

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский ядерный
университет «МИФИ»»

УДК 524.83

ОТЧЕТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
ПАРАМЕТР ХАББЛА В МОДЕЛИ ВСЕЛЕННОЙ С
НЕСТАБИЛЬНОЙ СКРЫТОЙ МАССОЙ

Научный руководитель
проф., д.ф.-м.н.

Хлопов М. Ю.

Научный консультант

Краснов М. А.

Студент

Корсакова М. Д.

Москва 2025

ВВЕДЕНИЕ

Современная космология, основанная на стандартной Λ CDM-модели, предполагает, что скрытая масса представляет собой стабильную, нерелятивистскую компоненту, плотность которой эволюционирует по закону $\rho \propto (1 + z)^3$. В рамках расширенных космологических моделей рассматривается гипотеза о возможной нестабильности скрытой массы, предполагающая её распад на более лёгкие частицы. Образование релятивистских продуктов распада (фотонов, нейтрино) в результате распада скрытой массы требует модификации уравнения непрерывности в стандартной космологической модели, что приводит к изменению зависимости параметра Хаббла $H(z)$ от красного смещения.

Актуальной задачей современной космологии является поиск теоретических моделей, способных объяснить наблюдаемые свойства Вселенной, включая возможные отклонения от предсказаний стандартной Λ CDM-модели. Одним из перспективных направлений является рассмотрение сценариев с нестабильной скрытой массой, распадающейся на релятивистские частицы.

В данной работе рассматривается именно такая модель, и её основной целью является вывод выражения для параметра Хаббла $H(z)$ как функции красного смещения, учитывающего вклад как самой распадающейся скрытой массы, так и релятивистских продуктов её распада.

Для достижения поставленных целей выдвинуты следующие задачи:

1. Получить выражение для плотности нестабильной скрытой массы $\rho_{\text{udm}}(z)$.
2. Вывести выражение для плотности релятивистских продуктов распада $\rho_{\text{rel}}(z)$ на основе уравнения непрерывности с источником, который учитывает поступление энергии в результате распада скрытой массы.
3. Получить выражение для параметра Хаббла $H(z)$ в рамках модели, учитывающей вклады как нестабильной скрытой массы, так и релятивистских продуктов её распада, путём подстановки найденных выражений для плотностей в первое уравнение Фридмана.

Полученные в работе аналитические выражения для плотности ком-

понент Вселенной и параметра Хаббла $H(z)$ представляют собой неявные уравнения, которые в дальнейшем могут быть использованы для численного моделирования динамики расширения Вселенной. Результаты таких расчётов могут быть сопоставлены с современными наблюдательными данными.

ТЕОРИЯ

Современная космология базируется на стандартной Λ CDM-модели, описывающей эволюцию однородной и изотропной Вселенной в рамках общей теории относительности. Фундаментальным уравнением, связывающим скорость расширения с плотностью Вселенной, является первое уравнение Фридмана[1]:

$$H^2(t) = \frac{8\pi G}{3}\rho_{\text{all}}(t), \quad (1)$$

где $H(t) = \dot{a}/a$ — параметр Хаббла, характеризующий скорость расширения Вселенной, $a(t)$ — масштабный фактор, ρ_{all} — суммарная плотность энергии всех компонент Вселенной, G — гравитационная постоянная. Эволюция каждой компоненты Вселенной описывается уравнением непрерывности:

$$\frac{d\rho}{dt} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (2)$$

где $H(t) = \dot{a}/a$ — параметр Хаббла.

Вводя параметр уравнения состояния $w = p/\rho$, получаем решение для плотности как функции масштабного фактора[2]:

$$\rho(a) = \rho_0 \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-3(1+w)}, \quad (3)$$

где индекс 0 соответствует современным значениям.

Через красное смещение z , связанное с масштабным фактором соотношением $1 + z = a_0/a$, это выражение принимает вид:

$$\rho(z) = \rho_0(1+z)^{3(1+w)}. \quad (4)$$

В стандартной модели учитываются следующие компоненты:

1. Релятивистские частицы: $\rho_r(z) = \rho_{r,0}(1+z)^4$, $w = 1/3$
2. Барионная материя: $\rho_b(z) = \rho_{b,0}(1+z)^3$, $w = 0$
3. Тёмная энергия: $\rho_\Lambda(z) = \rho_{\Lambda,0} = \text{const}$, $w = -1$

Альтернативой стандартной модели является предположение о нестабильности скрытой массы. В данной модели скрытая масса может распа-

даться на другие частицы с характерным временем жизни $\tau = 1/\Gamma$, где Γ — постоянная распада. На основе анализа, проведённого в работе [3], время жизни скрытой массы оценивается в диапазоне $(1\text{--}5) \times 10^{28}$ с, что соответствует постоянной распада Γ порядка 10^{-28} с⁻¹.

Основное уравнение для плотности энергии нестабильной скрытой массы имеет вид[4]:

$$\frac{d\rho_{\text{udm}}}{dt} + 3H\rho_{\text{udm}} = -\Gamma\rho_{\text{udm}}. \quad (5)$$

Правая часть уравнения учитывает потерю плотности энергии из-за распада.

