

Обобщенный лагранжиан акционоподобных частиц (ALP's)

Отчет о научно-исследовательской работе

Научный руководитель:

Консультант:

Студент:

М.Ю. Хлопов
М.А. Краснов
С.Д. Франк-Каменецкая

Основные цели

- Исследование модели аксионоподобной (ALP's) темной материи и темной энергии;
- Исследовать, сводится ли полевая модель, описываемая обобщенным лагранжианом, к Λ CDM.

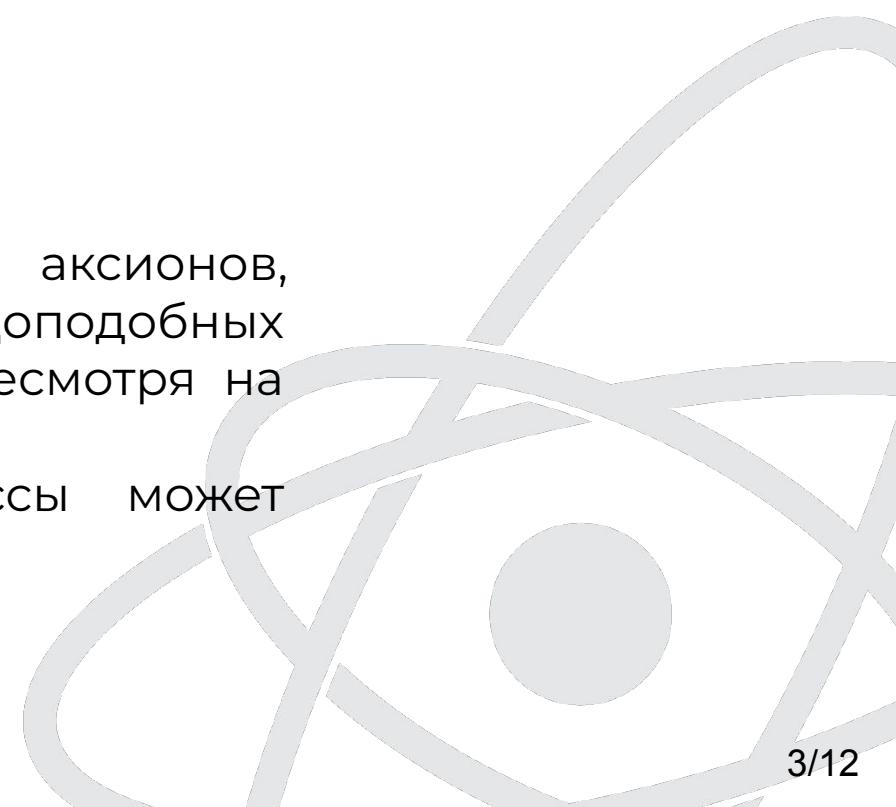
Аксионы и аксионоподобные частицы (ALP's)

Аксионы - легкие нейтральные слабовзаимодействующие частицы, предложенные как решение проблемы нарушения СР-симметрии непертурбативными эффектами сильного взаимодействия, и не входящие в Стандартную модель.

Масса аксиона:
$$m = \frac{f_\pi m_\pi}{f} \frac{\sqrt{m_d m_u}}{m_d + m_u}$$

Аксионоподобные частицы (обобщение модели аксионов, предложенных Печчеи-Куинн) являются одними из правдоподобных кандидатов на роль частиц холодной темной материи, несмотря на малую массу.

Также поле аксионоподобных частиц малой массы может действовать как поле квинтэссенции.



Обобщенный лагранжиан

Рассмотрен параметризованный лагранжиан, объединяющий в себе сразу 3 модели описания динамики скалярного поля, предложенный в статье [\[1\]](#):

$$\mathcal{L}_X = \alpha X^{\alpha^2} - V(\phi) (1 - 2X)^{\beta/2} \quad \text{, где } X = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi$$

$$(\alpha, \beta) = \begin{cases} \alpha = 0, \beta = 1; & \text{- модель тахионов;} \\ \alpha = 1, \beta = 0; & \text{- модель квинтэссенции;} \\ \alpha = -1, \beta = 0; & \text{- модель фантомного поля.} \end{cases}$$

