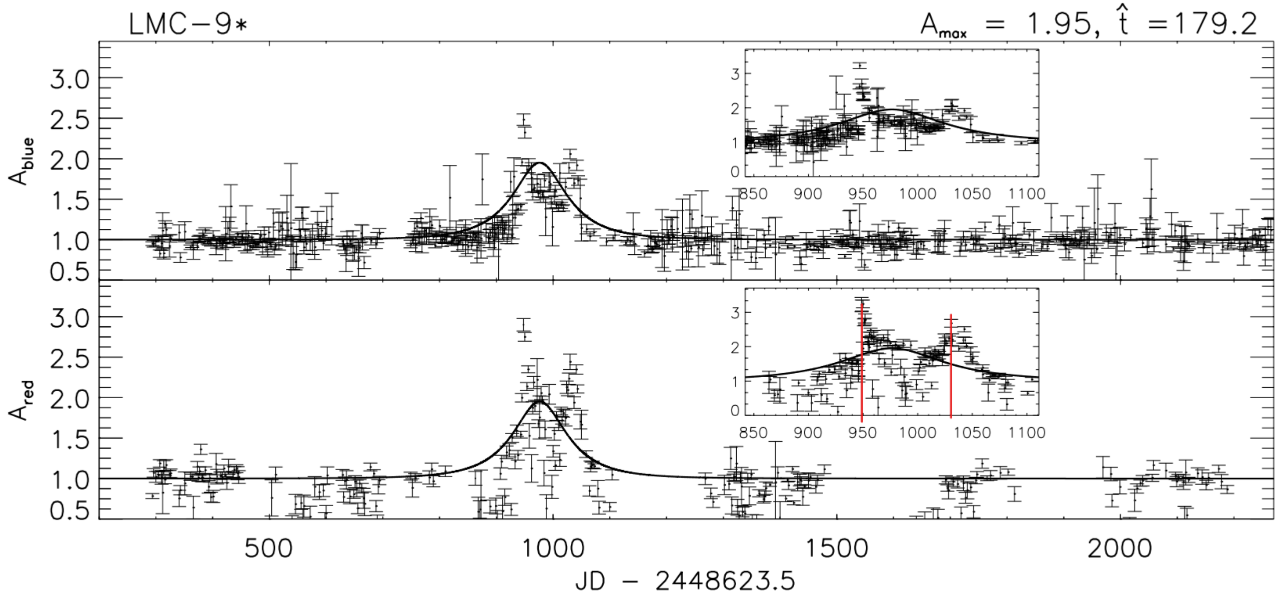


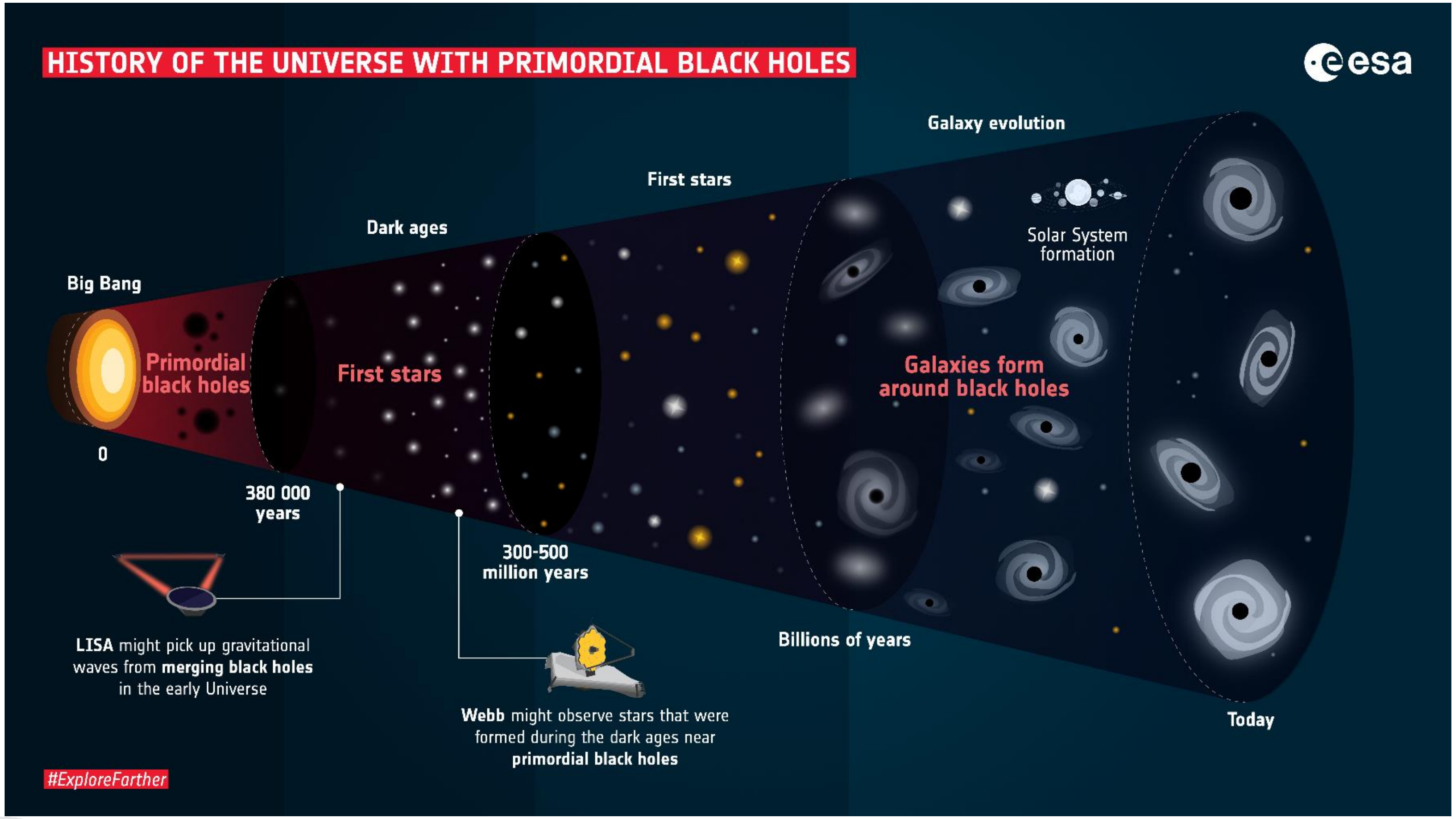
Расчет вероятностей гипотез описания событий гравитационного линзирования на основе ПЧД

Мучкинова Б.Ю.
