

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»»

ОТЧЕТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ  
**ЯДЕРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЗВЁЗДАХ**

Научный руководитель  
(проф., д.ф.-м.н., доц.)

\_\_\_\_\_ А. Л. Барабанов

Студент

\_\_\_\_\_ А.С. Журавлева

Москва 2025

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>1</b>	<b>Перевод статьи</b>	<b>3</b>
1.1	Постановка задачи . . . . .	3
1.2	Выполненная работа . . . . .	3
1.2.1	Перевод текста . . . . .	3
1.2.2	Оформление в $\text{\LaTeX}$ . . . . .	3
1.3	Краткий пересказ основных результатов и содержания статьи . . . . .	3
1.3.1	Введение (§1) . . . . .	4
1.3.2	Формула для выделения энергии (§2) . . . . .	4
1.3.3	Стабильность некоторых изотопов (§3) . . . . .	4
1.3.4	Скорости реакций при температуре $2 \times 10^7$ K (§4) . . . . .	4
1.3.5	Реакции после объединения протонов (§5) . . . . .	4
1.3.6	Тройные и редкие реакции (§6) . . . . .	4
1.3.7	Углеродно-азотный цикл (§7) . . . . .	5
1.3.8	Астрофизические следствия и ограничения (§8-12) . . . . .	5
1.4	Результаты работы . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Проблемы машинного перевода</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Расчёт энергии в углеродно-азотном (CNO) цикле</b>	<b>6</b>
3.1	Введение . . . . .	6
3.2	Постановка задачи . . . . .	6
3.3	Расчёт . . . . .	7
3.3.1	Теоритические основы расчёта . . . . .	7
3.3.2	Расчёты $Q_i$ . . . . .	7
3.3.3	Расчёт суммарной энергии $Q$ . . . . .	9
3.4	Результат . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Заключение</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Библиография</b>	<b>11</b>
<b>A</b>	<b>Перевод статьи</b>	<b>12</b>

# 1. ПЕРЕВОД СТАТЬИ

## 1.1 Постановка задачи

Работа выполнена в рамках задания по подготовке перевода с английского на русский язык научной статьи Energy Production in Stars (1939) с последующим оформлением в системе ЛАТЭХ (TeX), в русскоязычный вариант необходимо включить оригинальные рисунки, таблицы, сохранить стиль оригинальной статьи.

### Исходный материал:

- **Авторы:** Н.А. Bethe.
- **Название:** “Energy Production in Stars”.
- **Выходные данные:** *Physical Review* 55, 434 – Published 1 March, 1939.  
DOI: 10.1140/epja/s10050-023-00927-7.

### Требования к выполнению:

Выполнить перевод основного текста статьи (аннотации, разделов, подразделов, подписей к рисункам и таблицам, сносок автора) на русский язык, оформить перевод в виде полноценного .tex-файла. Включить в документ рисунки из оригинальной статьи, сохранив их нумерацию и оригинальные подписи (переведенные на русский язык).

## 1.2 Выполненная работа

### 1.2.1 Перевод текста

Выполнен частичный перевод основного текста статьи, включая:

- Титульную информацию (заголовок, авторы, аннотацию, ключевые слова).
- Всей статьи
- Подписи к таблицам и рисункам.

### 1.2.2 Оформление в ЛАТЭХ

Создан файл Перевод статьи.tex, представляющий собой законченный документ. В оформлении учтены:

- Структурирование документа (разделы, подразделы).
- Корректная вставка и позиционирование таблиц, рисунков.
- Использование двухколоночного формата (multicols), аналогичного оригиналу.
- Ссылки на литературу в формате [номер].

## 1.3 Краткий пересказ основных результатов и содержания статьи

В статье впервые даётся строгая ядерно-физическая теория источников энергии звёзд главной последовательности. Показано, что энергия звёзд образуется исключительно при превращении четырёх протонов и двух электронов в ядро  $He^4$ .

Устанавливается существование двух основных механизмов термоядерного синтеза:

- Протон-протонная цепочка.
- Углеродно-азотный цикл (CNO-цикл).

Показано, что: элементы тяжелее гелия не могут синтезироваться в обычных звёздах; ядра  $Li$ ,  $Be$ ,  $B$  быстро разрушаются при столкновениях с протонами; нестабильность  $Be^8$  делает невозможным постепенное «наращивание» тяжёлых ядер; тяжёлые элементы, наблюдаемые в звёздах, существовали до их образования. Полученные результаты хорошо согласуются с наблюдаемыми температурами, светимостями и эволюцией звёзд главной последовательности, но не объясняют природу энергии красных гигантов.

### 1.3.1 Введение (§1)

Автор формулирует задачу определения возможных ядерных реакций в недрах звёзд главной последовательности на основе достижений ядерной физики. Показано, что звёздная энергия может выделяться только при превращении водорода в гелий, а синтез элементов тяжелее гелия при обычных звёздных температурах и плотностях невозможен. Вводятся два возможных механизма термоядерного синтеза: протон-протонная реакция и углеродно-азотный цикл.

### 1.3.2 Формула для выделения энергии (§2)

Выводится общая формула для вероятности ядерных реакций в горячем газе с максвелловским распределением скоростей. Учитываются кулоновский барьер, температуры, плотность и ядерные параметры. Приводятся расчётные выражения, позволяющие сравнивать скорости различных реакций при звёздных условиях.

### 1.3.3 Стабильность некоторых изотопов (§3)

Подробно анализируется устойчивость лёгких ядер ( $H^3$ ,  $He^3$ ,  $Li^4$ ,  $Li^5$ ,  $Be^8$  и др.). Доказывается неустойчивость  $He^5$  и  $Li^5$ , а также крайне малая устойчивость  $Be^8$ . Эти выводы имеют ключевое значение, поскольку существование таких ядер привело бы к чрезмерному выделению энергии, не согласующемуся с наблюдениями.

### 1.3.4 Скорости реакций при температуре $2 \times 10^7$ К (§4)

Выполняются численные расчёты вероятностей всех возможных ядерных реакций при условиях, близких к центральной области Солнца. Показано, что большинство лёгких элементов, кроме водорода и гелия-4, имеют крайне малые времена жизни и могут существовать только как промежуточные продукты.

### 1.3.5 Реакции после объединения протонов (§5)

Рассматривается цепочка превращений, следующих за образованием дейтерия. Анализируются два возможных сценария, зависящие от устойчивости  $Li^4$ . Делается вывод, что в реальных звёздах устойчиво накапливается только  $He^4$ , а все остальные ядра быстро разрушаются.

### 1.3.6 Тройные и редкие реакции (§6)

Исследуются реакции с участием  $\alpha$ -частиц и тройные столкновения. Показано, что из-за крайне малых вероятностей такие процессы не могут привести к заметному образованию более тяжёлых элементов.

### **1.3.7 Углеродно-азотный цикл (§7)**

Подробно описывается CNO-цикл, в котором углерод и азот выступают катализаторами превращения водорода в гелий. Показано, что этот механизм доминирует в горячих и массивных звёздах, обеспечивая их высокую светимость.

### **1.3.8 Астрофизические следствия и ограничения (§8-12)**

В заключительной части статьи рассматриваются следствия полученных результатов для связи масса–светимость, температурной устойчивости и эволюции звёзд. Отмечается, что предложенные механизмы хорошо описывают звёзды главной последовательности, но не объясняют источник энергии у красных гигантов, что указывает на необходимость дальнейших исследований.

## **1.4 Результаты работы**

Работа по переводу и оформлению статьи выполнена в полном объеме в соответствии с техническим заданием. В результате получены:

1. Готовый документ `Перевод статьи.tex` на русском языке с полной структурой оригинальной статьи.
2. Набор графических файлов для корректной компиляции документа.
3. Данный отчёт, включающий формальное описание выполненной работы и краткое резюме содержания переведённой статьи.

## 2. ПРОБЛЕМЫ МАШИННОГО ПЕРЕВОДА

Главная проблема при переводе научных статей с английского на русский это терминологическая точность: один и тот же английский термин может иметь несколько переводов в зависимости от контекста, что особенно критично для физики, математики и технических наук. Машинный перевод может неверно передавать причинно-следственные отношения, условия применимости результатов и модальные конструкции (например, различие между «may», «must», «can»), что способно исказить научный смысл. Машинные системы иногда нарушают единообразие обозначений, неправильно интерпретируют символы или смешивают текст и математические элементы, например, сноски над словами интерпретируют, как степени.

## 3. РАСЧЁТ ЭНЕРГИИ В УГЛЕРОДНО-АЗОТНОМ (CNO) ЦИКЛЕ

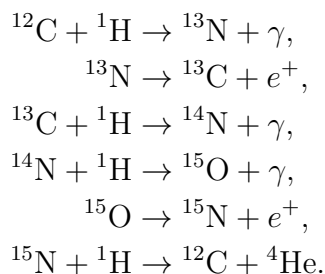
### 3.1 Введение

Углеродно-азотный (CNO) цикл является одним из основных механизмов термоядерного синтеза, обеспечивающих энерговыделение в звёздах главной последовательности. В оригинальной статье показано, что в горячих и массивных звёздах именно CNO-цикл доминирует над протон-протонной цепочкой.

Особенностью CNO-цикла является то, что ядра углерода и азота не расходуются в процессе реакции, а выполняют роль катализаторов, обеспечивая превращение водорода в гелий. Энергия, выделяющаяся при этом, определяется массовым дефектом ядерных реакций, входящих в цикл.

### 3.2 Постановка задачи

Рассматривается углеродно-азотный (CNO) цикл, включающий следующую последовательность ядерных реакций:



для каждой из шести реакций необходимо определить энерговыделение  $Q_i$  через разность атомных масс исходных и конечных частиц. Найти суммарную энергию  $Q$ , выделяющуюся за один полный цикл.

### 3.3 Расчёт

#### 3.3.1 Теоритические основы расчёта

Энерговыделение ядерной реакции определяется массовым дефектом:

$$Q_i = \Delta m_i c^2$$

где  $\Delta m_i$ -разность масс исходных и конечных частиц.

Используются соотношения:

$$1 \text{ а.е.м.} = 931,5 \text{ МэВ}$$

$$c^2 = 931,5 \text{ МэВ/а.е.м}$$

Таблица 1 — Атомные массы ядер, используемые в расчётах

Ядро	Масса, а.е.м.
$^1\text{H}$	1.007825
$^{12}\text{C}$	12.000000
$^{13}\text{N}$	13.005738
$^{13}\text{C}$	13.003355
$^{14}\text{N}$	14.003074
$^{15}\text{O}$	15.003065
$^{15}\text{N}$	15.000109
$^4\text{He}$	4.002603
$e^+$	0.0005486

#### 3.3.2 Расчёты $Q_i$

**Реакция**  $^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N} + \gamma$

Масса исходных частиц:

$$m_{\text{нач}} = m(^{12}\text{C}) + m(^1\text{H}) = 12.000000 + 1.007825 = 13.007825 \text{ а.е.м.}$$

Масса конечных частиц:

$$m_{\text{кон}} = m(^{13}\text{N}) = 13.005738 \text{ а.е.м.}$$

Массовый дефект реакции:

$$\Delta m = m_{\text{нач}} - m_{\text{кон}} = 13.007825 - 13.005738 = 0.002087 \text{ а.е.м.}$$

Энерговыделение реакции:

$$Q_1 = \Delta m c^2 = 0.002087 \cdot 931.5 \approx 1.94 \text{ МэВ.}$$

**Реакция**  $^{13}\text{N} \rightarrow ^{13}\text{C} + e^+ + \nu$ -позитронный  $\beta$ -распад

Масса исходных частиц:

$$m_{\text{нач}} = m(^{13}\text{N}) = 13.005738 \text{ а.е.м.}$$

Масса конечных частиц:

$$m_{\text{кон}} = m(^{13}\text{C}) + m(e^+) = 13.003355 + 0.0005486 = 13.003904 \text{ а.е.м.}$$

Массовый дефект реакции:

$$\Delta m_2 = m_{\text{нач}} - m_{\text{кон}} = 0.001834 \text{ а.е.м.}$$

Энерговыделение реакции:

$$Q_2 = \Delta m_2 c^2 = 0.001834 \cdot 931.5 \approx 1.71 \text{ МэВ.}$$

**Реакция**  $^{13}\text{C} + p \rightarrow ^{14}\text{N} + \gamma$

Масса исходных частиц:

$$m_{\text{нач}} = m(^{13}\text{C}) + m(^1\text{H}) = 13.003355 + 1.007825 = 14.011180 \text{ а.е.м.}$$

Масса конечных частиц:

$$m_{\text{кон}} = m(^{14}\text{N}) = 14.003074 \text{ а.е.м.}$$

Массовый дефект реакции:

$$\Delta m_3 = m_{\text{нач}} - m_{\text{кон}} = 0.008106 \text{ а.е.м.}$$

Энерговыделение реакции:

$$Q_3 = \Delta m_3 c^2 = 0.008106 \cdot 931.5 \approx 7.55 \text{ МэВ.}$$

**Реакция**  $^{14}\text{N} + p \rightarrow ^{15}\text{O} + \gamma$

Масса исходных частиц:

$$m_{\text{нач}} = m(^{14}\text{N}) + m(^1\text{H}) = 14.003074 + 1.007825 = 15.010899 \text{ а.е.м.}$$

Масса конечных частиц:

$$m_{\text{кон}} = m(^{15}\text{O}) = 15.003065 \text{ а.е.м.}$$

Массовый дефект реакции:

$$\Delta m_4 = m_{\text{нач}} - m_{\text{кон}} = 0.007834 \text{ а.е.м.}$$

Энерговыделение реакции:

$$Q_4 = \Delta m_4 c^2 = 0.007834 \cdot 931.5 \approx 7.30 \text{ МэВ.}$$

**Реакция**  $^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N} + e^+ + \nu$  - позитронный  $\beta$ -распад



Масса исходных частиц:

$$m_{\text{нач}} = m(^{15}\text{O}) = 15.003065 \text{ а.е.м.}$$

Масса конечных частиц:

$$m_{\text{кон}} = m(^{15}\text{N}) + m(e^+) = 15.000109 + 0.0005486 = 15.000658 \text{ а.е.м.}$$

Массовый дефект реакции:

$$\Delta m_5 = m_{\text{нач}} - m_{\text{кон}} = 0.002407 \text{ а.е.м.}$$

Энерговыделение реакции:

$$Q_5 = \Delta m_5 c^2 = 0.002407 \cdot 931.5 \approx 2.24 \text{ МэВ.}$$

**Реакция**  $^{15}\text{N} + p \rightarrow ^{12}\text{C} + ^4\text{He}$

Масса исходных частиц:

$$m_{\text{нач}} = m(^{15}\text{N}) + m(^1\text{H}) = 15.000109 + 1.007825 = 16.007934 \text{ а.е.м.}$$

Масса конечных частиц:

$$m_{\text{кон}} = m(^{12}\text{C}) + m(^4\text{He}) = 12.000000 + 4.002603 = 16.002603 \text{ а.е.м.}$$

Массовый дефект реакции:

$$\Delta m_6 = m_{\text{нач}} - m_{\text{кон}} = 0.005331 \text{ а.е.м.}$$

Энерговыделение реакции:

$$Q_6 = \Delta m_6 c^2 = 0.005331 \cdot 931.5 \approx 4.97 \text{ МэВ.}$$

### 3.3.3 Расчёт суммарной энергии $Q$

$$Q = 1.94 + 1.71 + 7.55 + 7.30 + 2.24 + 4.97 = 25.71 \text{ МэВ.}$$

## 3.4 Результат

Полученное значение представляет собой суммарную энергию, выделяющуюся в основном углеродно-азотном цикле при учёте всех ядерных реакций, включая  $\beta^+$ -распады. В данном приближении величина  $Q$  характеризует энергию, передаваемую звёздному веществу в результате ядерных превращений и может рассматриваться как эффективная энергия нагрева звезды.

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения работы был осуществлён перевод и оформление классической статьи Х. А. Бете «Energy Production in Stars», посвящённой ядерным источникам энергии звёзд главной последовательности. Перевод выполнен с сохранением структуры, стиля и нумерации оригинальной статьи, а также с включением всех необходимых иллюстраций и математических выражений.

В рамках отчёта дополнительно был проведён самостоятельный расчёт энерговыделения основного углеродно-азотного (CNO) цикла. Для каждой стадии цикла энергия реакции определялась через массовый дефект с использованием атомных масс. На основе пошагового анализа всех шести ядерных реакций получено суммарное значение энергии  $Q \approx 25.7$  МэВ на один полный цикл.

Полученный результат соответствует энергии, передаваемой звёздному веществу при учёте всех ядерных превращений, включая  $\beta^+$ -распады, и согласуется с теоретическими оценками, приведёнными в оригинальной статье и последующей литературе. Тем самым расчёт подтверждает эффективность углеродно-азотного цикла как источника энергии в горячих и массивных звёздах главной последовательности.

## 5. БИБЛИОГРАФИЯ

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. H. A. Bethe, *Energy Production in Stars*, Phys. Rev. **55**, 434–456 (1939).  
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.55.434>
2. H. A. Bethe, C. L. Critchfield, *The Formation of Deuterons by Proton Combination*, Phys. Rev. **54**, 248–254 (1938). <https://doi.org/10.1103/PhysRev.54.248>
3. D. D. Clayton, *Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis*, University of Chicago Press, Chicago (1983). <https://press.uchicago.edu/ucp/books/book/chicago/P/bo3622457.html>
4. C. Iliadis, *Nuclear Physics of Stars*, Wiley–VCH, Weinheim (2007).  
<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9783527610279>

## А. ПЕРЕВОД СТАТЬИ

## Энергетические процессы в звёздах\*

Г. А. Бете

Корнеллский университет, Итака, Нью-Йорк

Показано, что *важнейшим источником энергии в обычных звёздах являются реакции углерода (C) и азота (N) с протонами*. Эти реакции образуют цикл (CNO-цикл), в котором исходное ядро воспроизводится, а именно:  $C^{12} + H = N^{13}$ ,  $N^{13} = C^{13} + e^+$ ,  $C^{13} + H = N^{14}$ ,  $N^{14} + H = O^{15}$ ,  $O^{15} = N^{15} + e^+$ ,  $N^{15} + H = C^{12} + He$ . Таким образом, углерод и азот служат лишь катализаторами для объединения четырёх протонов (и двух электронов) в  $\alpha$ -частицу. Реакции углеродно-азотного цикла уникальны своим циклическим характером. Для всех ядер легче углерода реакции с протонами приводят к испусканию  $\alpha$ -частицы, так что исходное ядро навсегда разрушается. Для всех ядер тяжелее фтора (F) происходит лишь радиационный захват протонов, что также разрушает исходные ядра. Реакции кислорода и фтора в основном приводят к образованию азота. Кроме того, эти наиболее тяжёлые ядра реагируют гораздо медленнее, чем углерод и азот, и поэтому несущественную для производства энергии.

Согласование углеродно-азотных реакций с наблюдательными данными отличаются. Чтобы корректно описать эволюцию Солнца, центральная температура Солнца должна быть около 18,5 миллионов градусов, тогда как интегрирование уравнения Эддингтона даёт 19. Для

ярких звезд  $\gamma$  Лебеда соответствующие значения составляют 30 и 32. Это хорошее совпадение справедливо для всех ярких звезд главной последовательности, но не для гигантов.

У более тусклых звёзд, с более низкими центральными температурами, реакция  $H + H = D + e^+$  и последующие реакции, по-видимому, являются основным источником производства энергии.

Далее видно, что *элементы тяжелее, чем  $He^4$  не могут образовываться в обычных звёздах*. Это связано с тем, что все элементы вплоть до бора разрушаются при бомбардировке протонами (происходит испускание  $\alpha$ -частиц!), а не накапливаются (радиационным захватом). Неустойчивость  $Be^8$  препятствует образованию ещё более тяжёлых элементов. Звёзды почти не производят нейтроны: их рождается столь мало, что это не играет заметной роли. Следовательно, более тяжёлые элементы, обнаруженные в звёздах, должны были существовать ещё в момент их формирования.

Наконец, предложенный механизм выработки энергии используется для выводов по ряду астрофизических вопросов - таких как связь между массой и светимостью звёзд (10), их устойчивость к изменениям температуры (11) и эволюция звёзд (12).

## § 1. Введение

Прогресс ядерной физики за последние несколько лет позволяет достаточно точно установить, какие процессы могут и какие не могут происходить во внутренней области звёзд. Такие вопросы будут рассмотрены в настоящей статье, при этом обсуждение будет в основном ограничено звёздами главной последовательности. (Это звёзды, которые находятся в той стадии жизни, когда в их недрах идёт устойчивая термоядерная реакция превращения водорода в гелий. На этой стадии звезда получает энергию именно за счёт ядерного синтеза водорода. В этой стадии звезда проводит большую часть своей жизни. Солнце - звезда главной последовательности.) Полученные результаты будут расходиться с некоторыми современными гипотезами.

