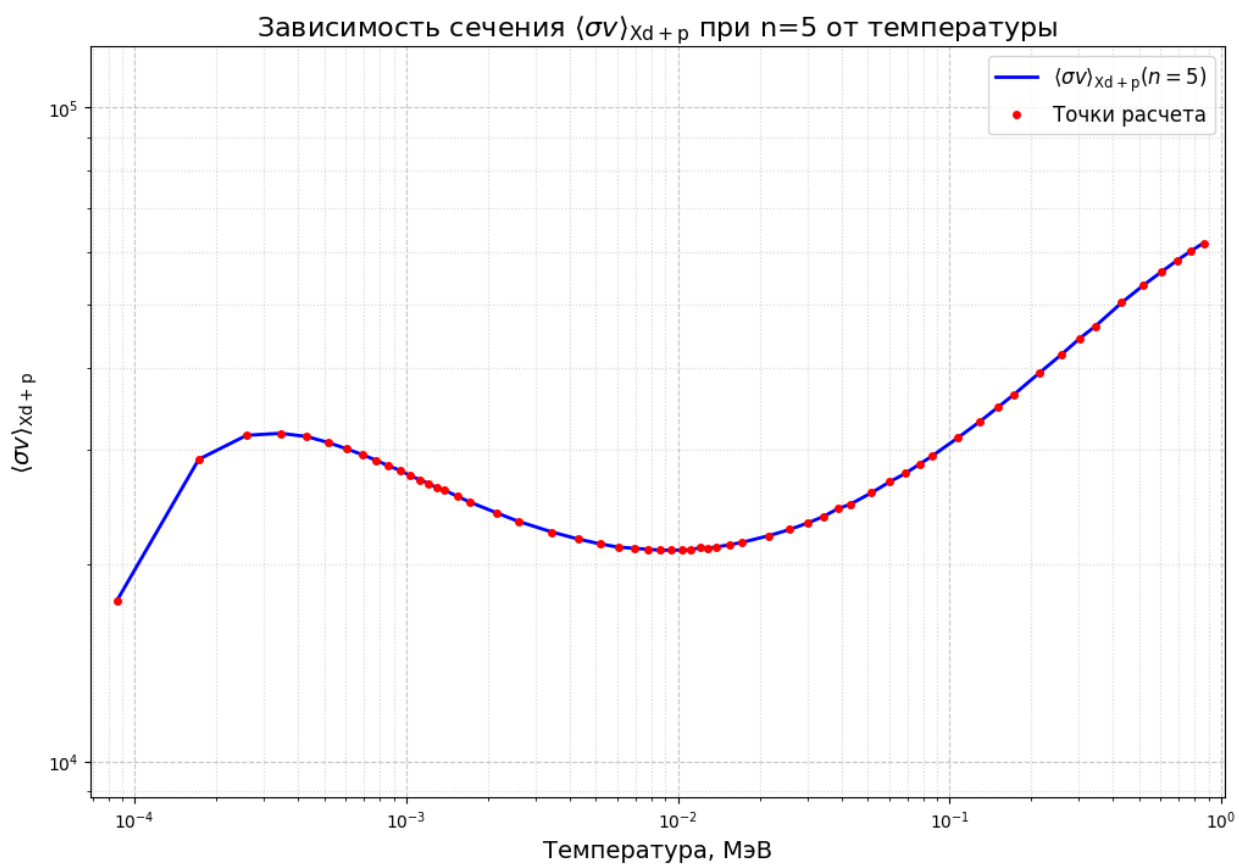
Имея данные о скоростях реакции без темного атома,[2] возможно рассчитать скорость реакции, где одна из частиц заменена на темный атом. Ниже приведены зависимости скоростей реакций $X_d + p$, $X^3He + ^3He$ и $X^3He + \alpha$. для различных температур.

4 Среднее сечение реакции $\langle\sigma v\rangle$ темного атома χ_d и протона

По полученным формулам были построены графики зависимости среднего сечения реакции для температур от 0,001ГК до 10ГК для разных значений зарядов темного атома.

