

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«МИФИ» (НИЯУ МИФИ)

УДК 539.1

ОТЧЕТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

**ПОИСК АНОМАЛЬНЫХ ВЕРШИН С ПРИМЕНЕНИЕМ  
ФОРМАЛИЗМА ВЕРШИННОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ ПРОЦЕССА  
РОЖДЕНИЯ  $Z$ -БОЗОНА С ФОТОНОМ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ  
АТЛАС**

Научный руководитель  
к.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_ Солдатов Е.Ю.

Студент

\_\_\_\_\_ Чехонина А.А.

Научный консультант

\_\_\_\_\_ Семушин А.Е.

Москва 2026

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Детектор АТЛАС</b>	<b>5</b>
2.1	Специальная система координат . . . . .	5
2.2	Внутренний детектор . . . . .	7
2.3	Калориметры . . . . .	7
2.4	Мюонный спектрометр и тороидальные магниты . . . . .	8
2.5	Триггеры и отбор данных . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>10</b>
3.1	Стандартная модель . . . . .	10
3.2	Формализм вершинной функции . . . . .	11
3.3	Метод декомпозиции . . . . .	13
3.4	Тестовая статистика . . . . .	14
3.5	Унитарность $S$ -матрицы и клиппинг . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Программное обеспечение</b>	<b>19</b>
4.1	Монте-Карло моделирование . . . . .	19
4.2	EFTfun . . . . .	20
<b>5</b>	<b>Используемые данные</b>	<b>21</b>
<b>6</b>	<b>Результаты</b>	<b>23</b>
6.1	Оценка теоретического сечения . . . . .	23
6.1.1	Теоретические погрешности . . . . .	23
6.1.2	Оценка интегрального сечения . . . . .	24
6.1.3	Оценка дифференциальных сечений . . . . .	24
6.2	Постановка пределов на константы связи . . . . .	28
6.2.1	Статистические модели . . . . .	28
6.2.2	Постановка одномерных пределов . . . . .	29
6.2.3	Постановка двумерных пределов . . . . .	34
6.2.4	Проверка унитарности . . . . .	36
<b>7</b>	<b>Заключение</b>	<b>37</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>38</b>

# 1. ВВЕДЕНИЕ

Стандартная модель (СМ) — это теория элементарных частиц и их взаимодействий. СМ считается неполной, так как не объясняет ряд процессов и явлений, таких как гравитационное взаимодействие, состав темной материи [1], проблему иерархии поколений фермионов [2] и существование нейтринных осцилляций [3]. Для преодоления этих трудностей требуется расширение СМ. Явления, выходящие за ее рамки, называют «новой физикой».

В современной физике частиц сложилось два подхода к поиску «новой физики»: прямой и косвенный. Первый — заключается в детектировании подлинного рождения частиц по продуктам их распада, как это было сделано, например, при открытии бозона Хиггса экспериментами Большого адронного коллайдера [4]. Второй — состоит в изучении взаимодействий уже известных частиц и имеет преимущество в том, что он позволяет искать проявления новой физики при энергиях, меньших по сравнению с массами новых частиц. В данной работе рассматривается последний метод поиска физики за пределами СМ и реализуется в поиске аномальных вершин взаимодействий. Таким образом, рассматриваемый в работе метод является модельнонезависимым и позволяет искать «новую физику», не привязываясь к требованиям конкретной модели.

Формализм вершинной функции позволяет параметризовать взаимодействия  $Z$ -бозонов и фотонов, которые запрещены в СМ и поэтому называются аномальными. В качестве параметров выступают коэффициенты связи, которые являются неизвестными величинами, но на них возможно поставить пределы, и это будет означать наложение ограничений на проявления физики за рамками СМ. Для поиска аномальных взаимодействий в данной работе используется процесс рождения  $Z\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  в  $pp$ -столкновениях, потому что он обладает высокой чувствительностью к нейтральным трехбозонным взаимодействиям. Для анализа выбран нейтринный канал, потому что адронный канал имеет большой фон от адронных струй, не поддающийся контролю, а лептонный — меньшую вероятность распада [5].

**Целью** данной работы является поиск отклонений от СМ в процессе рождения  $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ . В рамках поставленной цели нужно выполнить следующие **задачи**:

1. рассчитать теоретическое интегральное и дифференциальное сечение  $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ , оценить их статистические и систематические неопределенности;

2. определить чувствительную к аномальным взаимодействиям переменную процесса;
3. поставить пределы на коэффициенты связи аномальных вершин, используя полную статистическую модель;
4. проверить, являются ли полученные пределы унитаризованными.

## 2. ДЕТЕКТОР АТЛАС

Большой адронный коллайдер (БАК) [6] — самый крупный и мощный ускоритель частиц на данный момент. При его проектировании была заложена способность сталкивать пучки протонов с энергией центра масс  $\sqrt{s} = 14$  ТэВ. Встречные пучки протонов пускают по двум вакуумным трубам, которые пересекаются в четырех участках кольца, определяющих местоположение основных экспериментов коллайдера, одним из которых является АТЛАС [7].

Схема детектора приведена на рисунке 2.1. АТЛАС представляет собой большой многоцелевой детектор для изучения высокоэнергетических частиц. Его длина составляет 43 м, диаметр 22 м, вес 7 тысяч тонн. Он находится под землей на глубине 100 м. Его основными элементами являются: внутренний детектор, электромагнитный и адронный калориметр, мюонный спектрометр, система магнитов.

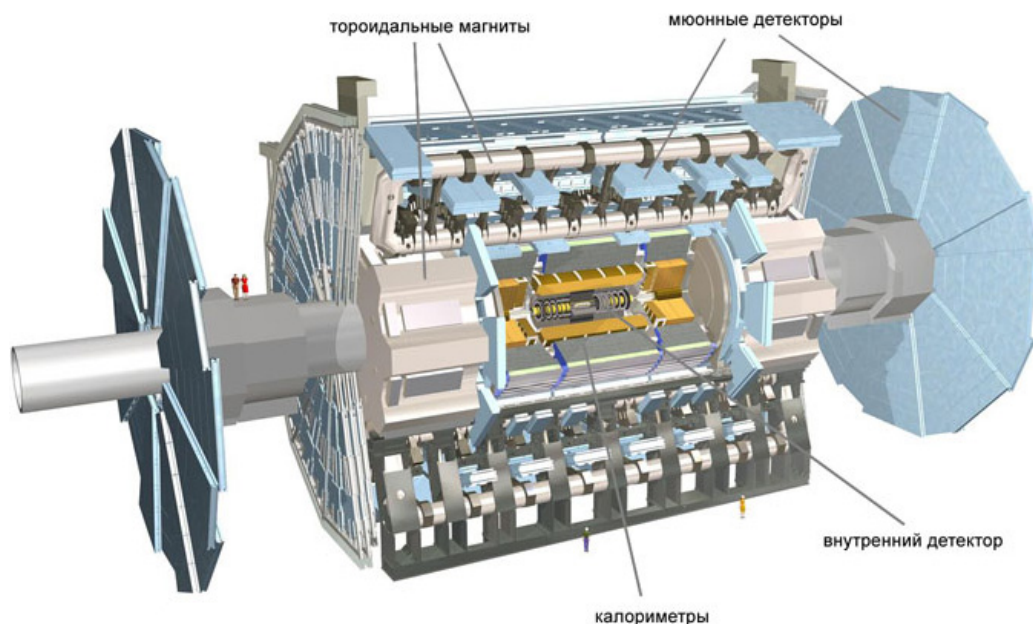


Рисунок 2.1 — Схема детектора АТЛАС в разрезе

### 2.1. СПЕЦИАЛЬНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ

Для описания процессов, регистрируемых детектором АТЛАС, используют специальную систему координат. Начало системы координат соответ-

ствуется точке взаимодействия пучков. Ось  $x$  ориентируется от точки взаимодействия к центру кольца БАК, ось  $y$  направляется вверх, ось  $z$  определяется по правилу правой руки. Азимутальный угол  $\phi$  измеряется вокруг оси пучка, полярный угол  $\theta$  отсчитывается от оси пучка до радиус-вектора. Для анализа в физике частиц используют другую кинематическую переменную, называемую псевдобыстротой. Она определяется следующим выражением

$$\eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2}. \quad (2.1)$$

Данная переменная удобна при анализе протон-протонных столкновений, так как распределения по ней более равномерные, чем по полярному углу. Расстоянием  $\Delta R$  в пространстве псевдобыстрота-азимутальный угол называют

$$\Delta R = \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\phi^2}. \quad (2.2)$$

Поперечный импульс определяется через компоненты трехмерного импульса следующим образом:

$$p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}. \quad (2.3)$$

Поперечная энергия вычисляется так

$$E_T = E \sin \theta. \quad (2.4)$$

Стоит отметить, что в случае фотона  $E_T = p_T$ . Поперечный импульс является инвариантным при продольных преобразованиях Лоренца, поэтому его использование оказывается удобным при анализе. Если баланс поперечного импульса нарушен, т.е. сумма (векторная) поперечных импульсов конечных зарегистрированных частиц не равна нулю, как это было до столкновения, то это указывает на наличие в конечном состоянии процесса частиц, не регистрируемых детектором АТЛАС. Такой частицей является, например, нейтрино, которая слабо взаимодействует с веществом и не оставляет следа в детекторе. Частицы такого рода являются основной причиной появления недостающего поперечного импульса  $p_T^{miss}$ . Его можно найти, измерив компоненты импульса  $p_x$  и  $p_y$  конечных частиц и зная, что до столкновения они были равны нулю, можно определить потерянные компоненты  $p_x^{miss}$  и  $p_y^{miss}$ , которые будут являться составляющими недостающего поперечного импульса  $\vec{p}_T^{miss} = \{p_x^{miss}, p_y^{miss}\}$ . Недостающая поперечная энергия равна  $E_T^{miss} = |\vec{p}_T^{miss}|$ .

## 2.2. ВНУТРЕННИЙ ДЕТЕКТОР

Внутренний детектор [8] — это первый слой вещества, через который проходят частицы, возникающие в следствие столкновений пучков. Его диаметр и длина равны 2.1 м и 6.2 м соответственно. Он окружен центральным соленоидом, создающим магнитное поле 2 Тл, позволяющее определять отношение импульса к заряду частиц в диапазоне псевдобыстрот  $|\eta| < 2.5$ . Внутренний детектор состоит из трех основных элементов: пиксельного детектора, полупроводникового трекового детектора и трекового детектора переходного излучения.

Пиксельный детектор, расположенный на расстоянии 3.3 см от оси БАК, включает 92 миллиона кремниевых пикселей, что обеспечивает высокое пространственное разрешение  $10 \times 115 \text{ мкм}^2$  и позволяет довольно точно определить точку рождения и импульс частицы. Общая площадь чувствительных элементов равна  $1.9 \text{ м}^2$ . Далее следует полупроводниковый трековый детектор, который содержит 4088 модулей, состоящих из 6 миллионов микрополосковых кремниевых детекторов. Они позволяют восстанавливать траектории частиц с точностью 25 мкм. Его общая площадь покрытия составляет  $60 \text{ м}^2$ . Задачей данного детектора является реконструкция треков заряженных частиц. Трековый детектор переходного излучения включает 350 848 тонкостенных дрейфовых трубок, которые обеспечивают точность измерения 0.17 мм и добавляют около 30 двумерных координат к реконструированным трекам в области  $|\eta| < 2.0$ . Переходное излучение позволяет определить тип частицы.

## 2.3. КАЛОРИМЕТРЫ

Внутренний детектор окружен электромагнитными и адронными калориметрами [7, 9], которые измеряют энергию частиц путем ее поглощения. Калориметры обеспечивают эффективное удержание электромагнитных и адронных ливней, а также ограничивают проникновение частиц в мюонную систему. Все калориметры в детекторе АТЛАС являются гетерогенными, то есть детектирующее и поглощающее вещества чередуются слоями.

Ближайший к внутреннему детектору калориметр — электромагнитный, использующий свинец в качестве поглотителя и охлажденный до  $-184^\circ\text{C}$  жидкий аргон в качестве детектирующего вещества. Его толщина на торцах составляет 0.632 м, радиус — 2.077 м. Далее на торцах расположен калориметр с медными поглотителями и жидким аргоном в качестве детектирующего веществ. Он состоит из двух колес толщиной 0.8 м и 1.0 м, радиусом 2.09 м. Общая длина всей конструкции равна 6.4 м, толщина — 53 см. Внутри колес

находится передний калориметр с тремя модулями радиусом 0.455 м и толщиной 0.450 м. Первый модуль — электромагнитный с медным поглотителем, другие два — адронные с вольфрамовым поглотителем.

Внешнюю боковую цилиндрическую часть всей системы калориметров образует адронный калориметр из трех модулей, центральный из которых имеет длину 5.8 м, а боковые — 2.6 м. Поглощающим материалом в нем является сталь, а детектирующим — сцинтилляционная плитка.