Первый основной вывод заключается в том, что при существующих условиях никакие элементы тяжелее гелия ( $He$ ) не могут образовываться в сколь-либо замет-

ных количествах. Поэтому мы должны предположить, что более тяжёлые элементы возникли ещё до того, как звёзды достигли своего нынешнего состояния температуры и плотности. Рассуждать о прежнем состоянии звёздного вещества не будем.

Энергия звёзд выделяется исключительно за счёт комбинации четырёх протонов и двух электронов в  $\alpha$ -частицу. Это упрощает обсуждение эволюции звёзд, поскольку количество тяжёлого вещества, а значит и непрозрачность, со временем не меняется.

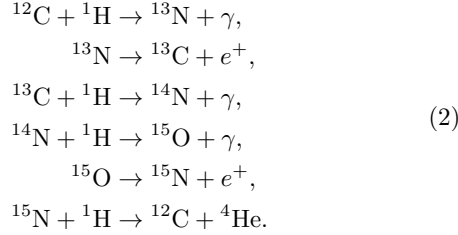
Комбинация четырёх протонов и двух электронов может происходить, по сути, лишь двумя способами. Первый механизм начинается с соединения двух протонов с образованием дейтрона (дейтрон-ядро тяжёлого водорода) и испусканием позитрона:



Затем дейтрон превращается в  $^4He$  путём последовательного захвата протонов; эти захваты происходят зна-

\*Получено 7 сентября 1938 г.

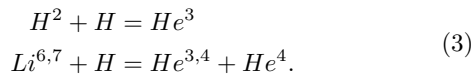
чительно быстрее по сравнению с процессом (1). Второй механизм использует углерод и азот в качестве катализаторов, в соответствии с цепной реакцией:



Катализатор  ${}^{12}\text{C}$  воспроизводится во всех случаях, кроме примерно одного на 10 000 реакций, поэтому количество углерода и азота остаётся практически неизменным (в отличие от числа протонов). Реакции (1) и (2) примерно одинаково вероятны при температуре около  $16 \times 10^6$  градусов, что близко к центральной температуре Солнца ( $19 \times 10^6$  градусов<sup>1</sup>). При более низких температурах будет преобладать реакция (1), при более высоких — реакция (2).

Никакая другая реакция, кроме (1) или (2), не даст заметного вклада в выделение энергии при температурах около  $20 \times 10^6$  градусов, характерных для внутренних областей обычных звёзд. Более лёгкие элементы (Li, Be, B) «сгорают» за очень короткое время и не воспроизводятся вновь, как это происходит с углеродом в цикле (2). Более тяжёлые элементы (O, F и т. д.), напротив, реагируют слишком медленно. Гелий, который присутствует в большом количестве, не реагирует с протонами, поскольку продукт реакции  $Li^5$  — не существует; фактически, сама эволюция энергии в звёздах может служить сильным дополнительным аргументом против существования  $He^5$  и  $Li^5$  (§3).

Реакция (2) достаточна для объяснения выделения энергии в очень ярких звёздах главной последовательности, таких как Y Лебедя (Y Cygni) (хотя существуют трудности, связанные с быстрым истощением запаса энергии в таких звёздах, что должно происходить при любой теории, §9). Ни одна из реакций (1) или (2) не способна объяснить выделение энергии в звёздах-гигантах; если предположить, что именно ядерные реакции ответственны за энергетический баланс этих звёзд, то, по видимому, только они могли бы обеспечить достаточное выделение энергии.



Однако остаётся сомнительным, действительно ли выделение энергии в гигантах связано с ядерными реакциями<sup>2</sup>.

Сначала мы рассчитаем выделение энергии за счёт ядерных реакций (§2, 4). Затем докажем невозможность синтеза более тяжёлых элементов в звёздах при существующих условиях (§5–6). Далее рассмотрим реакции, которые могут вносить вклад в энергетические процессы (§5, 7), и сравним полученные результаты с имеющимися данными о температурах и плотностях в звёздах (§8,

9). Наконец, мы обсудим астрофизические проблемы зависимости масса–светимость (§10), устойчивости звёзд к температурным изменениям (§11) и эволюции звёзд (§12).

## § 2. Формула для выделения энергии

Вероятность ядерной реакции в газе с максвелловским распределением скоростей впервые была рассчитана Аткинсоном и Хаутермансом<sup>3</sup>. Недавно усовершенствованную формулу получили Гамов и Теллер<sup>4</sup>. Полное число реакций в единице массы (на грамм) в секунду имеет вид:

$$p = \frac{4\rho x_1 x_2}{3^{5/2} m_1 m_2 \hbar} a R^2 e^{4(2R/a)^{1/2}} \tau^2 e^{-\tau} \tag{4}$$

Здесь  $p$  — плотность газа,  $x_1$  и  $x_2$  — концентрации (по массе) двух реагирующих типов ядер,  $m_1$  и  $m_2$  их массы,  $Z_1 e$  и  $Z_2 e$  их заряды,  $m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$  — приведенная масса,  $R$  — суммарный радиус,

$$a = \hbar^2 / m e^2 Z_1 Z_2 \tag{5}$$

это "боровский радиус" для данной системы,  $\Gamma / \hbar$  — вероятность ядерной реакции в  $^{-1}$  после туннельного проникновения и параметр

$$\tau = 3 \left( \frac{\pi^2 m e^4 Z_1^2 Z_2^2}{2 \hbar^2 k T} \right) \tag{6}$$

характеризует подавление реакции кулоновским барьером.

Если измерять плотность  $p$  в г/см<sup>3</sup>,  $\Gamma$  — в вольтах и  $T$  в единицах  $10^6$  градусов, то получаем:

$$p = 5.3 \times 10^{25} \rho x_1 x_2 \Gamma \varphi(Z_1, Z_2) \tau^2 e^{-\tau} \text{ г}^{-1} \text{ сек}^{-1}, \tag{7}$$

$$\tau = 42.7 (Z_1 Z_2)^3 \left( \frac{A}{T} \right)^{1/3}, \tag{8}$$

$$\varphi = \frac{1}{A_1 A_2 (Z_1 Z_2 A)^3} \left( \frac{8R}{a} \right)^2 e^{2\sqrt{8R/a}}. \tag{9}$$

где  $A_1 A_2$  — атомные массы реагирующих ядер ( $A_i = m_i / m_H$ ,  $A = m / m_H$ ,  $m_H$  — масса водорода). Для суммарного радиуса ядер 1 и 2 принимаем:

$$R = 1.6 \times 10^{-13} (A_1 + A_2)^{1/3} \text{ см}. \tag{10}$$

Соответствующие значения функции  $\varphi$  приведённые в таблице 1. Для различных изотопов одного и того же элемента величины  $\varphi$  отличаются лишь незначительно.

Значения  $\Gamma$  для реакций, в которых испускаются частицы, могут быть получены из *наблюдаемых эффективных сечений* этих реакций.

<sup>1</sup>Б. Стрёмгрен, Ergebnisse der Exakten Naturwissenschaften 16, стр. 465 (1937).

<sup>2</sup>Г. Гамов, личное сообщение.

<sup>3</sup>Р. д'Э. Аткинсон и Ф. Г. Хаутерманс, Журнал физики (Zeitschrift für Physik) 54, стр. 656 (1929)

<sup>4</sup>Г. Гамов и Э. Теллер, Физикал Ревью (Physical Review) 53, стр. 608 (1938), уравнение (3)

Таблица 1: Значения  $\varphi$  для различных ядерных реакций.

Реакция	$R$ ( $10^{-13}$ см)	$\varphi$	Реакция	$R$	$\varphi$
$H^2 + H$	2.3	0.38	$Si^{30} + H$	5.0	29.3
$H^3 + H$	2.5 <sub>5</sub>	0.48	$Cl^{37} + H$	5.4	75
$He^4 + H$	2.7 <sub>5</sub>	0.81	$H^2 + H^2$	2.5 <sub>5</sub>	0.67
$Li^7 + H$	3.2	0.91	$Be^7 + H^2$	3.3	1.18
$Be^9 + H$	3.4 <sub>5</sub>	1.16	$Be^7 + He^3$	3.4 <sub>5</sub>	7.9
$B^{11} + H$	3.6 <sub>5</sub>	1.52	$He^4 + H^2$	2.9	0.57
$C^{12} + H$	3.7 <sub>5</sub>	2.00	$He^4 + He^3$	3.0 <sub>5</sub>	1.09
$N^{14} + H$	3.9 <sub>5</sub>	2.78	$He^4 + He^4$	3.2	1.29
$O^{16} + H$	4.1 <sub>5</sub>	3.80	$Li^7 + He^4$	3.5 <sub>5</sub>	4.9
$F^{19} + H$	4.3 <sub>5</sub>	5.5	$Be^7 + He^4$	3.5 <sub>5</sub>	13.2
$Ne^{22} + H$	4.5 <sub>5</sub>	7.7	$Be^8 + He^4$	3.6 <sub>5</sub>	16.2
$Mg^{26} + H$	4.8	13.2	$C^{12} + He^4$	4.0	230

Таблица 2: Сечения и ширины для некоторых ядерных реакций, приводящих к образованию частиц.

Реакции	Ref.	$E$ кВ	$\sigma$ см <sup>2</sup>	$R$ см	$\Gamma$
$H^2 + H^2 = He^3 + n^1$	5	100	$1.7 \times 10^{-26}$	$2.6 \times 10^{-13}$	$3 \times 10^5$
$Li^7 + H^1 = 2He^4$	6	42	$1.7 \times 10^{-30}$	$3.2 \times 10^{-13}$	$4 \times 10^4$
$Li^6 + H^1 = He^4 + He^3$	6a				$5 \times 10^5$
$Li^6 + H^2 = \begin{cases} 2He^4 \\ Li^7 + H \end{cases}$	7	212	$1.9 \times 10^{-26}$	$3.2 \times 10^{-13}$	$4 \times 10^6$
$Li^7 + H^2 = 2He^4 + n$	7	212	$5.5 \times 10^{-26}$	$3.3 \times 10^{-13}$	$1 \times 10^7$
$Be^9 + H^1 = \begin{cases} Li^6 + He^4 \\ Be^8 + H^2 \end{cases}$	7a	212	$1.1 \times 10^{-26}$	$3.5 \times 10^{-13}$	$1.7 \times 10^6$
$Be^9 + H^2 = \begin{cases} 2Li^7 + He^4 \\ Be^8 + H^3 \\ Be^{10} + H^1 \end{cases}$	7a	212	$5 \times 10^{-28}$	$3.6 \times 10^{-13}$	$6 \times 10^5$
$B^{11} + H^1 = 3He^4$	7b	212	$6 \times 10^{-28}$	$3.7 \times 10^{-13}$	$2 \times 10^6$

с использованием этой формулы (см. ссылку 4, уравнение (2)) позволяет вычислить сечения таких реакций:

$$\sigma = \frac{\pi R^2}{2E} \frac{A_1 + A_2}{A_2} \Gamma \exp \left[ \left( \frac{32R}{a} \right)^{1/2} - \frac{2\pi e^2}{\hbar v} Z_1 Z_2 \right] \quad (11)$$

где  $E$  — абсолютная энергия падающей частицы (частицы 1). В таблице 2 приведены экспериментальные результаты для некоторых наиболее хорошо изученных реакций. Во всех случаях выбирались эксперименты с частицами малых энергий, чтобы условия как можно ближе соответствовали тем, которые имеют место в звёздах, где основная доля ядерных реакций обусловлена частицами с энергией порядка 20 кэВ. Эффективные сечения во всех случаях вычислялись по выходу реакции в

толстых мишенях с использованием соотношения «пробег–энергия», полученного Хербом, Беллами, Паркинсоном и Хадсоном.<sup>8</sup>

Полученные ширины (последний столбец Таблицы 2) в основном лежат в интервале от  $3 \times 10^5$  до  $2 \times 10^7$  эВ, за исключением реакции  $Li^7 + H = 2He^4$ , которая считается «маловероятной».<sup>9</sup>

Ширины  $\gamma$ -квантов  $\Gamma_\gamma$  могут быть получены из наблюдаемых радиационных захватов протонов. Экспериментальные данные приведены в таблице 3. Два более старых результата взяты из Таблицы XXXIX справочника<sup>10</sup>; остальные основаны на более поздних экспериментах по захвату протонов<sup>11 12 13 14</sup> и нейтронов<sup>15</sup>. Хотя результаты разных исследователей заметно расходятся (например, для реакции  $Li^7 + H^1 = Be^8$ ,  $\Gamma$  находится между 4 и 40 вольт, причём более вероятным представляется большее значение), в целом можно считать, что она обычно находится в диапазоне от 2 до 40 эВ. Как и следует ожидать теоретически, ширина, как правило, несколько больше для более энергетичных  $\gamma$ -квантов.

Достаточно хорошее согласие с экспериментом достигается при использовании теоретической формулы для дипольного излучения (ср. ссылку 10, уравнение (71b)) при осцилляторной силе  $1/50$ , что даёт:

$$\Gamma_\gamma \sim 0.1 E_\gamma^2, \quad (12)$$

Таблица 3: Сечения и ширины для некоторых ядерных реакций, приводящих к образованию частиц.

Реакции	Ссылки	Ширина(вольт)	$\gamma$ -энергия (МэВ)
$Li^7 + H^1 = Be^8 + \gamma$	$\begin{Bmatrix} 10 \\ 11 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 4 \\ 40 \end{Bmatrix}$	17
$B^{11} + H^1 = C^{12} + \gamma$	11	0.6	12, 16
$C^{12} + H^1 = N^{13} + \gamma$	12	0.6	2
$C^{13} + H^1 = N^{14} + \gamma$	13, 14	30	4,8
$F^{19} + H^1 = Ne^{20} + \gamma$	10	0.6, 8, 18	6
$C^{12} + n^1 = C^{13} + \gamma$	15	$\leq 2.5$	5
$O^{16} + n^1 = O^{17} + \gamma$	15	$\leq 2.5$	4

где  $E_\gamma$  — энергия  $\gamma$ -лучей в mMU (mMU = milli Mass Unit, т.е. милли-массовых единицах), а  $\Gamma_\gamma$  — ширина линии  $\gamma$ -лучей в тех же единицах. Для квадрупольного излучения теория даёт:

$$\Gamma_\gamma \sim 5 \times 10^{-4} E_\gamma^4 \quad (\text{квадрупольное}). \quad (12a)$$

Формулы (12) и (12a) будут использоваться в расчётах, когда экспериментальные данные недоступны; в любом отдельном случае ошибка может достигать фак-

<sup>5</sup>Р. Ладенбург и М. Х. Каннер, Physical Review, 52, 911 (1937)

<sup>6</sup>Х. Д. Дулиттл, Physical Review, 49, 779 (1936)

<sup>6a</sup>Выход оказывается примерно таким же, как и для реакции  $Li^7 + H$  на мишени из природного лития.

<sup>7</sup>Дж. Х. Уильямс, У. Г. Шеперд и Р. О. Хаксби, Physical Review, 52, 390 (1937)

<sup>7a</sup>Дж. Х. Уильямс, Р. О. Хаксби и У. Г. Шеперд, Physical Review, 52, 1031 (1937)

<sup>7b</sup>Дж. Х. Уильямс, У. Х. Уэллс, Дж. Т. Тейт и Э. Дж. Хилл, Physical Review, 51, 434 (1937)

<sup>8</sup>Д. Б. Паркинсон, Р. Г. Херб, Дж. К. Беллами и К. М. Хадсон, Physical Review, 52, 75 (1937).

<sup>9</sup>М. Гольдхабер, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 30, 560 (1934).

<sup>11</sup>У. А. Фаулер, Э. Р. Гертнер и К. К. Лауритсен, Physical Review,

53, 628 (1938)

<sup>12</sup>У. А. Фаулер, Э. Р. Гертнер и К. К. Лауритсен, Physical Review, 53, 628 (1938)

<sup>13</sup>П. И. Ди, С. К. Карран и В. Петржилка, Nature, 141, 642 (1938).  $\gamma$ -лучи от  $C^{13}$  дают примерно такое же число отсчётов, как и  $\gamma$ -лучи от  $C^{12}$ . Эффективность счётчика для  $\gamma$ -лучей  $C^{13}$  примерно вдвое выше, чем для  $C^{12}$ , поскольку сечение для образования комптоновских и парных электронов меньше примерно на коэффициент 2/3, тогда как пробег этих электронов примерно в 3 раза больше. При содержании  $C^{13}$  около 1%  $\gamma$ -ширина для этого нуклида становится в 50 раз больше, чем для  $C^{12}$ . Я признателен д-ру Роузу за помощь в этих вычислениях.

<sup>14</sup>М. Э. Роуз, Physical Review, 53, 844 (1938)

<sup>15</sup>О. Р. Фриш, Х. В. Хан и Й. Кох, Nature, 140, 895 (1937); Danish Academy of Sciences, 15, 10 (1937).

тора 10 или более, но это несущественно по сравнению с другими неопределённостями.

Следует отметить, что радиационные процессы в целом встречаются редко по сравнению с процессами испускания частиц. Согласно данным Таблиц II и III, отношение вероятностей составляет порядка  $10^4$ – $10^5$  в пользу реакций с испусканием частиц.

В ряде случаев реакция ядра  $A$  с тяжёлой частицей (протоном или  $\alpha$ -частицей) должна конкурировать с естественной  $\beta$ -радиоактивностью ядра  $A$  или с захватом электрона. Если время жизни радиоактивных ядер не известно экспериментально, используется теория Ферми. Согласно этой теории, константа распада для  $\beta$ -излучения равна<sup>16</sup>:

$$\beta = 0.9 \times 10^{-4} f(W) |G|^2 \text{ сек}^{-1}. \quad (13)$$

Матрица элемент  $G$  близок к единице для сильно разрешённых переходов, а функция  $f(W)$  задаётся выражением:

$$f(W) = (W^2 - 1) \left( \frac{1}{30} W^4 - \frac{3}{20} W^2 - \frac{2}{15} \right) + W \log \left[ W + (W^2 - 1)^{1/2} \right]. \quad (13a)$$

где  $W$  — максимальная энергия  $\beta$ -частицы, включая её массу, в единицах  $mc^2$  (где  $m$  — масса электрона).

Вероятность электронного захвата:

$$\beta_C = 0.9 \times 10^{-4} \pi N \left( \frac{\hbar}{mc} \right)^3 W^2 |G|^2 \text{ сек}^{-1}, \quad (14)$$

где  $W$  — энергия испускаемого нейтрино в единицах  $mc^2$ , а  $N$  — число электронов на одной оболочке атома. Для водорода (см. справочник, стр. 482):

$$N = 6.10 \times 10^{23} x_i (1 + x_i)$$

(для оболочек  $p$  и  $d$ ), и, следовательно,

$$\beta_C = 1.5 \times 10^{-10} (1 + x_i) W^2 |G|^2 \text{ сек}^{-1}. \quad (14a)$$

### § 3. Стабильность некоторых изотопов

Для обсуждения ядерных реакций важно знать, существуют ли определённые изотопы (такие как  $\text{Li}^4$ ,  $\text{Li}^5$ ,  $\text{Be}^6$ ,  $\text{Be}^8$ ,  $\text{B}^8$ ,  $\text{B}^9$ ,  $\text{C}^{10}$  и т. д.). Критерием существования ядра является его энергетическая устойчивость к самопроизвольному распаду на тяжёлые частицы (с испусканием нейтрона, протона или  $\alpha$ -частицы).

Если лёгкое ядро энергетически неустойчиво к испусканию тяжёлых частиц, его время жизни будет составлять очень малую долю секунды (обычно порядка  $10^{-20}$  с). Даже если неустойчивость мала (например,  $\text{Be}^8$

имеет время жизни  $\sim 10^{-13}$  с, если его масса превышает массу двух  $\alpha$ -частиц<sup>17</sup> на 50 кэВ).

Для оценки времени жизни радиоактивных ядер также необходимо знать разность масс изобар. Аналогичная информация требуется для оценки ширины  $\gamma$ -линий в реакциях захвата (см. уравнения (12), (12a)).