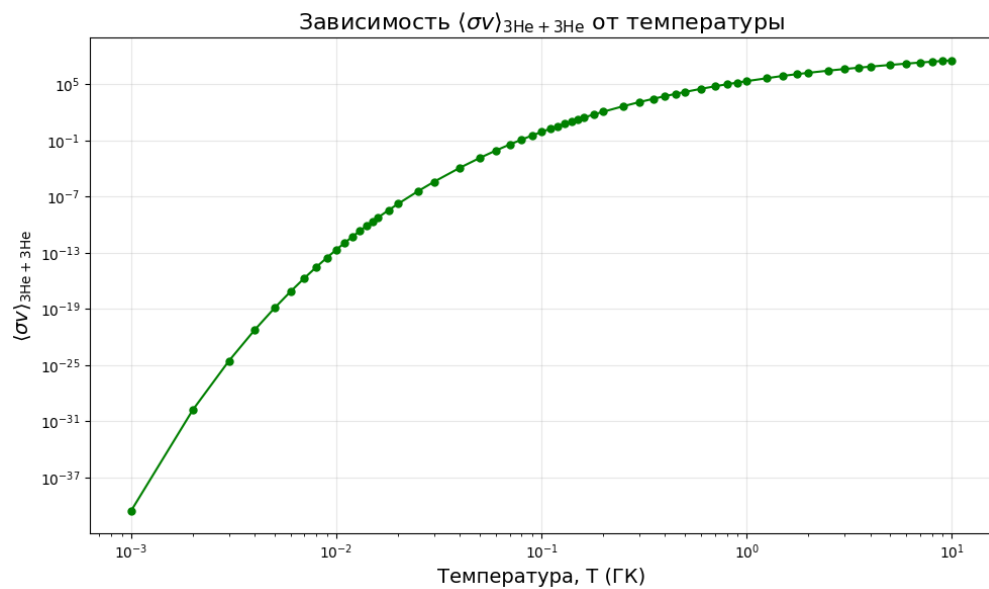
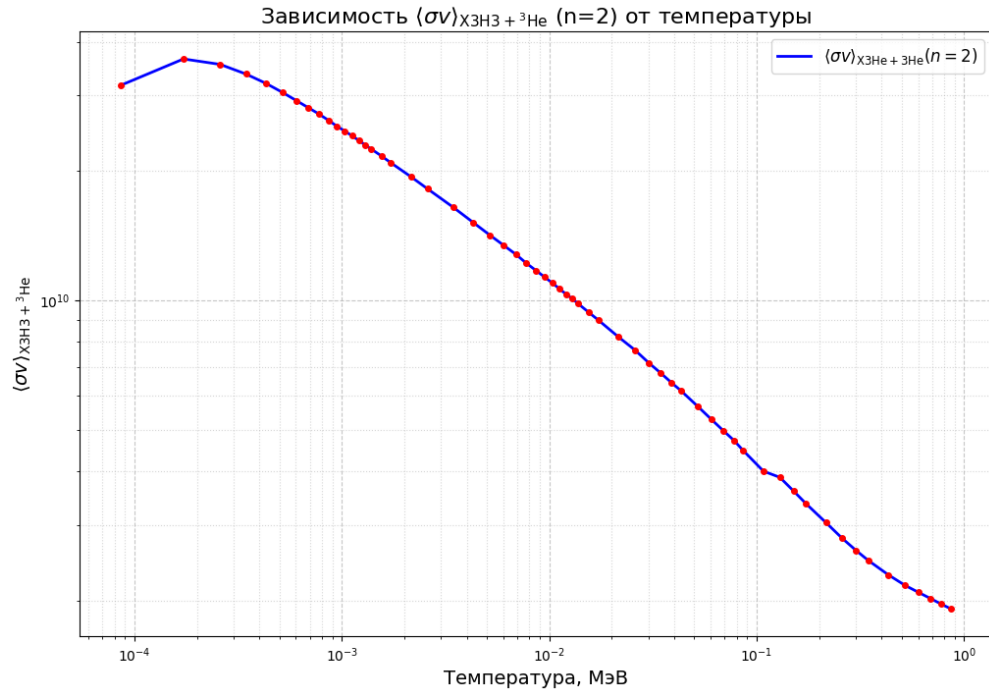


