Отчет по НИРС на тему:
Выделение одиночных мюонов, регистрируемых атмосферным черенковским телескопа TAIGA-IACT

Студент М24-114: Горбунов Д.С.
Руководитель работы: Волчугов П.А.

Место выполнения: МГУ имени М.В. Ломоносова,
Научно-исследовательский институт ядерной физики имени
Д.В. Скобельцына, Лаборатория наземной гамма-астрономии

Цель работы:
Определить интегральную квантовую чувствительность телескопа TAIGA-IACT.

Основные задачи:
1) Оценить ожидаемое количество регистрируемых мюонных колец телескопом в единицу времени;
2) Разработать алгоритм выделения изображений от одиночных мюонов регистрируемых телескопом TAIGA-IACT;
3) Разработать математическую модель распределения интенсивности черенковского излучения по дуге кольца;
4) Произвести мюонную калибровку на основании отобранных мюонных колец для моделируемых и экспериментальных событий.

Гамма-обсерватория TAIGA

Гамма-обсерватория TAIGA (Tunka Advanced Instrument for cosmic rays and Gamma Astronomy) нацелена на решение актуальных вопросов гамма-астрономии и физики космических лучей. Комплекс состоит из установок Tunka-133, Tunka-Grande, TAIGA-HiSCORE, TAIGA-MUON, TAIGA-IACT.

Параметры телескопа TAIGA-IACT:

$R_{mir} = 2{,}15$ м – радиус зеркала

$F = 4{,}75$ м – фокусное расстояние

$h = 700$ м – высота над уровнем моря

$N_{\text{пиксель}} = 600$ – общее число пикселей в фокальной плоскости телескопа

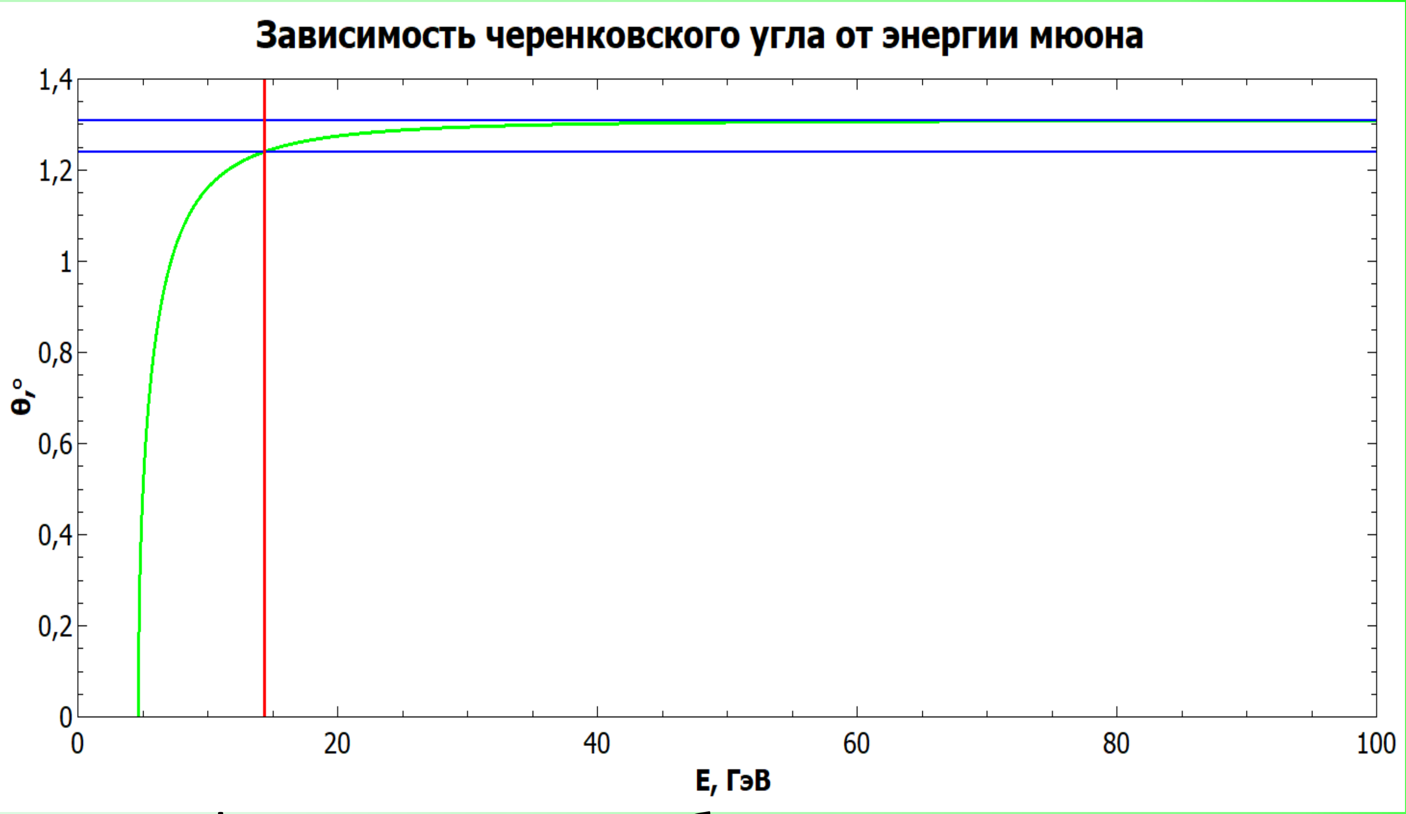
$D_{\text{пкс}} = 3$ см $= 0{,}36°$ – размер пикселя

$i = 4{,}8°$ – угловой радиус поля зрения

Фотография первых двух телескопов TAIGA-IACT

Предельно допустимая для анализа энергия мюонов

Чтобы отбирать и анализировать события от одиночных мюонов важно, чтобы черенковский угол не зависел от их энергии, что наблюдается при высоких энергиях.



$E_0 = 106$ МэВ – энергия покоя мюонов;

$n = 1{,}0002614$ – показатель преломления атмосферы на высоте обсерватории;

$\theta_{\text{пред}} = 1{,}31°$ – предельный угол черенковского излучения;

$p = 5\%$ – предельно допустимое отклонение черенковского угла;

$\theta_{\text{крит}} = 1{,}24°$ – минимально допустимый для анализа черенковский угол;

$E_{\text{крит}} = 14{,}4$ ГэВ – минимально допустимая для анализа энергия мюонов;

$E_{\text{порог}} = 4{,}6$ ГэВ – пороговая энергия мюонов.

Оценка ожидаемого количества одиночных мюонов

На основании справочных данных* с помощью линейной интерполяции был получен поток одиночных мюонов в единицу времени в единицу телесного угла на единичную площадку для найденной ранее минимально пригодной энергии:

Для $E > E_{\text{крит}} = 14{,}4\ \text{ГэВ} \Rightarrow \left(\frac{dN_{\mu}}{dSd\Omega dt}\right)_{\text{крит}} = 4{,}610\,\frac{\text{мюон}}{\text{м}^2 * \text{ср} * \text{с}}$

Интегрированием по всей площади зеркала телескопа и соответствующему ей телесному углу был получен поток одиночных мюонов в единицу времени:

$$\left(\frac{dN_{\mu}}{dt}\right)_{\text{крит}} = \left(\frac{dN_{\mu}}{dSd\Omega dt}\right)_{\text{крит}} (1 - \cos\theta_{\text{пред}})2\pi^2 R_{mir}^2 = 0{,}110\,\frac{\text{мюон}}{\text{с}} = 7\,\frac{\text{мюон}}{\text{мин}} = 396\,\frac{\text{мюон}}{\text{час}}$$

* De Pascale M. P., Morsell A., P. Picozza et al. Absolute Spectrum and Charge Ratio of Cosmic Ray Muons in the Energy Region From 0.2 GeV to 100 GeV at 600 m Above Sea Level // Journal of geophysical research, Vol. 98, no. A3, Pages 3501 – 3507, March 1, 1993.