#### $\text{H}^3$ и $\text{He}^3$

Последние измерения<sup>18</sup> энергии реакции  $\text{H}^2 + \text{H}^2 = \text{He}^3 + n^1$  дали значение 3.29 МэВ по сравнению с 3.98 МэВ для реакции  $\text{H}^2 + \text{H}^2 = \text{H}^3 + \text{H}^1$ . При разности масс между нейтроном и атомом водорода, равной 0.75 МэВ<sup>19</sup>, это делает  $\text{He}^3$  более стабильным, чем  $\text{H}^3$ , на 0.06 МэВ. Это согласуется с экспериментальным фактом, что  $\text{H}^3$  отсутствует в природном водороде с точностью до одной части на  $10^{12}$ .

Даже если  $\text{He}^3$  окажется тяжелее, чем  $\text{H}^3$ , разность не может превышать примерно 0.05 МэВ  $\approx 0.1 mc^2$ , что сделало бы время жизни  $\text{He}^3$  исключительно большим (порядка 2000 лет в центре Солнца, см. уравнение (14a)) и около 3000 лет в полном атоме (на Земле).

#### $\text{H}^4$ и $\text{Li}^4$

Как впервые указали Боте и Гентнер<sup>20</sup>, вполне возможно, что  $\text{H}^4$  стабилен.  $\text{Li}^4$ , конечно, менее стабилен из-за кулоновского отталкивания между его тремя протонами. Если  $\text{Li}^4$  стабилен, то он должен образовываться при захвате протона ядром  $\text{He}^3$  и, таким образом, играть важную роль в звёздных реакциях (см. §5). Единственная возможная оценка стабильности, по-видимому, представляет собой компромисс между...

Продолжая аналогию между парами  $\text{Li}^4\text{Li}^5$  и  $\text{B}^8\text{B}^9$ , можно сделать разумные оценки<sup>21</sup>:  $\text{B}^9$  оказывается лишь немного неустойчивым (на 0.3–0.7 mMU), в то время как  $\text{B}^8$  находится на границе устойчивости (энергия связи между  $-0.4$  и  $+0.4$  mMU), то есть  $\text{B}^8$  примерно на 0.3–0.7 mMU более стабилен, чем  $\text{B}^9$ .  $\text{Li}^5$  (см. ниже) неустойчив на 1.4–1.8 mMU; если предположить ту же разницу, то  $\text{Li}^4$  оказывается неустойчивым примерно на 1 mMU. Однако этот аргумент очень неопределён, и возможность существования стабильного  $\text{Li}^4$  пока не может быть исключена.  $\text{H}^4$ , исходя из аналогичных соображений, оказался бы устойчивым примерно на 0.6 mMU.

#### $\text{He}^5$ и $\text{Li}^5$

Неустойчивость  $\text{He}^5$  показана непосредственно экспериментами Уильямса, Шеперда и Хаксби<sup>22</sup> по реакции

$$\text{Li}^7 + \text{H}^2 = \text{He}^5 + \text{He}^4 \quad (15)$$

Из измерения пробега  $\alpha$ -частиц была найдена масса  $\text{He}^5$  (см. источник<sup>23</sup>, Таблица 73, стр. 373) — 5.0137, тогда как суммарная масса  $\alpha$ -частицы и нейтрона составила бы  $4.00386 + 1.00893 = 5.0128$ . Таким образом,

<sup>17</sup>Х. А. Бете, Reviews of Modern Physics, 9, 167 (1937)

<sup>18</sup>Т. В. Боннер, Physical Review, 52, 685 (1938)

<sup>19</sup>Х. А. Бете, Physical Review, 53, 313 (1938)

<sup>20</sup>В. Боте и В. Гентнер, Naturwissenschaften, 24, 17 (1936)

<sup>21</sup>Х. А. Бете, Physical Review, 54, 436, 955 (1938)

<sup>22</sup>Дж. Х. Уильямс, У. Г. Шеперд и Р. О. Хаксби, Physical Review, 51, 888 (1937)

<sup>23</sup>М. С. Ливингстон и Х. А. Бете, Reviews of Modern Physics, 9, 247 (1937).



He<sup>5</sup> оказывается неустойчивым на 0.9 mMU (милли-массовых единиц), что значительно превышает экспериментальную погрешность (около 0.1–0.2 mMU).

Можно возразить, что наблюдаемая группа  $\alpha$ -частиц в реакции (15) могла бы соответствовать возбуждённому состоянию He<sup>5</sup>. Однако это крайне маловероятно, так как ядро столь простой структуры, как He<sup>5</sup> ( $\alpha$ -частица плюс нейтрон), не должно иметь низколежащих возбуждённых уровней<sup>24</sup>. (Это подтверждается как  $\alpha$ -частичной, так и хартриевской моделью ядерной структуры.) Кроме того, было бы трудно объяснить, почему  $\alpha$ -частицы, соответствующие основному состоянию He<sup>5</sup>, не были наблюдаемы.

Вывод о том, что масса 5.0137, найденная Уильямсом, Шепердом и Хаксби, действительно соответствует основному состоянию He<sup>5</sup>, подкрепляется другими соображениями, основанными на дефектах масс. Следовательно, He<sup>5</sup> является неустойчивым это впервые предсказал Аткинсон<sup>25</sup>, основываясь на подобных рассуждениях. Рассматривая аналогичные ядра, состоящие из  $\alpha$ -частиц и одного нейтрона, мы находим, что последний нейтрон связан энергией 5.3 mMU в C<sup>13</sup> и лишь 1.8 mMU в Be<sup>9</sup>. Энергия связи  $-0.9$  mMU для He<sup>5</sup> хорошо вписывается в этот ряд, тогда как положительная энергия связи — нет.

Если ядро He<sup>5</sup> неустойчиво, то тем более неустойчиво и ядро Li<sup>5</sup>. Это следует из того, что энергии связи этих двух ядер отличаются лишь кулоновским отталкиванием между протоном и  $\alpha$ -частицей в Li<sup>5</sup>. Величина этого отталкивания составляет примерно 0,6–1 мМЕ, так что Li<sup>5</sup> оказывается неустойчивым на 1,4–1,8 мМЕ.

Таким образом, все ядерные данные<sup>25</sup> указывают на несуществование как He<sup>5</sup>, так и Li<sup>5</sup>. Даже если бы таких данных не было, астрофизические соображения сами по себе привели бы нас к тому же выводу, поскольку при температуре порядка  $2 \times 10^7$  К (центральная температура Солнца) энергия, выделяемая при образовании Li<sup>5</sup> из He<sup>4</sup> и H, составила бы величину порядка  $10^{10}$  эрг/г-сек (см. §4), тогда как наблюдаемое выделение энергии составляет лишь 2 эрг/г-сек. Только несуществование Li<sup>5</sup> предотвращает столь огромное выделение энергии.

## Be<sup>6</sup>

Это ядро, несомненно, неустойчиво, что можно показать, сравнив его с известным ядром He<sup>6</sup>, отличающимся лишь перестановкой протонов и нейтронов. Кулоновская энергия, являющаяся единственным отличием между энергиями связи этих двух ядер, может быть вычислена с достаточно хорошей точностью<sup>21</sup>. Неустойчивость относительно распада на He<sup>4</sup> + 2H составляет от

1 до 2.6 mMU.

## Be<sup>7</sup>

Это ядро было наблюдаено Робертсом, Хейденбургом и Лохером<sup>26</sup>.

Таблица 4: Сечения и ширины для некоторых ядерных реакций, приводящих к образованию частиц.

Ядро	Масса	Энергия связи (mMU)	Ссылка
n <sup>1</sup>	1.008 93	—	19
He <sup>3</sup>	3.016 99	5.87	18
H <sup>4</sup>	4.025 4	$0.6 \pm 1$	—
He <sup>4</sup>	4.003 86	—	29
Li <sup>4</sup>	4.026 9	$-1 \pm 1$	—
He <sup>5</sup>	5.013 7	$-0.9 \pm 0.2$	23
Li <sup>5</sup>	5.013 6	$-1.6 \pm 0.3$	—
Be <sup>6</sup>	6.021 9	$-1.8 \pm 0.8$	21
Be <sup>7</sup>	7.019 28	5.7	26
Be <sup>8</sup>	8.007 80	$-0.08 \pm 0.04$	28
B <sup>8</sup>	8.027 4	$0.0 \pm 0.4$	21
B <sup>9</sup>	9.016 4	$-0.5 \pm 0.2$	21
C <sup>10</sup>	10.020 2	3.8	21
N <sup>12</sup>	12.022 5 -24 3	$0.0 \pm 0.9$	21
N <sup>13</sup>	13.010 08	2.03	19
O <sup>14</sup>	14.013 1	5.1	21

Оно распадается с периодом полураспада 43 дня (среднее время жизни — около 60 дней) и, вероятно, этот изотоп захватывает только K-электроны. Расчёты кулоновской энергии<sup>21</sup>, с другой стороны, показывают, что возможно испускание позитрона (энергия позитрона порядка 0.1 mMU). В качестве компромисса будем считать, что масса Be<sup>7</sup> равна массе Li<sup>7</sup> плюс два электрона, т. е. 7.01928.

## Be<sup>8</sup>

Неустойчивость Be<sup>8</sup> по отношению к распаду на две  $\alpha$ -частицы была окончательно установлена Панетом и Глюккауфом<sup>27</sup>, которые показали, что Be<sup>8</sup>, образующийся при фотоэлектрическом распаде Be<sup>9</sup>, распадается на две частицы He<sup>4</sup>. Кирхнер и Нойерт<sup>28</sup> подтвердили этот вывод, исследуя продукты реакции  $B^{11} + H = Be^8 + He^4$ . Они обнаружили, что две  $\alpha$ -частицы часто попадают в детектор почти одновременно, с небольшим углом (менее 50°) между их направлениями движения; это полностью соответствует ожиданиям, если предположить, что Be<sup>8</sup> распадается на две  $\alpha$ -частицы в пути к детектору. Из среднего значения угла между двумя  $\alpha$ -частицами энергия распада Be<sup>8</sup> (разность масс между Be<sup>8</sup> - 2He<sup>4</sup>) была оценена в пределах от 40 до 120 кэВ<sup>28а</sup>.

<sup>24</sup>За возможным исключением дублетной структуры основного состояния, аналогичной Li<sup>5</sup>. Однако в данном случае дублетное расщепление, по-видимому, должно быть значительно меньшим, чем у Li<sup>7</sup>, вследствие слабого связывания He<sup>5</sup>; при этом предполагается, что обе компоненты дублета уже входят в достаточно широкую группу  $\alpha$ -частиц, наблюдавшуюся Уильямсом, Шепердом и Хаксби.

<sup>25</sup>Р. д'Э. Аткинсон, Physical Review, 48, 382 (1935)

<sup>25а</sup>Примечание, добавленное при корректуре. — Недавно Ф. Жолио и И. Зотовский (Journal de physique et le radium, 9, 403 (1938)) сообщили об образовании устойчивого He<sup>5</sup> в реакции  $He^4 + H^2 \rightarrow He^5 + H^1$ . Доказательства основаны на наблюдении испускания однозарядных частиц большого пробега при бомбардировке тяжёлого парафина  $\alpha$ -частицами. Однако число та-

ких частиц оказалось чрезвычайно малым (всего 6 из 126 зарегистрированных треков). Кроме того, масса, приведённая Жолио и Зотовским для He<sup>6</sup> (5,0106), несовместима с устойчивостью (по отношению к испусканию нейтрона) хорошо известного ядра He<sup>6</sup>.

<sup>26</sup>Р. Б. Робертс, Н. П. Гейденбург и Г. Л. Лохер, Physical Review, том 53, стр. 1016 (1938)

<sup>27</sup>Ф. А. Панет и Э. Глюкауф, Nature, том 139, стр. 712 (1937).

<sup>28</sup>Ф. Кирхнер и Х. Нойерт, Naturwissenschaften, том 25, стр. 48 (1937).

<sup>28а</sup>Примечание, добавленное при корректуре: эти выводы согласуются с новыми измерениями С. К. Эллисона, Э. Р. Грейвза, Л. С. Скагса и Н. М. Смита-мл. (Physical Review, том 55, стр. 107 (1939)) по энергии реакции  $Be^9 + H \rightarrow Be^8 + H^2$ .

**B<sup>8</sup>**

Существование сомнительно; расчёт<sup>21</sup> по сравнению с изобарой Li<sup>8</sup> даёт энергию связи между  $-0.4$  и  $+0.4$  mMU. Это ядро не имеет большого значения для астрофизики.

**B<sup>9</sup>**

B<sup>9</sup> почти наверняка неустойчиво, что можно показать расчётом<sup>21</sup> разности энергий связи (кулоновской энергии) между ним и его изобарой Be<sup>9</sup>. Теоретическая неустойчивость лежит в пределах от  $0.3$  до  $0.7$  mMU, при этом  $0.3$ , вероятно, является нижней границей. Однако, учитывая малость этой неустойчивости, мы, по крайней мере, обсудим, что произойдёт, если предположить, что B<sup>9</sup> стабильно (§6). Оказывается, что это практически не повлияет при «обычных» температурах ( $2 \times 10^7$  K) и лишь незначительно при более высоких ( $10^8$  K). Для этих расчётов мы будем считать, что B<sup>9</sup> стабильно с энергией связи  $0.2$  mMU, что является щедрым допущением.

**C<sup>10</sup>**

C<sup>10</sup> стабильно с энергией связи  $4$  mMU относительно Be<sup>8</sup> + 2H.

**N<sup>12</sup>**

N<sup>12</sup> сомнительно, главным образом потому, что энергия связи его изобары B<sup>12</sup> известна очень неточно (в пределах между  $2$  и  $3.3$  mMU). Предполагая  $2$  mMU, N<sup>12</sup>, вероятно, было бы неустойчиво, а при  $3.3$  mMU — стабильно.

Таблица IV суммирует энергии связи сомнительных ядер и также приводит некоторые дополнительные значения ядерных масс, исправленные по сравнению с данными, приведёнными в источнике<sup>23</sup>, стр. 373.

## § 4. Скорости реакций при температуре $2 \times 10^7$ градусов

Теперь мы готовы фактически вычислить скорость ядерных реакций при условиях, существующих в звёздах. Мы выбираем температуру двадцать миллионов градусов, что близко к температуре центра Солнца. Чтобы получить выражение, не зависящее от плотности и химического состава, мы вычисляем (см. формулу (7)):

$$P = \frac{(m_2/x_2)p}{\rho x_1} \quad (16)$$

Здесь  $P\rho x_1$  даёт вероятность (в секунду), что ядро второго типа вступает в реакцию с любым ядром первого типа.

<sup>30</sup>Если совокупное начальное ядро и конечное ядро имеют одинаковую чётность (как это, например, может быть в реакции  $O^{16} + H \rightarrow F^{17}$ ), то дипольный переход всё же возможен, но лишь в том случае, если налетающая частица обладает орбитальным моментом, равным единице. Это обстоятельство не оказывает су-

Таблица 5 представляет результаты вычислений, основанных на уравнениях (7)–(9). В первом столбце приведены ядерные реакции. Были рассмотрены все реакции, которые, как предполагалось, играют важную роль во внутренней области звёзд; кроме того, были включены некоторые реакции с более тяжёлыми элементами (от O<sup>16</sup> до Cl<sup>37</sup>), чтобы показать, как уменьшается скорость реакции при увеличении атомного номера.

Кроме того, были включены семь реакций, несмотря на то что их продукты или исходные ядра считаются (§3) **неустойчивыми** (отмечены звёздочкой) или **сомнительными** (с вопросительным знаком). Эти реакции включены для обсуждения последствий на случай, если бы они всё же происходили.

Во втором столбце приведено значение выделяемой энергии  $Q$  в реакции, вычисленное из масс (см. источник 23, таблицу LXXIII и таблицу IV данной работы). В третьем столбце указана ширина уровня  $\Gamma$ , определяющая скорость реакции (ср. §2). Где это было возможно, значения брались из экспериментов (таблицы 2 и 3) или из «эмпирических формул» (12), (12а) для ширины излу. Для радиационного объединения двух ядер с одинаковым удельным зарядом (например,  $H^2 + He^4$ ,  $He^4 + He^4$ ,  $C^{12} + He^4$ ) предполагалось квадрупольное излучение; во всех остальных случаях — дипольное излучение.<sup>30</sup> Для почти одинакового удельного заряда (например,  $Be^7 + He^4$ ) использовалась формула для дипольного излучения с соответствующим уменьшением.

В некоторых случаях ширина уровня  $\Gamma$  оценивалась по аналогии (например,  $N^{15} + H = C^{12} + He^4$ ) или на основании приближённых теоретических расчётов ( $H^2 + H = He^3$ ).<sup>31</sup> Способ, которым было получено значение  $\Gamma$ , указывался буквой в каждом конкретном случае.

Четвёртый столбец содержит  $\tau$ , вычисленное по формуле (8), а пятый —  $P$ , согласно уравнению (16). Большая изменчивость значений  $P$  очевидна, как и малость  $P$  для реакций с  $\alpha$ -частицами по сравнению с протонными реакциями.

Например, реакция между He<sup>4</sup> и ядром, таким лёгким, как Be, столь же невероятна, как между протоном и Si. Это, разумеется, объясняется большим зарядом и массой  $\alpha$ -частицы, которые оба снижают её проникающую способность. Реакция  $He^4 + He^4 = Be^8$  имеет исключительно малую вероятность из-за малой частоты и квадрупольного характера испускаемых  $\gamma$ -лучей. Таким образом, эта реакция не имела бы большого значения даже в случае, если бы Be<sup>8</sup> был стабильным.

С другой стороны, реакция  $He^4 + H = Li^5$  была бы чрезвычайно вероятна, если бы Li<sup>5</sup> существовал. Гелий на Солнце «сгорел» бы полностью примерно за шесть дней, даже если сделать довольно неблагоприятные предположения о вероятности реакции. Аналогично, если выделение энергии на процесс составляет  $0.2$  mMU =  $3 \cdot 10^{-7}$  эрг, то энергия, выделяемая на грамм звёздного вещества, будет равна

$$(6 \cdot 10^{23}/4) \rho x_H x_{He} 3 \cdot 10^{-7} 6 \cdot 10^{-8}.$$

щественного влияния на проницаемость барьера при  $R > a$  (ср. формулы (4), (5)), что выполняется во всех случаях, когда ожидается совпадение чётностей.

<sup>31</sup>Л. И. Шифф, Physical Review, том 52, стр. 242 (1937)

Таблица 5: Вероятности ядерных реакций при  $2 \cdot 10^7$  К.