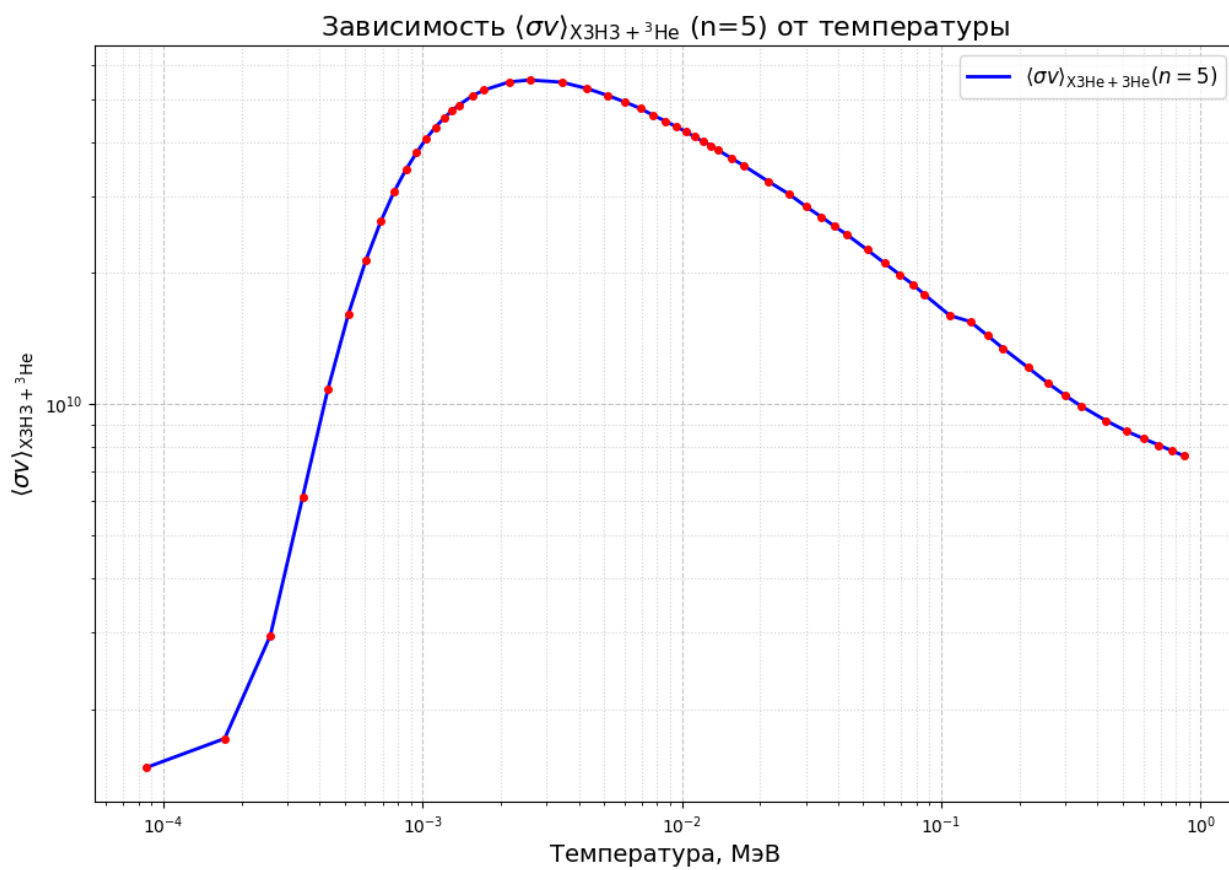
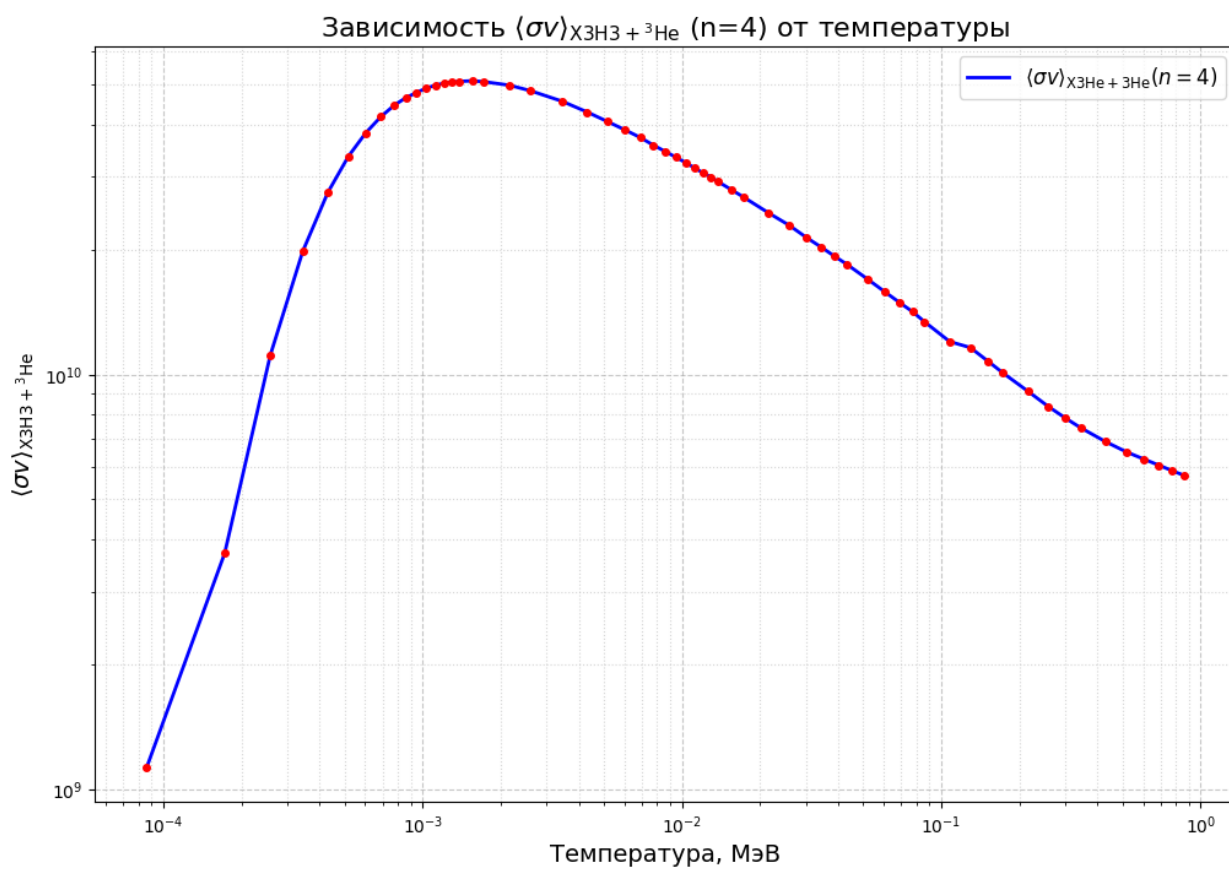