Научный руководитель: Белоцкий К.М

30.01.2026

Введение

Первичные черные дыры

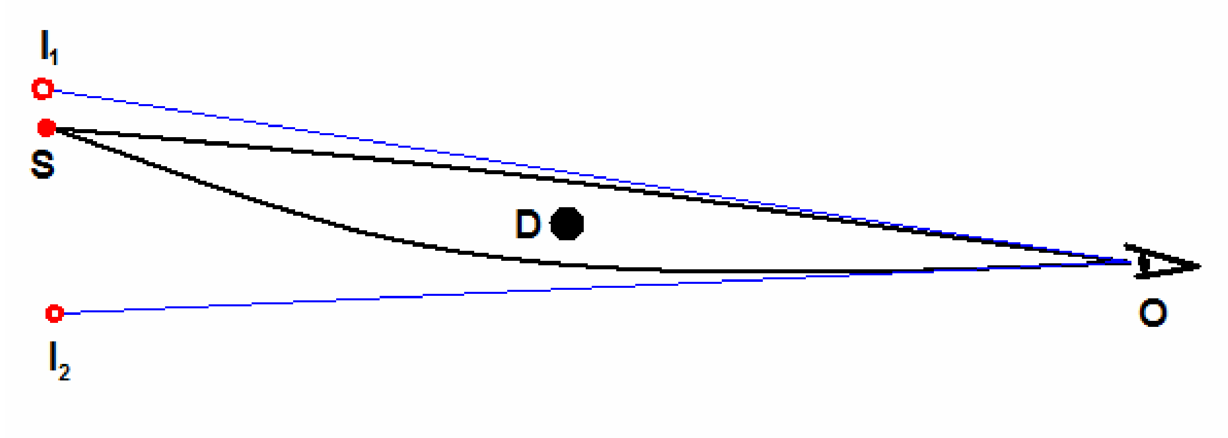


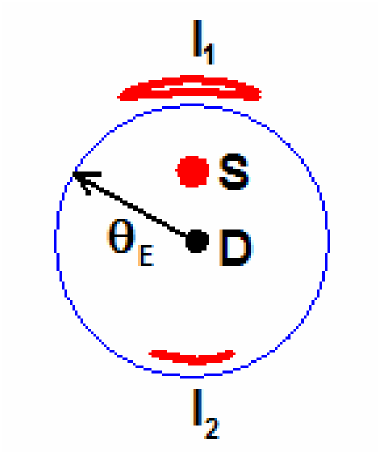
ПЧД могут объяснить:

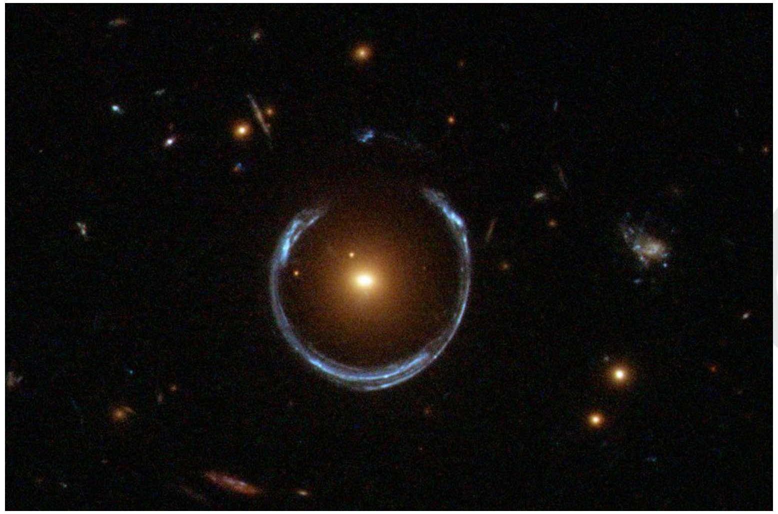
1. природу скрытой массы;
2. происхождение ранних квазаров, Z = 10;
3. данные LIGO/Virgo/KAGRO.

Введение

Гравитационное микролинзирование







$$\theta_E^2 = \frac{4GM_D}{c^2}\frac{l_{SD}}{l_{DO}l_{SO}} = 2r_{gD}\left(\frac{1}{l_{DO}} - \frac{1}{l_{SO}}\right)$$

угол Хвольсона-Эйнштейна

круг Хвольсона-Эйнштейна (конус)

$$\mu = \frac{\theta_I d\theta_I}{\theta_S d\theta_S} = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta\theta}{\theta_S} + \frac{\theta_S}{\Delta\theta}\right)$$

усиление интенсивности

$$\Delta\theta = \sqrt{\theta_S^2 + 4\theta_E^2}$$

Гипотезы

Гипотеза H1: Кластеры ПЧД, массы которых одинаковы

$$\psi_{H_1}(M) = \delta\big(M - M_{\mathrm{PBH}}\big), \qquad M_{\mathrm{PBH}} = 1\,M_\odot$$

Гипотеза H2: Одиночные ПЧД с массовым (логнормальным) распределением

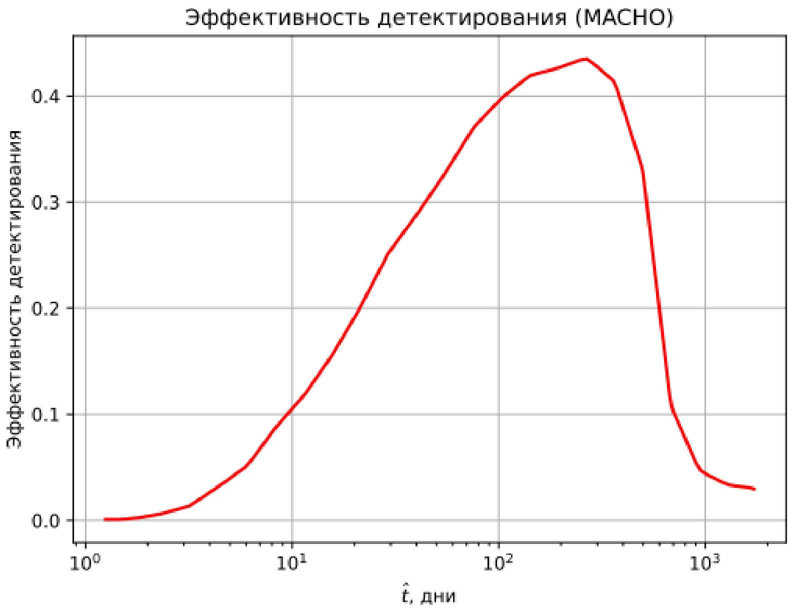
$$\psi_{H_2}(M) = \frac{1}{\mathcal{N}} \frac{1}{M\,\sigma_{\ln}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\left(\ln(M/M_\odot) - \mu_{\ln}\right)^2}{2\sigma_{\ln}^2}\right]$$