Реакция	$Q$ (мМУ)	$\Gamma$ (эВ)	$P$ (с <sup>-1</sup> )	Время жизни при $\rho x_1 = 30$	
H + H = H <sup>2</sup> + e <sup>+</sup>	1.53	Ref. 16	12.5	8.5 · 10 <sup>-21</sup>	1.2 · 10 <sup>11</sup> лет
H <sup>2</sup> + H = He <sup>3</sup>	5.9	1 <i>E</i>	13.8	1.3 · 10 <sup>-2</sup>	2 сек
H <sup>3</sup> + H = He <sup>4</sup>	21.3	10 <i>E</i>	14.3	1.7 · 10 <sup>-1</sup>	0.2 сек
He <sup>3</sup> + H = Li <sup>4*</sup>	(0.5)	0.02 <i>D</i>	22.7	3 · 10 <sup>-7</sup>	1 день
He <sup>4</sup> + H = Li <sup>5*</sup>	(0.2)	0.005 <i>D</i>	23.2	6 · 10 <sup>-8</sup>	6 дней
Li <sup>6</sup> + H = He <sup>4</sup> + He <sup>3</sup>	4.1	5 · 10 <sup>5</sup> <i>X</i>	31.1	7 · 10 <sup>-3</sup>	5 сек
Li <sup>7</sup> + H = 2He <sup>4</sup>	18.6	4 · 10 <sup>4</sup> <i>X</i>	31.3	6 · 10 <sup>-4</sup>	1 мин
Be <sup>7</sup> + H = B <sup>8?</sup>	(0.5)	0.02 <i>D</i>	38.1	6 · 10 <sup>-13</sup>	2000 лет
Be <sup>9</sup> + H = Li <sup>6</sup> + He <sup>4</sup>	2.4	10 <sup>6</sup> <i>X</i>	38.1	4 · 10 <sup>-5</sup>	15 мин
B <sup>9</sup> + H = C <sup>10*</sup>	3.5	2 <i>D</i>	44.6	2 · 10 <sup>-13</sup>	5000 лет
B <sup>10</sup> + H = C <sup>11</sup>	9.2	10 <i>D</i>	44.6	1 · 10 <sup>-12</sup>	1000 лет
B <sup>11</sup> + H = 3He <sup>4</sup>	9.4	10 <sup>6</sup> <i>E</i>	44.6	1.2 · 10 <sup>-7</sup>	3 дня
C <sup>11</sup> + H = N <sup>12</sup>	(0.4)	0.02 <i>D</i>	50.6	1 · 10 <sup>-17</sup>	10 <sup>8</sup> лет
C <sup>11</sup> + H = N <sup>13</sup>	2.0	0.6 <i>X</i>	50.6	4 · 10 <sup>-16</sup>	2.5 · 10 <sup>6</sup> лет
C <sup>13</sup> + H = N <sup>14</sup>	8.2	30 <i>X</i>	50.6	2 · 10 <sup>-14</sup>	5 · 10 <sup>4</sup> лет
N <sup>14</sup> + H = O <sup>15</sup>	7.8	5 <i>D</i>	56.3	2 · 10 <sup>-17</sup>	5 · 10 <sup>7</sup> лет
N <sup>15</sup> + H = C <sup>14</sup> + He <sup>4</sup>	5.2	1 · 10 <sup>5</sup> <i>E</i>	56.3	5 · 10 <sup>-13</sup>	2000 лет
O <sup>16</sup> + H = F <sup>17</sup>	0.5	0.02 <i>D</i>	61.6	8 · 10 <sup>-22</sup>	1 · 10 <sup>12</sup> лет
F <sup>19</sup> + H = O <sup>16</sup> + He <sup>4</sup>	8.8	10 <sup>5</sup> <i>E</i>	66.9	4 · 10 <sup>-17</sup>	3 · 10 <sup>7</sup> лет
Ne <sup>22</sup> + H = Na <sup>23</sup>	10.7	10 <i>D</i>	71.7	5 · 10 <sup>-23</sup>	2 · 10 <sup>13</sup> лет
Mg <sup>26</sup> + H = Al <sup>27</sup>	8.0	10 <i>D</i>	81.3	1 · 10 <sup>-26</sup>	1 · 10 <sup>17</sup> лет
Si <sup>30</sup> + H = P <sup>31</sup>	7.0	10 <i>D</i>	90.4	4 · 10 <sup>-30</sup>	3 · 10 <sup>20</sup> лет
Cl <sup>37</sup> + H = A <sup>38</sup>	12.0	10 <i>D</i>	103.1	5 · 10 <sup>-35</sup>	2 · 10 <sup>25</sup> лет
H <sup>2</sup> + H <sup>2</sup> = He <sup>3</sup> + n	3.5	3 · 10 <sup>5</sup> <i>X</i>	15.7	1 · 10 <sup>-3</sup>	
Be <sup>7</sup> + H <sup>2</sup> = B <sup>9*</sup>	18.5	10 <i>D'</i>	45.9	2 · 10 <sup>-13</sup>	
Be <sup>7</sup> + H <sup>3</sup> = B <sup>9</sup> + n*	11.9	1 · 10 <sup>6</sup> <i>E</i>	50.7	2 · 10 <sup>-10</sup>	
Be <sup>7</sup> + He <sup>3</sup> = C <sup>10</sup>	16.2	1 <i>D'</i>	80.5	3 · 10 <sup>-28</sup>	
H <sup>2</sup> + He <sup>4</sup> = Li <sup>6</sup>	1.7	4 · 10 <sup>-3</sup> <i>Q</i>	27.5	3 · 10 <sup>-10</sup>	
He <sup>3</sup> + He <sup>4</sup> = Be <sup>7</sup>	1.6	0.02 <i>D'</i>	47.3	3 · 10 <sup>-17</sup>	3 · 10 <sup>7</sup> лет
He <sup>4</sup> + He <sup>4</sup> = Be <sup>8*</sup>	(0.05)	5 · 10 <sup>-9</sup> <i>Q</i>	50.0	10 <sup>-24</sup>	
Li <sup>7</sup> + He <sup>4</sup> = B <sup>11</sup>	9.1	1 <i>D'</i>	71.0	2.5 · 10 <sup>-24</sup>	
Be <sup>7</sup> + He <sup>4</sup> = C <sup>11</sup>	8.0	1 <i>D'</i>	86	3 · 10 <sup>-30</sup>	3 · 10 <sup>7</sup> лет
C <sup>12</sup> + He <sup>4</sup> = O <sup>16</sup>	7.8	1 <i>Q'</i>	119	7 · 10 <sup>-43</sup>	

При  $\rho = 80$ ,  $x_H = 0.35$  и  $x_{He} = 0.1$  это даёт около  $10^{10}$  эрг/г·с, в сравнении с 2 эрг/г·с, наблюдаемыми. Это служит ещё одним сильным аргументом против существования  $Li^5$ .

В последнем столбце таблицы V показано среднее время жизни для различных ядер, реагирующих с протонами, при плотности  $\rho = 80$  и содержании водорода  $x_1 = 35\%$ , что соответствует значениям в центре Солнца. Видно, что, за исключением водорода, времена жизни всех ядер до бора весьма коротки — от доли секунды для  $H^3$  до 1000 лет для  $B^{10}$  (жизнь  $B^{10}$  может быть несколько короче из-за реакции  $B^{10} + H = Be^7 + He^4$ ). Из двух ядер с временем жизни более 1000 лет одно —  $B^9$ , вероятно, не существует, другое —  $Be^7$ , распадается с испусканием позитрона с периодом 43 дня.

Следовательно, можно заключить, что все ядра между H и C, в особенности  $H^2$ ,  $H^3$ ,  $Li^6$ ,  $Li^7$ ,  $Be^9$ ,  $B^{10}$ ,  $B^{11}$ , могут существовать во внутренности звёзд только постольку, поскольку они непрерывно вновь образуются в ядерных реакциях. Это заключение не применимо к  $He^4$ , поскольку  $Li^5$  не существует. К  $He^3$  оно, вероятно, применимо только в том случае, если  $Li^4$  также не существует, поскольку  $He^3$  будет разрушаться при соединении с  $He^4$  в  $Be^7$ , хотя и с намного более длительным периодом ( $\sim 3 \cdot 10^7$  лет вместо одного дня для реакции, дающей  $Li^4$ ).

Фактическое время жизни углерода и азота значительно больше, чем это следует из таблицы, поскольку эти ядра постоянно воспроизводятся в результате самих ядерных реакций (§7). Это делает их реальное время жизни порядка  $10^{12}$  (или даже  $10^{14}$ , см. §7) лет, то есть сопоставимым с возрастом Вселенной ( $\sim 2 \cdot 10^{10}$  лет). Протоны и все ядра, тяжелее азота, также обладают временем жизни, сравнимым с астрономическими масштабами.

## § 5. Реакции, происходящие после объединения протонов

В предыдущем разделе было показано, что все элементы, более лёгкие, чем углерод (за исключением  $H^1$  и  $He^4$ ), имеют исключительно короткое время жизни во внутренности звёзд. Такие элементы могут существовать только постольку, поскольку они непрерывно воспроизводятся в ядерных реакциях из элементов с более длительным временем жизни. Это соответствует общей малой распространённости этих элементов как в звёздах, так и на Земле.

Из двух более стабильных ядер,  $He^4$  слишком инертен, чтобы играть важную роль. Он соединяется либо с

протоном, либо с другой  $\alpha$ -частицей, но в обоих случаях продуктом будет нестабильное ядро. Единственный способ реакции  $\text{He}^4$  — это тройные столкновения. Эти реакции будут рассмотрены в следующем разделе и окажутся столь редкими, как и следовало ожидать.

Основной реакцией между элементами, легче углерода, остаётся реакция между двумя протонами:

$$\text{H}^1 + \text{H}^1 = \text{H}^2 + e^+. \quad (1)$$

Согласно Критчфилду и Бете,<sup>16</sup> этот процесс сопровождается выделением энергии 2.2 эрг/г·с при «стандартных звёздных условиях» ( $2 \cdot 10^7$  К,  $\rho = 80$ , содержание водорода 35%). Скорость реакции в этих условиях (см. Таблицу V) равна  $P = 5 \cdot 10^{-19} \text{ с}^{-1}$ , что соответствует среднему времени жизни  $1.2 \cdot 10^{11}$  лет для водорода в Солнце. Это время жизни примерно в десять раз больше возраста Вселенной, определённого по красному смещению.

Согласно вышеизложенному, накопление элементов, более тяжёлых, чем водород, должно начинаться с этой реакции (1). Далее дейтерий захватывает ещё один протон:

$$\text{H}^2 + \text{H}^1 = \text{He}^3 \quad (17)$$

Эта реакция следует почти мгновенно за (1), с задержкой всего около 2 секунд (см. Таблицу V). Следовательно, между протонами и дейтеронами всегда устанавливается статистическое равновесие, при котором их концентрации (по числу атомов) находятся в отношении их соответствующих времён жизни. Это делает концентрацию дейтериев (по массе) равной

$$x(\text{H}^2) = x(\text{H}^1) \frac{2 \cdot 8.5 \cdot 10^{-21}}{1.3 \cdot 10^{-2}} \simeq 1.3 \cdot 10^{-18} x(\text{H}^1) \quad (18)$$

(см. Таблицу V). Относительная вероятность реакции

$$\text{H}^2 + \text{H}^2 = \text{He}^3 + n^1 \quad (19)$$

по сравнению с (17) равна

$$\begin{aligned} p_n &= \frac{1}{4} \frac{P(\text{H}^2 + \text{H}^2 = \text{He}^3 + n)}{P(\text{H}^2 + \text{H} = \text{He}^3) x(\text{H}^1)} \\ &= \frac{10^3 \cdot 1.3 \cdot 10^{-18}}{4 \cdot 1.3 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-14} \end{aligned} \quad (19a)$$

(Один множитель  $\frac{1}{2}$  появляется из-за того, что в реакции (19) взаимодействуют два одинаковых ядра; другой — из-за атомного веса  $\text{H}^2$ .) Таким образом, один нейтрон образуется примерно на каждые  $5 \cdot 10^{13}$  комбинаций протонов.

Дальнейшая судьба образовавшегося  $\text{He}^3$  по реакции (17) зависит от вопроса о стабильности  $\text{Li}^4$  и от относительной устойчивости  $\text{H}^3$  и  $\text{He}^3$ .

#### Предположение А: стабильность $\text{Li}^4$

В этом случае  $\text{He}^3$  захватит ещё один протон, а именно:

$$\text{He}^3 + \text{H}^1 = \text{Li}^4 \quad (20)$$

При предположениях, сделанных в Таблице V, сред-

няя жизнь  $^3\text{He}$  составит 1 день. Тогда  $^4\text{Li}$  испустит позитрон:

$$\text{Li}^4 = \text{He}^4 + e^+. \quad (20a)$$

При предполагаемой стабильности  $^4\text{Li}$ , равной  $0.5 m\text{MU}$  по сравнению с  $3\text{He} + 1\text{H}$ , максимальная энергия позитронов в (20a) будет равна  $20.8 m\text{MU} = 19.4$  (включая массу покоя), что, безусловно, будет самой высокой известной энергией  $\beta$ -излучения. Время жизни  $^4\text{Li}$ , таким образом, можно ожидать как малую долю секунды (период полураспада приблизительно  $1/500$  с для разрешённого перехода в теории Ферми).

Наиболее важное следствие стабильности  $^4\text{Li}$  заключается в том, что только часть разности масс между четырьмя протонами и  $\alpha$ -частицей проявится как используемая энергия. При  $\beta$ -излучении (20a) большая часть энергии, в среднем, отдаётся нейтрино, которое в общем случае покидает звезду, не отдавая энергии наружу.

Согласно теории Конопинского–Уленбека, хорошо согласующейся с наблюдаемым распределением энергии в  $\beta$ -спектрах, нейтрино получает в среднем  $5/8$  от всей доступной энергии, если последняя велика. В нашем случае это будет  $13.0 m\text{MU}$ . Добавив  $0.2 m\text{MU}$  для нейтрино, испускаемого в процессе (1), получаем в сумме  $13.2 m\text{MU}$ , теряющиеся на нейтрино, из общего количества  $28.7 m\text{MU}$ , высвобождающихся при образовании  $\alpha$ -частицы из четырёх протонов и двух электронов. Следовательно, наблюдаемая эволюция энергии составляет только  $15.5 m\text{MU}$ , то есть 54 процента от общего количества. Поэтому, если  $^4\text{Li}$  стабилен, процесс (1) будет давать всего 1.2 эрг/с вместо 2.2 (при «стандартных» условиях).

Испущенные нейтрино могут иметь некоторую вероятность взаимодействовать с веществом во внешних слоях звезды. Кажется разумным предположить, что нейтрино не имеет никакого иного взаимодействия с веществом, кроме того, которое подразумевается в  $\beta$ -теории. Тогда свободное нейтрино ( $\nu$ ) может вызывать только «обратные  $\beta$ -процессы»<sup>32</sup>:

$$\text{H} + \nu = n^1 + e^+ \quad (21)$$

Этот процесс является эндонергетическим с  $1.9 m\text{MU}$  и, следовательно, вызывается только быстрыми нейтрино, такими как от  $^4\text{Li}$ . Сечение этого процесса по теории Ферми равно:

$$\begin{aligned} \sigma &= \pi^2 \left( \frac{\hbar}{mc} \right)^3 0.9 \times 10^{-46} W(W^2 - 1) = \\ &= 1.7 \times 10^{-46} W(W^2 - 1) \text{ см}^2, \end{aligned} \quad (22)$$

где  $W$  — энергия испускаемого позитрона, включая массу покоя, в единицах  $mc^2$ . В процессе (21) это энергия нейтрино минус  $1.35 m\text{MU}$ . Для нейтрино от  $^4\text{Li}$  среднее сечение получается

$$\sigma_W = 2.5 \times 10^{-43} \text{ см}^2 \quad (22a)$$

на протон, а вероятность процесса (21) для нейтрино,

<sup>16</sup>К. Л. Критчфилд и Х. А. Бете, Physical Review, 54, 248, 862 (1938)

<sup>32</sup>Г. А. Бете и Р. Пайерлс, Nature, том 133, стр. 689 (1934).

исходящего из центра звезды, равна

$$p = 6 \cdot 10^{23} \bar{x}_H \int_0^R \rho dr = 1.5 \times 10^{-19} \bar{x}_H \int_0^R \rho dr, \quad (226)$$

где  $\rho(r)$  — плотность вещества (в г/см<sup>3</sup>) на расстоянии  $r$  от центра звезды. Для Солнца  $p = 1.6 \times 10^{-7}$ . Это означает, что  $1.6 \times 10^{-7}$  нейтрино вызовет реакцию (21) до выхода из Солнца, и что число образующихся нейтронов составляет  $1.6 \times 10^{-7}$  от числа протонных комбинаций (1).

Дальнейшим следствием (20, 20a) будет то, что, как правило, не будут существовать ядра тяжелее четырех масс атома водорода, даже в качестве промежуточных продуктов. Такие ядра будут образовываться только в редких случаях, когда  $H^2$  или  $He^3$  захватывают  $\alpha$ -частицу, а не протон, согласно реакциям:



и



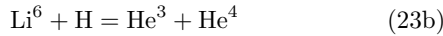
При благоприятном предположении, что концентрация  $He^4$  такая же, как и  $H^1$  (по массе), доля  $H^2$ , формирующего  $Li^6$ , составляет (см. Табл. V):

$$p(Li^6) = 3 \times 10^{-10} / 1.3 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-8}, \quad (23a)$$

а доля  $^3He$ , дающая  $^7Be$ , равна

$$p(Be^7) = 3 \times 10^{-17} / 3 \times 10^{-7} = 10^{-10}. \quad (24a)$$

Большинство  $^6Li$  даст известную реакцию



а большая часть  $^7Be$  перейдет в  $^7Li$ , который, в свою очередь, реагирует с протоном, образуя две  $\alpha$ -частицы. Лишь изредка  $^6Li$ ,  $^7Be$  или  $^7Li$  захватят  $\alpha$ -частицу и таким образом образуют более тяжёлые ядра. Можно показать (ср. предположение В), что  $^7Li$  является наиболее эффективным ядром в этом отношении. Следовательно, количество тяжёлых элементов определяется  $^7Be$ , «материнским» веществом  $^7Li$ , и составляет потому  $10^{-10}$  от количества, получаемого при предположении В.

**Предположение В:  $Li^4$  нестабилен,  $He^3$  устойчивее, чем  $H^3$**

Это предположение кажется наиболее вероятным согласно имеющимся данным. Единственная реакция, которой может подвергаться  $^3He$ , — это (24), т. е. каждая комбинация протонов приводит к образованию  $^7Be$ . Наиболее вероятный способ распада этого ядра — электронный захват с переходом в  $^7Li$ . Период полураспада  $^7Be$  (в полном атоме) равен 43 дням, а в центре Солнца — 10 месяцам (ср. 14, 14a). Отсюда средняя жизнь равна 14 месяцам, а скорость реакции  $2.8 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-1}$ . Захват протона  $^7Be$  был бы (даже если  $^8B$  стабилен) в 2000 раз медленнее (Табл. V). Каждый электронный захват  $^7Be$  со-

провождается эмиссией нейтрино энергии  $\sim 2mc^2 = 1.1 \text{ mMU}$  (когда  $^7Li$  остаётся в возбуждённом состоянии; это случается довольно редко, в противном случае нейтрино получает лишь 0.6 mMU). Поэтому полные потери энергии на нейтрино (включая процесс (1)) будут очень малы в этом случае ( $\sim 1.3 \text{ mMU}$  на одну образованную  $\alpha$ -частицу, т. е. 4% всей эволюции энергии) и практически вся массовая энергия переходит в тепловое излучение. Образующийся электронным захватом  $^7Be$   $^7Li$  вызывает известную реакцию



и имеет (Табл. V) среднюю жизнь всего около 1 минуты при  $2 \cdot 10^7 \text{ K}$ .

Описанная последовательность реакций, как и в предположении А, приводит к построению одной  $\alpha$ -частицы из четырех протонов и двух электронов за каждый процесс (1). Постоянно не образуются ядра тяжелее  $^4He$ . Такие ядра могут появляться только в побочных реакциях, альтернативных основному цепному процессу. Они обсуждены ниже.

**а. Реакции с протонами.** Когда  $^7Li$  реагирует с медленными протонами, результат не всегда две  $\alpha$ -частицы; примерно в одном случае из  $^{33} 5000$  происходит радиационный захват с образованием  $^8Be$ . Однако  $^8Be$  снова распадается на две  $\alpha$ -частицы (см. §3), и за время жизни порядка  $10^{-13}$  с вероятность его взаимодействия с другой частицей (напр., захват  $\alpha$ -частицы или другого протона) чрезвычайно мала ( $\sim 10^{-24}$ ). Аналогично  $^7Be$  в одном случае примерно из 2000 (см. выше) захватывает протон и образует  $^8B$ , если такое ядро существует. Однако  $^8B$  снова переходит в  $^8Be$  с испусканием позитрона, и в итоге снова получаются две  $\alpha$ -частицы.

На данном этапе устойчивость  $^8Be$  увеличила бы выход тяжёлых ядер: одно устойчивое  $^8Be$  образовывалось бы на 5000 комбинаций протонов; а если  $^9B$  также устойчив, то каждое  $^8Be$  переходило бы в  $^9B$ . Поскольку примерно одно из  $3 \cdot 10^8$  ядер  $^9B$  даёт  $^{12}C$  (см. §6), число образованных тяжёлых ядер ( $^{12}C$ ) составило бы  $\sim 10^{-12}$  на одну  $\alpha$ -частицу. Это был бы наибольший возможный выход. Однако  $^8Be$  известно как нестабильное (см. §3).

**б. Реакции с  $\alpha$ -частицами.** Единственные лёгкие ядра, более лёгкие, чем протон, — это  $^4He$ . Единственные возможные реакции между  $\alpha$ -частицей и  $^7Li$  или  $^7Be$  — радиационный захват:



Вероятности образования соответствующих ядер (Табл. V):

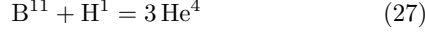
$$p(B^{11}) = \frac{P(Li^7 + He^4)}{P(Li^7 + H)} = \frac{2.5 \cdot 10^{-24}}{6 \cdot 10^{-4}} = 4 \cdot 10^{-21} \quad (26b)$$

<sup>33</sup>Предполагалось, что радиационный захват происходит исключительно через резонансный уровень при энергии протона 440 кэВ.