## 2.4. МЮОННЫЙ СПЕКТРОМЕТР И ТОРОИДАЛЬНЫЕ МАГНИТЫ

Мюонный спектрометр [7] позволяет зарегистрировать и измерить импульсы мюонов, энергии которых достаточно для прохода сквозь систему калориметров. Мюонный спектрометр образует внешний слой детектора АТЛАС, регистрирует мюоны в области  $|\eta| < 2.7$  и состоит из пяти различных типов детекторов, а именно тонко-зазорных камер, мелкостриповых тонко-зазорных камер, резистивных плоских камер, мониторируемых дрейфовых трубок, многопроволочных пропорциональных камер с катодом сегментированным на стрипы и детекторов Micromegas [10]. Первые три типа относятся к триггерным системам, последние три к координатным детекторам, восстанавливающим траектории мюонов. Все эти детекторы регистрируют сигналы, возникающие, когда мюоны проходят через детекторы и ионизируют газ внутри.

Мюонный спектрометр помещен в магнитное поле напряженностью около 4 Тл, которое создают восемь тороидальных магнитов, в обмотке которых течет ток 20.5 кА. Длина каждого магнита составляет 25 м, а внешний диаметр всей конструкции равен 20 м. На торцах детектора установлена похожая конструкция, диаметром 10.7 м, для отклонения мюонов, вылетающих под малыми углами к оси пучков. Для стабильной работы магниты охлаждаются примерно до 4.5 К.

## 2.5. ТРИГГЕРЫ И ОТБОР ДАННЫХ

Внутри детектора АТЛАС происходит до 1.7 миллиардов протон-протонных столкновений в секунду, что соответствует объему данных около 60 миллионов мегабайт в секунду. Записать такой поток данных затруднительно, поэтому среди всех событий отбирают наиболее интересные для физического анализа. Система триггеров и сбора данных [11] позволяет сократить



количество информации до управляемых масштабов. Данная система работает в два этапа. Сначала триггер первого уровня, выполненный на аппаратной основе, получает информацию с отдельных частей детектора с частотой 40 МГц. Менее, чем за 2.5 с после возникновения сигнала триггер принимает решение о том, нужно ли его сохранить. В течение этого времени данные о событии хранятся в буферах хранения. Если событие находится в области интереса, то оно передается на триггер второго уровня, основанного на программном обеспечении. Частота приема второго триггера составляет 100 кГц. Всего за 200 мкс он подробно пересматривает решение предыдущего триггера и использует дополнительные критерии отбора, если это необходимо. Триггер второго уровня записывает события на диск с частотой около 1 кГц.

## 3. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

### 3.1. СТАНДАРТНАЯ МОДЕЛЬ

Стандартная модель — теория об элементарных частицах, которая наилучшим образом согласуется с экспериментальными данными [12]. Она включает в себя теорию Вайнберга-Салама-Глэшоу, описывающую электрослабые взаимодействия, и квантовую хромодинамику, которая описывает сильные взаимодействия. СМ построена на теории полей Янга-Миллса с калибровочной группой  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ .

Калибровочные поля, которые соответствуют ненарушенной группе  $SU(3)_C$ , описывают сильное взаимодействие. Здесь индекс  $C$  означает цветовой заряд. Прямое произведение групп  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  описывает единую теорию электрослабого взаимодействия. Здесь индекс  $L$  означает, что группа имеет фундаментальное представление только для левых частиц, а  $Y$  обозначает гиперзаряд. При низких энергиях данная симметрия спонтанно нарушается до группы  $U(1)_{\text{эм}}$ , соответствующей классической электродинамике. При этом необходимо отметить, что ненарушенная группа  $U(1)_{\text{эм}}$  не совпадает с группой  $U(1)_Y$ .

Группа  $U(1)_Y$  имеет один генератор  $Y/2$ , где  $Y$  —сохраняющийся гиперзаряд и одно калибровочное поле  $B_\mu$ . В группе  $SU(2)_L$  имеются три генератора  $\sigma_i/2$ , где  $\sigma_i$  — матрицы Паули ( $i = \overline{1, 3}$ ), и три первичных калибровочных поля  $W_\mu^i$ . Так как эти матрицы не коммутируют между собой,  $SU(2)_L$ -симметрия является неабелевой. Генераторами  $SU(3)_C$  являются величины  $\lambda_i/2$ , где  $\lambda_i$  — матрицы Гелл-Манна ( $i = \overline{1, 8}$ ). Они не коммутируют, поэтому  $SU(3)_C$ -симметрия является неабелевой.

Бозонами называют частицы с целым значением спина. Из известных фундаментальных частиц к ним относятся фотон, глюон,  $W$ -бозон,  $Z$ -бозон и бозон Хиггса. Фермионами называются частицы с полуцелыми значениями спина. К фермионам СМ относятся лептоны и шесть кварков  $u, d, s, c, b, t$ . Лептонам, в свою очередь, являются электрон  $e^-$ , мюон  $\mu$ ,  $\tau$ -лептон и три нейтрино ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ). Лептоны и кварки предполагаются бесструктурными частицами, т.е. фундаментальными. Кварки, в отличие от лептонов, участвуют в сильных взаимодействиях, являются составными частями адронов и экспериментально в свободном виде не наблюдаются. Более подробная классификация элементарных частиц строится на квантовых числах. Три из них

связывает между собой формула Гелл-Манна-Нисидзима [13]:

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}, \quad (3.1)$$

где  $Q$  — сохраняющийся электрический заряд,  $T_3$  — проекция слабого изоспина, сохраняющаяся в электрослабых взаимодействиях величина в силу симметрии  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Электрон, мюон и  $\tau$ -лептон имеют заряд  $Q = -1$ , нейтрино являются электрически нейтральными. Кварки  $u, c, t$  имеют электрический заряд  $2/3$ , а  $d, s, b$  — заряд  $-1/3$  в единицах элементарного заряда ( $e > 0$ ). Согласно квантовой теории поля каждой частице соответствует античастица. Частица и античастица имеют одинаковую массу, спин, время жизни, что является следствием СРТ-теоремы. Однако их заряды противоположны по знаку. Кроме того, в СМ есть истинно нейтральные частицы, которые являются сами себе античастицами. К ним относятся фотон,  $Z$ -бозон, бозон Хиггса.

Лагранжиан электрослабой теории, описывающий частицы и их взаимодействия, имеет следующий вид [13, 14]

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_\psi + \mathcal{L}_Y + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_G, \quad (3.2)$$

где  $\mathcal{L}_\psi$  — лагранжиан, описывающий свободные фермионы и их взаимодействия с калибровочными бозонами;  $\mathcal{L}_Y$  — лагранжиан, описывающий взаимодействие фермионов с бозоном Хиггса и массы фермионов;  $\mathcal{L}_H$  — лагранжиан, описывающий свободный бозон Хиггса, его взаимодействие с калибровочными бозонами и их массу;  $\mathcal{L}_G$  — лагранжиан свободных калибровочных полей, описывающих в т.ч. их самовзаимодействие.

## 3.2. ФОРМАЛИЗМ ВЕРШИННОЙ ФУНКЦИИ

При рассмотрении независимого от модели подхода к аномальным взаимодействиям необходимо учитывать ряд желательных особенностей: должна быть возможность восстановить СМ в соответствующем пределе; теория должна быть общей, чтобы охватить любые явления за рамками СМ; должна соблюдаться Лоренц-инвариантность. Кроме того, расширение СМ должно удовлетворять аксиомам унитарности, аналитичности  $S$ -матрицы.

В конце 1970-х годов в физику элементарных частиц введены две концептуальные основы: эффективная теория поля (ЭТП) и формализм вершинной функции [15].

В данной работе рассматривается вторая концепция, которая позволяет исследовать конкретные вершины взаимодействий, в то время как каждый оператор ЭТП, как правило, предсказывает много разных аномальных вершин. Это является достоинством данного подхода.

Наиболее общее правило Фейнмана для функции взаимодействия трех калибровочных бозонов  $V_1 V_2 V_3$  определено на рисунке 3.1.

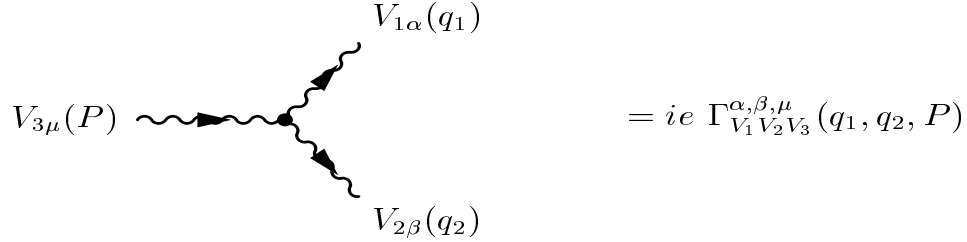


Рисунок 3.1 — Диаграмма Фейнмана для общей вершины  $V_1 V_2 V_3$

Вершинная функция взаимодействия трех векторных бозонов  $Z, \gamma, V$ , где  $V = \gamma$  или  $Z$ , имеет следующий вид [16–18]:

$$\begin{aligned} \Gamma_{Z\gamma V}^{\alpha\beta\mu}(q_1, q_2, P) = & \frac{i(P^2 - m_V^2)}{m_Z^2} \left\{ h_1^V (q_2^\mu g^{\alpha\beta} - q_2^\alpha g^{\mu\beta}) + \right. \\ & + \frac{h_2^V}{m_Z^2} P^\alpha [(P q_2) g^{\mu\beta} - q_2^\mu P^\beta] - \left( h_3^V + h_5^V \frac{P^2}{m_Z^2} \right) \epsilon^{\mu\alpha\beta\rho} q_{2\rho} - \frac{h_4^V}{m_Z^2} P^\alpha \epsilon^{\mu\beta\rho\sigma} P_\rho q_{1\sigma} + \\ & \left. + \frac{h_6^V}{m_Z^2} P^2 [q_2^\alpha g^{\mu\beta} - q_2^\mu g^{\alpha\beta}] \right\}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где  $q_1, q_2, P$  — импульсы  $Z, \gamma$  и  $V$ ;  $V$  — фотон или  $Z$ -бозон, находящийся вне массовой поверхности, в то время как два других бозона находятся на массовой поверхности;  $\epsilon^{\mu\beta\rho\sigma}$  — символ Леви-Чивиты (антисимметричный псевдотензор);  $g^{\alpha\beta}$  — метрический тензор;  $h_i^V$  — параметры тройной вершины ( $i = \overline{1, 6}$ ),  $m_Z$  — масса  $Z$ -бозона. До сих пор величина коэффициентов  $h_i^V$  неизвестна. Величины  $h_i^V$  — параметры взаимодействия, коэффициенты связи — являются безразмерными. Члены с параметрами  $h_1^V, h_2^V, h_6^V$  нарушают СР-инвариантность; в то время как члены с  $h_3^V, h_4^V, h_5^V$  сохраняют ее.

Дополнительный множитель  $i$  введен для того, чтобы связанный с ним эффективный лагранжиан «новой физики» был эрмитовым, его знак является условностью [16].

Подход с использованием вершинных функций является аналогом лагранжевого подхода в импульсном пространстве. Аномальная добавка к эффективному лагранжиану имеет следующий вид [16–18]:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = \frac{e}{m_Z^2} \Big\{ & -[h_1^\gamma \partial^\sigma A_{\sigma\mu} + h_1^Z \partial^\sigma Z_{\sigma\mu}] Z_\beta A^{\mu\beta} - \left[ \frac{h_2^\gamma}{m_Z^2} \partial_\alpha \partial_\beta \partial^\rho A_{\rho\mu} + \right. \\ & + \frac{h_2^Z}{m_Z^2} \partial_\alpha \partial_\beta (\partial^2 + m_Z^2) Z_\mu \Big] Z^\alpha A^{\mu\beta} - [h_3^\gamma \partial_\sigma A^{\sigma\rho} + h_3^Z \partial_\sigma Z^{\sigma\rho}] Z^\alpha \tilde{A}_{\rho\alpha} + \\ & + \left[ \frac{h_4^\gamma}{2m_Z^2} \partial^2 \partial^\sigma A^{\rho\alpha} + \frac{h_4^Z}{2m_Z^2} (\partial^2 + m_Z^2) \partial^\sigma A^{\rho\alpha} \right] Z_\sigma \tilde{A}_{\rho\alpha} - \\ & - \left[ \frac{h_5^\gamma}{m_Z^2} \partial^2 \partial_\sigma A^{\rho\sigma} + \frac{h_5^Z}{m_Z^2} \partial^2 \partial_\sigma Z^{\rho\sigma} \right] Z^\alpha \tilde{A}_{\rho\alpha} - \left[ \frac{h_6^\gamma}{m_Z^2} \partial^2 \partial_\sigma A^{\rho\sigma} + \frac{h_6^Z}{m_Z^2} \partial^2 \partial_\sigma Z^{\rho\sigma} \right] Z^\alpha A_{\rho\alpha} \Big\}.\end{aligned}\quad (3.4)$$

где  $\tilde{A}_{\mu\nu} = 1/2\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} A^{\rho\sigma}$  с  $A_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  и аналогично для тензора напряженности поля  $Z$ -бозона.