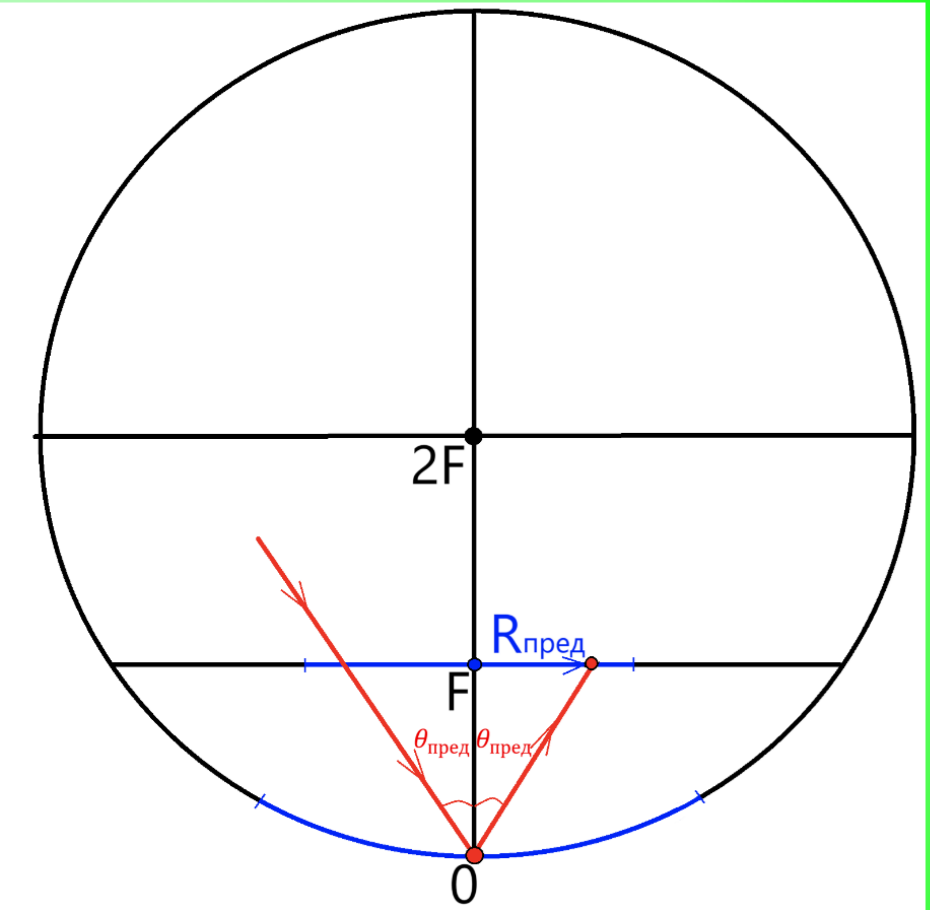
Выделение событий от одиночных мюонов

Проекцией черенковского конуса на плоскость зеркала является круг, который после прохождения сферического зеркала преобразуется в кольцо в фокальной плоскости телескопа. Исходя из оптической схемы телескопа можно найти её радиус:

$R_{пред} = F \operatorname{tg} \theta_{пред} = 10{,}86$ см

Начиная с энергии $E_{крит} = 14{,}4$ ГэВ, радиус колец можно считать постоянным. Однако на практике, детектируется и множество других событий, вызванных ШАЛ. Для отбора корректных событий используется два критерия:

- **Критерий величины радиуса** – допускается отклонение от теоретического значения в $R_0 = 2$ см;
- **Критерий длины дуги** – она должна быть больше $180°$.



Оптическая схема телескопа

Критерий величины радиуса черенковского кольца

Для определения радиуса колец используются два метода:

- Грубый метод – путём усреднения координат пикселей находится центр кольца и затем путём усреднения расстояний от пикселей до этого центра находится радиус кольца R и относительное отклонение пикселей δ_R;
- Преобразование Хафа – фазовое пространство координат пикселей разбивается на прямоугольные области, в каждой из которых считается радиус черенковского кольца R_H. Прямоугольник, обладающий наименьшим относительным отклонением δ_H - считается центром кольца. Данный метод требует значительно больших вычислительных мощностей по сравнению с грубым.

$$\boxed{\left|R_H - R_{\text{пред}}\right| < R_0}$$

Событие №6037 (верхнее):

$R = 14{,}0$ см ($\delta_R = 37\%$)

$R_H = 10{,}4$ см $> 10{,}86$ см $- 2$ см ($\delta_H = 8\%$)

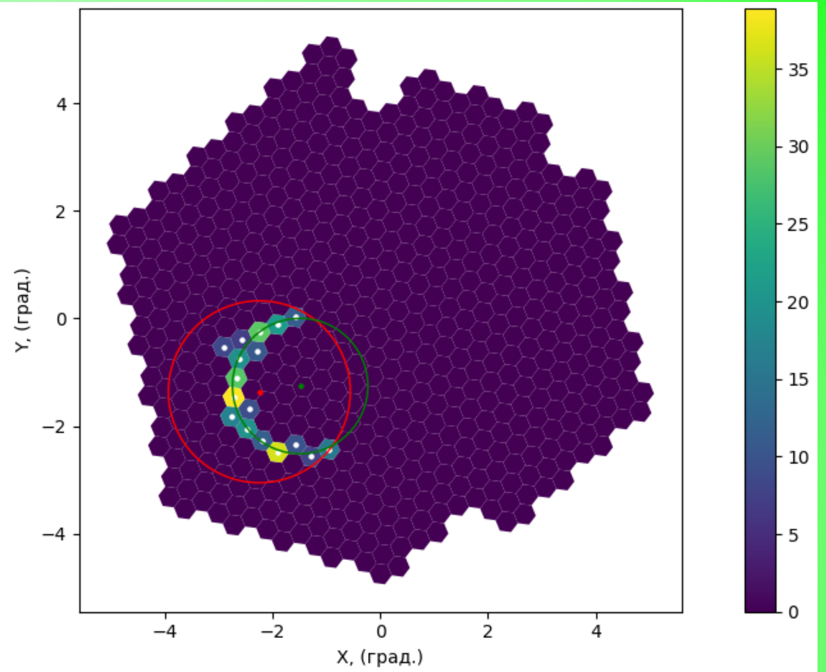
критерий выполнен

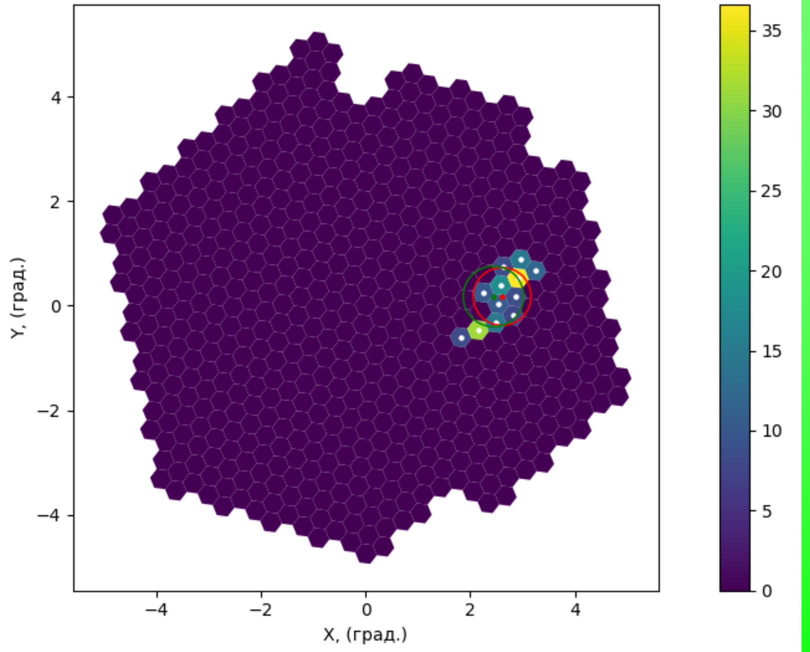
Событие №4491 (нижнее):

$R = 4{,}6$ см ($\delta_R = 61\%$)

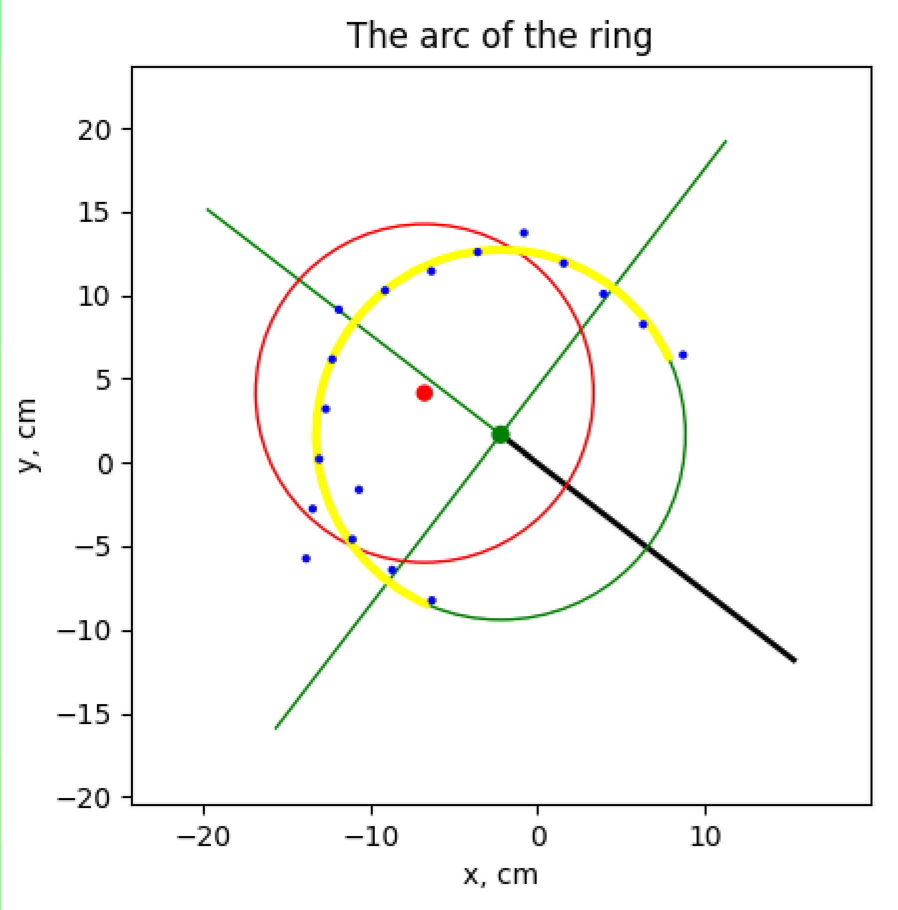
$R_H = 4{,}8$ см $< 10{,}86$ см $- 2$ см ($\delta_H = 41\%$)