Для этого уровня протонная ширина была принята равной 11 кэВ, а радиационная ширина — 40 эВ

$$p(C^{11}) = \frac{P(\text{Be}^7 + \text{He}^4)}{P(\text{Be}^7 + e = \text{Li}^7)} = \frac{14 \text{ месяцев}}{3 \cdot 10^{20} \text{ лет}} = 4 \cdot 10^{-21} \quad (26c)$$

Следовательно, образование  $^{11}\text{B}$  примерно столь же вероятно, как и  $^{11}\text{C}$ : эффект меньшего потенциального барьера для  $\alpha$ -частиц у  $^7\text{Li}$  компенсируется его меньшей продолжительностью жизни. Ясно, что  $^{11}\text{C}$  распадется испусканием позитрона.  $^{11}\text{B}$  будет реагировать с протонами двумя путями:



Отношение ветвлений примерно  $10^4:1$  в пользу первой реакции (оценено по экспериментальным данным). Таким образом, будет получаться одно ядро  $^{12}\text{C}$  примерно на  $10^4$   $\alpha$ -частиц. Построение более тяжёлых ядер даже в столь благоприятном случае крайне маловероятно.

**с. Реакции с  $^3\text{He}$ .** Поскольку  $^3\text{He}$  имеет довольно большую жизнь ( $3 \cdot 10^7$  лет, Табл. V) и проникает через потенциальный барьер легче, чем  $^4\text{He}$ , его можно рассматривать как альтернативную возможность. Однако вероятность образования  $^{10}\text{C}$  в реакции  $^7\text{Be} + ^3\text{He}$  лишь в 10 раз больше, чем вероятность образования  $^{11}\text{C}$  в реакции  $^7\text{Be} + ^4\text{He}$  (Табл. V), если концентрации  $^3\text{He}$  и  $^4\text{He}$  одинаковы. На деле  $^3\text{He}$  составляет лишь около  $3 \cdot 10^{-4}$  (отношение времени жизни  $^3\text{He}$  к времени жизни протонов), так что этот процесс в  $1/30$  от вероятности (26a). Для  $^7\text{Li} + ^3\text{He}$  ситуация ещё менее благоприятна.

**d. Реакции с  $^2\text{H}$ .** Захват дейтрона  $^7\text{Be}$  привёл бы к  $^9\text{B}$ , существование которого весьма сомнительно. Вероятность в секунду (ср. Табл. V и уравнение (18)) равна

$$2 \cdot 10^{-13} \alpha x(\text{H}^2) = 2 \cdot 10^{-13} \cdot 0.3 \cdot 1.3 \cdot 10^{-12} = 10^{-29} \quad (28)$$

что составляет лишь  $1/10$  от вероятности (26a) (Табл. V). Более того, большая часть образующегося  $^9\text{B}$  возвращается к  $^4\text{He}$  (см. §6), так что вклад этого процесса пренебрежимо мал.

**e. Реакции с  $^4\text{He}$  *in statu nascendi*.** Процесс (25) непрерывно создаёт быстрые  $\alpha$ -частицы, которым не нужно проходить через потенциальные барьеры. Эти  $\alpha$ -частицы имеют диапазон энергий стандартного порядка, соответствующий  $16 = 0.02 / ^2$  для водорода. В звёздах с большим содержанием водорода следует взять несколько иное значение, поскольку у водорода большее тормозящее действие на грамм; возьмём  $0.01 / ^2$ . Сечение для быстрых частиц порядка

$$\sigma \approx \pi R^2 \frac{\Gamma^2}{\hbar^2 / (MR^2)} \quad (29)$$

При  $\Gamma = 1$  вольт (Табл. V) и  $R = 3.6 \cdot 10^{-13}$  (см. (10)) получаем  $\sigma = 1.3 \cdot 10^{-31}$   $^2$ . Число атомов  $^7\text{Be}$  в одном грамме равно

$$6 \cdot 10^{23} x(\text{Be}^7) = 6 \cdot 10^{23} \cdot \frac{14 \text{ месяцев}}{1.2 \cdot 10^{11} \text{ лет}} x(\text{H}) = 2 \cdot 10^{12} \quad (29a)$$

при  $x(\text{H}) = 0.35$ . Это даёт для числа процессов (26a) на одну протонную комбинацию

$$0.01 \cdot 2 \cdot 10^{12} \cdot 1.3 \cdot 10^{-31} = 2.5 \cdot 10^{-21}. \quad (29b)$$

Возвращаясь к основной цепочке реакций в случае предположения В, отметим, что образование  $^7\text{Be}$  (уравнение (24)) — очень медленный процесс, требующий  $3 \cdot 10^7$  лет при «стандартных» условиях ( $2 \cdot 10^7$  K). При более низких температурах реакция идёт ещё медленнее и, наконец, займёт больше, чем возраст Вселенной ( $\sim 2 \cdot 10^9$  лет). В этом случае количество  $^3\text{He}$  останется намного меньше равновесного (если только  $^3\text{He}$  не было «с самого начала»), а выделение энергии по реакциям (24), (25) будет соответственно уменьшено. В конечном счёте при очень низких температурах ( $< 1.2 \cdot 10^6$  K) реакция  $\text{H} + \text{H}$  будет приводить только к  $^3\text{He}$ , и средняя энергия составит лишь 7.2 mMU, т. е. четверть от высокой температуры — 27.4 mMU.

**Предположение С:  $\text{H}^3$  устойчивее, чем  $\text{He}^3$**

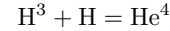
В этом случае  $^3\text{He}$  сможет захватить электрон,



При предположении разности масс 0.1 массы электрона между  $^3\text{He}$  и  $^3\text{H}$  вероятность (30) равна (согласно (14a))

$$p(\text{H}^3) = 1.5 \cdot 10^{-11} - 1 \quad (30a)$$

для плотности  $\rho = 80$  и 35% содержания водорода, что соответствует средней жизни  $\sim 2000$  лет. Электронный захват, следовательно, примерно в 100 раз вероятнее образования  $^7\text{Be}$  по (24). Это соотношение обратится при температурах  $> 4 \cdot 10^7$ , поскольку (30) не зависит от  $T$ , а вероятность (24) растёт как  $T^5$ .  $^3\text{H}$  захватит протон и образует  $^4\text{He}$ ,



со средней жизнью около 0.2 с. Этот способ образования  $^4\text{He}$  из реакции (1) вероятно является наиболее прямым. Как и в случае В, практически никакая энергия не тратится на нейтрино.

Образование тяжёлых элементов идёт как в В, но теперь образуется лишь одно  $^7\text{Be}$  на  $10^4$  протонных комбинаций. Это уменьшает вероятность образования  $^{12}\text{C}$  ещё на фактор  $10^4$  — до одной  $^{12}\text{C}$  на  $10^{28}$   $\alpha$ -частиц. Сам  $^3\text{H}$  существенно не способствует наращиванию элементов. Истинно то, что реакция  $^7\text{Be} + ^3\text{H} \rightarrow ^9\text{B} + \nu$  примерно в 10 раз менее вероятна, чем  $^7\text{Be} + ^3\text{He} \rightarrow ^9\text{B}$  (учитывая меньшую жизнь  $^3\text{H}$ ) и потому в 10 раз вероятнее (26a). Однако большая часть  $^9\text{B}$  возвращается к  $^4\text{He}$  (см. §6), так что (26) и (26a) остаются наиболее эффективными процессами построения  $^{12}\text{C}$ .

Подводя итог, можно сказать, что образование ядер тяжелее гелия  $\text{He}^4$  в обычных звёздных условиях возможно лишь в крайне незначительных количествах. Так, при неустойчивом ядре  $\text{Li}^4$  на каждые  $10^{24}$   $\alpha$ -частиц образуется всего одно ядро  $\text{C}^{12}$ , а нейтрон появляется лишь один раз на  $10^{14}$   $\alpha$ -частиц. Если же ядро  $\text{Li}^4$  устойчиво, то выход ещё меньше: одно ядро  $\text{C}^{12}$  приходится уже на  $10^{24}$   $\alpha$ -частиц, а нейтрон — на  $10^7$   $\alpha$ -частиц.

Причины столь малой вероятности образования  $\text{C}^{12}$

двойственные. Во-первых, любые нерадиоактивные ядра между гелием и углеродом — такие как  $Li^{6,7}$ ,  $Be^9$ ,  $B^{10,11}$  — при столкновениях с протонами обычно испускают  $\alpha$ -частицу, а не захватывают протон с излучением. Иными словами, вместо постепенного «наращивания» ядра происходит его распад. Для более тяжёлых ядер это ограничение уже не столь существенно, и там накопление становится возможным.

Во-вторых, ключевую роль играет неустойчивость ядра  $Be^8$ . Она создаёт своего рода «разрыв» в цепочке устойчивых ядер, который особенно трудно преодолеть, поскольку  $Be^8$  очень легко образуется в ядерных реакциях (из-за малого избытка массы), но столь же легко распадается. Напротив, неустойчивость ядер  $H^5$  и  $Li^8$  не имеет существенного значения, поскольку ядра  $Be^7$  и  $Li^7$  естественным образом возникают как промежуточные этапы в обычных цепях ядерных реакций.

## § 6. Тройные столкновения $\alpha$ -частиц

В предыдущем разделе мы показали, что столкновения с одними лишь протонами практически всегда приводят к образованию  $\alpha$ -частиц. Поэтому, если должны возникать более тяжёлые ядра, необходимо рассматривать взаимодействия самих  $\alpha$ -частиц между собой. Однако столкновения  $\alpha$ -частицы с одиночной частицей — будь то протон или другая  $\alpha$ -частица — не приводят к образованию устойчивых ядер. Следовательно, приходится предположить существование тройных столкновений, из которых можно выделить три возможных типа:

$$He^4 + 2H- = Be^6 \quad (31)$$

$$2He^4 + H = B^9 \quad (32)$$

$$3He^4 = C^{12} \quad (33)$$

Первая из этих реакций приводит к образованию ядра, которое заведомо является неустойчивым —  $Be^6$ . Даже если бы оно оказалось стабильным, это не дало бы никакого преимущества по сравнению с ядром  $Be^7$ , которое уже возникает как результат протонной реакции (1).

Вторая реакция приводит к образованию  $B^9$ , который, по всей вероятности, также неустойчив. Однако поскольку это нельзя утверждать с абсолютной уверенностью, мы рассмотрим данный процесс подробнее в дальнейшем изложении.

Последний из возможных процессов непосредственно ведёт к образованию  $C^{12}$ . Тем не менее он требует преодоления сравнительно высокого потенциального барьера для последней  $\alpha$ -частицы, из-за чего вероятность такой реакции при температуре порядка  $2 \times 10^7$  градусов чрезвычайно мала (см. ниже)

### Образование ядра $B^9$

Вероятность этого процесса существенно возрастает благодаря хорошо известному резонансному уровню яд-

ра  $Be^8$ , который соответствует кинетической энергии порядка

$$E \approx 50 \text{ keV}$$

для двух  $\alpha$ -частиц. Образование ядра  $B^9$  происходит в два этапа:

$$2He^4 \rightarrow Be^8, \quad Be^8 + H \rightarrow B^9, \quad (32a)$$

между которыми проходит временной интервал порядка  $10^{-13}$ , что соответствует времени жизни ядра  $Be^8$ .

Данный процесс можно описывать с использованием стандартного формализма резонансных распадов, рассматривая составное ядро  $Be^8$ . Это ядро может «распадаться» двумя способами: (а) на две  $\alpha$ -частицы; (б) путём захвата протона.

Обозначим соответствующие ширины резонансного уровня  $Be^8$  через  $\Gamma_\alpha$  и  $\Gamma_H$ . Величина  $\Gamma_H$  определяется обычной теорией термоядерных процессов и равна

$$\Gamma_H = \hbar p m_2 / x_2, \quad (34)$$

где величина  $p$  задаётся формулой (4), а индексы 1 и 2 относятся соответственно к ядрам  $H^1$  и  $Be^8$ .

Сечение резонансного распада в этом случае принимает вид

$$\sigma = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_\alpha \Gamma_H}{(E - E_r)^2 + \frac{1}{4}(\Gamma_\alpha + \Gamma_H)^2} \quad (35)$$

где  $E_r$  — энергия резонанса. Ширина  $\Gamma_\alpha$  значительно превышает  $\Gamma_H$ : им соответствуют величины порядка  $10^{13} \text{ с}^{-1}$  и  $10^{-11} \text{ с}^{-1}$  соответственно. Однако обе эти величины крайне малы по сравнению с  $E_r$ , которая составляет примерно  $10^{-2}$  от  $5 \times 10^4$  электрон-вольт. Следовательно, резонанс оказывается очень узким. Интегрируя по энергии, можно получить простое выражение для полного числа процессов, происходящих в одном кубическом сантиметре за секунду:

$$\rho p = B(E_r) v_r \pi \lambda_r^2 2\pi \Gamma_H \quad (36)$$

Здесь  $B(E)dE$  обозначает число пар  $\alpha$ -частиц с относительной кинетической энергией в интервале от  $E$  до  $E + dE$  в единице объёма. Эта величина задаётся выражением

$$B(E) = \frac{1}{2} \left( \frac{\rho x_\alpha}{m_\alpha} \right)^2 \frac{2}{\pi^{1/2}} \frac{E^{1/2}}{(kT)^{3/2}} e^{-E/kT} \quad (36a)$$

( $x_\alpha$  — массовая концентрация ядер  $He^4$ .) Объединяя выражения (36), (36a), а также формулы (34) и (4), получаем для скорости образования ядра  $B^9$ :

$$p(B^9) = \frac{16\pi^{3/2}}{3^{5/2}} \frac{\rho^2 x_\alpha^2 x_H}{m_\alpha^{7/2} m_H} \frac{\hbar^2 \Gamma_{\text{rad}}}{(kT)^{3/2}} a R^2 \tau^2 \times \\ \times \exp \left[ 4(2R/a)^{1/2} - \tau - \frac{E_r}{kT} \right] \quad (37)$$

где  $\Gamma_{\text{rad}}$  — радиационная ширина для реакции  $Be^8 + H \rightarrow B^9$ . Численно из формулы (37) для константы распада водорода получается

$$\frac{pm_H}{x_H} = 1.00 \cdot 10^{-4} (\rho x_\alpha)^2 \Gamma \varphi \tau^{-1} e^{-11.7 E_r / T} \tau^2 e^{-\tau} \quad (37a)$$

где температура  $T$  измеряется в миллионах градусов, энергия резонанса  $E_r$  — в килоэлектрон-вольтах, а — в электрон-вольтах. Величины  $T$ ,  $\varphi$  и  $\tau$  относятся к процессу  $Be^8 + H \rightarrow B^9$ .

Если бы резонансного уровня ядра  $Be^8$  не существовало, то выражение (37) следовало бы заменить формулой

$$p(B^9) = \frac{8}{243} \frac{\rho^2 x_\alpha^2 x_H}{m_\alpha^2 m_H} \frac{\Gamma_{\text{rad}}}{\hbar} a R^2 a' R'^2 \tau^2 \tau'^2 \times \exp \left[ (32R/a)^{1/2} + (32R'/a')^{1/2} - \tau - \tau' \right] \quad (38)$$

где величины со штрихом относятся к реакции  $2He^4 \rightarrow Be^8$ , а величины без штриха — к реакции  $Be^8 + H \rightarrow B^9$ . Численно из формулы (38) получаем

$$\frac{pm_H}{x_H} = 2.0 \cdot 10^{-11} (\rho x_\alpha)^2 \Gamma \varphi^2 \tau^{-1} e^{-\tau} \tau'^{-2} e^{-\tau'} \quad (38a)$$

где температура  $T$  измеряется в миллионах градусов.

Полагая  $T = 20$ ,  $\rho = 80$ ,  $x_\alpha = 0.25$ ,  $= 0.02$  электрон-вольта, получаем следующие значения вероятности образования ядра  $B^9$  на один протон в секунду:

$$\begin{aligned} \frac{pm_H}{x_H} &= 2 \cdot 10^{-25}, & \text{при наличии резонанса, } E_r = 25 \text{ кэВ,} \\ &= 10^{-31}, & \text{при наличии резонанса, } E_r = 50 \text{ кэВ,} \\ &= 4 \cdot 10^{-38}, & \text{при наличии резонанса, } E_r = 75 \text{ кэВ,} \\ &= 2 \cdot 10^{-44}, & \text{при наличии резонанса, } E_r = 100 \text{ кэВ,} \\ &= 5 \cdot 10^{-42}, & \text{в нерезонансном случае.} \end{aligned}$$

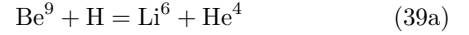
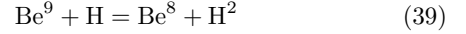
Значение  $E_r = 25$  кэВ для резонансного уровня, по-видимому, следует исключить на основании экспериментов Кирхнера и Нойерта<sup>28</sup>. Однако даже при таком малом значении резонансной энергии вероятность образования  $B^9$  оказывается лишь в  $10^{-6}$  раз меньше вероятности протонного объединения  $H \rightarrow H^2 + e^+$  (табл. V,  $(\rho x_\alpha = 30)$ ). При  $E_r = 50$  кэВ, что представляется более вероятным значением, это отношение возрастает до  $4 \times 10^{-13}$ .

С другой стороны, процесс наращивания ядра  $B^9$  (если такое ядро действительно существует) остаётся наиболее эффективным механизмом образования более тяжёлых элементов (см. ниже).

### Ядерные реакции с участием $B^9$

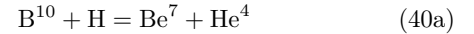
Нетрудно показать, что ядро  $B^9$  не может быть позитрон-активным, однако, если оно вообще существует, оно способно захватывать электроны. Если  $B^9$  устойчиво с точностью до 0,3 mMU, то при электронном захвате выделялась бы энергия, равная массе одного электрона. Согласно формуле (14а), константа распада  $B^9$  при электронном захвате составляет  $1.5 \times 10^{-9} \text{ с}^{-1}$  (при  $\rho = 80$ ,  $x_H = 0,35$ ), что соответствует времени жизни

порядка 20 лет. Для сравнения, время жизни  $B^9$  по отношению к захвату протона (табл. V) составляет около 5000 лет. Следовательно, в обычных условиях ядро  $B^9$  будет в основном превращаться в  $Be^9$ . Это ядро, в свою очередь, как правило, участвует в одной из двух хорошо известных реакций:



Лишь примерно в одном случае из  $10^5$  ядро  $B^{10}$  образуется путём радиационного захвата протона. Поэтому более эффективным механизмом наращивания тяжёлых ядер является прямой захват протона ядром  $B^9$  с образованием  $C^{10}$  — этот процесс происходит примерно в одном случае из 300.

Образовавшееся ядро  $C^{10}$  затем переходит в  $B^{10}$  посредством позитронного распада. Ядро  $B^{10}$ , в свою очередь, может вступать в одну из следующих реакций:



Энергия реакции (40а) составляет (см. табл. VII, §8) около 1,2 mMU. Проницаемость потенциального барьера для вылетающих  $\alpha$ -частиц при этом составляет приблизительно 1/40 от соответствующей величины для реакции (40). Следовательно, вероятность реакции (40а) примерно в 100 раз превышает вероятность реакции захвата (40).

Ядро  $C^{11}$ , образующееся в реакции (40), испускает ещё один позитрон. В результате получающееся ядро  $B^{11}$  взаимодействует с протонами следующим образом:



Обе эти реакции хорошо изучены экспериментально. Реакция (41) обладает резонансом при энергии 160, кэВ. Из ширины этого резонанса и экспериментальных выходов следует, что вероятность реакции (41) для протонов с низкой энергией составляет примерно одну на  $10^4$ , то есть практически такую же, как и вне резонанса. В целом около одного ядра  $B^9$  из  $3 \times 10^8$  преобразуется в  $C^{12}$ .

При резонансной энергии 50, кэВ для  $Be^8$  и температуре порядка  $2 \times 10^7$  градусов в среднем образуется примерно одно ядро  $C^{12}$  на  $10^{21}$   $\alpha$ -частиц, если ядро  $B^9$  является стабильным. Это значение превышает вклад любого другого механизма, однако остаётся чрезвычайно малым.

При более высоких температурах образование  $B^9$  становится более вероятным и при  $T > 10^8$  превосходит вероятность протон-протонной реакции. При таких температурах (фактически уже при  $T > 3 \times 10^7$ ) ядро  $B^9$  преимущественно захватывает протон, образуя  $C^{10}$ . Тем не менее, неблагоприятные соотношения ветвлений в реакциях (40), (40а), (41) и (41а)<sup>35</sup> приводят к тому, что в среднем по-прежнему образуется лишь одно ядро



$C^{12}$  на  $10^6$   $\alpha$ -частиц.

Таким образом, даже при предположении стабильности  $B^9$  и при чрезвычайно высоких температурах количество образующихся тяжёлых ядер остаётся исключительно малым.