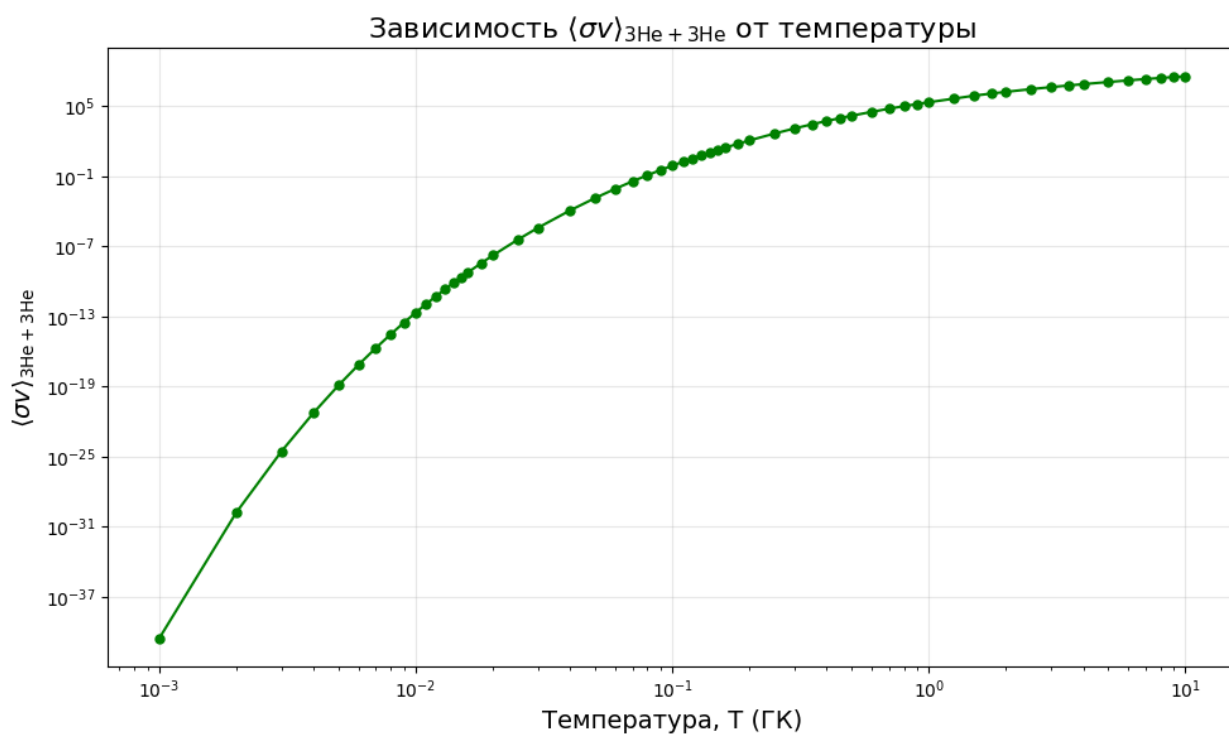


5 Среднее сечение реакции $\langle\sigma v\rangle$ темного атома X^3He и 3He

По полученным формулам были построены графики зависимости