В рамках работы в предыдущем семестре были рассмотрены случаи каждой из моделей с потенциалом самодействия аксионоподобной частицы [\[2\]](#).

$$V(\phi) = \Lambda^4 (1 - \cos(\frac{\phi}{f}))$$

Обобщенный лагранжиан

Плотность энергии и давление такого поля имеют вид:

$$\rho_\phi = \frac{\partial \mathcal{L}_X}{\partial \dot{\phi}} - \mathcal{L}_X = (2\alpha^3 - \alpha)X^{\alpha^2} + V(\phi)(1 - 2X)^{\beta/2} \left[1 + \frac{2\beta X}{(1 - 2X)} \right]$$

$$p_\phi = p_X + p_V + p_{(X,V)} = \alpha X^{\alpha^2} - V(\phi) + X\beta V(\phi)$$

А параметры уравнения состояния для кинетической, потенциальной и смешанной компонент имеют вид:

$$w_X = \frac{1}{2\alpha^2 - 1} = \text{const}$$

$$w_V = -1 = \text{const}$$

$$w_{X,V} = \begin{cases} \frac{1 - \dot{\phi}^2}{1 + \dot{\phi}^2}, & \text{для } \beta = 0 \\ 1 - \dot{\phi}^2, & \text{для } \beta = 1 \end{cases}$$

Обобщенный лагранжиан: случай 1

“Уравнение движения” для изотропного в пространстве поля аксионоподобной частицы имеет вид:

$$\ddot{\phi}\dot{\phi}\left[\alpha^2(2\alpha^3 - \alpha)\left(\frac{\dot{\phi}^2}{2}\right)^{\alpha^2-1} + \frac{V(\phi)(1 - \dot{\phi}^2)^{(\beta/2)}\beta}{(1 - \dot{\phi}^2)}\left(1 + \frac{(2 - \beta)\dot{\phi}^2}{1 - \dot{\phi}^2}\right)\right] + 3H\left[2\alpha^3\left(\frac{\dot{\phi}^2}{2}\right)^{\alpha^2} + \frac{\beta\dot{\phi}^2V(\phi)(1 - \dot{\phi}^2)^{(\beta/2)}}{(1 - \dot{\phi}^2)}\right] + \frac{dV}{d\phi}\left[\dot{\phi}(1 - \dot{\phi}^2)^{(\beta/2)}\left(1 + \frac{\beta\dot{\phi}^2}{1 - \dot{\phi}^2}\right)\right] = 0$$

$$w_X = \frac{1}{2\alpha^2 - 1} = \text{const}$$

$$w_V = -1 = \text{const}$$

$$w_{X,V} = \begin{cases} \frac{1 - \dot{\phi}^2}{1 + \dot{\phi}^2}, & \text{для } \beta = 0 \\ 1 - \dot{\phi}^2, & \text{для } \beta = 1 \end{cases}$$

В случае, когда параметр $\alpha \gg 1$ $w_X \rightarrow 0$, $w_V = -1$. Таким образом кинетическая компонента плотности энергии может описывать плотность темной материи, а потенциальная - плотность темной энергии. Задача подразделяется на два случая, когда $\beta=0$ (более простой, $\beta=0$ и $\rho_{X,V} \stackrel{\text{def}}{=} 0$) и $\beta=1$.

Обобщенный лагранжиан: случай 1

Уравнение движения для $\alpha \gg 1$ и $\beta=0$ с потенциалом ALP:

$$\alpha^2(2\alpha^3 - \alpha)\ddot{\phi}\dot{\phi}\left(\frac{\dot{\phi}^2}{2}\right)^{\alpha^2-1} + 6\alpha^3 H\left(\frac{\dot{\phi}^2}{2}\right)^{\alpha^2} + \frac{dV}{d\phi}\dot{\phi} = 0$$

$$V(\phi) = \Lambda^4(1 - \cos(\frac{\phi}{f}))$$

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left(2\alpha^3 \left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} \right)^{\alpha^2} + \Lambda^4 \left(1 - \cos \left(\frac{\phi}{f} \right) \right) \right)$$

В общем случае аналитического решения не имеет, также как и численные, в том числе неявные, для жестких систем, схемы не дали удовлетворительного результата [\[3\]](#).