### Прямое образование ядра $C^{12}$

$C^{12}$  может также образовываться напрямую при столкновении трёх  $\alpha$ -частиц. Расчёт вероятности этого процесса в точности совпадает с расчётом для образования  $B^9$ . Нерезонансный процесс даёт примерно ту же вероятность, что и резонанс  $Be^8$  при энергии 50 кэВ. При значениях  $\rho = 80$ ,  $x_\alpha = \frac{1}{4}$ ,  $\Gamma = 0.1$  эВ и температуре  $T = 2 \cdot 10^7$  градусов вероятность составляет около  $10^{-56}$  на одну  $\alpha$ -частицу, то есть примерно  $10^{-37}$  от вероятности протонной комбинации (1). Таким образом, выход  $C^{12}$  оказывается ещё меньшим, чем в цепочках, описанных в этом и предыдущем разделах.

Этот процесс сильно зависит от температуры, однако для того, чтобы он стал столь же вероятным, как протонная комбинация (1), требуются температуры порядка  $10^9$  градусов.

Рассмотрение двух последних разделов показывает, что при современных условиях не существует механизма, позволяющего устойчиво синтезировать ядра тяжелее гелия внутри звёзд. Поэтому мы можем полностью отказаться от обсуждения процессов наращивания тяжёлых элементов и ограничиться анализом механизмов выделения энергии, которые, по сути, и являются единственными наблюдаемыми ядерными процессами в звёздах.

## § 7. Углеродно-азотная группа реакций

В отличие от более лёгких ядер, ядро  $C^{12}$  не разрушается необратимо при взаимодействии с протонами. Вместо этого реализуется следующая цепочка реакций:

$$C^{12} + H^1 = N^{13} \quad (42)$$

$$N^{13} = C^{13} + e^+ \quad (42a)$$

$$C^{13} + H^1 = N^{14} \quad (42b)$$

$$N^{14} + H^1 = O^{15} \quad (42c)$$

$$O^{15} = N^{15} + e^+ \quad (42d)$$

$$N^{15} + H^1 = C^{12} + He^4 \quad (42e)$$

Таким образом, ядро  $C^{12}$  в конце цикла воспроизводится. Причина этого заключается в том, что альтернативные реакции, сопровождающиеся испусканием  $\alpha$ -частиц, а именно

$$C^{12} + H^1 = B^9 + He^4 \quad (43)$$

$$C^{13} + H^1 = B^{10} + He^4 \quad (43a)$$

$$N^{14} + H^1 = C^{11} + He^4 \quad (43b)$$

энергетически сильно запрещены (см. таблицу VII, § 8).

Это, в свою очередь, связано с гораздо большей устойчивостью ядер, принадлежащих к углеродно-азотной группе, по сравнению с бериллиево-борной группой. Именно поэтому реакции ядер  $Li$ ,  $Be$  и  $B$  с протонами практически всегда приводят к испусканию  $\alpha$ -частиц, тогда как в углеродно-азотном цикле этого не происходит.

Циклический характер цепочки (42) означает, что на практике углерод почти не расходуется. Лишь примерно в одном случае из  $10^4$  ядро  $N^{15}$  вместо реакции по (42e) захватывает протон с образованием кислорода. В этом случае возникает реакция

$$N^{15} + H^1 = O^{16} \quad (44)$$

Однако даже тогда ядро  $C^{12}$  не разрушается окончательно, поскольку за исключением примерно одного случая из  $5 \times 10^7$  ядро  $O^{16}$  снова возвращается к  $C^{12}$  (см. §8). Таким образом, на каждые  $10^{12}$  захваченных протонов постоянно расходуется менее одного ядра  $C^{12}$ .

Поскольку концентрация углерода и азота, согласно данным, полученным из спектров звёзд, заведомо больше  $10^{-12}$ , эта концентрация практически не изменяется в ходе эволюции звезды. Углерод и азот действительно являются катализаторами: в действительности происходит лишь объединение четырёх протонов и двух электронов в  $\alpha$ -частицу.

В центре Солнца одно ядро  $C^{12}$  захватывает протон примерно раз в  $2.5 \times 10^6$  лет (табл. V), а ядро  $N^{14}$  — раз в  $5 \times 10^7$  лет. Эти времена малы по сравнению с возрастом Солнца. Следовательно, цикл (42) должен был многократно повториться за всю историю Солнца, так что между всеми ядрами, участвующими в цикле, установилось статистическое равновесие, а именно между  $C^{12}$ ,  $C^{13}$ ,  $N^{13}$ ,  $N^{14}$ ,  $N^{15}$ ,  $O^{15}$ . В условиях статистического равновесия концентрация каждого ядра пропорциональна времени его жизни. Поэтому наибольшую концентрацию должно иметь  $N^{14}$ , меньшую —  $C^{12}$ , а ещё меньшую —  $C^{13}$  и  $N^{15}$ . (Концентрации радиоактивных ядер  $N^{13}$  и  $O^{15}$ , разумеется, очень малы — порядка  $10^{-12}$  от концентрации  $N^{14}$ .)

<sup>35</sup>Реакция (35), в которой происходит превращение  $C^{11} + H \rightarrow N^{12}$ , становится более вероятной, чем распад  $C^{11} \rightarrow B^{11} + e^+$ , лишь при температурах  $T > 3 \times 10^8$ . Отношение ветвлений в ре-

акциях (40) и (40a), возможно, оказывается несколько более благоприятным, поскольку влияние потенциального барьера в реакции (40a) может быть сильнее.

Таблица 6: Центральные температуры, необходимые для обеспечения наблюдаемой выработки энергии в Солнце.

Реакция	$T$ (млн градусов)
$H^2 + H = He^3$	0.36
$He^4 + H = Li^5$	2.1
$Li^7 + H = 2He^4$	2.2
$Be^9 + H = Li^6 + He^4$	3.3
$B^{10} + H = C^{11}$	9.2
$B^{11} + H = 3He^4$	5.5
$C^{12} + H = N^{13}$	15.5
$N^{14} + H = O^{15}$	18.3
$O^{16} + H = F^{17}$	32
$Ne^{22} + H = Na^{23}$	37

Сравнение наблюдаемых относительных содержаний углерода и азота не даёт однозначных выводов из-за их существенно различающихся химических свойств. Однако сравнение изотопного состава каждого элемента должно быть существенно более информативным.

В этом отношении результаты для изотопов углерода выглядят вполне удовлетворительно. Ядро  $C^{13}$  захватывает медленные протоны примерно в 70 раз легче, чем  $C^{12}$  (что подтверждается экспериментально), поэтому содержание  $C^{12}$  должно быть примерно в 70 раз больше. Фактически наблюдаемое отношение концентраций составляет 94 : 1. Тот же факт можно выразить и более «экспериментальным» способом: в состоянии равновесия число реакций (42) в секунду должно совпадать с числом реакций (42b). Следовательно, если природный образец земного углерода (который предполагается находящимся в равновесии, соответствующем солнечному) подвергнуть бомбардировке протонами, то захваты должны происходить в одинаковом количестве для каждого изотопа углерода. Именно это и наблюдается на опыте. Таким образом, равенство интенсивностей  $\gamma$ -излучения от  $C^{12}$  и  $C^{13}$  не является случайным<sup>36</sup>.

Большая распространённость ядра  $C^{12}$ , таким образом, обусловлена меньшей вероятностью захвата протона, что, в свою очередь, связано с меньшей энергией  $h\nu$  испускаемого  $\gamma$ -кванта при радиационном захвате. Следовательно, высокая энергетическая устойчивость  $C^{12}$  и делает это ядро особенно распространённым. Это происходит не из-за больцмановского фактора, как предполагалось ранее, а вследствие малого энергетического выхода реакции захвата протона.

В случае азота ситуация иная. Ядро  $N^{14}$  энергетически менее устойчиво, чем  $N^{15}$  (оно имеет больший массовый избыток), однако тем не менее оказывается значительно более распространённым: отношение их концентраций составляет порядка 500 : 1. Это объясняется тем, что  $N^{15}$  может участвовать в реакции с испусканием  $\alpha$ -частицы, тогда как  $N^{14}$  способен лишь захватывать протон; при этом реакции с испусканием частиц всегда гораздо вероятнее, чем радиационный захват. Таким образом, повышенная концентрация  $N^{14}$  связана не с его

собственным массовым избытком, а с большим массовым избытком  $C^{11}$ , который является продуктом  $p$ !- $\alpha$ -реакции (43b).

Количественные экспериментальные данные по реакциям азота (42с), (42е) в настоящее время отсутствуют, поэтому значения, приведённые в таблице V, носят оценочный характер. Если наша теория распределения изотопов азота верна, то отношение вероятностей реакций должно составлять около 500 : 1, то есть реакция  $N^{14} + H \rightarrow O^{15}$  должна быть значительно более вероятной<sup>36а</sup>, чем реакция  $N^{15} + H \rightarrow C^{12} + \alpha$ . Экспериментальная проверка этого вывода была бы весьма желательной.

Переходя к вопросу энергетического выхода, отметим, что цикл (42) включает два радиоактивных процесса — распады  $N^{13}$  и  $O^{15}$ , при которых испускаются позитроны с максимальными энергиями 1.3 и 1.85 mMU соответственно. Если предположить, что в среднем  $\frac{5}{8}$  энергии каждого распада уносится нейтрино, то на один цикл приходится около 2.0 mMU энергии, унесённой нейтрино, что составляет примерно 7% от общего энергетического выхода цикла (28.7 mMU).

Следовательно, на каждый цикл остаётся около  $4.0 \times 10^{-5}$  эрг доступной энергии. Следует также отметить, что испускаемые нейтрино обладают слишком малой энергией, чтобы вызывать превращение протонов в нейтроны согласно реакции (21).

Продолжительность одного цикла (42) равна сумме времён жизни всех участвующих ядер и, по существу, определяется временем жизни ядра  $N^{14}$ . Таким образом, каждое ядро  $N^{14}$  выделяет примерно  $4.0 \times 10^{-5}$  эрг за  $5 \times 10^7$  лет, что соответствует  $3 \times 10^{-20}$  эрг в секунду.

Если предположить, что концентрация  $N^{14}$  составляет 10% по массе, то при стандартных звёздных условиях это даёт скорость энерговыделения порядка 100 эрг на грамм в секунду.

$$6 \times 10^{23} \cdot \frac{0.1}{14} \cdot 3 \times 10^{-20} \approx 100 \text{ эрг г}^{-1} \text{ с}^{-1} \quad (45)$$

Под "стандартными условиями" понимаются температура  $T = 2 \times 10^7$  и плотность  $\rho = 80$ , при содержании водорода около 35%.

Этот результат практически в точности соответствует тому, что необходимо для объяснения наблюдаемой светимости Солнца. Поскольку реакции с участием азота очень сильно зависят от температуры (приблизительно как  $T^{18}$ ), а также от плотности, и эти величины быстро уменьшаются от центра Солнца к его поверхности, среднее энерговыделение по всему объёму звезды оказывается лишь долей центрального<sup>36б</sup> — примерно от  $\frac{1}{10}$  до  $\frac{1}{20}$ . Это означает, что среднее значение составляет около 5–10 эрг/(г·с), что находится в превосходном согласии с наблюдаемой солнечной светимостью порядка 2 эрг/(г·с).

<sup>36</sup>Было бы соблазнительно приписать аналогичное значение равенству интенсивностей двух  $\alpha$ -групп, возникающих при бомбардировке природного лития протонами ( $Li^6 + H = He^4 + He^3$ ). Однако изотопы лития, по-видимому, не находятся в таком же генетическом родстве, как изотопы углерода.

<sup>36а</sup>Примечание, добавленное при корректуре. В этом случае время жизни  $N^{14}$  в Солнце может на самом деле быть короче, а его распространённость — меньшей, чем у  $C^{12}$ . Профессор Рассел

указал, что это дало бы лучшее согласие с данными, полученными из наблюдений звёздных спектров. Другим следствием было бы то, что для объяснения наблюдаемого выделения энергии потребовалась бы меньшая концентрация  $N^{14}$ .

<sup>36б</sup>Примечание, добавленное при корректуре. Согласно расчётам Р. Маршака, правильное значение этой величины составляет примерно 1/30.

Таблица 7: Реакции типа  $p-\alpha$ .

Исходное ядро	Продукт	Q	Потенциальный барьер В	P
$Li^6$	$He^3$	4.14		1
$Li^7$	$He^4$	18.59		1
$Be^9$	$Li^6$	2.45	2.6	1
$B^{10}$	$Be^7$	1.2	3.4	0.027
$B^{11}$	$2He^4$	9.4		1
$C^{12}$	$B^9$	-8.1		0
$C^{13}$	$B^{10}$	-4.4		0
$N^{14}$	$C^{11}$	-3.5		0
$N^{15}$	$C^{12}$	5.2	4.6	1
$O^{16}$	$N^{13}$	-5.8		0
$O^{17}$	$N^{14}$	1.3	5.1	$1.7 \times 10^{-4}$
$O^{18}$	$N^{15}$	3.1	5.0	0.2
$F^{19}$	$O^{16}$	8.8		1
$Ne^{20}$	$F^{17}$	-4.5		0
$Ne^{21}$	$F^{18}$	-1.6		0
$Ne^{22}$	$F^{19}$	-1.6		0
$Na^{23}$	$Ne^{20}$	1.6	6.7	$6 \times 10^{-6}$
$Mg^{24}$	$Na^{21}$	< -3.0		0
$Mg^{25}$	$Na^{22}$	-2.1		0
$Mg^{26}$	$Na^{23}$	-2.0		0
$Al^{27}$	$Mg^{24}$	1.8	7.6	$1.1 \times 10^{-6}$
$Si^{28}$	$Al^{25}$	< -2.9		0
$Si^{29}$	$Al^{26}$	-2.0		0
$Si^{30}$	$Al^{27}$	-2.4		0
$P^{31}$	$Si^{28}$	2.0	8.5	$2.5 \times 10^{-7}$
$S^{32}$	$P^{29}$	< 0		0
$S^{33}$	$P^{30}$	-2		0
$S^{34}$	$P^{31}$	-2.0		0
$Cl^{35}$	$S^{32}$	2.3	9.3	$5 \times 10^{-8}$
$Cl^{37}$	$S^{34}$	4.2	9.1	$2.5 \times 10^{-3}$

Таким образом, мы видим, что реакция между азотом и протонами, которую с точки зрения ядерной физики можно признать основным механизмом выработки энергии, полностью согласуется с реально наблюдаемым энерговыделением в Солнце.

На этот результат можно взглянуть и с другой стороны. Если временно отвлечься от ядерно-физических рассуждений и просто задаться вопросом: какая ядерная реакция способна обеспечить требуемое энерговыделение в центре Солнца — около 20 эрг/(г·с)? Или наоборот: при заданной скорости энерговыделения, какая реакция приводит к центральной температуре (порядка  $19 \times 10^6$ )?

Такие вычисления были выполнены в таблице VI. При этом предполагалось, что плотность равна 80, концентрация водорода — 35%, а концентрация второго реагента — 10% по массе. Ширины резонансов брались такими же, как в таблице V. В результате были получены температуры, необходимые для обеспечения энерговыделения 20 эрг/(г·с).

Оказалось, что все ядра легче бора требуют чрезвычайно низких температур, чтобы не давать чрезмерного энерговыделения; такие температуры (меньше  $10^7$ ) несовместимы с уравнениями гидростатического и радиационного равновесия. С другой стороны, кислород и неон требуют слишком высоких температур. Только углерод и азот требуют температур, близких к центральной температуре Солнца, причём азот — практически в точности той самой температуры, которая получается из интегрирования уравнений Эддингтона ( $\sim 19 \times 10^6$ ).

Следовательно, уже на основании одних лишь астрофизических данных можно было бы предсказать, что именно захват протонов ядром  $N^{14}$  является процессом, ответственным за энерговыделение в звёздах.

## § 8. Реакции с более тяжёлыми ядрами

Главным образом ради полноты картины мы кратко обсудим реакции с ядрами тяжелее азота. Для энерговыделения в звёздах они, очевидно, несущественны: у более тяжёлых ядер потенциальный барьер выше, поэтому их реакции гораздо менее вероятны, чем реакции углеродно-азотной группы.

Наиболее важным моментом для качественного обсуждения является вопрос о том, возможна ли энергетически реакция типа  $p-\alpha$  для данного ядра, и если возможна, то насколько сильно она подавляется потенциальным барьером. В таблице VII приведены данные об энергетическом выходе в реакциях  $p-\alpha$  для всех стабильных (нерадиоактивных) ядер вплоть до хлора. В первом столбце указано реагирующее ядро, во втором — продукт реакции типа  $p-\alpha$ . Третий столбец содержит энергию реакции  $Q$ ; если  $Q < 0$ , реакция энергетически невозможна, и тогда исходное ядро может лишь захватывать протон с испусканием  $\gamma$ -кванта. В четвёртом столбце приведена высота ядерного потенциального барьера для всех реакций с положительным  $Q$ . В последнем столбце рассчитана проницаемость потенциального барьера, полученная стандартными методами (см. ссылку 10, стр. 166). Если выполняется неравенство  $Q > B$  то проницаемость равна 1; если же  $Q < 0$ , то  $P = 0$ .

Априорная вероятность реакции типа  $p-\alpha$  примерно в  $10^4$  раз выше, чем вероятность радиационного захвата. Поэтому испускание  $\alpha$ -частиц будет преобладать при  $P > 10^{-4}$ . Из таблицы видно, что для всех ядер вплоть до бора реакция  $p-\alpha$  энергетически значительно предпочтительнее. Именно этот факт мы рассматриваем как основную причину невозможности наращивания элементов тяжелее  $He^4$  (см. §5). Кроме того, в углеродной группе возможен лишь захват протона для ядер  $C^{12}$  и  $N^{14}$ , тогда как для  $N^{15}$  реакция типа  $p-\alpha$  резко доминирует (ср. §7).

Кислородно-фторная группа ядер демонстрирует промежуточное поведение. Ядро  $O^{16}$  может лишь захватывать протоны; для  $O^{17}$  захват протона и испускание  $\alpha$ -частицы имеют примерно одинаковую вероятность, тогда как для  $O^{18}$  и  $F^{19}$  реакция типа  $p-\alpha$  становится гораздо более вероятной. При априорной вероятности порядка  $10^4$  около 40% ядер  $O^{17}$  превратятся в  $F^{18}$  (который затем распадается обратно в  $O^{18}$  с испусканием позитрона), тогда как оставшиеся 60% возвратятся к  $N^{14}$ . Из ядер  $O^{18}$  лишь примерно одно из 2000 станет  $F^{19}$ , а из  $F^{19}$  только одно из 10,000 перейдёт в  $Ne^{20}$ . Таким образом, при непрерывной бомбардировке протонами примерно одно ядро  $O^{16}$  из  $5 \times 10^7$  в конечном итоге преобразуется в  $Ne^{20}$ , а все остальные вновь окажутся в форме азота.

В действительности эти рассуждения носят в некотором смысле академический характер, поскольку в реальных звёздных условиях запас протонов обычно исчерпывается задолго до того, как все первоначально присутствующие ядра  $O^{16}$  успеют захватить протон. Из-за малого энерговыделения в реакции  $O^{16} + H = F^{17}$  этот процесс протекает чрезвычайно медленно — с характерным временем порядка  $10^{12}$  лет. Поэтому статистическое равновесие в кислородной группе ядер не может быть

достигнуто за астрономические промежутки времени.

Среди ядер тяжелее фтора реакция типа  $p-\alpha$  в общем случае энергетически разрешена лишь для ядер с массовым числом вида  $4n+3$ . Однако даже для них энерговыделение настолько мало по сравнению с высотой потенциального барьера, что проникаемость оказывается чрезвычайно малой. Поэтому для всех этих элементов будет происходить только захват протона (возможное исключение —  $Cl^{37}$ ).

Эти соображения наглядно показывают уникальность углеродно-азотного цикла.

## § 9. Согласие с наблюдениями

В таблице 8 мы сравнили нашу теорию (основанную на углеродно-азотных реакциях) с наблюдательными данными для пяти звёзд, для которых такие данные приведены у Стрёмгрена. Первые пять столбцов заимствованы непосредственно из его таблицы, тогда как последний столбец показывает необходимую центральную температуру, при которой углеродно-азотные реакции дают правильную скорость выделения энергии (см. таблицу VI). Как и в §7, мы предполагали содержание  $N^{14}$ , равное 10%, а также то, что скорость выделения энергии в центре звезды в десять раз превышает среднюю по звезде (эта средняя величина приведена во втором столбце таблицы).

Таблица 8: Сравнение углеродно-азотной реакции с наблюдениями.