### 3.3. МЕТОД ДЕКОМПОЗИЦИИ

Амплитуда процесса с учетом одного ненулевого коэффициента связи может быть записана так:

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{\text{SM}} + h_i \mathcal{A}_i, \quad (3.5)$$

где  $\mathcal{A}_{\text{SM}}$  — вклад СМ в амплитуду,  $\mathcal{A}_i$  — вклад в амплитуду «новой физики». Квадрат модуля амплитуды в данном случае имеет следующий вид [18]:

$$|\mathcal{A}|^2 = |\mathcal{A}_{\text{SM}}|^2 + h_i 2\text{Re}\mathcal{A}_{\text{SM}}^\dagger \mathcal{A}_i + h_i^2 |\mathcal{A}_i|^2. \quad (3.6)$$

Квадрат модуля амплитуды содержит слагаемое СМ, интерференционное (линейное) и квадратичное слагаемое. Пределы на коэффициенты в такой модели называются одномерными [5].

В случае двух ненулевых коэффициентов квадрат модуля амплитуды процесса принимает следующий вид:

$$\begin{aligned}|\mathcal{A}|^2 = & |\mathcal{A}_{\text{SM}}|^2 + h_i^2 |\mathcal{A}_i|^2 + h_j^2 |\mathcal{A}_j|^2 + h_i 2\text{Re}\mathcal{A}_{\text{SM}}^\dagger \mathcal{A}_i + h_j 2\text{Re}\mathcal{A}_{\text{SM}}^\dagger \mathcal{A}_j + \\ & + h_i h_j 2\text{Re}\mathcal{A}_i^\dagger \mathcal{A}_j.\end{aligned}\quad (3.7)$$

В данном случае квадрат амплитуды содержит слагаемое СМ, два квадратичных, два интерференционных и еще одно слагаемое, называемое перекрестным. Пределы в данном случае называются двумерными [5]. Метод декомпозиции заключается в том, что наборы генерируются отдельно для каждого

слагаемого квадрата модуля амплитуды, а потом применяются в статистическом методе, описанном в следующем разделе. На рисунке 3.2 приведен пример распределения по поперечной энергии фотона для коэффициентов  $h_4^\gamma$ .

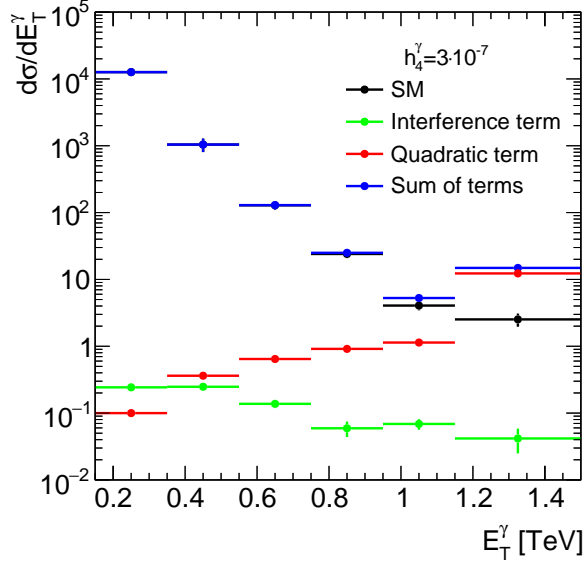


Рисунок 3.2 — Распределение по поперечной энергии фотона для СМ, квадратичного, линейного слагаемых и их суммы для коэффициента  $h_4^\gamma = 3 \cdot 10^{-7}$

## 3.4. ТЕСТОВАЯ СТАТИСТИКА

В данной работе используется тестовая статистика, основанная на функции правдоподобия:

$$t_\mu = -2 \ln \frac{L(\mu, \hat{\hat{\theta}}(\mu))}{L(\hat{\mu}, \hat{\theta})}, \quad (3.8)$$

где  $\mu$  — вектор параметров интереса, представляющий собой один коэффициент связи в случае одномерной параметризации;  $L(\mu, \theta)$  — функция правдоподобия, которая в знаменателе находится в своем глобальном максимуме, а в числителе — в локальном максимуме при фиксированном значении параметров интереса.

Функция правдоподобия содержит в себе информацию о статистической модели. Согласно теореме Уилкса [19], тестовая статистика имеет распределение  $\chi^2$  с одной степенью свободы для оценки одного коэффициента связи. Квантили этого распределения являются известными величинами. В данной работе для получения пределов используется уровень дове-

рия  $\alpha = 0.95$  (95%  $CL$ ). Для такого уровня доверия квантиль распределения  $\chi^2$  с одной степенью свободы равен 3.84. Одномерные пределы (т.е. границы доверительного региона) определяются из условия  $t_\mu^{\text{obs}} = 3.84$ , где  $t_\mu^{\text{obs}}$  — наблюдаемое значение тестовой статистики.

Для примера на рисунке 3.3 представлены графики зависимости наблюдаемого значения тестовой статистики от коэффициентов связи  $h_1^\gamma$  и  $h_4^\gamma$ , иллюстрирующий процедуру постановки одномерных пределов.

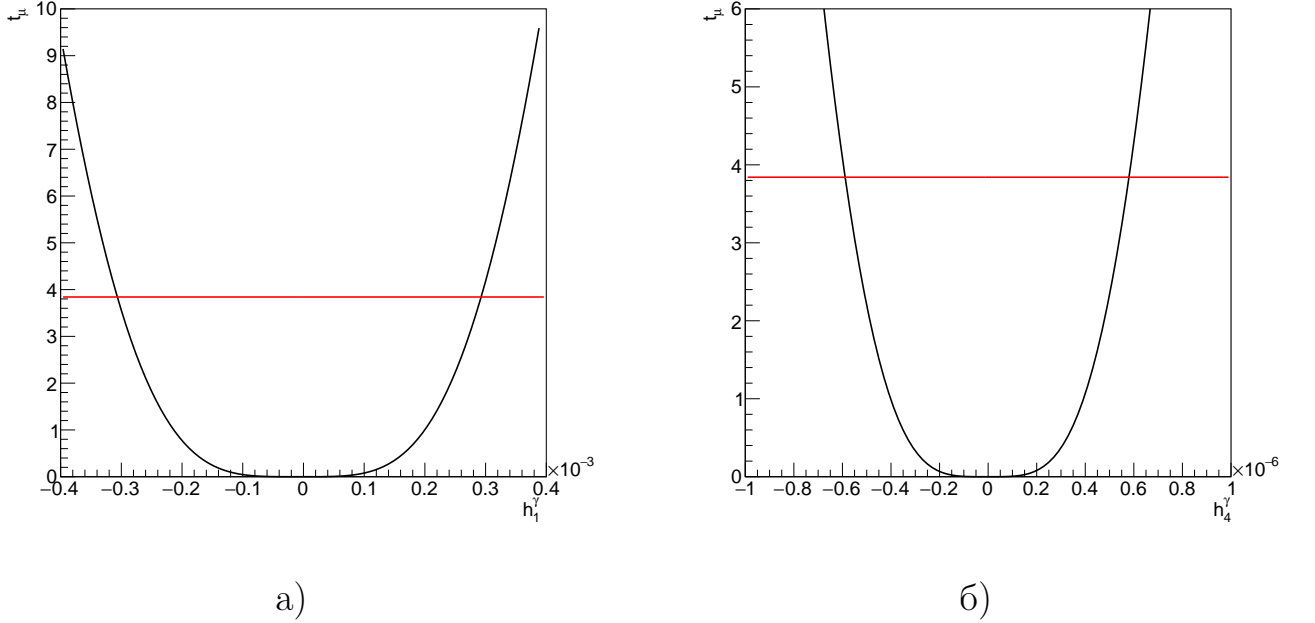


Рисунок 3.3 — График зависимости (черный) тестовой статистики от коэффициента связи а)  $h_1^\gamma$  и б)  $h_4^\gamma$ . Для построения функции правдоподобия в данном случае была использована сигнальная область с дополнительным ограничением  $E_T^\gamma > 700$  ГэВ на рисунке слева и  $E_T^\gamma > 900$  ГэВ — справа. Точки пересечения с линиями определяют границы доверительного интервала на уровне доверия 95%

### 3.5. УНИТАРНОСТЬ $S$ -МАТРИЦЫ И КЛИППИНГ

$S$ -матрица амплитуд вероятности перехода из начального состояния квантовой системы в отдаленном прошлом ( $t \rightarrow -\infty$ ) в конечное состояние в отдаленном будущем ( $t \rightarrow \infty$ ) обладает свойством унитарности:

$$SS^\dagger = S^\dagger S = 1, \quad (3.9)$$

т.е. сумма вероятностей получить из начального состояния все возможные конечные равна единице. Для выделения части  $S$ -матрицы, отвечающей взаимодействию, определяется инвариантная амплитуда  $\mathcal{T}$  [20]:

$$S = 1 + i\mathcal{T}. \quad (3.10)$$

Из данного выражения и унитарности  $S$ -матрицы 3.9 следует:

$$\mathcal{T}^\dagger \mathcal{T} = 2\text{Im}\mathcal{T}. \quad (3.11)$$

Если взять матричный элемент обеих частей этого отношения между идентичными состояниями двух тел и подставить в его левую часть полный набор промежуточных состояний, получится [21]:

$$\int_{\text{PS}_2} |\mathcal{T}_{\text{el}}[2 \rightarrow 2]|^2 + \sum_n \int_{\text{PS}_n} |\mathcal{T}_{\text{inel}}[2 \rightarrow n]|^2 = 2\text{Im}\mathcal{T}_{\text{el}}[2 \rightarrow 2], \quad (3.12)$$

где слева интегралы по  $\text{PS}_2$  и  $\text{PS}_n$  обозначает интегрирование в фазовом пространстве двух и  $n$  тел соответственно, во втором члене суммирование ведется по всем неупругим каналам ( $n > 2$ ). Если умножить слагаемые на  $1/2\hat{s}$ , где  $\sqrt{\hat{s}}$  — это энергия исходных частиц в системе центра масс, то слева получится полное сечение процесса. Обозначение со шляпкой вводится, чтобы не возникало путаницы с  $\sqrt{s}=13$  ТэВ, введенной в главе 2. Таким образом, перед нами появится стандартный вид оптической теоремы, которая утверждает, что мнимая часть амплитуды рассеяния вперед пропорциональна полному сечению взаимодействия. Рисунок 3.4 наглядно иллюстрирует данное утверждение.

$$2\text{Im} \left( \text{diagram with } k_1, k_2 \text{ in and out} \right) = \sum_f \int d\Pi_f \left( \text{diagram with } k_1, k_2 \text{ in and } f \text{ out} \right) \left( \text{diagram with } f \text{ in and } k_1, k_2 \text{ out} \right)$$

Рисунок 3.4 — Оптическая теорема. Мнимая часть амплитуды возникает за счет вклада всех возможных многочастичных состояний [20]

Амплитуду  $\mathcal{T}$  можно разложить по парциальным волнам. Для процесса рождения  $Z$ -бозона с фотоном при аннигиляции фермиона  $f$  и антифермиона  $\bar{f}$  амплитуду  $J$ -ой парциальной волны записывают следующим образом [17]:

$$a_J = \frac{1}{32\pi} e^{i(\nu' - \nu)\phi} \int_{-1}^1 d(\cos\theta) d_{\nu'\nu}^J(\cos\theta) \mathcal{T}^{s_f s_{\bar{f}}, \lambda_Z \lambda_\gamma}, \quad (3.13)$$



где  $\phi$  и  $\theta$  — азимутальный и полярный угол соответственно;  $\nu = s_f - s_{\bar{f}} = \pm 1$  и  $\nu' = \lambda_Z - \lambda_\gamma = 0, \pm 1$  — разность спиральностей начальных и конечных частиц соответственно. Исходя из значений разности спиральностей,  $J = 0$  не может быть использовано, т.к. нет соответствующих  $d$ -функций Вигнера; при  $J = 2$  и выше, амплитуды парциальных волн обращаются в ноль, поэтому вклад дает только  $J = 1$ . Соответствующие  $d$ -функции Вигнера удовлетворяют условию ортонормировки  $\int_{-1}^1 dx d_{\nu'\nu}^J(x) d_{\nu'\nu}^{J'}(x) = \frac{2\delta_{JJ'}}{2J+1}$  и имеют вид  $d_{1,0}^1 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin\theta$  и  $d_{1,\pm 1}^1 = -\frac{1}{2}(1 \pm \cos\theta)$ . Предполагается ультрарелятивистский предел, т.е. массы частиц в исходном состоянии много меньше  $\sqrt{s}$ . Из оптической теоремы следуют ограничения на амплитуды парциальных волн и их действительные части [17, 21]:

$$|\text{Re } a_J| \leq \frac{1}{2}, \quad |a_J| < \frac{1}{2}. \quad (3.14)$$

Применяя условие унитарности 3.14 к действительной части парциальной амплитуды при  $J = 1$ , получаются следующие оценки унитарности главных вкладов для четырех коэффициентов связи  $h_{3,1}^V$  [18]:

$$|h_{3,1}^Z| < \frac{6\sqrt{2}\pi v^2 m_Z}{s_W c_W (T_3 - Q s_W^2) \hat{s}^{3/2}}, \quad |h_{3,1}^\gamma| < \frac{6\sqrt{2}\pi v^2 m_Z}{s_W^2 c_W^2 |Q| \hat{s}^{3/2}}, \quad (3.15)$$

где  $v = (G_F \sqrt{2})^{-1/2} \approx 246$  ГэВ — вакуумное среднее поля Хиггса (где  $G_F$  — константа взаимодействия Ферми);  $Q$  — электрический заряд фермионов в начальном состоянии;  $(s_W, c_W) = (\sin\theta_W, \cos\theta_W)$  — синус и косинус угла Вайнберга;  $T_3 = \pm 1/2$  — проекция изоспина для левых фермионов,  $T_3 = 0$  — для правых фермионов.