В случае распада на релятивистские частицы (фотоны, нейтрино) необходимо дополнительно рассматривать уравнение для продуктов распада:

$$\frac{d\rho_{\text{rel}}}{dt} + 4H\rho_{\text{rel}} = +\Gamma\rho_{\text{udm}}, \quad (6)$$

где коэффициент 4 соответствует уравнению состояния $p = \rho/3$ для релятивистской компоненты, а правая часть описывает приток энергии от распада скрытой массы.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Исходя из уравнения (5) и переходя к переменной z , получаем:

$$\frac{d\rho_{\text{udm}}}{dz} - \left(\frac{3}{1+z} + \frac{\Gamma}{H(1+z)} \right) \rho_{\text{udm}} = 0. \quad (7)$$

Решение этого уравнения методом интегрирующего множителя:

$$\rho_{\text{udm}}(z) = \rho_{\text{udm},0}(1+z)^3 \exp \left[-\Gamma \int_{z_1}^0 \frac{dz'}{H(z')(1+z')} \right]. \quad (8)$$

Для релятивистских продуктов распада из уравнения (6), переходя к переменной z получаем:

$$\frac{d\rho_{\text{rel}}}{dz} - \frac{4}{1+z} \rho_{\text{rel}} = -\frac{\Gamma}{H(1+z)} \rho_{\text{udm}}. \quad (9)$$

Решение этого неоднородного дифференциального уравнения методом вариации постоянной приводит к выражению:

$$\rho_{\text{rel}}(z) = -\rho_{\text{udm}}(z) + \rho_{\text{udm},0}(1+z)^4 \int_z^0 \exp \left[-\Gamma \int_{z_1}^{z'} \frac{dz'}{H(z')(1+z')} \right] \frac{dz_1}{(1+z_1)^2}. \quad (10)$$

Экспоненциальный множитель $e^{-\Gamma\tau(z_1)}$, где $\tau(z_1)$ — космологическое время, прошедшее с момента, соответствующего некоторому красному смещению z_1 , количественно описывает уменьшение плотности скрытой массы вследствие её распада.

Суммарная плотность энергии в модели с нестабильной скрытой массой, распадающейся на релятивистские частицы, составляет:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{all}}(z) &= \rho_{r,0}(1+z)^4 + \rho_{b,0}(1+z)^3 + \rho_{\Lambda,0} \\ &+ \rho_{\text{udm},0}(1+z)^4 \int_z^0 \exp \left[-\Gamma \int_t^{z'} \frac{dz'}{H(z')(1+z')} \right] \frac{dt}{(1+t)^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Подставляя это выражение в уравнение Фридмана (1), получаем неявное выражение для параметра Хаббла:

$$H(z) = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} [\rho_{r,0}(1+z)^4 + \rho_{b,0}(1+z)^3 + \rho_{\Lambda,0}} \\ + \rho_{\text{udm},0}(1+z)^4 \int_z^0 \exp \left[-\Gamma \int_{z_1}^0 \frac{dz'}{H(z')(1+z')} \right] \frac{dz_1}{(1+z_1)^2} \quad (12)$$

Уравнение (12) представляет собой интегральное уравнение относительно $H(z)$, которое необходимо решать численно. При $\Gamma = 0$ (стабильная скрытая масса) выражение сводится к стандартному Λ CDM-случаю.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе проведённого исследования были получены выражения для плотности нестабильной скрытой массы $\rho_{\text{udm}}(z)$, плотности релятивистских продуктов распада $\rho_{\text{rel}}(z)$, возникающих в результате распада скрытой массы. На основе первого уравнения Фридмана получена зависимость параметра Хаббла $H(z)$ от красного смещения в рассматриваемой модели.

Полученное уравнение (12) представляет собой неявное интегральное уравнение относительно $H(z)$, что обусловлено свойствами рассматриваемой модели: скорость космологического расширения $H(z)$ определяет интеграл в экспоненте, который описывает эффективность распада скрытой массы за космологическое время, прошедшее с эпохи красного смещения z . В свою очередь, изменённая плотность распадающейся материи и её релятивистских продуктов через уравнение Фридмана влияет на сам параметр Хаббла. При $\Gamma = 0$ выражение переходит в стандартное соотношение для Λ CDM-модели, что подтверждает корректность приведённого вывода.

В дальнейшем исследовании необходимо провести численное решение уравнения (12) для различных значений постоянной распада Γ в диапазоне $(2-10) \times 10^{-29} \text{ с}^{-1}$, что соответствует времени жизни скрытой массы $\tau = 1/\Gamma = (1-5) \times 10^{28} \text{ с}$. Особый интерес представляет предельный случай мгновенного распада. В этом сценарии экспоненциальный множитель, содержащий $H(z)$ под знаком интеграла, упрощается. Такое упрощение позволило бы получить аналитическое выражение для $H(z)$.

Таким образом, проведённое исследование закладывает основу для дальнейшего численного анализа космологических моделей с нестабильной скрытой массой и их сопоставления с экспериментальными данными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Вайнберг С.* Космология. — М. : УРСС: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. — С. 608. — ISBN 978-5-453-00040-1, 978-5-397-03648-1. — Пер. с англ. К. Б. Алкалаева, В. Э. Подобеда, А. В. Беркова; под ред. и с предисл. И. Я. Арёфеевой, В. И. Сашока.
2. *Liddle A.* An Introduction to Modern Cosmology. — 2nd. — Chichester : John Wiley & Sons, 2003. — С. 175. — ISBN 978-0-470-84835-7.
3. *Blanco C., Hooper D.* Constraints on Decaying Dark Matter from the Isotropic Gamma-Ray Background // arXiv:1811.05988 [astro-ph.HE]. — 2018. — Нояб. — arXiv: 1811 . 05988 [astro-ph.HE]. — URL: <https://arxiv.org/abs/1811.05988>.
4. Cosmological constraints from decaying dark matter / A. De La Macorra [и др.] // Phys. Rev. D. — 2014. — Т. 90. — С. 043514. — arXiv: 1402.4465 [astro-ph.CO]. — URL: <https://arxiv.org/abs/1402.4465>.