среднего сечения реакции для температур от 0,001ГК до 10ГК для разных значений зарядов реакции.

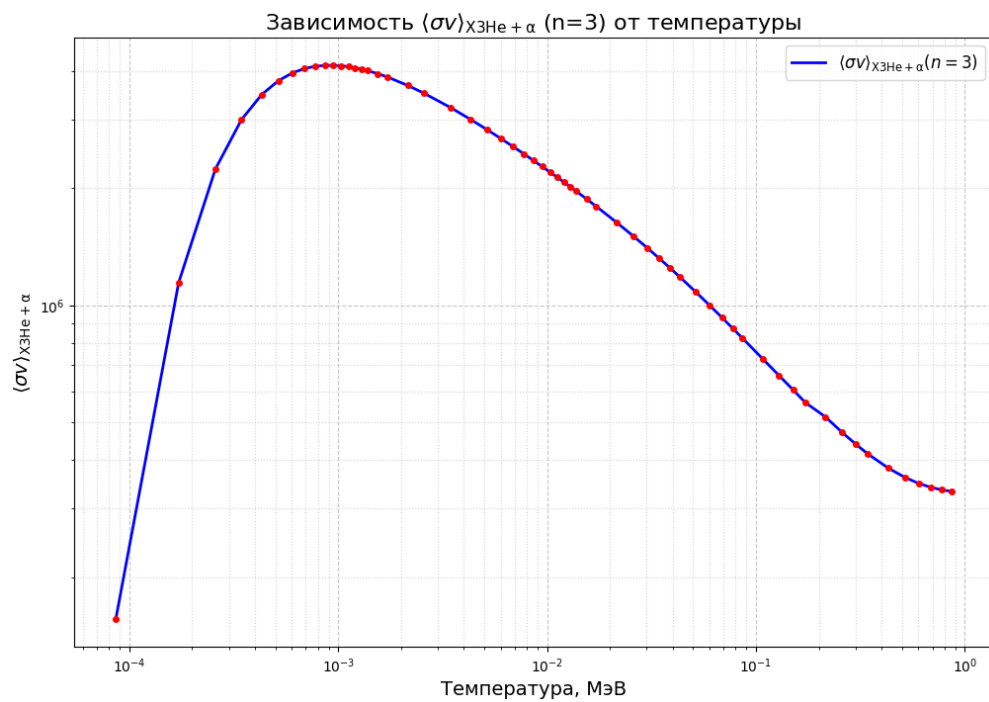
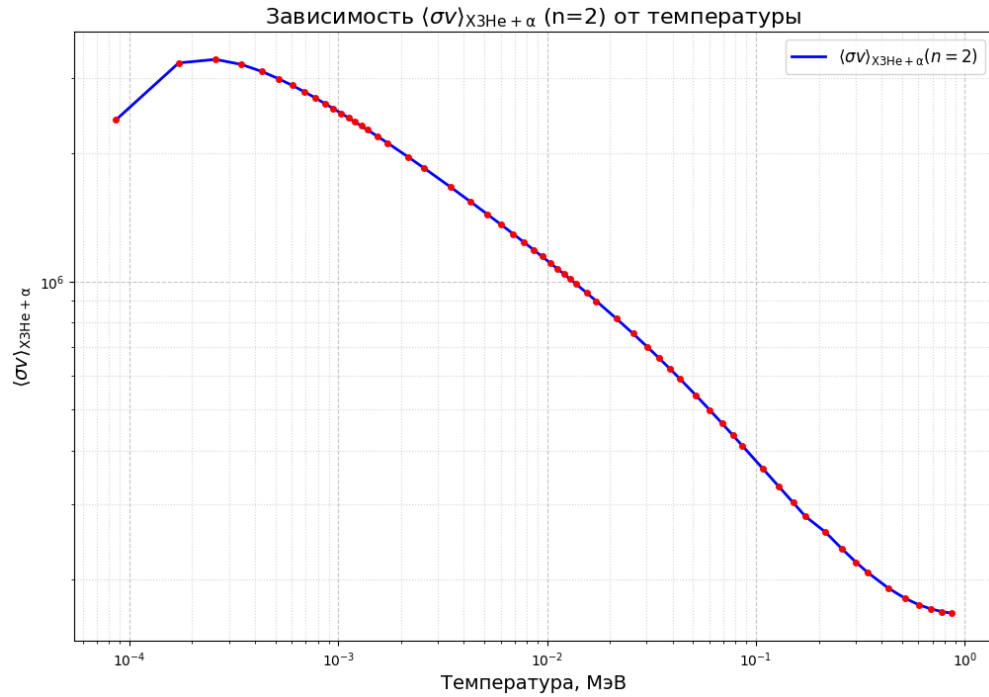