В данной работе были получены амплитуды для 4 коэффициентов связи для различных комбинации спиральностей  $\lambda_Z$  и  $\lambda_\gamma$ :

$$h_4^\gamma: \quad \mathcal{T}^{s_f s_{\bar{f}}}(0\pm) = -\frac{\sqrt{2}Qe^2}{8m_Z^5} \sqrt{\hat{s}} (\hat{s} - m_Z^2)^2 (\delta_{s_f, \frac{1}{2}} - \delta_{s_f, -\frac{1}{2}} \mp \cos\theta), \quad (3.16)$$

$$h_5^\gamma: \quad \mathcal{T}^{s_f s_{\bar{f}}}(0\pm) = \frac{\sqrt{2}Qe^2}{4m_Z^5} \hat{s}^{3/2} (\hat{s} - m_Z^2) (\delta_{s_f, \frac{1}{2}} - \delta_{s_f, -\frac{1}{2}} \mp \cos\theta), \quad (3.17)$$

$$h_5^\gamma: \quad \mathcal{T}^{s_f s_{\bar{f}}} \begin{pmatrix} -- & -+ \\ +- & ++ \end{pmatrix} = \frac{Qe^2}{2m_Z^4} \hat{s} (\hat{s} - m_Z^2) \sin\theta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (3.18)$$

$$h_4^Z : \quad \mathcal{T}^{s_f s_{\bar{f}}}(0\pm) = \frac{\sqrt{2}(T_3 - Qs_W^2)e^2}{8c_W s_W m_Z^2} \hat{s}^{1/2} (\hat{s} - m^2)^2 (\delta_{s_f, \frac{1}{2}} - \delta_{s_f, -\frac{1}{2}} \mp \cos\theta), \quad (3.19)$$

$$h_5^Z : \quad \mathcal{T}^{s_f s_{\bar{f}}}(0\pm) = \frac{\sqrt{2}(T_3 - Qs_W^2)e^2}{4c_W s_W m_Z^2} \hat{s}^{3/2} (\hat{s} - m^2) (\delta_{s_f, \frac{1}{2}} - \delta_{s_f, -\frac{1}{2}} \mp \cos\theta), \quad (3.20)$$

$$h_5^Z : \quad \mathcal{T}^{s_f s_{\bar{f}}} \begin{pmatrix} -- & -+ \\ +- & ++ \end{pmatrix} = \frac{(T_3 - Qs_W^2)e^2}{2m_Z^4 s_W c_W} \hat{s}(\hat{s} - m_Z^2) \sin\theta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (3.21)$$

Путем подстановки 3.16 – 3.21 в формулу 3.13, получены амплитуды парциальных волн. В следствие их ограничения по условию 3.14, найдены следующие границы унитарности:

$$|h_4^Z| < \frac{12\sqrt{2}\pi v^2 m_Z^3}{s_W c_W (T_3 - Qs_W^2) \hat{s}^{5/2}}, \quad |h_4^\gamma| < \frac{12\sqrt{2}\pi v^2 m_Z^3}{s_W^2 c_W^2 |Q| \hat{s}^{5/2}}, \quad (3.22)$$

$$|h_5^Z| < \frac{6\sqrt{2}\pi v^2 m_Z^3}{s_W c_W (T_3 - Qs_W^2) \hat{s}^{5/2}}, \quad |h_5^\gamma| < \frac{6\sqrt{2}\pi v^2 m_Z^3}{s_W^2 c_W^2 |Q| \hat{s}^{5/2}}. \quad (3.23)$$

Пределы, не удовлетворяющие условиям 3.15, 3.22, 3.23 называют неунитаризованными, т.е. они являются не физическими. Одним из методов унитаризации пределов является клиппинг, который заключается в том, что аномальные вклады выключаются при энергии

$$\sqrt{\hat{s}} > E_{\text{clip}}. \quad (3.24)$$

Энергия  $E_{\text{clip}}$  называется энергией клиппинга. Для получения результатов выбираются 4 – 5 значений  $E_{\text{clip}}$ , для каждого находятся пределы. При  $E_{\text{clip}} = \infty$  результатом окажутся неунитаризованные пределы, а при  $E_{\text{clip}} = 0$  пределы поставить нельзя. В данном анализе  $\sqrt{\hat{s}}$  — инвариант процесса рождения векторных бозонов равен инвариантной массе нейтрино, антинейтрино с фотоном  $m_{\nu\bar{\nu}\gamma}$ . Тогда условие 3.24 будет выглядеть так:

$$m_{\nu\bar{\nu}\gamma} > E_{\text{clip}}. \quad (3.25)$$

Стоит отметить, что при постановке пределов предсказание СМ, как и данные, остаются неизменными.

## 4. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Обработка данных в работе выполняется с помощью пакета ROOT [22]. ROOT является пакетом объектно-ориентированных программ и библиотек для анализа данных, написанным на C++. В нем содержатся инструменты, предназначенные для исследования статистических данных. Пакет обладает возможностями разработки и графического представления данных.

### 4.1. МОНТЕ-КАРЛО МОДЕЛИРОВАНИЕ

Монте-Карло (МК) генераторы событий — это основные инструменты для расчета теоретических предсказаний в физике высоких энергий, которые учитывают процессы адронизации, развитие партонного ливня. Монте-Карло моделирование производится в три этапа.

Первый этап называется партонным уровнем и заключается в расчете квадрата модуля амплитуды и генерации событий в соответствии с данной плотностью вероятности. В работе процесс рассчитан для ведущего порядка теории возмущений (LO, leading-order). Основным в данной работе Монте-Карло генератором партонного уровня является MadGraph5\_aMC@NLO [23], так как в нем присутствует возможность генерировать процессы в индивидуальных порядках по каждому параметру взаимодействия.

Следующим этапом моделирования физического процесса является уровень адронизации — моделирование развития партонного ливня и процессов адронизации. Партонный ливень — это расщепление родительского партона на несколько дочерних, а процесс адронизации — превращение рожденных цветных частиц в адроны. Генераторами таких событий в данной работе являются Pythia8 [24]. События, получаемые на данном уровне, называются «truth level», т.е. события истинного уровня. В работе используются результаты моделирования в генераторах Sherpa [25, 26] и POWHEG [27], в которых есть возможность смоделировать первые два этапа.

Последним этапом моделирования является уровень реконструкции, на котором моделируется отклик детектора. Генераторами таких событий являются генератор Delphes3 [28], использующийся для более быстрой и приближенной реконструкции, и генератор Geant4 [29], в котором есть возможность произвести полную симуляцию детектора АТЛАС.

## 4.2. EFTFUN

Программное обеспечение EFTfun [30] — инструмент коллаборации АТЛАС, предназначенный для построения параметрической модели, описывающей отклонение от СМ. EFTfun позволяет принимать во внимание линейные и квадратичные вклады, ставить одномерные и двумерные ограничения на параметры модели. Функционал программы дает возможность учитывать большое количество различных теоретических и экспериментальных погрешностей. Неопределенности могут быть применены избирательно к предсказаниям СМ, к линейным, квадратичным членам, или ко всем компонентам. Например, становится возможным учитывать статистические и систематические неопределенности от каждого фонового процесса в отдельности. EFTfun является инструментом, позволяющим создать более реалистичную статистическую модель.

## 5. ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДАННЫЕ

В данной работе рассматривается процесс рождения  $Z\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  в  $pp$ -столкновениях, который изучается на БАК [5]. Эти исследования используются для проверки электрослабого сектора СМ и для поиска новых физических эффектов, таких как аномальное взаимодействие  $Z$ -бозонов с фотонами.

Конечное состояние  $\nu\bar{\nu}\gamma$  в СМ может быть получено при образовании фотона и  $Z$ -бозона, распавшегося на нейтрино. Этот процесс иллюстрируется диаграммой Фейнмана ведущего порядка, показанной на рисунке 5.1 (а). Пример диаграммы Фейнмана, содержащей аномальное трехбозонное взаимодействие калибровочных бозонов  $Z$  и  $\gamma$  показан на рисунке 5.1 (b). Такое взаимодействие запрещено в СМ, но может возникнуть в теориях, расширяющих СМ.

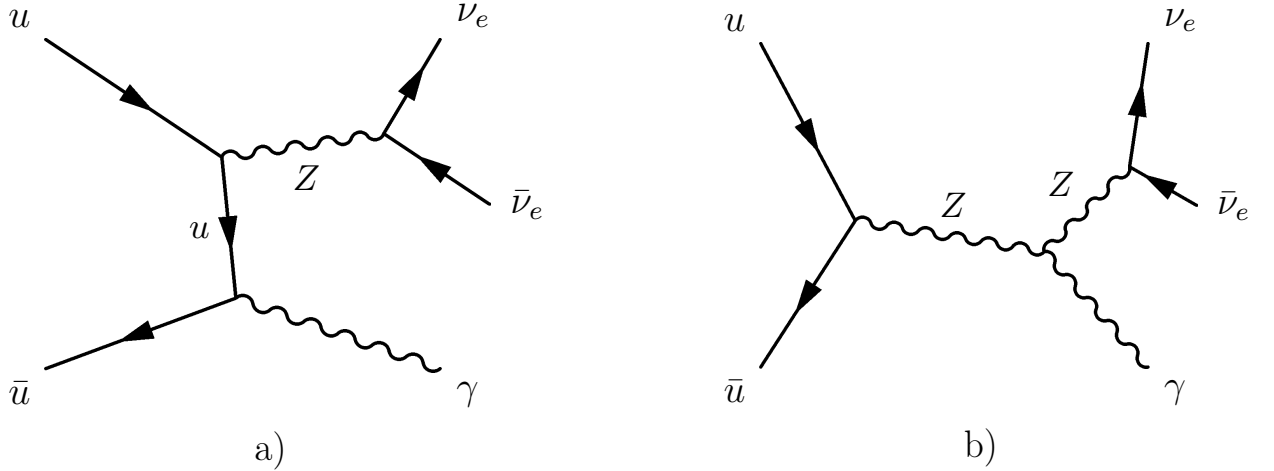


Рисунок 5.1 — Диаграммы Фейнмана рождения  $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ : (а) в рамках СМ; (b) за пределами СМ — включает в себя аномальную вершину  $ZZ\gamma$

Изучение процесса  $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$  имеет ряд преимуществ перед процессами с распадом  $Z$  на адроны или заряженные лептоны. С одной стороны канал с адронами в конечном состоянии имеет большой многоструйный фон, который подавляет чувствительность к аномальным взаимодействиям. С другой стороны более высокая вероятность распада  $Z$ -бозона в нейтрино по сравнению с заряженными лептонами дает возможность изучать рождение  $Z\gamma$  в области с более высокой  $E_T^\gamma$ , где чувствительность этого процесса к бозонным взаимодействиям выше [5].