Режим медленного скатывания

Потенциал $V(\phi)$ заморожен в точке максимума до момента пока не станет удовлетворяться соотношение $H^2 \approx m_a^2$. После чего поле начинает двигаться в минимуму потенциала.

Для стадии ускоренного расширения Вселенной рассмотрено приближение режима медленного скатывания (slow-roll mode) к минимуму потенциала, когда из аналогии с уравнением движения классической “механики” частицы трение велико и частица практически покойится. В данном приближении уравнение сводится к более простому:

$$C\sqrt{1 - \cos(y)} = \sin(y) (\dot{y})^{1-2\alpha^2}, \text{ где } y = f\phi, C = \text{const}$$

Режим медленного скатывания

После интегрирования для фиксированного $\alpha=5$ зависимость $t(y)$ имеет вид:

$$C_0 t + C_1 \approx -2 \left| \sin \left(\frac{y}{2} \right) \right| {}_2F_1(1/2, 25/49, 3/2, \sin^2 \frac{y}{2})$$

$$C_0 = \frac{2^{2\alpha^2-2} \Lambda^8 M_{Pl}}{\alpha^3 \hbar \sqrt{24\pi}}$$

Из начальных условий: $C_1 \approx -\pi$

${}_2F_1(1/2, 25/49, 3/2, \sin^2 (\frac{y}{2}))$ - гипергеометрическая функция

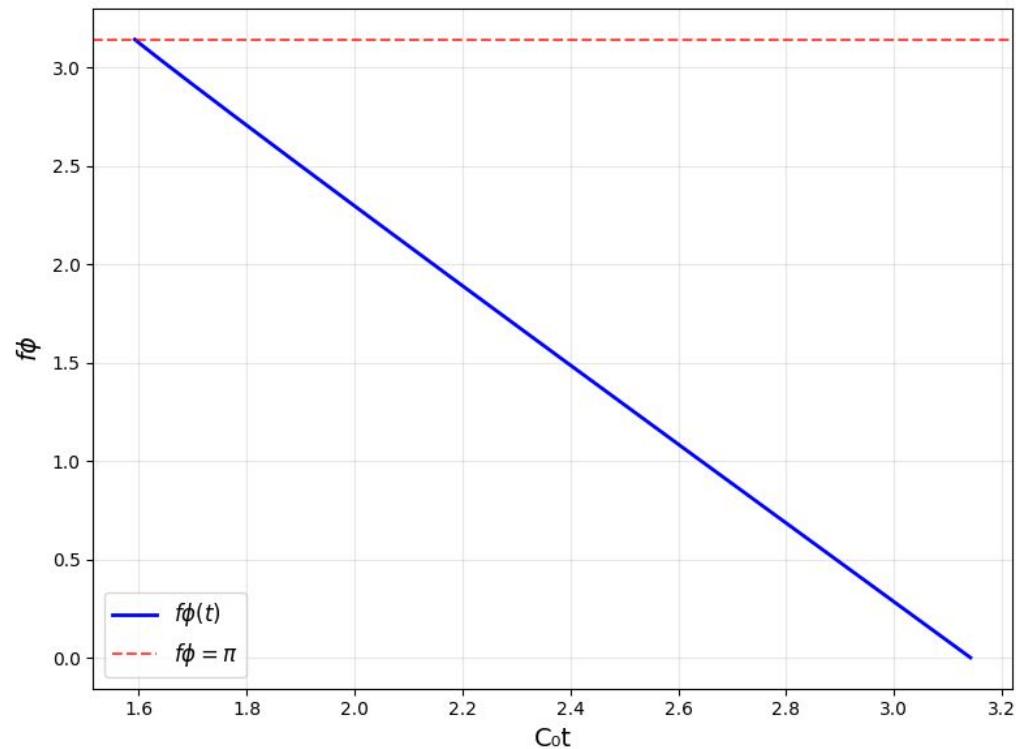


Рис.2 Эволюция поля в режиме медленного скатывания. f - параметр аксионоподобной частицы размерности массы, t - время.