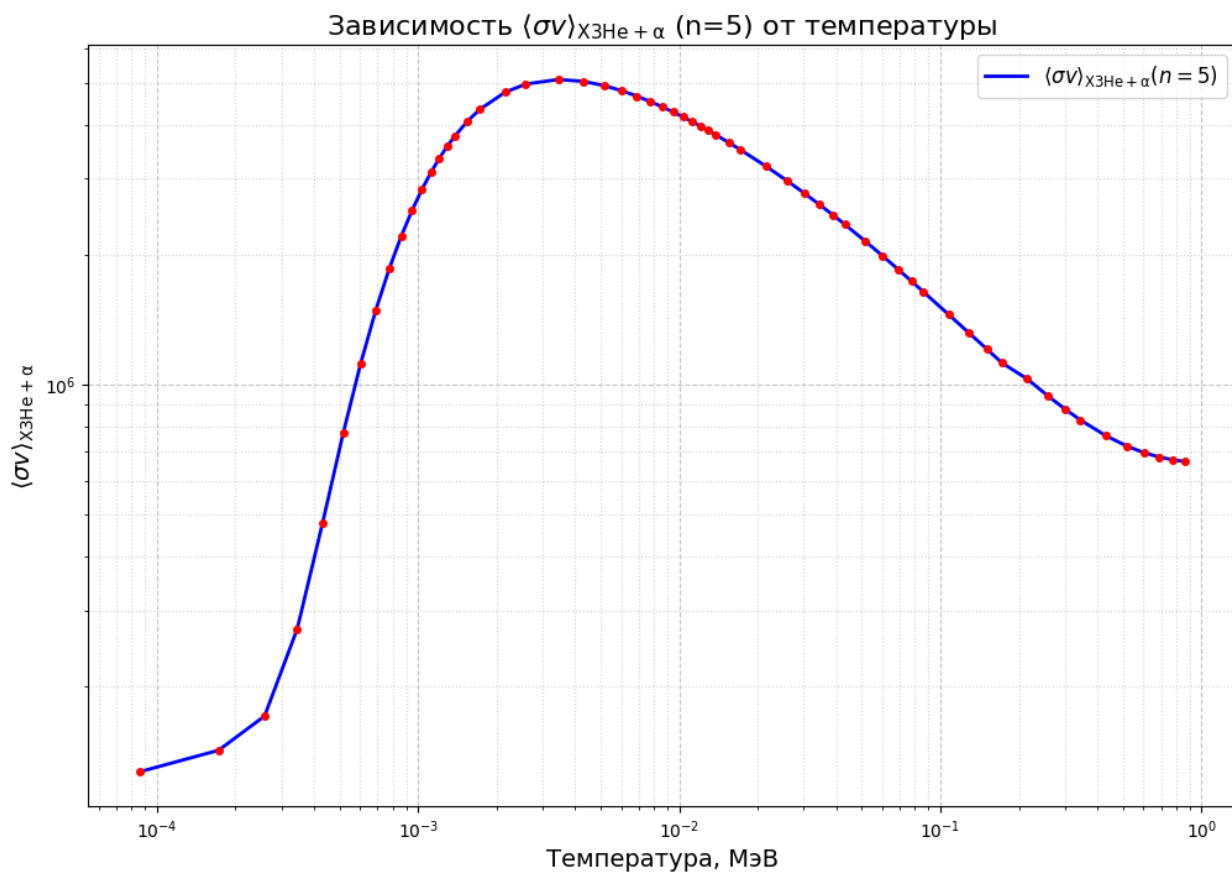