Звезда	Светимость (эрг/с)	Центральная плотность	Содержание во- дорода (%)	Центральная $T$ Интегральная	$\epsilon$ <sup>36с</sup>
Солнце	0.2	76	35	19	18.5
Сириус А	30	41	35	26	22
Капелла	50	0.16	35	6	32
У Змееносца (яркая комп)	180	12	50	25	26
У Лебеда (яркая комп)	1200	6.5	80	32	30

Полученный результат можно считать весьма удовлетворительным. Температуры, необходимые для получения правильной скорости выделения энергии (последний столбец), очень хорошо согласуются с температурами, найденными из интегрирования уравнений Эддингтона (предпоследний столбец). Единственным исключением из этого согласия является гигантская звезда Капелла.

Однако это расхождение не вызывает удивления: Ка-

пелла обладает значительно большей светимостью, чем Солнце, при меньшей плотности и температуре. Такое поведение уже не может быть объяснено тем же механизмом, который успешно описывает звёзды главной последовательности.

К вопросу о механизмах выделения энергии в гигантских звёздах вернёмся в конце этого раздела.

Для звёзд главной последовательности видим, что небольшое увеличение центральной температуры — от солнечной до температуры звезды У Лебеда (от  $19 \times 10^6$  до  $33 \times 10^6$  градусов) — уже достаточно, чтобы объяснить намного более интенсивное выделение энергии у последней, превышающее солнечное примерно в  $10^4$  раз. Причина этого, заключается в чрезвычайно сильной температурной зависимости рассматриваемых нами реакций, приблизительно пропорциональной  $T^{18}$  (см. § 10). Можно сказать, что сами астрофизические наблюдения требуют столь резкой температурной зависимости, даже если бы мы заранее не знали, что источником энергии являются именно ядерные реакции. Небольшие расхождения, наблюдаемые в таблице 8, вполне естественно объясняются флуктуациями содержания азота, изменениями непрозрачности вещества и другими вторичными эффектами.

При оценке достигнутого согласия следует отметить, что «наблюдательные» данные в таблице 8 были получены путём интегрирования модели Эддингтона<sup>37а</sup>, то есть предполагалось, что выделение энергии почти постоянно по всему объёму звезды. Поскольку рассматриваемые нами процессы обладают сильной температурной зависимостью, модель «точечного источника» должна была бы быть более точным приближением. Однако, по-видимому, результаты, полученные в рамках этих двух моделей, не слишком различаются, так что модель Эддингтона может считаться удовлетворительной до тех пор, пока не будут выполнены более точные интегрирования с использованием модели точечного источника<sup>37а</sup>.

Поскольку наша теория даёт определённый механизм выработки энергии, она позволяет принять решения по ряду вопросов, которые ранее оставались без ответа в астрофизике именно из-за отсутствия такого механизма. Первый из них — вопрос о модели звезды; он решается в пользу приближения точечного источника. Второй — проблема химического состава.

Условия равновесия допускают для Солнца содержание водорода либо 35%, либо 99,5% в случае отсутствия гелия, а также промежуточные значения при его наличии. При увеличении содержания водорода от 35% до 99,5% центральная температура изменяется от  $19 \times 10^6$  до  $9,5 \times 10^6$ .

Очевидно, что последнее значение может быть однозначно исключено на основании нашей теории: выработка энергии за счёт углеродно-азотных реакций в этом случае уменьшилась бы примерно в  $10^8$  раз

<sup>37а</sup> А. С. Эддингтон. Внутреннее строение звёзд. (Издательство Кембриджского университета, 1926).

<sup>36с</sup> примечание добавленное Журавлевой Анной.  $\epsilon$  - энерговыделение (Energy Production).

<sup>37а</sup> Г-н Маршак любезно выполнил расчёт центральной температуры и плотности Солнца для модели точечного источника, используя таблицы Стрёмгрена, за которые мы обязаны профессору Стрёмгрелю. При среднем атомном весе  $\mu = 1$  Маршак получил

для модели точечного источника:  $T_c = 20.3 \times 10^6$ ,  $\rho_c = 50.2$ , а для модели Эддингтона:  $T_c = 19.6 \times 10^6$ ,  $\rho_c = 72.2$ . Разность температур оказывается весьма небольшой (около 3.5 %), и, что важно для оценки энерговыделения, она почти полностью компенсируется разностью плотностей противоположного знака. Величина произведения  $\rho_c T_c^{18}$  для модели точечного источника всего лишь на 20 % больше, чем для модели Эддингтона.

Таблица 9: Связи между звёздными параметрами (Table IX).

Величина	$\gamma = 18$ $\alpha = \frac{1}{2}$ $\beta = 3\frac{3}{4}$ $\delta = 19\frac{3}{4}$	$\gamma = 18$ $\alpha = 1$ $\beta = 3\frac{1}{2}$ $\delta = 20\frac{1}{2}$	$\gamma = 15$ $\alpha = \frac{1}{2}$ $\beta = 2\frac{3}{4}$ $\delta = 16\frac{3}{4}$	$\gamma = 4.5$ $\alpha = \frac{1}{2}$ $\beta = 2\frac{3}{4}$ $\delta = 6\frac{1}{4}$
Радиус $R$	$M^{0.75} \mu^{0.57} (yz)^{0.05}$	$M^{0.71} \mu^{0.51} (yz)^{0.05}$	$M^{0.70} \mu^{0.49} (yz)^{0.06}$	$M^{0.20} \mu^{-0.36} (yz)^{0.16}$
Температура $T$	$M^{0.25} \mu^{0.43} (yz)^{-0.05}$	$M^{0.29} \mu^{0.49} (yz)^{-0.05}$	$M^{0.30} \mu^{0.51} (yz)^{-0.06}$	$M^{0.80} \mu^{1.36} (yz)^{-0.16}$
Плотность $\rho$	$M^{-1.25} \mu^{-1.71} (yz)^{-0.15}$	$M^{-1.13} \mu^{-1.53} (yz)^{-0.15}$	$M^{-1.10} \mu^{-1.47} (yz)^{-0.18}$	$M^{0.40} \mu^{1.08} (yz)^{-0.48}$
Светимость $L$	$M^{4.32} \mu^{6.04} y^{-1.06} z^{-1.06}$	$M^{5.15} \mu^{7.24} y^{-1.02} z^{-0.02}$	$M^{4.37} \mu^{6.13} y^{-1.07} z^{-0.07}$	$M^{5.00} \mu^{7.20} y^{-1.20} z^{-0.13}$
Поверхностная $T_s$	$M^{0.70} \mu^{1.23} y^{-0.29} z^{-0.06}$	$M^{0.93} \mu^{1.55} y^{-0.28} z^{-0.03}$	$M^{0.74} \mu^{1.29} y^{-0.30} z^{-0.05}$	$M^{1.25} \mu^{1.98} y^{-0.38} z^{-0.13}$

( $10^2$  — за счёт уменьшения концентрации азота и  $10^6$  — за счёт понижения температуры). Реакция протонного объединения (1) при этом всё ещё обеспечивала бы около 5% наблюдаемой светимости, однако, помимо недостающего множителя порядка 20, этот процесс недостаточно чувствителен к температуре, чтобы объяснить значительно большую выработку энергии у более ярких звёзд главной последовательности.

Таким образом, представляется, что допустим лишь узкий диапазон концентраций водорода около 35%; конкретные границы этого диапазона в некоторой степени зависят от концентрации  $N^{14}$  и требуют более точного определения распределений температуры и плотности.

Далее, обратим внимание на трудность, связанную с производством энергии в очень тяжелых звездах, таких как  $\Upsilon$  Лебеда. С энергией 1200 эрг/г сек и доступной энергией  $1.0 \times 10^{-5}$  эрг на протон (образование  $\alpha$ -частиц!), вся энергия будет потреблена за  $1.7 \times 10^8$  лет. На данный момент  $\Upsilon$  Лебеда все еще имеет содержание водорода на уровне 80%, поэтому его прошлый возраст должен быть меньше  $3.5 \times 10^7$  лет. Мы должны, следовательно, заключить, что  $\Upsilon$  Лебеда и другие тяжелые звезды «родились» относительно недавно — каким процессом, мы не можем сказать. Однако эта трудность не характерна для нашей теории звездного энергообразования, но является неотъемлемой частью фундаментального предположения, что ядерные реакции ответственны за образование энергии<sup>38</sup>.

Наконец, вернемся к проблеме звёзд, находящихся вне главной последовательности. Белые карлики, по-видимому, не представляют серьёзных трудностей. Внутренняя температура этих звёзд, вероятно, довольно низка<sup>1</sup> <sup>39</sup> вследствие малой непрозрачности (вырожденного состояния вещества), так что их слабое энерговыделение может быть вполне объяснимо. Разумеется, здесь необходимы количественные расчёты. С гигантами, напротив, дело обстоит значительно сложнее. Для них оказывается весьма трудно объяснить большое энерговыделение с помощью ядерных реакций. Если использовать модель Эддингтона (или модель «точечного источника»), то центральные температуры и плотности получаются чрезвычайно малыми; например, для Капеллы получается  $T = 6 \times 10^6$ ,  $\rho = 0.16$ . При таких условиях возможна лишь ядерная реакция, протекающая при очень низкой температуре; реакция  $Li^7 + H = 2He^4$  бы едва достаточной. Однако трудно представить, каким образом  $Li^7$  мог возникнуть во всех гигантах изначально и по-

чему он не был израсходован уже давно. Единственным другим известным источником энергии является гравитация, однако для этого потребовалась бы модель звёздного ядра<sup>40</sup> для гигантов<sup>41</sup>. Между тем любая такая модель, по-видимому, даёт скорее малые, а не большие радиусы звёзд.

## § 10. Связь между массой и светимостью

В этом разделе мы используем разработанную ранее теорию выделения энергии, чтобы вывести связь между массой звезды и её светимостью. Для этого мы будем опираться на хорошо известные гомологические соотношения (см. ссылку (1), стр. 492). Такое допущение оправдано тем, что мы предполагаем: все звёзды обладают одинаковым механизмом энерговыделения и, следовательно, подчиняются одному и тому же физическому описанию. Кроме того, предполагается, что вещество внутри звезды находится в недегенерированном состоянии, что, по-видимому, справедливо для всех звёзд, за исключением белых карликов. (Для всех рассуждений в этом разделе и в двух следующих см. также ссылку (1).)

Далее мы будем рассматривать в качестве независимых параметров массу звезды  $M$ , средний молекулярный вес  $\mu$ , концентрацию «смеси Рассела»  $y$  и произведение концентраций водорода и азота  $z$ . Кроме того, для удобства введём на промежуточном этапе радиус звезды  $R$ , который, однако, впоследствии будет исключён из окончательных формул. Тогда, очевидно, для плотности вещества (в каждой точке звезды) выполняется соответствующее соотношение:

$$\rho \sim \frac{M}{R^3} \quad (46)$$

Далее воспользуемся уравнением гидростатического равновесия

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{GM_r \rho}{r^2} \quad (47)$$

( $G$  — гравитационная постоянная, а  $M_r$  — масса, заключённая внутри радиуса  $r$ ) и уравнением состояния идеального газа

$$p = \frac{RT\rho}{\mu} \quad (47a)$$

<sup>38</sup> Даже если вместо гелия будут образовываться наиболее устойчивые ядра (например, железо и др.), возможная продолжительность жизни звезды увеличится лишь примерно на 30 %.

<sup>39</sup> С. Чандрасекар, Monthly Notices 95, 207, 226, 676 (1935).

<sup>40</sup> Л. Ландау, Nature 141, 333 (1938).

<sup>41</sup> Это предположение было высказано Гамовым в письме автору.

где  $R$  — газовая постоянная,  $\mu$  — средний молекулярный вес (при этом вклад лучистого давления считается пренебрежимо малым), из этих выражений следует оценка для температуры в недрах звезды:

$$T \sim \frac{M\mu}{R} \quad (48)$$

Наконец, необходимо учесть уравнение радиационного переноса энергии, описывающее радиационное равновесие:

$$aT^3 \frac{dT}{dr} = -\frac{3}{4c} \rho \frac{L_r}{4\pi r^2} \quad (49)$$

где  $a$  — постоянная Стефана–Больцмана,  $c$  — скорость света,  $k$  — коэффициент непрозрачности вещества, а  $L_r$  — светимость (поток энергии), проходящий через сферу радиуса  $r$ .

Для коэффициента непрозрачности принимается степенная зависимость вида

$$\kappa \sim y \rho^\alpha T^{-\beta} \quad (50)$$

где  $y$  — концентрация тяжёлых элементов. В классической формуле Крамерса обычно полагают  $\alpha = 1$  и  $\beta = 3.5$ . Однако, как показал Стрёмгрен<sup>42</sup> на основе квантово-механических расчётов, эту формулу необходимо скорректировать с помощью так называемого фактора гильотины  $\tau$ . Для плотностей в диапазоне от 10 до 100 и температур между  $10^7$  и  $3 \times 10^7$  К численные результаты Стрёмгрена хорошо аппроксимируются выражением  $\tau \sim \rho^{1/2} T^{-3/4}$ . Поэтому в дальнейшем принимается эффективная аппроксимация  $\alpha = 0.5$ ,  $\beta = 2.75$  в (50).

Светимость звезды можно записать в виде

$$L \sim M \rho z T^\gamma \quad (51)$$

То, что скорость выделения энергии на единицу массы,  $L/M$ , содержит множитель  $\rho$ , следует из того факта, что она обусловлена двухчастичными ядерными реакциями; наличие этого множителя непосредственно видно из всех наших формул, например из (4). Величина  $z = x_1 x_2$  представляет собой произведение концентраций реагирующих ядер (в данном случае  $N^{14}$  и  $H$ ). Показатель степени  $\gamma$  можно получить из формул (4) и (6).

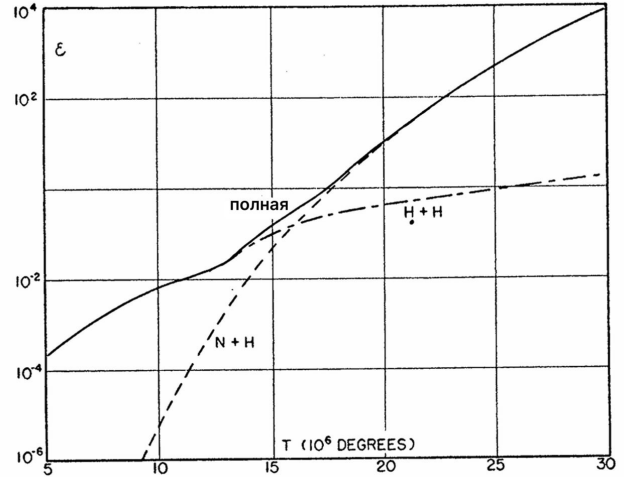


Рис. 1: Выработка энергии в эрг/г·с, обусловленная протон–протонной реакцией ( $H + H$ ) и углеродно–азотным циклом ( $N + H$ ), как функция центральной температуры звезды. Сплошная кривая — полная выработка энергии, обусловленная обеими реакциями. Были приняты следующие предположения: центральная плотность  $\rho = 100$ , концентрация водорода — 35%, концентрация азота — 10%, средняя выработка энергии составляет  $\frac{1}{5}$  от центральной для реакции  $H + H$  и  $\frac{1}{10}$  — для реакции  $N + H$ .

Для него имеем

$$\gamma = \frac{d \log(\tau^2 e^{-\tau})}{d \log T} = \frac{1}{3}(\tau - 2) \quad (52)$$

Для реакции  $N^{14} + H$  при температуре  $T = 2 \times 10^7$  это дает значение  $\gamma = 18$ . При более высокой температуре  $T = 3.2 \times 10^7$  (соответствующей звезде  $\gamma$  Лебеда), получаем  $\gamma = 15.5$ . В общем случае показатель  $\gamma$  убывает с ростом температуры примерно как  $\gamma \sim T^{-1/3}$ . Тем не менее значение  $\gamma = 18$  является хорошим приближением для большей части звёзд главной последовательности.

Подставляя выражения (50) и (51) в уравнение радиационного равновесия (49), получаем связь между температурой и глобальными параметрами звезды: температура в центральных областях определяется степенным образом через концентрации реагирующих ядер, массу звезды, плотность и радиус:

$$T^{4+\beta-\gamma} \sim y z M \rho^{2+\alpha} R^{-1} \quad (53)$$

Объединяя это соотношение с формулами (46) и (48) и вводя для краткости параметр

$$\delta = \gamma + 3 + 3\alpha - \beta \quad (54)$$

и мы находим

$$R \sim M^{l-2(2+\alpha)/\delta} \mu^{1-(7+3\alpha)/\delta} (yz)^{1/\delta} \quad (55)$$

$$T \sim M^{2(2+\alpha)/\delta} \mu^{(7+3\alpha)/\delta} (yz)^{-1/\delta} \quad (56)$$

$$\rho \sim M^{-2+6(2+\alpha)/\delta} \mu^{-3+3(7+3\alpha)/\delta} (yz)^{-3/\delta} \quad (57)$$

<sup>42</sup>Ср. источник 1, таблица 6, стр. 485.

$$L \sim M^{3+2\alpha+2(2+\alpha)(\beta-3\alpha)/\delta} \mu^{4+3\alpha+(7+3\alpha)(\beta-3\alpha)/\delta} \times y^{-1} (yz)^{-(\beta-3\alpha)/\delta} \quad (58)$$

Кроме того, может представлять интерес и температура поверхности звезды. В этом случае мы получаем

$$T_S \sim L^{1/4} R^{-1/2} \sim M^{1+\frac{\alpha}{2}+\frac{1}{2}\frac{(2+\alpha)(\beta-3\alpha+2)}{\delta}} \mu^{\frac{1}{2}+\frac{3\alpha}{4}+\frac{1}{4}\frac{(7+3\alpha)(\beta-3\alpha+2)}{\delta}} y^{-1/4} (yz)^{-\frac{1}{4}\frac{(\beta-3\alpha+2)}{\delta}}. \quad (59)$$

В таблице 9 эти формулы приведены в явном виде для четырёх различных наборов постоянных.

Наиболее важный результат заключается в том, что центральная температура звезды слабо зависит от её массы: а именно, она пропорциональна  $M^{0.25}$  при  $\gamma = 18$  и  $M^{0.30}$  при  $\gamma = 15$ . Причина этого состоит в очень сильной температурной зависимости скорости ядерных реакций. Показатель степени при  $M$  в формуле (56) обратно пропорционален величине  $\delta$ , которая, в свою очередь (см. (54)), в основном определяется показателем  $\gamma$  в формуле (51), описывающей температурную зависимость скорости реакции. Интегрирование уравнений Эддингтона с использованием наблюдаемых светимостей, радиусов и других параметров фактически даёт лишь слабую зависимость центральной температуры от массы звезды. Это обстоятельство можно объяснить только сильной температурной зависимостью источника звёздной энергии — факт, который ранее не был в достаточной степени осознан. С теоретической точки зрения центральная температура возрастает с увеличением массы звезды, причём гораздо сильнее она зависит от средней молекулярной массы  $\mu$  и практически не зависит от химического состава, то есть от величин  $y$  и  $z$ .

Радиус звезды больше у более массивных звёзд и при большем среднем молекулярном весе  $\mu$ . Плотность, разумеется, ведёт себя противоположным образом. Оба этих результата находятся в качественном согласии с наблюдениями. Произведение массы и плотности, входящее в формулу (51) для светимости, оказывается почти независимым от массы; следовательно, при фиксированных концентрациях  $z$  светимость определяется практически исключительно центральной температурой. И радиус, и плотность почти не зависят от химического состава, за исключением его влияния на  $\mu$ .

Светимость возрастает несколько быстрее, чем четвертая степень массы и шестая степень среднего молекулярного веса. Этот рост заметно слабее, чем обычно принимаемая зависимость  $M^{5.5} \mu^{7.5}$ , и лучше согласуется с наблюдениями. Отличие от стандартной формулы в основном обусловлено иной зависимостью непрозрачности от плотности и температуры; в частности, при обычном предположении  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 3 \times 1/2$  мы получаем зависимость  $M^{5.5} \mu^{7.5}$ .

Оставшееся различие заключается в том, что в стандартной формуле зависимость от радиуса учитывается как отдельный множитель, тогда как в нашем подходе радиус  $R$  выражён через массу  $M$  и средний молекулярный вес  $\mu$ . Наблюдения показывают, что для ярких звёзд светимость возрастает даже медленнее, чем пропорционально  $M^4$ ; по-видимому, это связано с меньшим сред-

ним молекулярным весом (то есть с более высоким содержанием водорода) у большинства очень ярких звёзд. Возможно также, что такие звёзды становятся неустойчивыми из-за чрезмерного выделения энергии, когда содержание водорода в них становится слишком малым (ср. § 12). Светимость обратно пропорциональна концентрации тяжёлых элементов  $y$  (так называемой смеси Рассела), поскольку именно величина  $y$  определяет непрозрачность. В то же время светимость  $L$  почти не зависит от концентрации азота; аналогично этому, величины  $R$ ,  $T$  и  $\rho$  также практически не зависят от неё.