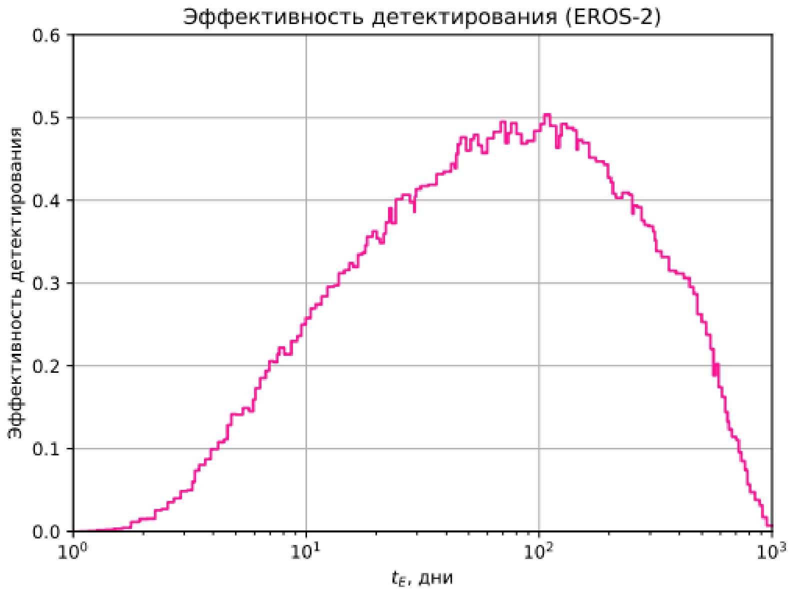
Гипотеза H3: Смешанная (кластеры + одиночные ПЧД)

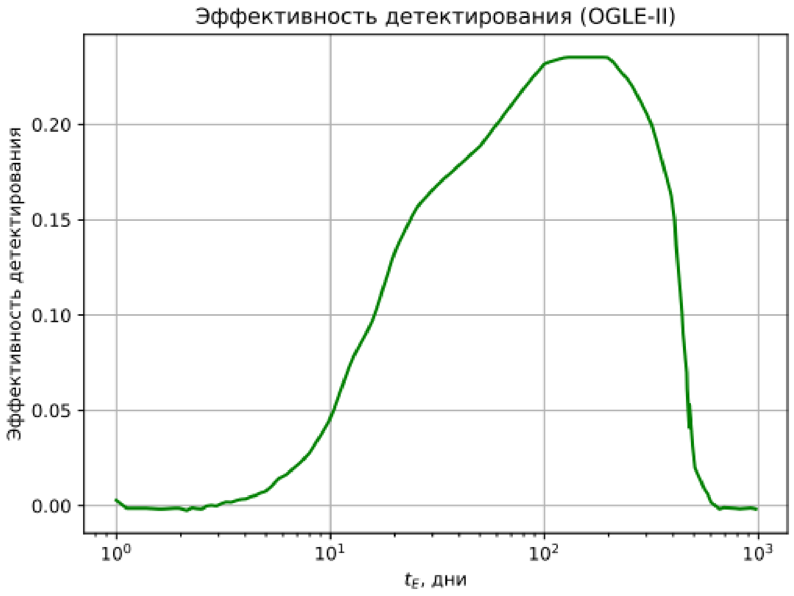
$$\psi_{H_3}(M) = f_{\mathrm{cl}}\,\delta(M - M_0) + (1 - f_{\mathrm{cl}})\,\psi_{H_2}(M),\ \ M_0 = 1\,M_\odot$$

Все гипотезы используют профиль NFW: $\rho_{\mathrm{NFW}}(R) = \dfrac{\rho_0}{(R/R_c)\,[1 + R/R_c]^2}$

Эффективность детектирования







Характеристики обзоров и событий

Таблица 1: Основные параметры экспериментов микролинзирования.