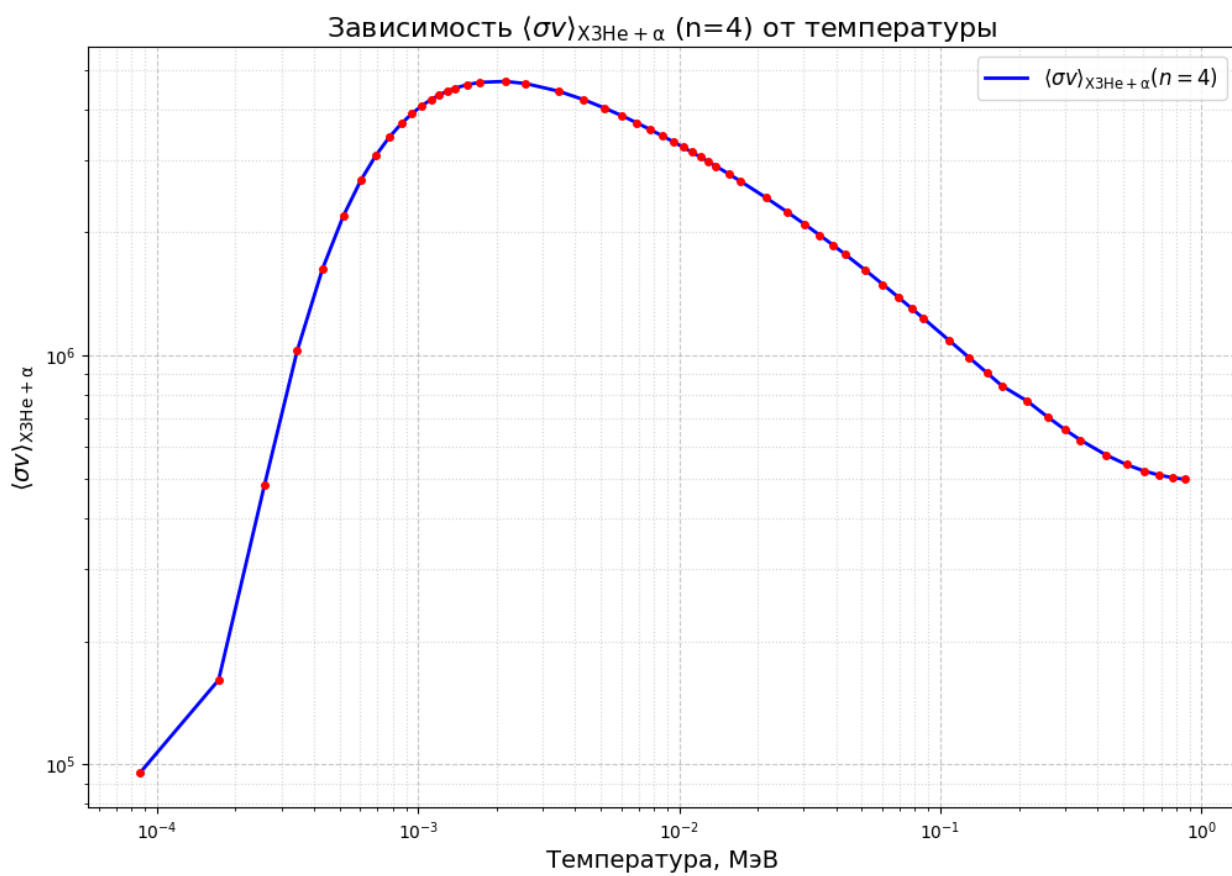