Физические процессы, в которых регистрируются конечные состояния, характерные для  $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$ , а именно фотон и недостающий поперечный им-

пульс, являются фоновыми процессами. Основные источники фона в данном исследовании:

- $W\gamma$  — рождение  $W$ -бозона с фотоном, где  $W$ -бозон распадается на нейтрино и заряженный лептон, который не регистрируется детектором. В случае рождения короткоживущего  $\tau$ -лептона, он в свою очередь может образовать либо лептоны, которые детектором не учитываются, либо адронные струи, энергия которых неверно определяется;
- $t\bar{t}\gamma$  — фон, в котором  $W$ -бозон, родившийся в результате распада одного или двух  $t$ -кварков, распадается по описанному в предыдущем пункте каналу;
- $\gamma + \text{jet}$  — рождение фотона со струями, в котором большое значение  $E_T^{\text{miss}}$  возникает из-за неверно измеренной энергии струй;
- $Z(\nu\bar{\nu})j$  — рождение  $Z$ -бозона со струями в нейтринном канале, где струя ошибочно регистрируется как фотон ( $\text{jet} \rightarrow \gamma$ );
- $W(e\nu)$ ,  $t$ ,  $t\bar{t}$  — фоны, связанные с ошибочной регистрацией электрона как фотона  $e \rightarrow \gamma$ . Здесь в результате распада  $t$ -кварка, рождается  $W$ -бозон, который распадается на  $e\nu$ ;
- $W(\tau\nu)$  — фон, в котором  $\tau$  распадается в адроны и адронные струи неверно идентифицируются как фотоны ( $\text{jet} \rightarrow \gamma$ );
- $Z(l\bar{l}) + \gamma$  — рождение фотона и  $Z$ -бозона, распавшегося на лептоны, не регистрирующиеся детектором.

## 6. РЕЗУЛЬТАТЫ

### 6.1. ОЦЕНКА ТЕОРЕТИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ

Перед началом исследования чувствительности процесса к аномальным взаимодействиям важно убедиться в корректности его моделирования. Для этого вычисляются предсказанные СМ интегральное и дифференциальные сечения процесса рождения  $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$  без учета фоновых процессов и аномальных вершин. Сечения вычисляются на уровне предсказаний порядка next-to-next-to-leading с учетом партонных ливней NNLO(QCD)+PS [31]. При подсчете сечений использовались критерии отбора объектов, полученные в работе [32] и представленные в таблице 6.1.

Таблица 6.1 — Критерии отбора объектов

Фотоны	$N_\gamma = 1, E_T^\gamma > 150 \text{ ГэВ},  \eta  < 2.37$
Струи	$ \eta  < 4.5, p_T > 50 \text{ ГэВ}, \Delta R(jet, \gamma) > 0.3$
Нейтрино	$p_T^{\nu\bar{\nu}} > 130 \text{ ГэВ}$

В анализе были использованы результаты генерации Sherpa 2.2.2, и неиспользованные до этого в исследовании результаты моделирования POWHEG и новой версии Sherpa 2.2.11. В Sherpa 2.2.2 и Sherpa 2.2.11 процесс смоделирован на уровне NLO(QCD)+PS [32].

#### 6.1.1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ

Статистическая погрешность моделирования вычислена методом взвешенных сумм [33] по формуле:

$$\Delta\sigma = \sqrt{\sum_i w_i^2}. \quad (6.1)$$

В данной работе систематическая неопределенность оценивается путем вариации ренормализационного  $\mu_R$  и факторизационного  $\mu_F$  масштабов, что, согласно предыдущим исследованиям [31, 34–37], дает доминирующий вклад

для подобных процессов. Вклад от вариации партонных распределений PDF и  $\alpha_s$  меньше вклада от вариации масштабов. Поскольку оценка этой относительно небольшой неопределенности еще требует и значительных вычислительных ресурсов, в данной работе она не проводится. Вариация масштабов  $\mu_R$  и  $\mu_F$  проводилась в соответствии со схемой семиточечной вариации относительно номинального значения  $\mu_0$ :

$$(\mu_R, \mu_F) \in \{(2, 2), (2, 1), (1, 2), (1, 1), (1, 1/2), (1/2, 1), (1/2, 1/2)\} \cdot \mu_0. \quad (6.2)$$

В качестве систематической неопределенности принималось максимальное отклонение числа событий от номинального значения, полученного при  $\mu_R = \mu_F = \mu_0$ .

### 6.1.2. ОЦЕНКА ИНТЕГРАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

Интегральное сечение вычисляется как сумма весов событий в сигнальном регионе:

$$\sigma = \sum_i w_i. \quad (6.3)$$

Важно отметить, что нормировка веса отличается в разных генераторах. В случае использования POWHEG результат следует разделить на общее число смоделированных событий, а при использовании Sherpa — на сумму весов всех событий. Результат расчета интегрального сечения  $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$  на уровне NNLO(QCD)+PS, смоделированного в POWHEG, составляет:

$$109.2 \pm 0.5 \text{ (стат.)} \pm 6.2 \text{ (сист.) фб.} \quad (6.4)$$

Для сравнения, на уровне NLO(QCD)+PS в Sherpa 2.2.2 и Sherpa 2.2.11 получены значения 117.2 фб и 104.9 фб соответственно. Прямое численное сопоставление сечений, рассчитанных на разных порядках теории возмущений (NLO и NNLO), не является строгим, поскольку более высокий порядок вносит поправки. Однако наблюдаемая близость результатов, полученных в рамках разных генераторов и версий, особенно между значением POWHEG на NNLO и Sherpa 2.2.11 на NLO, служит косвенным указанием на корректность и стабильность моделирования.

### 6.1.3. ОЦЕНКА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ

Дифференциальные сечения  $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$  были измерены как функции восьми различных кинематических переменных: поперечный импульс фотона  $p_T^\gamma$ ,



недостающая поперечная энергия  $E_T^{miss}$ , количество струй  $N_{jets}$ , псевдобыстрота фотона  $\eta_\gamma$ , поперечные импульсы лидирующей и сублидирующей струй  $p_T^{j_1}$ ,  $p_T^{j_2}$ , азимутальный угол между лидирующей и сублидирующей струями  $|\Delta\phi(j_1, j_2)|$  и азимутальный угол между  $Z$ -бозоном и лидирующей струей  $|\Delta\phi(Z, j)|$ . Дифференциальное сечение определяется выражением:

$$\frac{d\sigma_i}{dx_i} = \frac{N_i}{\Delta x_i}, \quad (6.5)$$

где  $\Delta x_i$  — ширина  $i$ -го бина, переменной измерения  $x$ ,  $N_i$  — число событий в  $i$ -м бине. Также учтена нормировка, о которой говорилось выше: при использовании POWHEG итог делится на общее число смоделированных событий  $N$ , а при использовании Sherpa — на сумму весов всех событий, полученных при генерации. Полученные дифференциальные сечения представлены на рисунках 6.1 и 6.2. В данной работе применяется биннинг, предложенный в [32]. Он обеспечивает либо примерно равное наполнение бинов, либо, при невозможности этого, — достаточную статистику в каждом бине для контроля погрешностей.

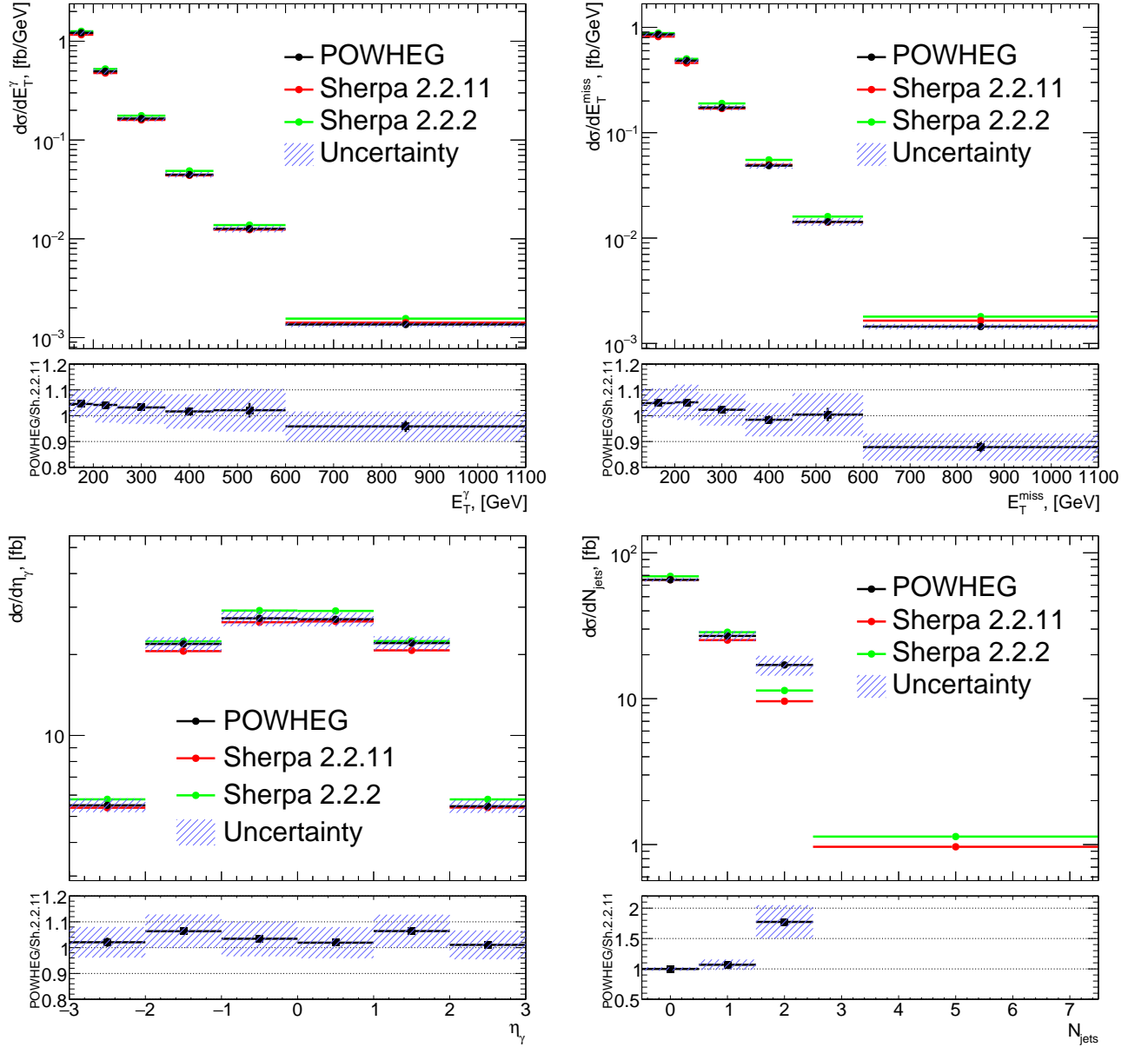


Рисунок 6.1 — Дифференциальные сечения процесса  $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$  по переменным: поперечная энергия фотона, недостающая поперечная энергия, псевдобыстрота фотона, количество струй

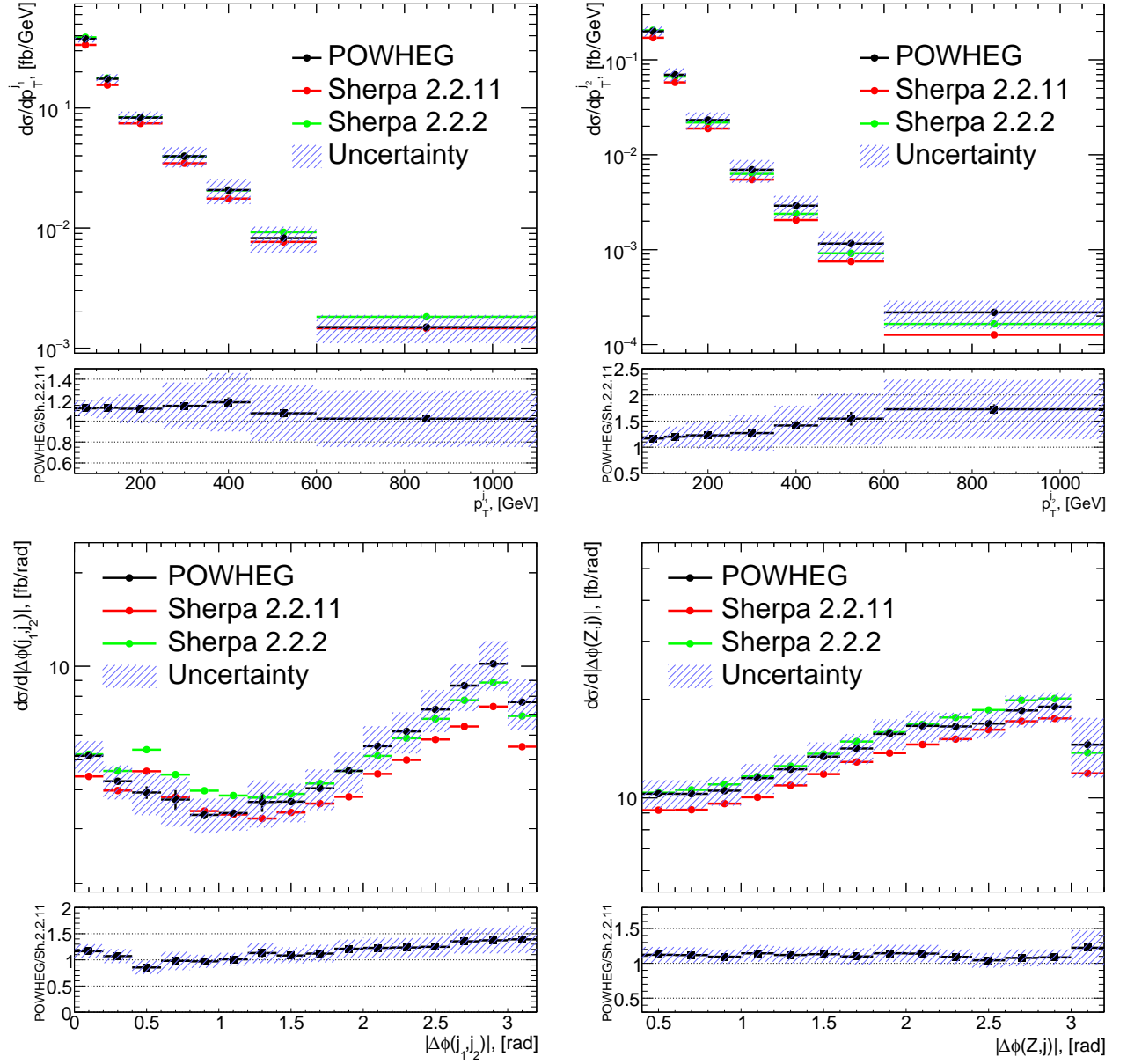


Рисунок 6.2 — Дифференциальные сечения процесса  $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$  по переменным: поперечные импульсы лидирующей и сублидирующей струи, азимутальный угол между лидирующей и сублидирующей струями и азимутальный угол между  $Z$ -бозоном и лидирующей струей