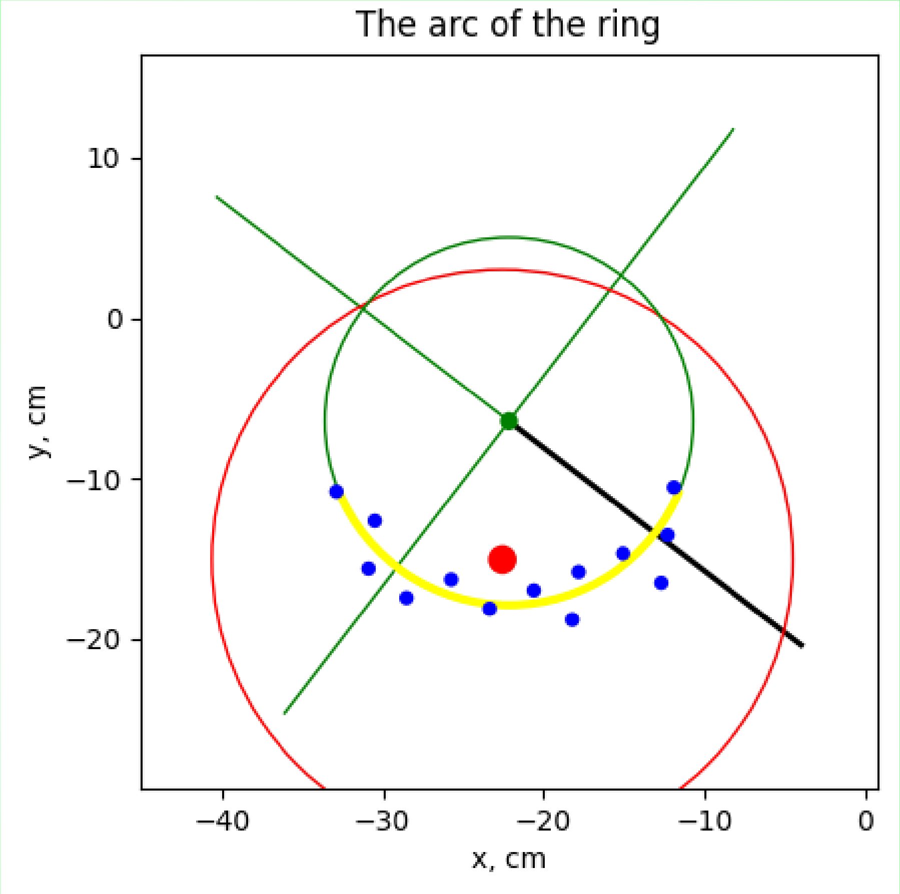
критерий НЕ выполнен





Критерий длины дуги черенковского кольца





Событие №7667:

$\omega_{c_{start}} = 61°$

$\omega_{c_{finish}} = -75°$

$\Delta\omega_{arc} = 224° > 180°$

критерий выполнен

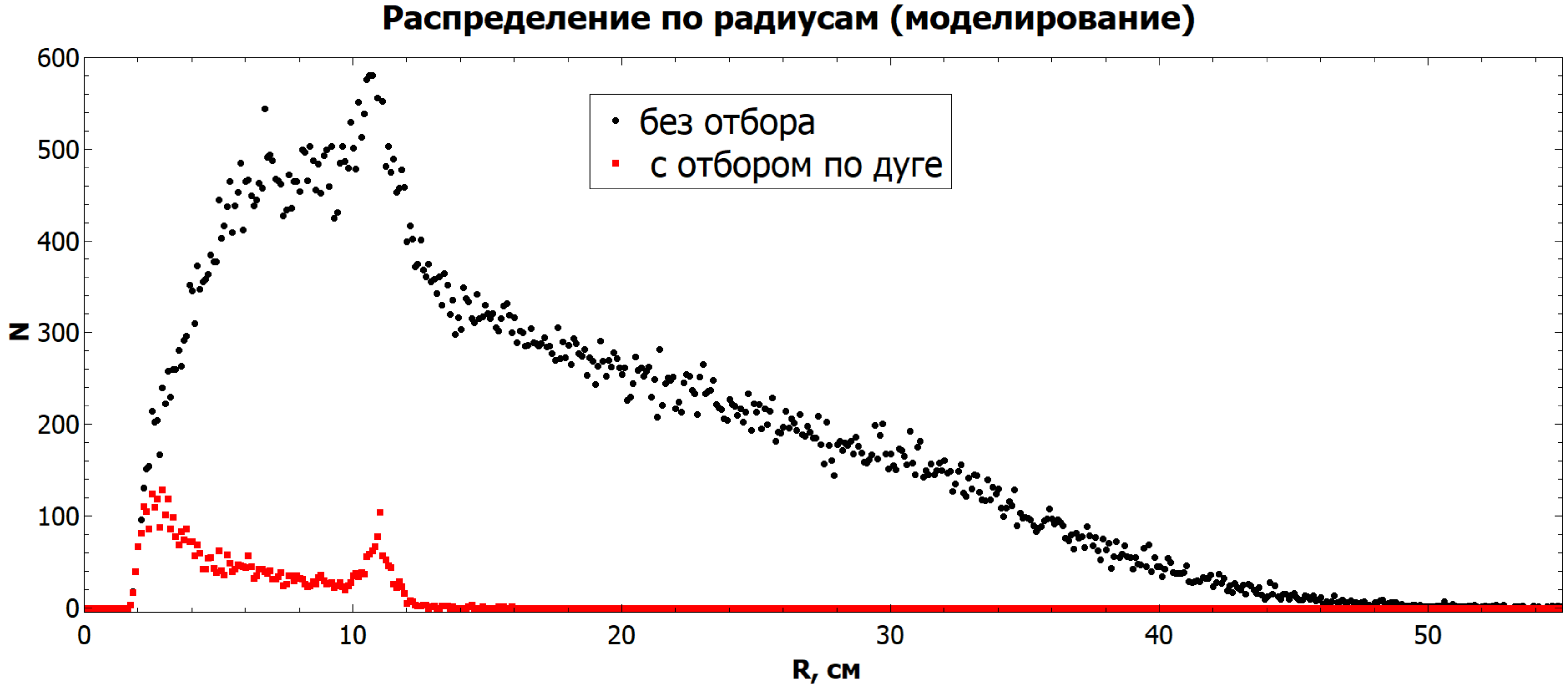
Событие №988:

$\omega_{c_{start}} = -120°$

$\omega_{c_{finish}} = 16°$

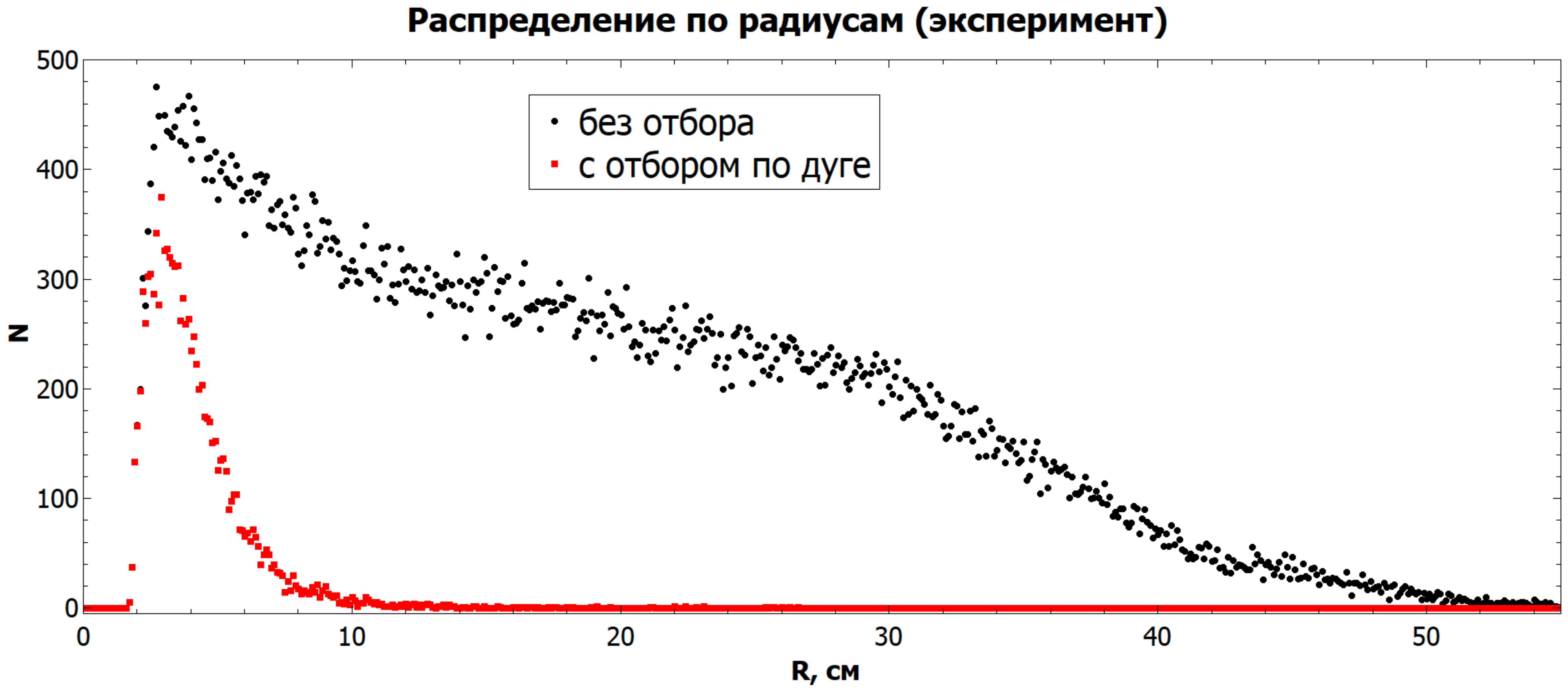
$\Delta\omega_{arc} = 136° < 180°$

критерий НЕ выполнен



Без отбора: $N = 100\,000$

С отбором по дуге: $N = 5\,199$



Без отбора: $N = 100\,000$

С отбором по дуге: $N = 10\,239$

Распределение интенсивности в черенковом кольце

Центральный случай

Формула Тамма-Франка предсказывает ожидаемое число фотонов в пикселе, которое можно соотнести с измеренным и получить величину ослабления :

$$I = 2\pi\alpha L \sin^2\theta_{\text{пред}} \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} \frac{\eta(\lambda)}{\lambda^2} d\lambda$$

Численный расчёт интеграла квантовой чувствительности фотоумножителей:

$$\tilde{\eta} = \int_{200\text{ нм}}^{640\text{ нм}} \frac{\eta(\lambda)}{\lambda^2} d\lambda = 463055\text{ м}^{-1}$$

Полная длина траектории мюона, фотоны с которой попадут на зеркало:

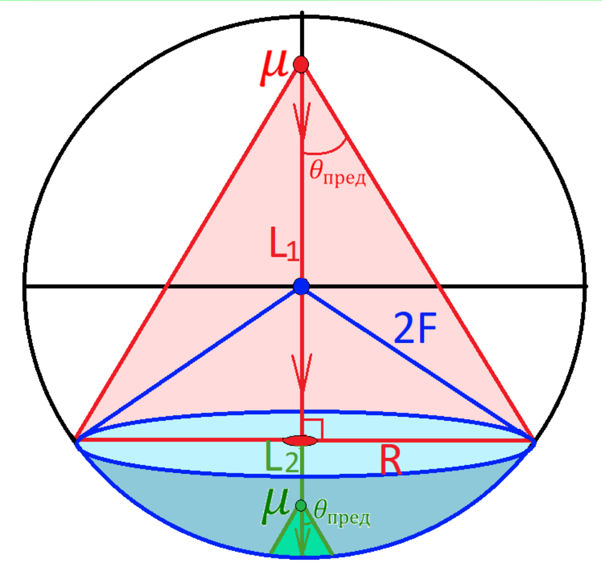
$$L = L_1 + L_2 = 94{,}29\text{ м}$$

Полный поток фотонов на кольцо:

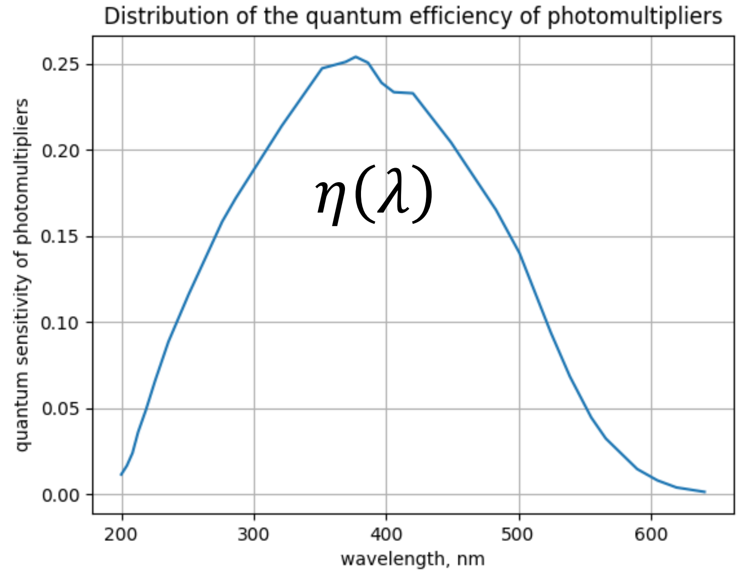
$$I_0 = 2\pi\alpha L\tilde{\eta}\sin^2\theta_{\text{пред}} = 1047$$

Поток фотонов на один пиксель:

$$I_{\text{пред}} = \alpha L\tilde{\eta}\Delta\omega_{\text{пред}}\sin^2\theta_{\text{пред}} = 46$$



Центральный случай



Смещённый случай

Область изменения переменных:

$0 < \rho < R_{mir}$ – прицельный параметр;

$0 < \psi < 1$ – квантовая эффективность.

Границы частей разбиения фазового пространства:

$\rho_i = iR_{mir}/d, 0 \le i \le d$

$\psi_j = j/d, 0 \le j \le d$

Интенсивность пикселя k в точке разбиения (i,j):

$I_{i,j,k} = I_0\Delta\sigma(\omega_k, \rho_i)\psi_j$

Среднеквадратичное отклонение интенсивности пикселей кольца в точке разбиения (i,j):

$$(\Delta I_{i,j})^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k (I_{i,j,k} - m_k)^2}{\sum_{k=1}^{n} m_k} \left(\begin{array}{c} m_k - \text{измеренное} \\ \text{число фотонови} \\ \text{в пикселе} \end{array}\right)$$

Минимизация среднеквадратичного отклонения:

$$\Delta I_{i,j} = \Delta I_{i,j\,min} \Rightarrow \rho = \rho_i, \psi = \psi_j, I_k = I_{i,j,k}, \Delta I = \Delta I_{i,j}$$

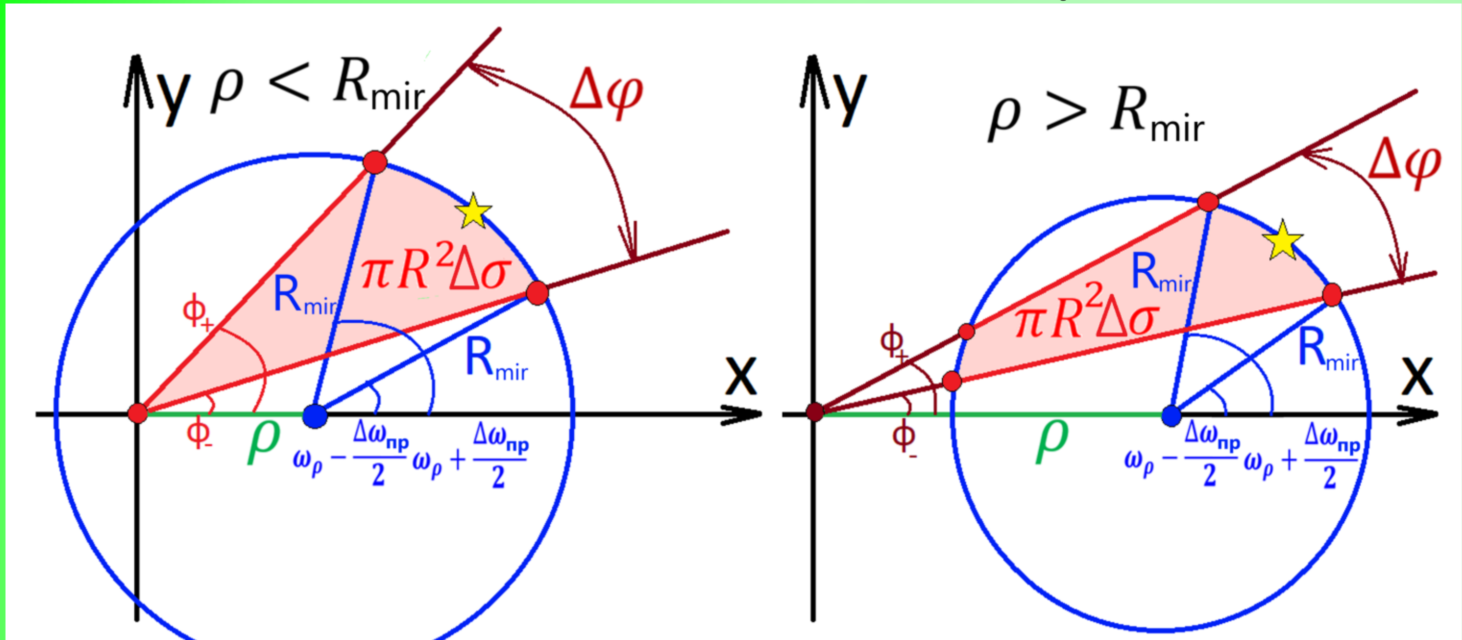
Средняя интенсивность пикселей в кольце:

$$\bar{I} = \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k I_k}{\sum_{k=1}^{n} m_k} \left(\begin{array}{c} \text{на основе} \\ \text{фитирования} \end{array}\right) \bar{m} = \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k}{n} \left(\begin{array}{c} \text{на основе} \\ \text{интенсивности} \\ \text{пикселей} \end{array}\right)$$

Относительное среднеквадратичное отклонение:

$$\delta_I = \frac{\Delta I}{\bar{I}} \left(\begin{array}{c} \text{позволяет отбирать события с высоким} \\ \text{соответствием распределения интенсивности} \\ \text{пикселей сегментной функции} \end{array}\right)$$

Расчёт площади сегмента зеркала, собирающего свет в один пиксель



Поверхность зеркала телескопа

Центральная угловая функция связывает углы, под которыми наблюдаются пиксели в фокальной плоскости ω_ρ, с углами на поверхности сферического зеркала телескопа φ, с которых свет в эти пиксели собирается:

$$\varphi(\omega_\rho) = \arg\left(\frac{\rho}{R_{mir}} + \cos\omega_\rho, \sin\omega_\rho\right)$$

Угловой размер пикселя в фокальной плоскости:

$$\Delta\omega_{пред} = 360° \frac{D_{пкс}}{2\pi R_{пред}} = 15{,}83°$$

Для каждого пикселя можно найти граничные углы:

$$\varphi_\pm = \varphi\left(\omega_\rho \pm \frac{\Delta\omega_{пред}}{2}\right)$$

Угловой размер пикселя на поверхности зеркала:

$$\Delta\varphi = \varphi_+ - \varphi_-$$

Сегментная функция определяет относительную площадь сегмента зеркала в диапазоне углов от 0 до φ:

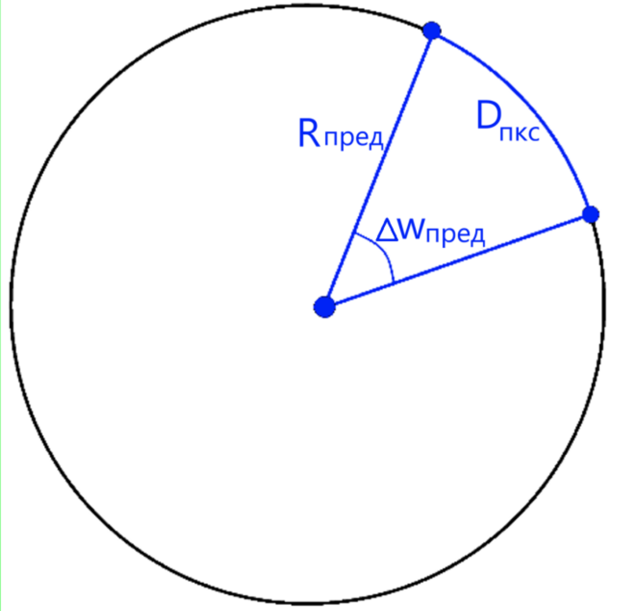
$$\sigma(\varphi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}\left(\varphi + \frac{\rho^2}{2R_{mir}^2}\sin 2\varphi + \arcsin\left(\frac{\rho}{R_{mir}}\sin\varphi\right) + \frac{\rho}{R_{mir}}\sin\varphi\sqrt{1 - \frac{\rho^2}{R_{mir}^2}\sin^2\varphi}\right), \rho < R_{mir} \\ \frac{1}{\pi}\left(\arcsin\left(\frac{\rho}{R_{mir}}\sin\varphi\right) + \frac{\rho}{R_{mir}}\sin\varphi\sqrt{1 - \frac{\rho^2}{R_{mir}^2}\sin^2\varphi}\right), \rho > R_{mir} \end{cases}$$

Относительная площадь сегмента зеркала, собирающего свет в один пиксель:

$$\Delta\sigma = |\sigma(\varphi_+) - \sigma(\varphi_-)|$$

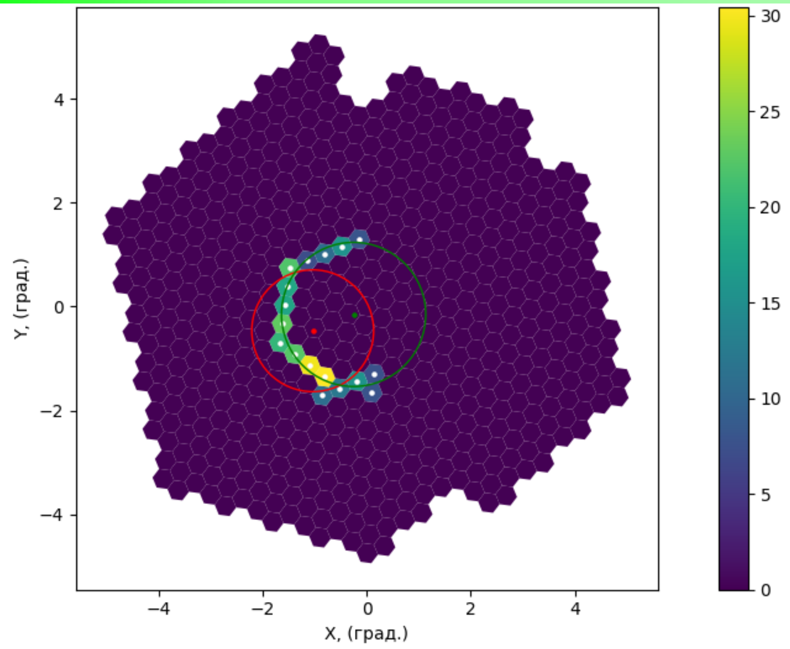
В случаи падения мюонов на центр зеркала:

$$\rho = 0 \Rightarrow \varphi(\omega_\rho) = \omega_\rho \Rightarrow \varphi_\pm = \omega_\rho \pm \frac{\Delta\omega_{пред}}{2} \Rightarrow \Delta\varphi = \Delta\omega_{пред} \Rightarrow \sigma(\varphi) = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\omega_\rho}{2\pi} \Rightarrow \Delta\sigma = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta\omega_{пред}}{2\pi}$$



Фокальная плоскость телескопа

Распределение интенсивности в черенковом кольце



№87109:

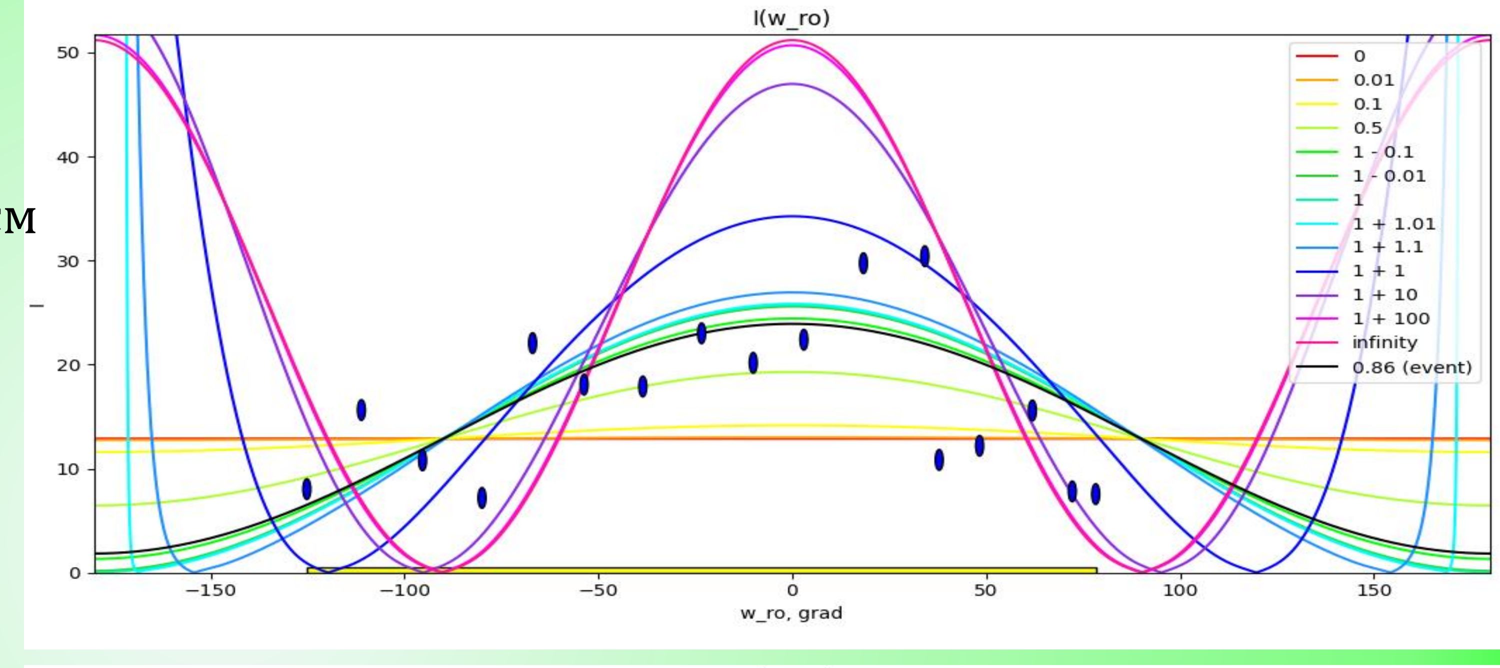
$\rho = 184{,}9$ см

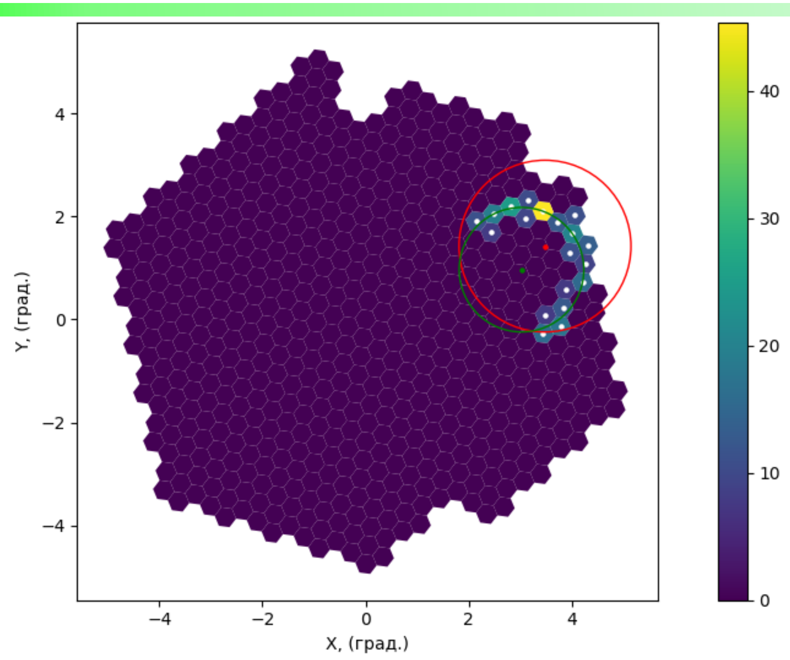
$\psi = 28\%$

$\overline{m} = 16{,}4$

$\overline{I} = 19{,}5$

$\delta_I = 29\%$





№46206:

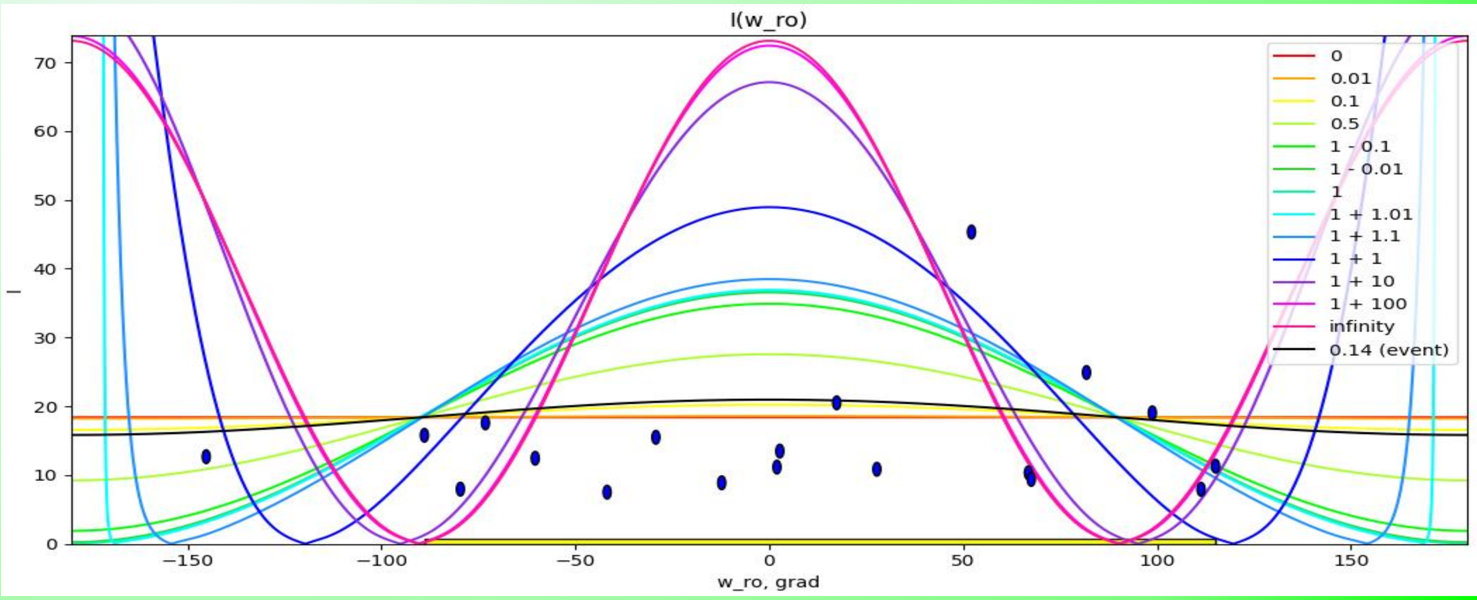
$\rho = 30{,}1$ см

$\psi = 40\%$

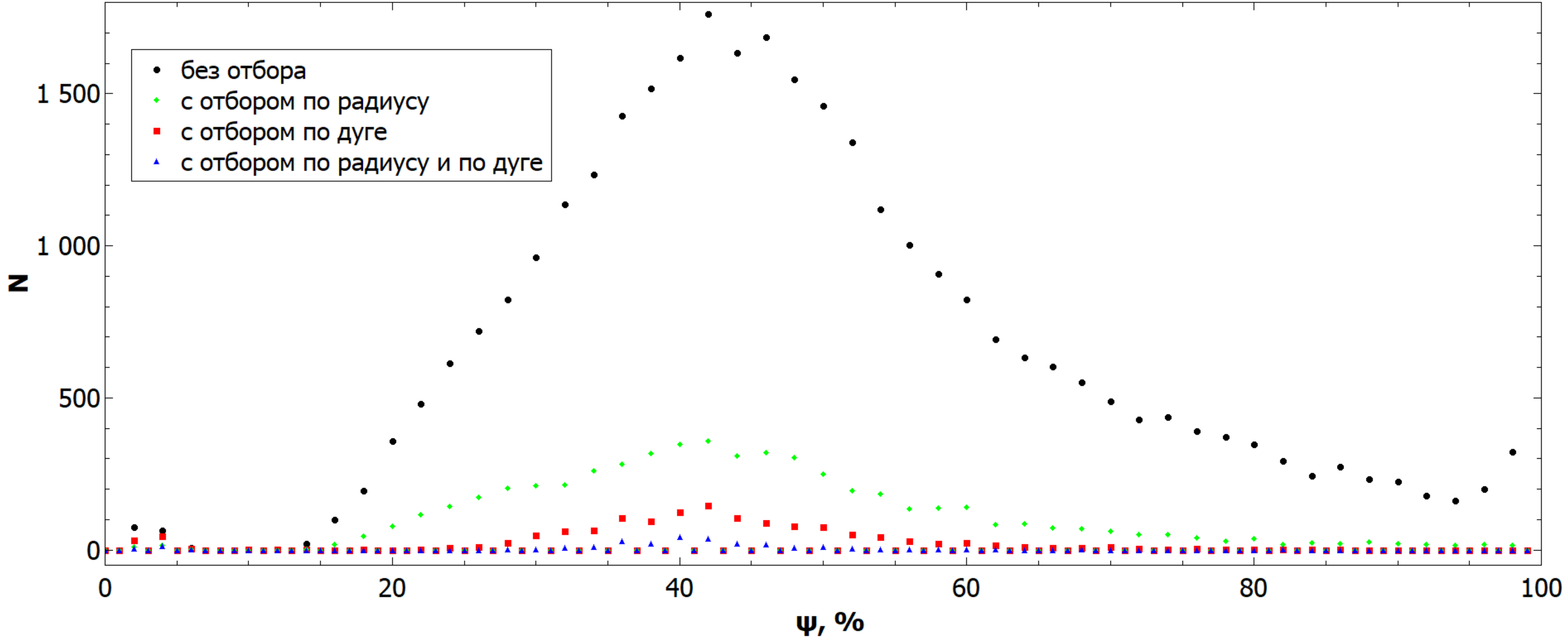
$\overline{m} = 14{,}9$

$\overline{I} = 19{,}6$

$\delta_I = 62\%$



Распределение по квантовой эффективности (моделирование)

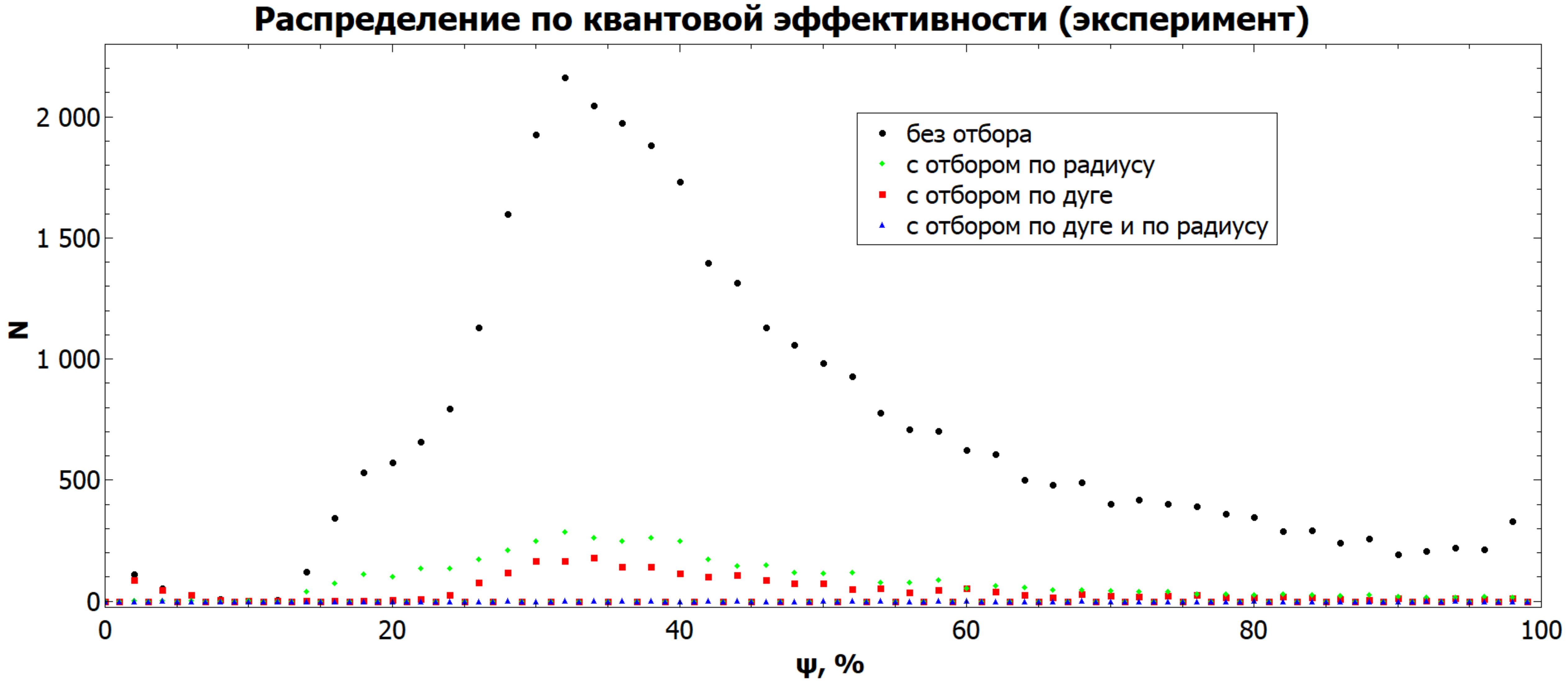


Без отбора: $N = 31\,706$

С отбором по радиусу: $N = 5\,519$

С отбором по дуге: $N = 1\,352$

С отбором по радиусу и по дуге: $N = 242$



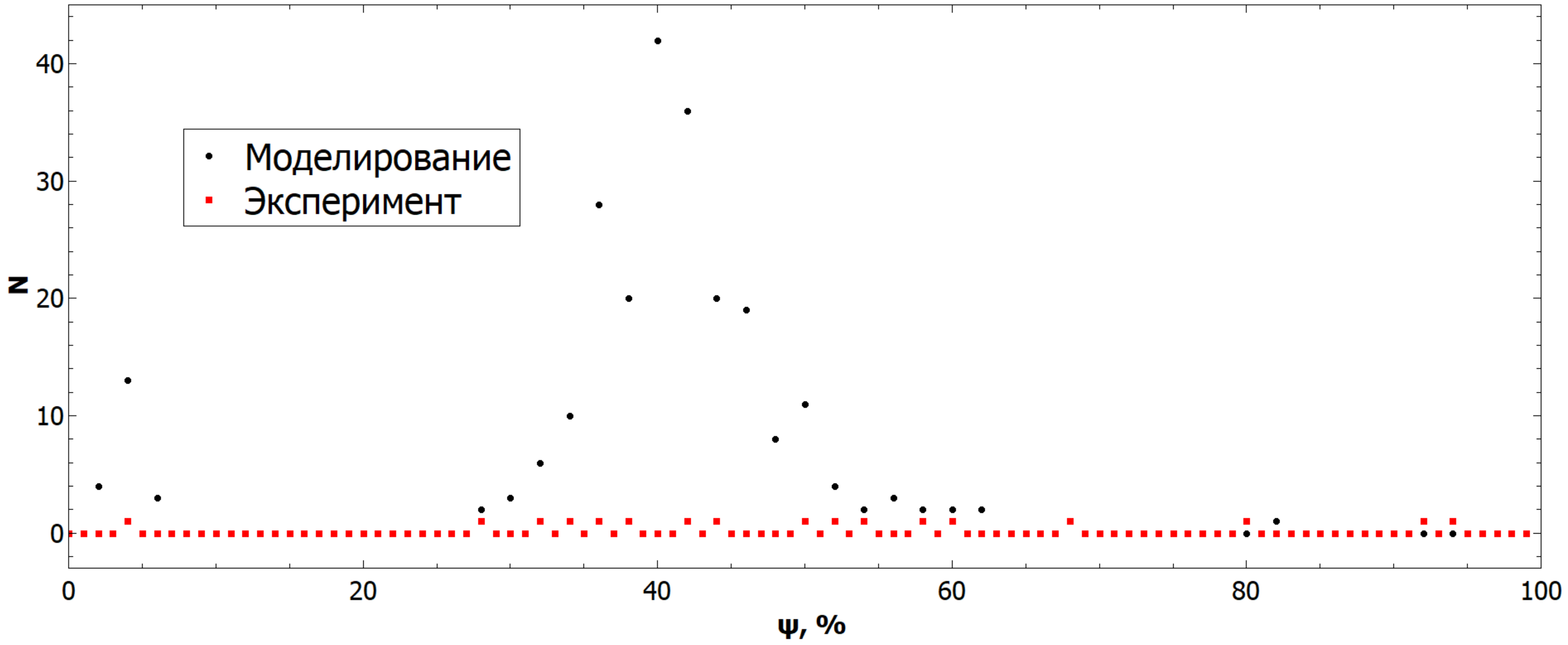
Без отбора: $N = 33\,975$

С отбором по радиусу: $N = 4\,279$

С отбором по дуге: $N = 2\,346$

С отбором по радиусу и по дуге: $N = 17$

Распределение по квантовой эффективности (двойной отбор)



Моделирование: $N = 242$

Эксперимент: $N = 17$

Заключение

В рамках данной работы:

- было оценено ожидаемое количество регистрируемых мюонных колец телескопом в единицу времени;
- был разработан алгоритм выделения изображений от одиночных мюонов, регистрируемых телескопом TAIGA-IACT;
- была разработана математическая модель распределения интенсивности черенковского излучения по дуге кольца;
- была проведена первая оценка интегральной квантовой чувствительности третьего телескопа установки TAIGA-IACT по данным эксперимента и моделирования.