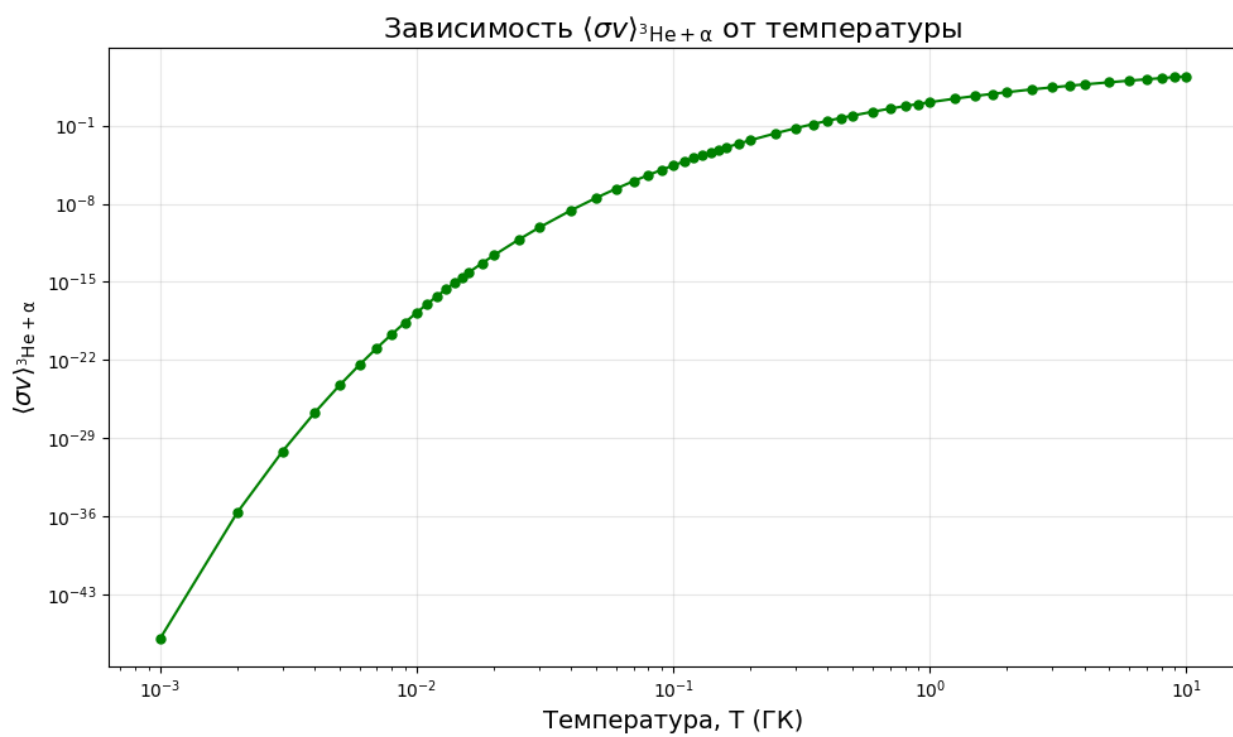


6 Среднее сечение реакции $\langle\sigma v\rangle$ темного атома X^3He и α частицы.

По полученным формулам были построены графики зависимости среднего сечения реакции для температур от 0,001ГК до 10ГК для разных значений зарядов темного атома.







7 Заключение

Темный атом существенно модифицирует скорость термоядерных реакций даже без учета ядерного взаимодействия — исключительно за счет кулоновского фактора. Это проявляется в изменении на несколько порядков величины $\langle\sigma v\rangle$ по сравнению с обычными реакциями $d + p$, ${}^3\text{He} + {}^3\text{He}$ и ${}^3\text{He} + \alpha$.

Список литературы

- [1] Алесандр Сергеевич Давыдов. *Квантовая механика*. Рипол Классик, 1968.
- [2] Christian Iliadis и др. *Bayesian Estimation of Thermonuclear Reaction Rates*. 8 pages, 2 figures. Based on arXiv:1608.05853. Place of publication unknown, 2016.