## 6.2. ПОСТАНОВКА ПРЕДЕЛОВ НА КОНСТАНТЫ СВЯЗИ

### 6.2.1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

В работе используются две модели: упрощенная и полная. В упрощенной статистической модели систематическая погрешность принята равной 10%, что является типичным значением для подобных исследований [5]. В этой модели используются наборы событий  $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$  и  $W(l\nu)\gamma$ , полученные в Sherpa 2.2.2. Упрощенная модель используется для различных проверок используемого метода.

Полная статистическая модель включает в себя всю информацию о сигнальном и фоновых процессах, о всех статистических и систематических погрешностях. Она используется для получения конечных результатов. Подробное рассмотрение всех 183 систематических погрешностей проведено в анализе [32]. В полной модели используются наборы событий  $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$  и  $W(l\nu)\gamma$ , полученные в более новой версии Sherpa 2.2.11. Обе модели включают в себя полную симуляцию детектора АТЛАС в Geant4.

Для построения полной статистической модели применяется фреймворк TRExFitter [38], основанный на пакете HistFactory [39] от ROOT. Вводятся три свободных параметра:  $\mu_{Z\gamma}$  — сила сигнала (параметр интереса);  $\mu_{W\gamma}$  — нормировочный коэффициент для процессов  $W(\ell\nu)\gamma$  и  $t\bar{t}\gamma$ ;  $\mu_{\gamma j}$  — нормировочный коэффициент для процесса  $\gamma + \text{струи}$ . Функция правдоподобия в данной модели имеет вид:

$$\mathcal{L}(\mu, \theta) = \prod_r \left[ \prod_{i \in \text{bins}}^{\text{regions}} \text{Pois} \left( N_i^{\text{data}} | \mu \nu_i^s \eta^s(\theta) + \nu_i^b \eta^b(\theta) \right) \right] \cdot \prod_i^{\text{nuis. par.}} \mathcal{L}(\theta_i), \quad (6.6)$$

где  $N_i^{\text{data}}$  — наблюдаемое число событий в бине  $i$ ,  $\nu_i^{s,b}$  — ожидаемое число событий от сигнала и фона в бине,  $\eta(\theta)$  — функции отклика, описывающие влияние систематических неопределенностей и нормировки на количество событий в бине через набор подстроечных параметров (nuisance parameters)  $\theta$ ,  $\mathcal{L}(\theta_i)$  — функции правдоподобия, отражающие ограничения на  $\theta_i$ .

Для анализа аномальных вкладов используется background-only fit модель, в которой данные сигнальной области исключаются из анализа. Минимизация функции правдоподобия выполняется исключительно по данным контрольных областей  $W\gamma$  и  $\gamma j$ , которые определены в работе [32]. Это позволяет оценить нормировочные коэффициенты фона  $\mu_{W\gamma}$ ,  $\mu_{\gamma j}$  и подстроечные параметры  $\theta$ . Оптимальные значения параметра интереса  $\mu$  и подстро-

ечных параметров  $\theta$  находятся минимизацией  $-\ln \mathcal{L}(\mu, \theta)$  и обозначаются  $\hat{\mu}$  и  $\hat{\theta}$ . Неопределенности определяются с помощью тестовой статистики аналогичной той, что описана в разделе 3.4.

Основные отборы, использованные в данном исследовании, получены в работе [32]. Они представлены в таблице 6.2.

Таблица 6.2 — Критерии отбора событий для сигнального процесса  $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$

$N_\gamma = 1$
$ \text{ph\_z\_point}  < 250 \text{ мм}$
$p_T^\gamma > 150 \text{ ГэВ}$
$(N_\mu + N_e + N_\tau) = 0$
$E_T^{\text{miss}} > 130 \text{ ГэВ}$
$E_T^{\text{miss}} \text{ significance} > 11$
$(E_T^{\text{cone20}} - 0.065 \cdot p_T^\gamma) < 0, \quad p_T^{\text{cone20}}/p_T^\gamma < 0.05$
$\Delta\phi(\vec{p}_T^{\text{miss}}, \gamma) > 0.6, \quad \Delta\phi(\vec{p}_T^{\text{miss}}, j_1) > 0.3$

В таблице 6.2  $N_\gamma, N_\mu, N_e, N_\tau$  — количество фотонов, мюонов и электронов,  $\tau$ -лептонов соответственно;  $j_1$  — лидирующая струя;  $E_T^{\text{miss}} \text{ significance}^1$  — значимость, отделяющая события с верной величиной потерянной поперечной энергии от событий с неверно определенной величиной в результате неполной реконструкции адронных струй;  $\text{ph\_z\_point}$  — значение координаты  $z$  фотона при пересечении его трека с осью  $z$  по отношению к установленной главной вершине;  $E_T^{\text{cone20}}, p_T^{\text{cone20}}$  — энерговыделение в калориметре и суммарный поперечный импульс в трекаре внутри конуса раствором  $\Delta R = 0.2$  соответственно, здесь трек фотона является осью конуса.

## 6.2.2. ПОСТАНОВКА ОДНОМЕРНЫХ ПРЕДЕЛОВ

Определение одномерного предела приведено в разделе 3.3. Для получения результатов были рассмотрены коэффициенты  $h_3^V, h_4^V, h_5^V$ , т.к. они ведут себя аналогичным с коэффициентами  $h_1^V, h_2^V, h_6^V$  образом. Распределения по поперечной энергии фотона приведены на рисунках 6.3 и 6.4. Для вычислений

<sup>1</sup>  $E_T^{\text{miss}} \text{ significance}$  определяется как  $S^2 = \frac{|\sum_i \vec{E}_T^{\text{miss}}|^2}{\sigma_L^2(1-\rho_{LT}^2)}$ , где  $\sigma_L$  — продольная компонента разрешения детектора ( $\sigma_L^2 = \sigma_{L,\text{hard}}^2 + \sigma_{L,\text{soft}}^2$ ),  $\rho_{LT}$  — коэффициент корреляции между продольным и поперечным направлениями.

была использована интегральная светимость набора данных второго сеанса работы эксперимента АТЛАС, равная  $140 \text{ фб}^{-1}$  [40].

Результаты с аномальными вкладами получены из распределения с иной схемой биннинга по сравнению с оценкой дифференциальных сечений. Такое изменение позволяет достичь максимальной чувствительности к эффектам, поскольку их вклад наиболее существенно проявляется в высокоэнергетической области, а именно в последнем бине распределения по поперечной энергии фотона  $E_T^\gamma$ .

Для определения оптимальной нижней границы последнего бина было проведено исследование по оптимизации. Оптимизация заключается в том, что используется всего один бин с событиями, выше установленного порога на сигнальную область по чувствительной переменной  $E_T^\gamma$ .

С целью минимизации вычислений в исследовании были рассмотрены только два коэффициента связи. Эти расчеты проводились с использованием упрощенной статистической модели. Из результатов исследования, представленных в таблице 6.3, видно, что оптимальный порог находится в диапазоне  $1.15 < E_T^\gamma < 1.35 \text{ ТэВ}$ .

Из распределений полученные с доверительной вероятностью 95% одномерные пределы. Они приведены в таблице 6.4. Ожидаемые пределы, полученные ранее в рамках упрощенной статистической модели и полученные в текущей работе в рамках полной статистической модели. Сравнение двух столбцов позволяет судить о том, как учет полной систематики в окончательной статистической модели повлиял на конечную чувствительность измерений.

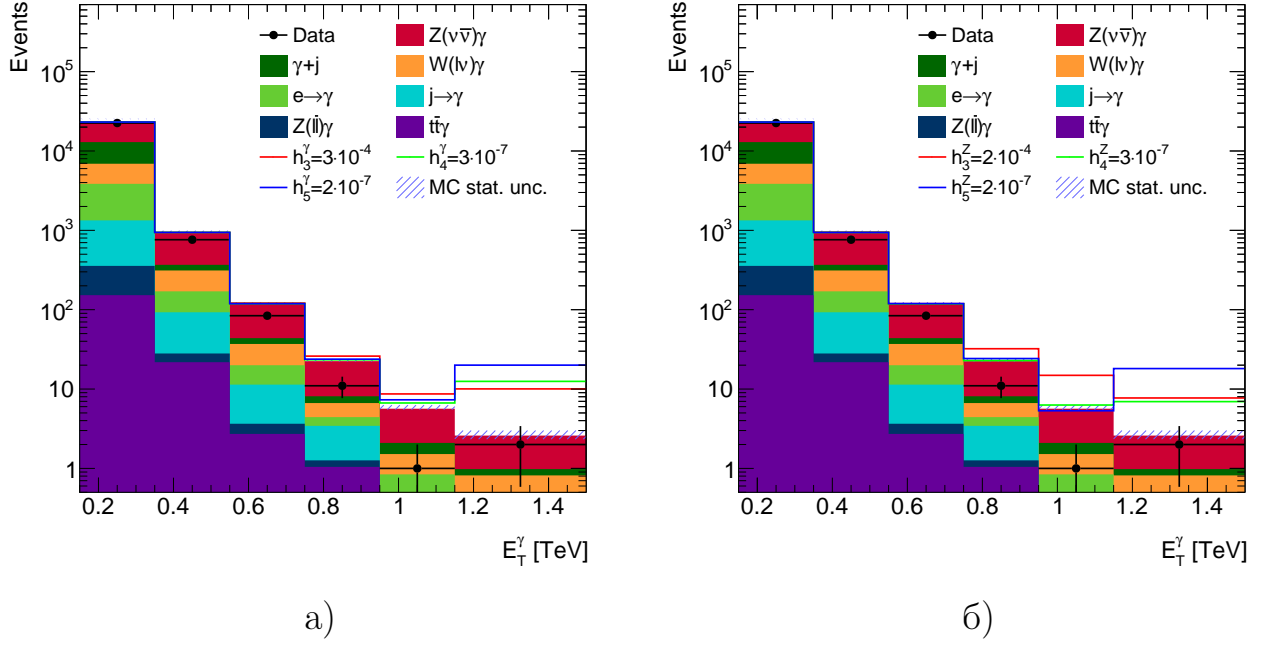
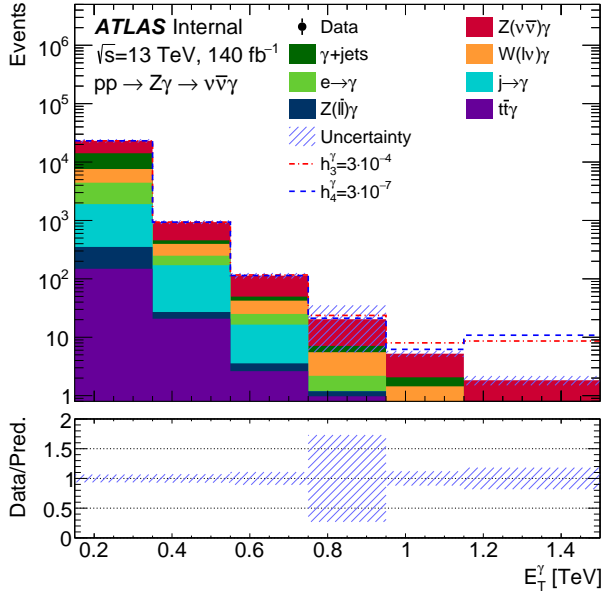
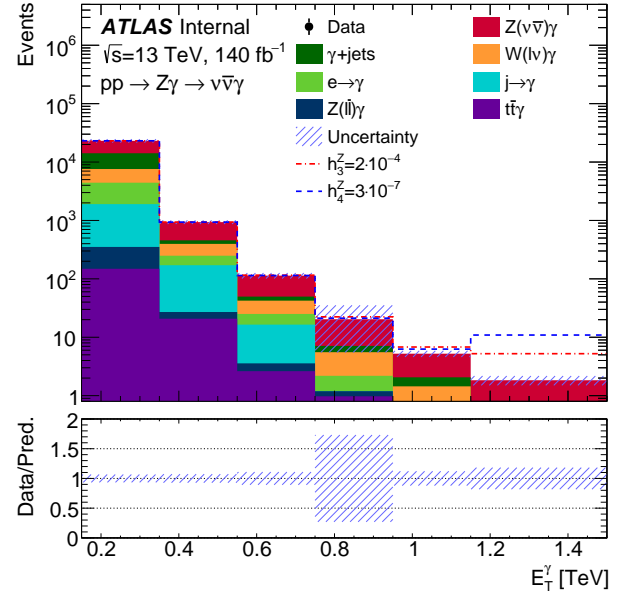