На основании аппроксимации распределения по данным моделирования были получены следующие значения квантовой эффективности:

- без отбора: $\psi = 49 \pm 18\%$;
- с отбором по дуге: $\psi = 40 \pm 13\%$;
- с отбором по радиусу: $\psi = 45 \pm 16\%$;
- с отбором по дуге и по радиусу: $\psi = 39 \pm 12\%$.

На основании аппроксимации распределения по данным моделирования были получены следующие значения квантовой эффективности:

- без отбора: $\psi = 45 \pm 19\%$;
- с отбором по дуге: $\psi = 42 \pm 19\%$;
- с отбором по радиусу: $\psi = 42 \pm 18\%$;
- с отбором по дуге и по радиусу: $\psi = 51 \pm 23\%$.

Список использованной литературы

1 Kuzmichev L. A., Astapov I. I., Bezyazeekov P. A. et al. TAIGA gamma observatory: Status and prospects // Physics of Atomic Nuclei. 2018. Jul. Vol. 81, no. 4. P. 497

2 Kuzmichev L., Astapov I., Bezyazeekov P. et al. Tunka Advanced Instrument for cosmic rays and Gamma Astronomy (TAIGA): Status, results and perspectives // EPJ Web of Conferences. 2017. Vol. 145. P. 01001. Access mode: https://doi.org/10.1051/epjconf/201714501001.

3 Philips Photo and Electron Multipliers. T. 9. – 1987. https://bitsavers.org/components/philips/_dataBooks/1987_T09_Philips_Photo_and_Electron_Multipliers.pdf

4 De Pascale M. P., Morsell A., P. Picozza et al. Absolute Spectrum and Charge Ratio of Cosmic Ray Muons in the Energy Region From 0.2 GeV to 100 GeV at 600 m Above Sea Level // Journal of geophysical research, Vol. 98, no. A3, Pages 3501 – 3507, March 1, 1993.

5 Duda R. O., Hart P. E. Use of the Hough Transformation to Detect Lines and Curves in Pictures. Commun. ACM, 1972, vol. 15, no. 1, pp. 11–15.

6 Мухин К.Н. Экспериментальная ядерная физика, Т.1,2.-М.: Энергоатомиздат, 1996.

Критерий величины радиуса черенковского кольца

Грубый метод оценки радиуса

Центр черенковского кольца:

$$x_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k x_k}{\sum_{k=1}^{n} m_k}, \qquad y_c = \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k y_k}{\sum_{k=1}^{n} m_k}$$

Радиус кольца для конкретного пикселя:

$$(R_k)^2 = (x_k - x_c)^2 + (y_k - y_c)^2$$

Средний радиус черенковского кольца:

$$R = \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k R_k}{\sum_{k=1}^{n} m_k}$$

Среднеквадратичное отклонение пикселей:

$$(\Delta R)^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k (R_k - R)^2}{\sum_{k=1}^{n} m_k}$$

Относительное среднеквадратичное отклонение:

$$\delta_R = \frac{\Delta R}{R}$$

Критерий величины радиуса

$$|R_H - R_{\text{пред}}| < R_0, R_{\text{пред}} = 10{,}86 \text{ см}, R_0 = 2 \text{ см}$$

Преобразование Хафа

Область изменения координат:

$$x_{min} < x < x_{max}, \qquad y_{min} < y < y_{max}$$

Диаметр разбиения координат:

$$\Delta x = \frac{x_{max} - x_{min}}{d}, \qquad \Delta y = \frac{y_{max} - y_{min}}{d}$$

Границы частей разбиения:

$$x_i = x_{min} + i\Delta x, 0 \le i \le d$$

$$y_i = y_{min} + j\Delta y, 0 \le j \le d$$

Массив среднеквадратичных отклонений:

$$\left(R_{i,j,k}\right)^2 = (x_k - x_i)^2 + \left(y_k - y_j\right)^2$$

$$R_{i,j} = \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k R_{i,j,k}}{\sum_{k=1}^{n} m_k}, \qquad \left(\Delta R_{i,j}\right)^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n} m_k \left(R_{i,j,k} - R_{i,j}\right)^2}{\sum_{k=1}^{n} m_k}$$

Минимизация среднеквадратичного отклонения:

$$i \cap j : \Delta R_{i,j} = \Delta R_{i,j\,min} \Rightarrow \begin{cases} x_c = x_i, & y_c = y_j \\ R_H = R_{i,j}, & \Delta R_H = \Delta R_{i,j} \end{cases}$$

Относительное среднеквадратичное отклонение:

$$\delta_H = \frac{\Delta R_H}{R_H}$$

Критерий длины дуги черенковского кольца

Азимутальный угол центра черенковского кольца в камере телескопа (x, y):

$\theta_c = \arg(x_c, y_c)$

Азимутальный угол пикселя в «смещённой» камере телескопа (x', y'):

$\omega_{c_k} = \arg(x_k - x_c, y_k - y_c)$

Азимутальный угол пикселя в мюонной системе координат (x'', y''):

$\omega_{\rho_k} = \omega_{c_k} - \theta_c$

Отсортируем пиксели черенковского кольца в порядке возрастания азимутального угла в «смещённой» камере телескопа:

$\omega_{c_{k+1}} > \omega_{c_k}, 0 \leq k \leq n-1$

Найдём попарные разности между соседними пикселями:

$\Delta\omega_k = \omega_{c_{k+1}} - \omega_{c_k}, 0 \leq k \leq n-2$

Отдельно рассмотрим разность между первым и последним пикселями:

$\Delta\omega_{n-1} = 360° - \left(\omega_{c_{n-1}} - \omega_{c_0}\right)$

Величина разрыва дуги черенковского кольца:

$\Delta\omega = \Delta\omega_{k_{max}}, 0 \leq k \leq n-1$

Длина дуги черенковского кольца:

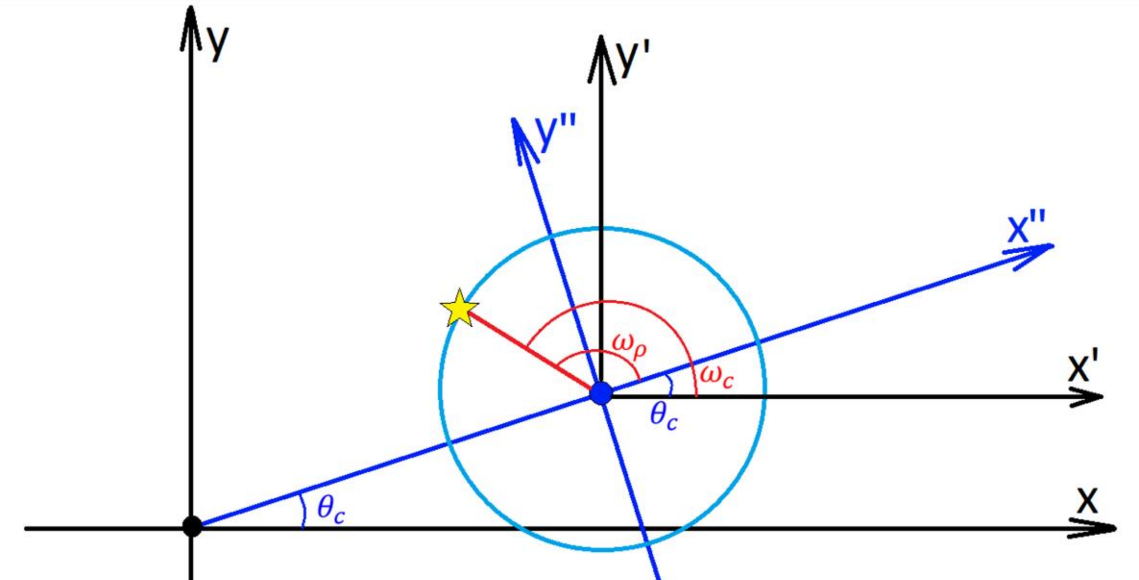
$\Delta\omega_{arc} = 360° - \Delta\omega$

Начало и конец дуги черенковского кольца:

$$\begin{cases} k_{max} \neq n-1 \Rightarrow \omega_{c_{start}} = \omega_{c_{k+1}}, \omega_{c_{finish}} = \omega_{c_k} \\ k_{max} = n-1 \Rightarrow \omega_{c_{start}} = \omega_{c_0}, \omega_{c_{finish}} = \omega_{c_{n-1}} \end{cases}$$

Критерий длины дуги черенковского кольца:

$\Delta\omega_{arc} > 180°$



Фокальная плоскость телескопа