Эксперимент	N_* (звёзд)	$T_{\rm obs}$ (лет)	Область	Частота съёмки
MACHO	1.1×10^7	7.5	LMC	1–2 дня$^{-1}$
EROS-2	3.3×10^7	6.7	LMC, SMC	2–3 дня$^{-1}$
OGLE-II	1.2×10^7	4.0	LMC, SMC	1 день$^{-1}$

Таблица 2: Длительности зарегистрированных событий микролинзирования t_E (дни).

Эксперимент	Количество событий $N_{\rm ev}$	t_E (дни)
MACHO	17	34.4, 34.2, 45.4, 75.6, 91.6, 102.9, 43.9, 66.4, 100.1, 36.8, 74.2, 72.7, 93.2, 229.3, 85.2, 85.2
EROS-2	0	—
OGLE-II	1	89.7

Дифференциальная частота

$$\frac{d\Gamma_H}{dt_E}(t_E) = \int_0^{D_S} dD_L \int dM \; n_{\text{lens}}^{(H)}(D_L, M)\, \mathcal{K}(D_L, M, t_E)\, \psi_H(M)$$

$n_{\text{lens}}^{(H)}$ – число линз

$\mathcal{K}$ – кинетика/геометрия

ψ_H – массовое распределение гипотезы

Видимая дифференциальная скорость

Введем видимую (с учетом эффективности детектирования) дифференциальную скорость

$$\Gamma^{\mathrm{vis}}_{j,H} = \int \varepsilon_j(t_E)\,\frac{d\Gamma_H}{dt_E}(t_E)\,dt_E$$

Нормировка:

$$\phi_H(t_E) = \frac{1}{C_H}\frac{d\Gamma_H}{dt_E}(t_E), \qquad C_H = \int \frac{d\Gamma_H}{dt_E}(t_E)\,dt_E,$$

Тогда

$$\Gamma^{\mathrm{vis}}_{j,H} = C_H\,A_{j,H}, \qquad A_{j,H} = \int \varepsilon_j(t_E)\,\phi_H(t_E)\,dt_E$$

Функции предельного правдоподобия

λ_j — истинная (но неизвестная) нормировка видимой скорости событий в обзоре j
Тогда функция предельного правдоподобия для количества событий

$$Z_{j,H}^{\text{count}} = P(N_j \mid H) = \int_0^\infty P(N_j \mid \lambda_j, H)\, p(\lambda_j)\, d\lambda_j$$

Учитывая распределение по длительности событий, получим функцию предельного правдоподобия для длительности событий

$$L_{j,H}^{\text{shape}} = \prod_{i \in D_j} \frac{\varepsilon_j(t_{E,i})\, \phi_H(t_{E,i})}{A_{j,H}}$$

Результаты

Итоговая обоснованность (evidence):

$$Z_H = P(D \mid H) = \prod_j Z_{j,H}^{\text{count}} \, L_{j,H}^{\text{shape}}.$$

При равных априорных вероятностях $P(H_k) = 1/3$:

$$P(H_k \mid D) = \frac{Z_k}{Z_{H_1} + Z_{H_2} + Z_{H_3}}$$

$$\boxed{P(H_1 \mid D) = 0.00^{+0.49}_{-0.00}, \qquad P(H_2 \mid D) = 1.00^{+0.00}_{-0.38}, \qquad P(H_3 \mid D) = 0.00^{+0.49}_{-0.00}.}$$

Гипотеза H2 (одиночные ПЧД с логнормальным распределением масс) имеет наибольшую вероятность

Заключение

Был проведен стандартный анализ: рассматривалась вероятность объяснения событий линзирования полученный в данных MACHO, EROS, OGLE с помощью ПЧД в рамках трех гипотез:
H1 Кластеры ПЧД, массы которых одинаковы;
H2 Одиночные ПЧД с массовым (логнормальным) распределением;
H3 Смешанная (кластеры + одиночные ПЧД).

Гипотеза H2 (одиночные ПЧД с логнормальным распределением масс) имеет наибольшую вероятность

При этом, полученные результаты основаны на распределении только по продолжительности событий. Остается нереализованной возможность оценки вероятности гипотез, использующих сочетание временного распределения и распределению по положению на небе. Ранее был проведен предварительный анализ каждого эффекта по отдельности.