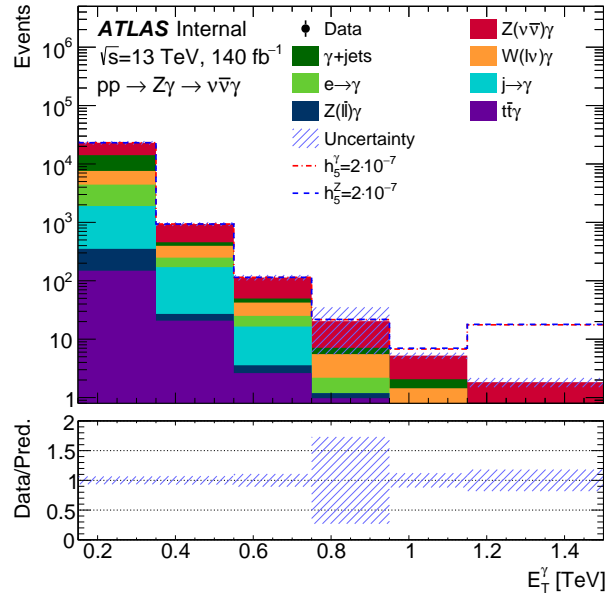
Рисунок 6.3 — Распределения по поперечной энергии фотона в рамках упрощенной модели с указанием всех фонов (вклад каждого фона в сумму обозначен соответствующим цветом), а также аномальных вкладов, обозначенных сплошными линиями, а)  $h_3^\gamma, h_4^\gamma, h_5^\gamma$  б)  $h_3^Z, h_4^Z, h_5^Z$



а)



б)



в)

Рисунок 6.4 — Распределения по поперечной энергии фотона в рамках полной модели с указанием всех фонов (вклад каждого фона в сумму обозначен соответствующим цветом), а также аномальных вкладов (обозначены пунктирными линиями). а)  $h_3^\gamma, h_4^\gamma$ ; б)  $h_3^Z, h_4^Z$ ; в)  $h_5^\gamma, h_5^Z$



Таблица 6.3 — Пределы на  $h_3^\gamma$  и  $h_4^Z$  с использованием одного оптимизированного бина выше установленного порога (ТэВ) на энергию

Порог [ТэВ]	$h_3^\gamma$	$h_4^Z$
0.75	$(-3.0, 3.1) \times 10^{-4}$	$(-3.4, 3.4) \times 10^{-7}$
0.95	$(-2.5, 2.6) \times 10^{-4}$	$(-2.5, 2.5) \times 10^{-7}$
1.05	$(-2.4, 2.4) \times 10^{-4}$	$(-2.3, 2.2) \times 10^{-7}$
1.15	$(-2.4, 2.4) \times 10^{-4}$	$(-2.1, 2.1) \times 10^{-7}$
1.25	$(-2.4, 2.4) \times 10^{-4}$	$(-2.0, 1.9) \times 10^{-7}$
1.35	$(-2.4, 2.4) \times 10^{-4}$	$(-1.9, 1.9) \times 10^{-7}$
1.45	$(-2.5, 2.5) \times 10^{-4}$	$(-1.8, 1.8) \times 10^{-7}$
1.55	$(-2.7, 2.7) \times 10^{-4}$	$(-1.9, 1.9) \times 10^{-7}$

Таблица 6.4 — Ожидаемые одномерные пределы с доверительной вероятностью 95% на  $h_3^\gamma, h_3^Z, h_4^\gamma, h_4^Z, h_5^\gamma, h_5^Z$

Коэф.	Упрощенная стат. модель	Полная стат. модель
$h_3^\gamma$	$(-2.2, 2.2) \times 10^{-4}$	$(-2.4, 2.5) \times 10^{-4}$
$h_3^Z$	$(-2.0, 2.1) \times 10^{-4}$	$(-2.2, 2.3) \times 10^{-4}$
$h_4^\gamma$	$(-2.0, 2.0) \times 10^{-7}$	$(-2.6, 2.6) \times 10^{-7}$
$h_4^Z$	$(-2.0, 2.0) \times 10^{-7}$	$(-2.6, 2.6) \times 10^{-7}$
$h_5^\gamma$	$(-1.0, 1.0) \times 10^{-7}$	$(-1.3, 1.3) \times 10^{-7}$
$h_5^Z$	$(-0.9, 1.2) \times 10^{-7}$	$(-1.3, 1.3) \times 10^{-7}$

### 6.2.3. ПОСТАНОВКА ДВУМЕРНЫХ ПРЕДЕЛОВ

Полученные с доверительной вероятностью 95% двумерные пределы (определение в разд. 3.3), приведены на рисунке 6.5. Пределы на коэффициенты  $(h_3^V, h_4^V)$ ,  $(h_3^V, h_5^V)$  ограничены эллипсами. Коэффициенты  $h_4^V$  и  $h_5^V$  являются полностью коррелирующими, поэтому их двумерные пределы выглядят как две параллельные прямые. Зеленые и желтые полосы погрешностей на двумерных контурах показывают ожидаемую статистическую флуктуацию в  $\pm 1\sigma$  и  $\pm 2\sigma$  соответственно. Они получены путем генерации 10000 псевдоэкспериментов в упрощенной модели с установленными одномерными пределами для каждого из псевдоэкспериментов. Для минимизации вычислений в данных расчетах использовалась упрощенная статистическая модель. Отношение дисперсии распределения пределов к медианному значению трактуется как относительная ожидаемая статистическая флуктуация и переносится на двумерные контуры. Эта относительная флуктуация составляет около 23% для каждого коэффициента.

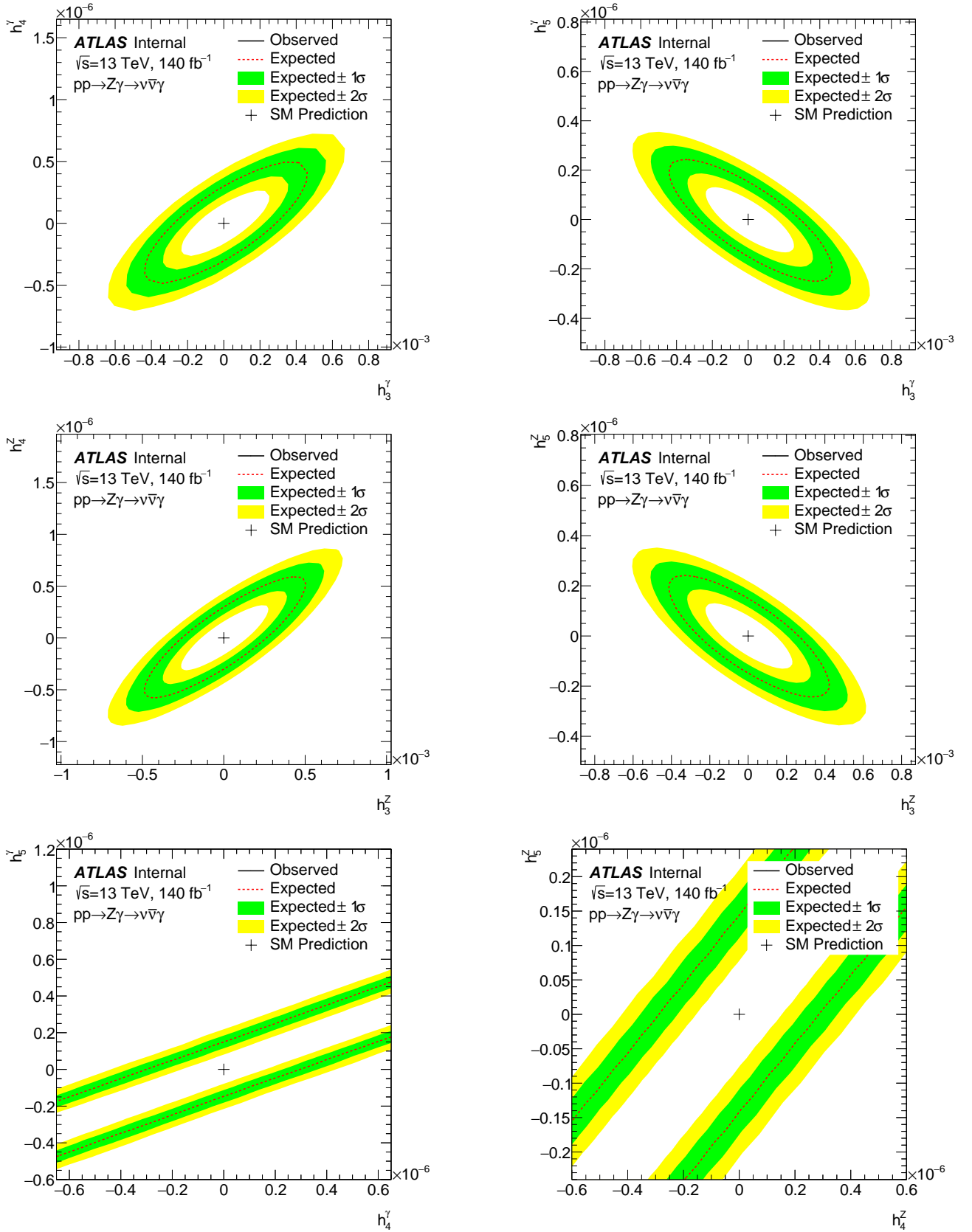


Рисунок 6.5 — Двумерные пределы на коэффициенты (слева направо и сверху вниз):  $(h_3^\gamma, h_4^\gamma)$ ,  $(h_3^\gamma, h_5^\gamma)$ ,  $(h_3^Z, h_4^Z)$ ,  $(h_3^Z, h_5^Z)$ ,  $(h_4^\gamma, h_5^\gamma)$ ,  $(h_4^Z, h_5^Z)$

## 6.2.4. ПРОВЕРКА УНИТАРНОСТИ

Полученные в полной модели пределы проверены на унитарность по формулам, приведенным в главе 3.5. Для  $h_3^\gamma$  и  $h_3^Z$  пределы начинают нарушать границу при 17 ТэВ и 16 ТэВ соответственно. Данные границы превышают энергию центра масс  $\sqrt{s}=13$  ТэВ, в рамках которой проводится анализ. Таким образом, коэффициенты связи  $h_3^V$  являются унитаризованными в условиях работы эксперимента АТЛАС. Для коэффициентов  $h_4^\gamma$  и  $h_4^Z$  энергия, при которой начинает нарушаться унитарность, равна 10 ТэВ и 9 ТэВ соответственно, для  $h_5^\gamma$  и  $h_5^Z$  — 10 ТэВ и 9 ТэВ. Из распределений по переменной  $m_{Z\gamma}$  для интерференционного и квадратичного слагаемых, представленных на рисунке 6.6 видно, что вклад аномальных вершин на таких энергиях пренебрежимо мал. Применение клиппинга в данном случае не изменит пределы, поэтому они являются унитаризованными.