Все эти соображения справедливы для ярких звёзд, вплоть до звёзд примерно на три звёздные величины более слабых, чем Солнце. Для ещё более тусклых звёзд, с более низкими центральными температурами, реакция протонного соединения  $H + H = D + e^+$  должна становиться более вероятной, чем углеродно-азотные реакции, поскольку эта реакция существенно слабее зависит от температуры. При рассмотрении энерговыделения за счёт реакции  $H + H$  необходимо учитывать, что (ср. § 5) при низких температурах эта реакция приводит лишь к образованию  ${}^3\text{He}$ , а не  ${}^4\text{He}$ . Причина заключается в медленности реакции  $He^4 + He^4 = Be^7$ . Здесь используется предположение В из § 5, а именно, что ядро  ${}^3\text{He}$  более устойчиво, чем  ${}^3\text{H}$ , а ядро  ${}^4\text{Li}$  является неустойчивым. В результате этого около температуры  $14 \times 10^6$  градусов происходит довольно резкое падение энерговыделения в реакции  $H + H$  (ср. рис. 1), то есть непосредственно ниже температуры, при которой протонное соединение становится существенным (около  $16 \times 10^6$  градусов; см. рис. 1). Поэтому температурный показатель  $\gamma$  остаётся сравнительно большим (порядка 13, ср. рис. 2) вплоть до температур около  $13 \times 10^6$  градусов, что соответствует энерговыделению примерно в 1% от солнечного (то есть звезде примерно на пять звёздных величин слабее Солнца). Для ещё более тусклых звёзд значение  $\gamma$  резко уменьшается, достигая минимума около 4.5 при температуре порядка  $10^7$  градусов.

Связи между центральной температурой, радиусом, светимостью и массой звезды для данного случая ( $\gamma = 4.5$ ) приведены в последнем столбце таблицы IX. Видно, что температура здесь зависит от массы значительно сильнее (как  $M^{0.80}$ ), тогда как радиус становится почти независимым от  $M$ , а плотность убывает с уменьшением массы. Светимость убывает с массой быстрее (как  $M^5$ ), чем в случае ярких звёзд. К сожалению, для этих более тусклых звёзд имеется крайне мало наблюдательного материала. Это особенно досадно, поскольку для ядерной физики весьма важно установить, действительно ли реакция  $H + H$  происходит с той вероятностью, которая предполагается в данной работе. Существует некоторая возможность, что эта реакция запрещена правилами отбора (ср. ссылку (16), стр. 250), и в этом случае её вероятность была бы примерно в  $10^6$  раз меньше. Тогда углеродно-азотные реакции обеспечивали бы выделение энергии даже в слабых звёздах, а центральная температура таких звёзд почти не зависела бы от их массы.

На рисунке 1 показано энерговыделение, обусловленное протонной комбинацией ( $H + H$ ), а также углеродно-азотными реакциями ( $N + H$ ), как функция центральной температуры в логарифмическом масштабе. Ясно видно, что при низких температурах преобладает реакция

$H + H$ , тогда как при высоких температурах доминируют реакции  $N + H$ . При этом были сделаны следующие предположения: концентрация водорода — 35%, концентрация азота — 10%, центральная плотность  $\rho = 100$ , средняя скорость энерговыделения составляет  $\frac{1}{5}$  от центральной для реакции  $H + H$  и  $\frac{1}{10}$  — для реакции  $N + H$ . Предполагается также, что ядро  $He^3$  более устойчиво, чем  $H^3$ , а  $Li^4$  неустойчиво (предположение В §5).

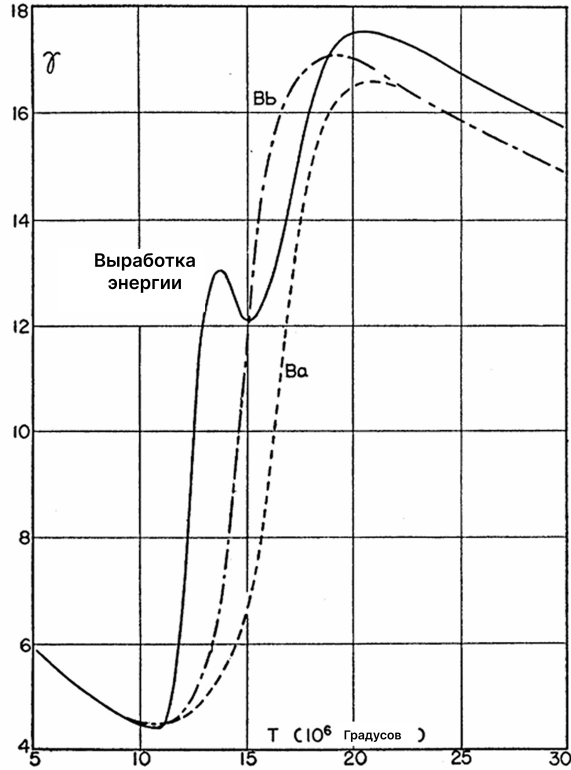


Рис. 2: Показатель  $\gamma$  в соотношении  $L \sim T^\gamma$  между светимостью  $L$  и температурой  $T$  как функция температуры  $T$ . Сплошная кривая —  $\gamma$  для полной выработки энергии (логарифмическая производная сплошной кривой на рис. 1). Пунктирные кривые —  $\gamma$ , относящийся к устойчивости звезды по отношению к температурным возмущениям (кривая Ba — для времен меньше 14 месяцев, Bb — для времен больше 14 месяцев).

Рисунок 2 (сплошная кривая) показывает показатель  $\gamma$  в суммарной скорости выработки энергии. При низких температурах он мал (примерно  $\gamma \sim 4-5$ , когда доминирует водородная реакция) и имеет минимум  $\gamma \approx 4.44$  при температуре около  $11 \times 10^6$  К. В интервале температур от  $11 \times 10^6$  до  $14 \times 10^6$  К  $\gamma$  быстро возрастает, что связано с реакцией  $He^4 + He^3 = Be^7$  обсуждавшейся в § 5. Затем  $\gamma$  снова уменьшается — с примерно 13 до 12 — когда эта реакция достигает насыщения. Начиная с  $T \approx 15 \times 10^6$  К вступают в действие углеродно-азотные реакции, что приводит к росту  $\gamma$  до максимального значения  $\gamma \approx 17.5$  при  $T \approx 20 \times 10^6$  К. При ещё более высоких температурах показатель  $\gamma$  снова уменьшается примерно как  $T^{-1/3}$ .

<sup>43</sup>Т. Г. Коулинг, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 94, 768 (1934); 96, 42 (1935).

## § 11. Устойчивость к изменениям температуры

Коулинг<sup>43</sup> исследовал устойчивость звёзд по отношению к колебаниям. Эта устойчивость в основном определяется отношением  $\gamma$  теплоёмкостей при постоянном давлении и при постоянном объёме. Если давление излучения в звезде пренебрежимо мало по сравнению с газовым давлением (то есть при  $\gamma = 5/3$ ), то звезда оказывается устойчивой при любом значении температурного показателя  $n$  в выражении для выработки энергии (38), вплоть до  $n \approx 450$ . Лишь для очень массивных звёзд, в которых давление излучения становится сравнимым с газовым давлением, условие устойчивости накладывает серьёзные ограничения на температурную зависимость источника энергии. Согласно нашей теории, выработка энергии пропорциональна  $T^{17}$  (см. ниже); согласно Коулингу, устойчивость в этом случае имеет место при  $\gamma > 10/7$ . Соответствующее отношение давления излучения к полному давлению равно

$$1 - \beta = \frac{5 - 3\gamma}{3(7\gamma - 9)} = 0.24 \quad (60)$$

а соответствующая масса звезды, согласно «стандартной модели» Эддингтона, составляет  $17/\mu^2$ ,  $\odot$ , где  $\mu$  — средний молекулярный вес. Следовательно, практически все звёзды, для которых имеются надёжные наблюдательные данные, должны быть устойчивыми.

Следует отметить, что температурный показатель  $n$ , определяющий условия устойчивости, вообще говоря, не совпадает с температурным показателем, характеризующим выработку энергии в состоянии равновесия. Изменение температуры приводит прежде всего к радиальным колебаниям звезды, период которых составляет порядка нескольких дней или, в крайнем случае, нескольких лет. Напротив, при повышении или понижении температуры нарушается равновесие между углеродом и азотом, и для восстановления нового равновесного состояния при изменённой температуре требуется время порядка времени жизни ядра  $^{12}C$ , то есть примерно  $10^6$  лет. Поэтому при анализе устойчивости необходимо использовать концентрации углерода и азота, соответствующие исходной температуре, а не текущей.

При температуре  $T = 2 \times 10^7$  К углеродные реакции имеют параметр  $\tau = 50.6$  (табл. V), и соответствующий температурный показатель равен  $\gamma_C = 16.2$  (см. (52)). Азотные реакции, в свою очередь, характеризуются значением  $\tau = 56.3$  и температурным показателем  $\gamma_N = 18.1$ . В состоянии равновесия число реакций в секунду одинаково для каждой реакции цепочки (42).

Суммарное выделение энергии в первых трёх реакциях цепи составляет 11.7 мМЕ, если вычесть 0.8 мМЕ, уносимые нейтрино при распаде  $^{13}N$ . Эти три реакции являются углеродными. Оставшиеся три реакции относятся к азотным и дают вклад 15.0 мМЕ. В результате эффективный температурный показатель, определяющий устойчивость, принимает значение

$$\gamma = \frac{11.7\gamma_C + 15.0\gamma_N}{26.7} = 17.3 \quad (60a)$$



При температуре  $T = 2 \times 10^7$  К показатель  $\gamma$  оказывается приблизительно пропорциональным  $T^{-1/2}$  (ср. (52), (6)).

Для реакции протон–протон необходимо различать три возможных механизма, обсуждённых в §5. Наиболее простой из них соответствует предположению С.

**Предположение С:  $Li^4$  нестабильно,  $H^3$  более стабильно, чем  $He^3$**

В этом случае существуют два «медленных» процесса, а именно: (а) исходная реакция  $H + H$  и (б) превращение  $^3He$  в  $^3H$  путём электронного захвата (время порядка 2000 лет). Процесс (а) зависит от температуры приблизительно как  $T^{3.5}$ , тогда как процесс (б) практически не зависит от  $T$ . Выделение энергии вплоть до образования  $^3He$  составляет 7.2, mMU, а при переходе от  $^3He$  к  $^4He$  — 21.3, mMU. Таким образом, эффективный температурный показатель равен

$$\gamma = \frac{7.2 \times 3.5 + 21.3 \times 0}{28.5} = 0.9 \quad (61C)$$

что указывает на очень слабую зависимость скорости выделения энергии от температуры.

**Предположение А:  $Li^4$  стабильно**

Согласно таблице 5, превращение  $^3He$  в  $^4Li$  занимает порядка одного дня.

(а) Для времён меньших одного дня реакции до образования  $^3He$  и последующие реакции оказываются практически независимыми друг от друга. Первая группа реакций снова имеет температурный показатель  $\gamma_H = 3.5$  и даёт 7.2, mMU энергии. Вторая группа даёт лишь 8.3, mMU, поскольку оставшиеся 13.0, mMU уносятся нейтрино, испускаемыми при распаде  $^4Li$  (см. §5). Для этой группы из таблицы 5 следует  $\gamma_{He} = 6.9$ . В результате эффективный температурный показатель равен

$$\gamma = \frac{7.2 \times 3.5 + 8.3 \times 6.9}{15.5} = 5.3 \quad (61Aa)$$

(б) Для времён больших одного дня именно протонная комбинация определяет всю цепочку реакций, так что эффективный температурный показатель принимает значение

$$\gamma = 3.5 \quad (61Ab)$$

**Предположение В:  $Li^4$  нестабильно,  $H^3$  более стабильно, чем  $He^3$  (самое вероятное предположение)**

Как было указано в § 5, реакция  $\alpha$ -частица +  $^3He \rightarrow ^7Be$  протекает настолько медленно (порядка  $3 \times 10^7$  лет, см. табл. V), что концентрация  $^3He$  практически не зависит от температурных флуктуаций. Ядро  $^7Be$  имеет среднее время жизни около 14 месяцев в центре Солнца, поэтому снова возникают два различных случая.

(а) Для времён, меньших 14 месяцев, существуют три группы реакций: (а) реакции вплоть до образования  $^3He$ , дающие 7.2, mMU и имеющие температурный показатель  $\gamma_H = 3.5$ ; (б) реакция  $^4He + ^3He =$

$^7Be$ , дающая (см. табл. V) 1.6, mMU при  $\gamma_{He} = 15.1$ ; (с) электронный захват ядром  $^7Be$ , за которым следует реакция  $^7Li + H = 2, ^4He$ . Эта последняя реакция практически не зависит от температуры ( $\gamma_{Be} = 0$ ) и даёт 18.6, mMU. Следовательно, эффективный температурный показатель равен

$$\gamma = \frac{7.2 \times 3.5 + 1.6 \times 15.1 + 18.6 \times 0}{27.4} = 1.8 \quad (61Ba)$$

(б) Для времён, больших 14 месяцев, реакция  $^4He + ^3He = ^7Be$  определяет всю эволюцию энергии, начиная с  $^3He$ , так что

$$\gamma = \frac{7.2 \times 3.5 + 20.2 \times 15.1}{27.4} = 12.1 \quad (61Bb)$$

эти результаты относятся к температуре  $T = 2 \times 10^7$  К.

При низких температурах реакция  $^4He + ^3He = ^7Be$  полностью прекращается (ср. § 5), так что в этом случае температурный показатель  $\gamma$  самой реакции  $H + H$  определяет радиальную устойчивость звезды. В интервале температур от  $12 \times 10^6$  до  $16 \times 10^6$  градусов существует переходная область, в которой роль реакции  $^4He + ^3He$  (и связанных с ней последующих процессов) постепенно уменьшается.

На рис. 2 кривые Ba и Bb показывают эффективный показатель  $\gamma$ , отвечающий за радиальную устойчивость, с учётом как реакций  $C + N$ , так и реакции  $H + H$ , при тех же предположениях о концентрациях водорода и азота, что и на рис. 1 (ср. конец § 10). При этом было принято предположение В относительно устойчивости  $^4Li$  и  $^3He$ ; кривые Ba и Bb соответствуют, соответственно, коротковременному и долговременному режимам, описываемым формулами (61Ba) и (61Bb). При высоких температурах обе кривые совпадают, поскольку протонная комбинация становится несущественной по сравнению с углеродно-азотными реакциями. Суммарный показатель  $\gamma$  достигает при этом максимального значения около 17 (для кривой, соответствующей большому времени).

## § 12. Звёздная эволюция<sup>44</sup>

Видно, что концентрации тяжёлых ядер (так называемой смеси Рассела) и, следовательно, азота, не могут заметно изменяться в течение жизни звезды. Единственный процесс, который действительно происходит, — это превращение водорода в гелий, независимо от конкретного механизма реакции. Состояние звезды поэтому может быть описано концентрацией водорода  $x$  и фиксированным параметром  $y$ , задающим концентрацию смеси Рассела. Первый параметр,  $1 - x - y$ , представляет собой концентрацию гелия. Не теряя общности, можно выбрать начало отсчёта времени так, чтобы начальная концентрация гелия была равна нулю. (Тогда фактическое «рождение» звезды может происходить при  $t > 0$ .)

Показано (таблица 9), что светимость практически не зависит от химического состава, за исключением<sup>45</sup>

<sup>44</sup>Большинство этих соображений уже было изложено Г. Гамовым, Physical Review, 54, 480(L) (1938).

<sup>45</sup>За исключением множителя  $\gamma^{-1}$ , который, однако, не изменяется со временем.

слабой зависимости через средний молекулярный вес  $\mu$ . Эта зависимость задаётся выражением

$$\frac{1}{\mu} = 2x + \frac{3}{4}(1 - x - y) + \frac{1}{2}y = \frac{5}{4}(x + a) \quad (62)$$

где

$$a = 0.6 - 0.2y \quad (62a)$$

причём для молекулярных весов водорода, гелия и смеси Рассела приняты значения 1, 4/3 и 2 соответственно.

Скорость уменьшения концентрации водорода пропорциональна светимости, которую мы полагаем пропорциональной  $\mu^n$ . Согласно таблице IX, показатель  $n$  составляет приблизительно 6. Тогда

$$\frac{dx}{dt} \sim -(x + a)^{-n} \quad (63)$$

Интегрирование этого уравнения даёт

$$(x + a)^{n+1} = A(t_0 - t) \quad (64)$$

где  $A$  — постоянная, зависящая от массы звезды и других её характеристик. Поскольку при  $t = 0$  выполняется  $x = 1 - y$ , получаем

$$At_0 = (1.6 - 1.2y)^{n+1} \quad (64a)$$

Из уравнений (63) и (64) непосредственно следует, что концентрация водорода в звезде убывает сначала медленно, а затем всё быстрее. Например, если концентрация тяжёлых элементов равна  $y = 1/2$  то первая половина водорода в звезде выгорает за примерно 87% времени её жизни, тогда как вторая половина — за оставшиеся 13%. Если же концентрация расселовской смеси мала, результат становится ещё более наглядным. Так, при  $y = 0$  на выгорание первой половины водорода требуется около 92% времени жизни звезды. Следовательно, очень немногие звёзды будут реально наблюдаться на заключительной стадии своей эволюции, даже если возраст звёзд сопоставим с их полной продолжительностью жизни  $t_0$  (см. (64a)). В действительности продолжительность жизни всех звёзд, за исключением самых ярких, велика по сравнению с возрастом Вселенной, который определяется из наблюдений красного смещения и составляет порядка  $2 \times 10^9$  лет. Например, для Солнца лишь около 1% его полной массы превращается из водорода в гелий за  $10^9$  лет, так что в настоящее время содержание гелия в Солнце составляет всего около 2%, при условии, что в начале его эволюции гелия не

было вовсе. Отсюда следует, что ожидаемая будущая продолжительность жизни Солнца составляет порядка  $1.2 \times 10^{10}$  лет.

Нам представляется, что именно эта сравнительная «молодость» звёзд является одной из важнейших причин существования соотношения масса–светимость. Если бы химический состав звёзд, и особенно содержание водорода, мог изменяться совершенно случайным образом, то следовало бы ожидать значительно большей изменчивости светимости при заданной массе.

Особый интерес представляет вопрос о том, что происходит со звездой, когда её запас водорода почти исчерпан. В этом случае производство энергии уже не может компенсировать требования равновесия, и звезда начинает сжиматься. Это обстоятельство, по существу, уже отражено в факторе  $z^{1/8}$  в формуле (55) для радиуса звезды, поскольку величина  $z$  пропорциональна концентрации водорода.

При дальнейшем сжатии всё большую роль начинает играть гравитационная энергия. Сжатие продолжается до тех пор, пока не будет достигнуто новое равновесие. Для «лёгких» звёзд с массой меньше чем  $6\mu^{-2}$  солнечных масс (см. [1], с. 507), электронный газ в звезде становится вырожденным, и результатом эволюции оказывается белый карлик. В состоянии белого карлика необходимое производство энергии чрезвычайно мало, так что такая звезда может существовать практически неограниченно долго. Подобная эволюция ранее уже была предложена Стрёмгеном.

Для массивных звёзд, по-видимому, сжатие может прекратиться лишь при образовании нейтронного ядра. Трудности, возникающие при рассмотрении такого ядра<sup>46</sup>, возможно, не являются непреодолимыми в нашем случае, поскольку большая часть водорода к этому моменту уже превращена в более тяжёлые и устойчивые элементы, так что выделение энергии на поверхности ядра будет определяться в основном гравитационными, а не ядерными процессами. Тем не менее эти вопросы, очевидно, требуют дальнейшего подробного исследования.

Настоящие исследования берут своё начало на Четвёртой Вашингтонской конференции по теоретической физике, состоявшейся в марте 1938 г. и организованной Университетом Джорджа Вашингтона совместно с Отделением земного магнетизма. Автор выражает глубокую благодарность профессорам Стрёмгрену и Чандрасекару за предоставленные сведения по астрофизическим данным и литературе, профессорам Теллеру и Гамову — за полезные обсуждения, а профессору Коночинскому — за критический просмотр рукописи.

<sup>46</sup>Г. Гамов и Э. Теллер, Physical Review, 53, 929(A), 608(L) (1938).