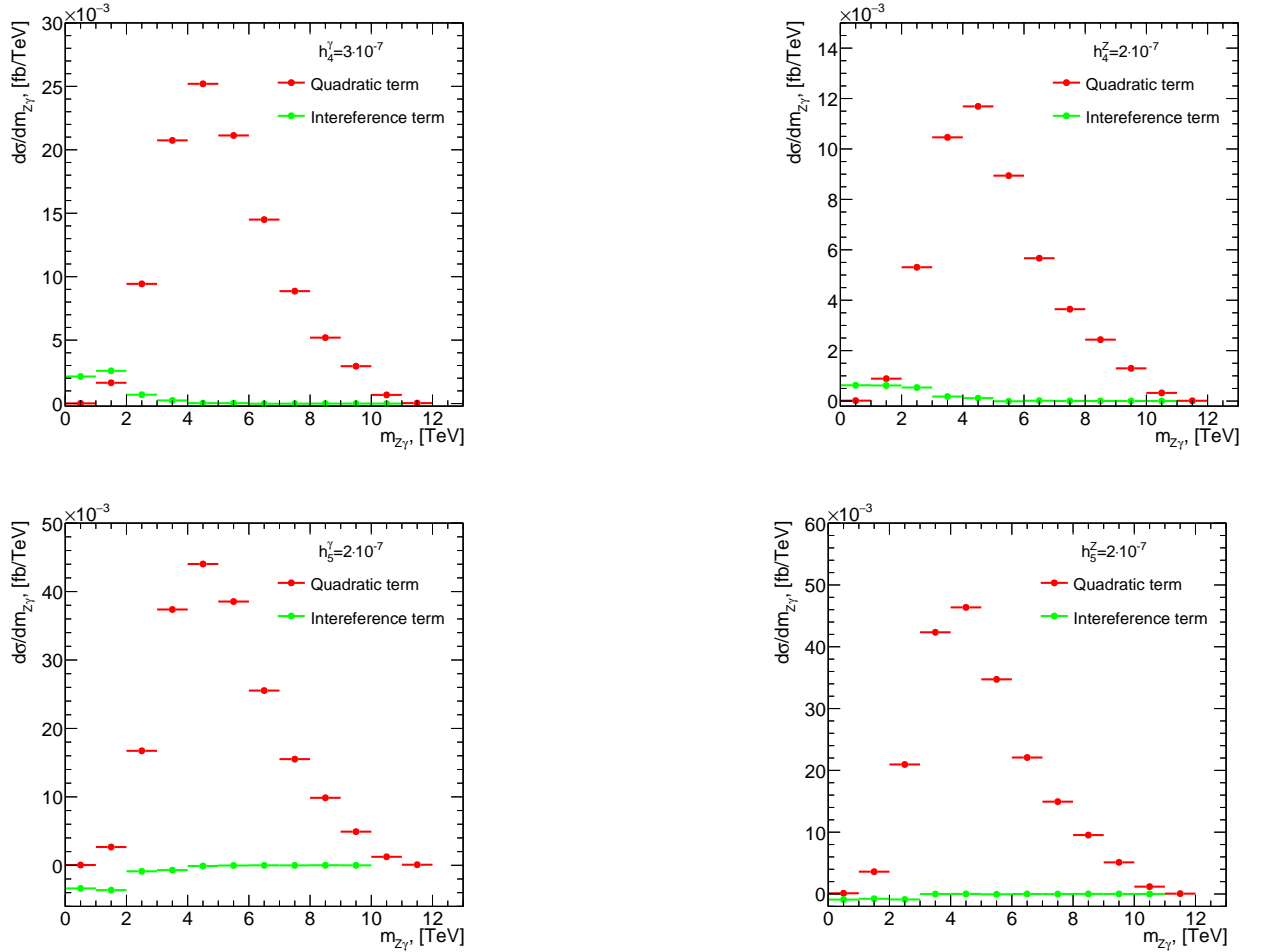


Рисунок 6.6 — Распределение по  $m_{Z\gamma}$  для коэффициентов связи:  $h_4^\gamma$ ,  $h_4^Z$ ,  $h_5^\gamma$ ,  $h_5^Z$

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе были рассчитаны теоретические интегральное и дифференциальные сечения сигнального процесса  $Z(\nu\bar{\nu})\gamma$  на уровне NNLO(QCD) + PS с использованием генераторов POWHEG и Sherpa различных версий. В рамках работы была проведена оценка теоретических неопределенностей, обусловленных вариацией масштабов ренормировки и факторизации. Полученные значения сечений находятся в согласии, что свидетельствует о корректности моделирования.

Основной целью работы являлось развитие и применение методологии постановки пределов на параметры аномальных взаимодействий в рамках формализма вершинной функции для процесса рождения  $Z$ -бозона в ассоциации с фотоном. Была построена полная статистическая модель, максимально приближенная к условиям эксперимента АТЛАС. В результате проведенного анализа с использованием данных  $pp$ -столкновений с  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ, соответствующих интегральной светимости  $140 \text{ фб}^{-1}$ , получены одномерные пределы на уровне доверия 95% для шести коэффициентов связи  $h_3^V$ ,  $h_4^V$  и  $h_5^V$  (где  $V = \gamma, Z$ ).

Также были поставлены двумерные пределы для пар коэффициентов. Анализ показал, что коэффициенты  $h_4^V$  и  $h_5^V$  являются полностью коррелирующими, что указывает на возможность исключения одного из них из рассмотрения в будущих исследованиях для упрощения параметризации.

Все полученные ограничения были проверены на соответствие условию унитарности. Все представленные пределы являются унитаризованными в рамках эксперимента.

В рамках дальнейшего развития методологии планируется решить проблему искажения распределений интерференционных слагаемых, вызванную учетом pile-up, который в текущей работе не учитывался. Кроме того, планируется рассчитать сечение на уровне NLO(EWK), сравнить полученные сечения с данными эксперимента и поставить наблюдаемые пределы.

# ЛИТЕРАТУРА

- [1] J. Einasto, *Dark Matter*, 1, 2009 [0901.0632].
- [2] G. Bhattacharyya, *The hierarchy problem and physics beyond the standard model*, in *XXII DAE High Energy Physics Symposium*, M. Naimuddin, ed., (Cham), pp. 17–20, Springer International Publishing, 2018.
- [3] T. Kajita, *Nobel Lecture: Discovery of atmospheric neutrino oscillations*, *Rev. Mod. Phys.* **88** (2016) 030501.
- [4] ATLAS collaboration, *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC*, *Phys. Lett. B* **716** (2012) 1 [1207.7214].
- [5] ATLAS collaboration, *Measurement of the  $Z\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  production cross section in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV with the ATLAS detector and limits on anomalous triple gauge-boson couplings*, *JHEP* **12** (2018) 010 [1810.04995].
- [6] L. Evans and P. Bryant, eds., *LHC Machine*, *JINST* **3** (2008) S08001.
- [7] ATLAS collaboration, *The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider*, *JINST* **3** (2008) S08003.
- [8] ATLAS collaboration, *Performance of the reconstruction of large impact parameter tracks in the inner detector of ATLAS*, *Eur. Phys. J. C* **83** (2023) 1081 [2304.12867].
- [9] G. Aad, *The Standard Model is complete, what's next*, habilitation à diriger des recherches, Aix-Marseille Université, Mar., 2024.
- [10] G. Iakovidis et al., *The New Small Wheel electronics*, *JINST* **18** (2023) P05012 [2303.12571].
- [11] ATLAS collaboration, *Performance of the ATLAS Trigger System in 2015*, *Eur. Phys. J. C* **77** (2017) 317 [1611.09661].
- [12] PARTICLE DATA GROUP collaboration, *Review of Particle Physics*, *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2022** (2022) 083C01.

- [13] Емельянов В. М., *Стандартная модель и ее расширения*, —М.: Физматлит. (2007).
- [14] Степаньянц К. В., *Классическая теория поля : учебное пособие*, —М.: Физматлит. (2009).
- [15] C. Degrande, N. Greiner, W. Kilian, O. Mattelaer, H. Mebane, T. Stelzer et al., *Effective Field Theory: A Modern Approach to Anomalous Couplings*, *Annals Phys.* **335** (2013) 21 [1205.4231].
- [16] G.J. Gounaris, J. Layssac and F.M. Renard, *Signatures of the anomalous  $Z_\gamma$  and  $ZZ$  production at the lepton and hadron colliders*, *Phys. Rev. D* **61** (2000) 073013 [hep-ph/9910395].
- [17] J. Ellis, H.-J. He and R.-Q. Xiao, *Probing neutral triple gauge couplings at the LHC and future hadron colliders*, *Phys. Rev. D* **107** (2023) 035005 [2206.11676].
- [18] J. Ellis, H.-J. He and R.-Q. Xiao, *Probing Neutral Triple Gauge Couplings with  $Z^*\gamma$  ( $\nu\bar{\nu}\gamma$ ) Production at Hadron Colliders*, 2308.16887.
- [19] S.S. Wilks, *The large-sample distribution of the likelihood ratio for testing composite hypotheses*, *The annals of mathematical statistics* **9** (1938) 60.
- [20] M.E. Peskin and D.V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Westview Press (1995).
- [21] D.A. Dicus and H.-J. He, *Scales of fermion mass generation and electroweak symmetry breaking*, *Phys. Rev. D* **71** (2005) 093009 [hep-ph/0409131].
- [22] I. Antcheva et al., *ROOT: A C++ framework for petabyte data storage, statistical analysis and visualization*, *Comput. Phys. Commun.* **180** (2009) 2499 [1508.07749].
- [23] J. Alwall, R. Frederix, S. Frixione, V. Hirschi, F. Maltoni, O. Mattelaer et al., *The automated computation of tree-level and next-to-leading order differential cross sections, and their matching to parton shower simulations*, *JHEP* **07** (2014) 079 [1405.0301].
- [24] T. Sjöstrand, *The PYTHIA Event Generator: Past, Present and Future*, *Comput. Phys. Commun.* **246** (2020) 106910 [1907.09874].

- [25] T. Gleisberg, S. Hoeche, F. Krauss, M. Schonherr, S. Schumann, F. Siegert et al., *Event generation with SHERPA 1.1*, *JHEP* **02** (2009) 007 [0811.4622].
- [26] SHERPA collaboration, *Event Generation with Sherpa 2.2*, *SciPost Phys.* **7** (2019) 034 [1905.09127].
- [27] S. Frixione, P. Nason and C. Oleari, *Matching nlo qcd computations with parton shower simulations: the powheg method*, *Journal of High Energy Physics* **2007** (2007) 070.
- [28] DELPHES 3 collaboration, *DELPHES 3, A modular framework for fast simulation of a generic collider experiment*, *JHEP* **02** (2014) 057 [1307.6346].
- [29] GEANT4 collaboration, *GEANT4—a simulation toolkit*, *Nucl. Instrum. Meth. A* **506** (2003) 250.
- [30] H. Mildner, *Eftfun framework*, 2020.
- [31] D. Lombardi, M. Wiesemann and G. Zanderighi, *Advancing  $M_{\text{NNLO}}_{PS}$  to diboson processes:  $Z\gamma$  production at NNLO+PS*, *JHEP* **06** (2021) 095 [2010.10478].
- [32] E. Soldatov, D. Pyatiizbyantseva, A. Kurova, A. Petukhov, A. Semushin, D. Zubov et al., *Measurement of  $Z(\rightarrow \nu\bar{\nu})\gamma$ +jets differential cross sections and search for neutral triple gauge couplings in  $pp$  collisions at 13 TeV with the ATLAS detector*, Tech. Rep. , CERN, Geneva (2024).
- [33] G. Bohm and G. Zech, *Statistics of weighted Poisson events and its applications*, *Nucl. Instrum. Meth. A* **748** (2014) 1 [1309.1287].
- [34] D. Lombardi, M. Wiesemann and G. Zanderighi, *Anomalous couplings in  $Z\gamma$  events at NNLO+PS and improving  $\nu\nu^-\gamma$  backgrounds in dark-matter searches*, *Phys. Lett. B* **824** (2022) 136846 [2108.11315].
- [35] K. Saygin, *NNLO QCD predictions of the asymmetry probe of the  $Z\gamma$  pair-production process*, *Phys. Scripta* **99** (2024) 025302 [2401.06404].
- [36] E. Bagnaschi, G. Degrandi and R. Gröber, *Higgs boson pair production at NLO in the POWHEG approach and the top quark mass uncertainties*, *Eur. Phys. J. C* **83** (2023) 1054 [2309.10525].



- [37] W. Bizoń, E. Re and G. Zanderighi, *NNLOPS description of the  $H \rightarrow b\bar{b}$  decay with MiNLO*, *JHEP* **06** (2020) 006 [1912.09982].
- [38] ATLAS Collaboration, “TRExFitter.” Software available from <https://gitlab.cern.ch/TRExStats/TRExFitter>.
- [39] ROOT collaboration, *HistFactory: A tool for creating statistical models for use with RooFit and RooStats*, .
- [40] ATLAS collaboration, *Luminosity determination in pp collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV using the ATLAS detector at the LHC*, *Eur. Phys. J. C* **83** (2023) 982 [2212.09379].