Режим медленного скатывания

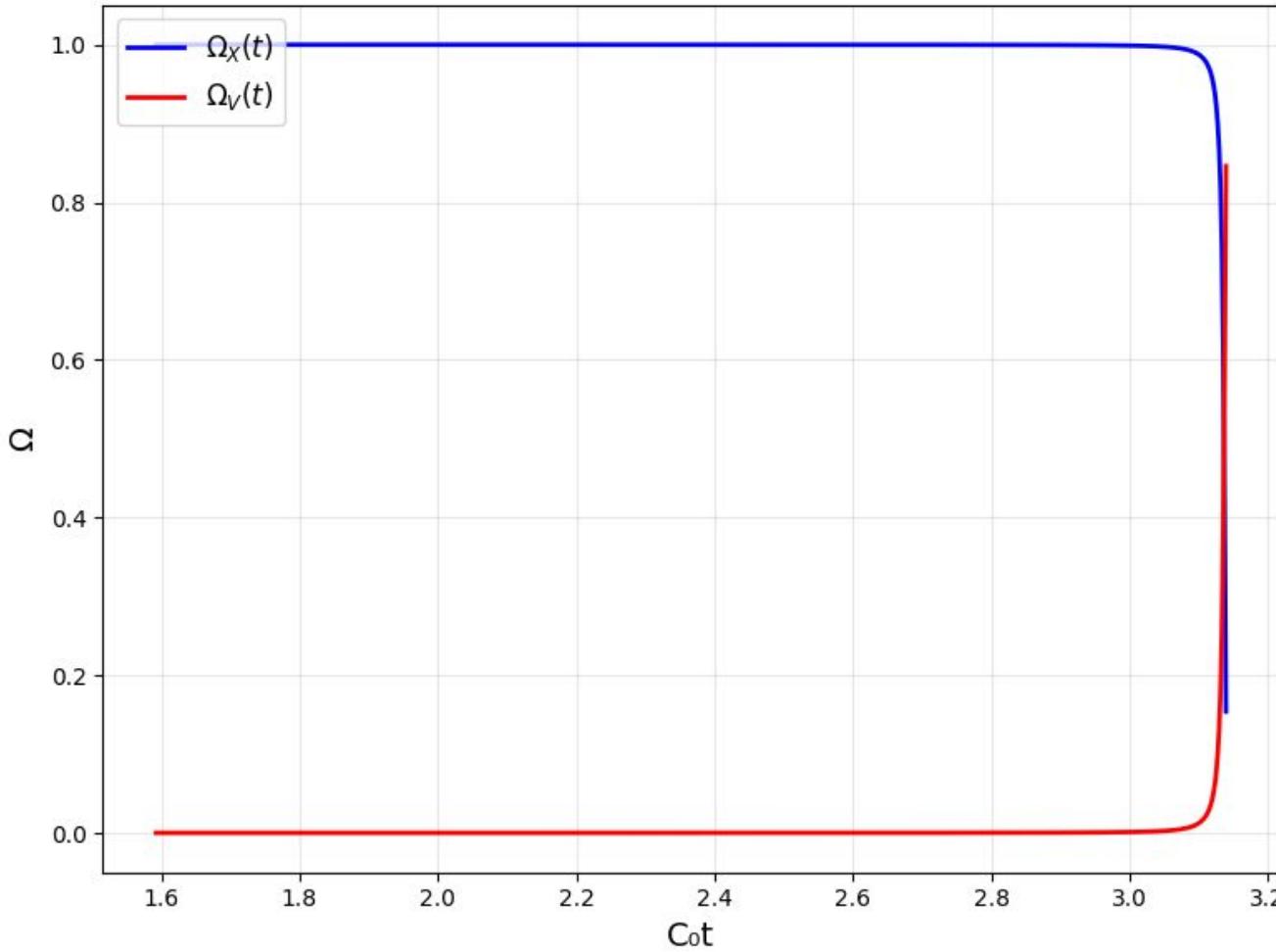


Рис.3 Эволюция компонент плотностей энергии поля. t - время;

Ω_X - относительная плотность кинетической компоненты;

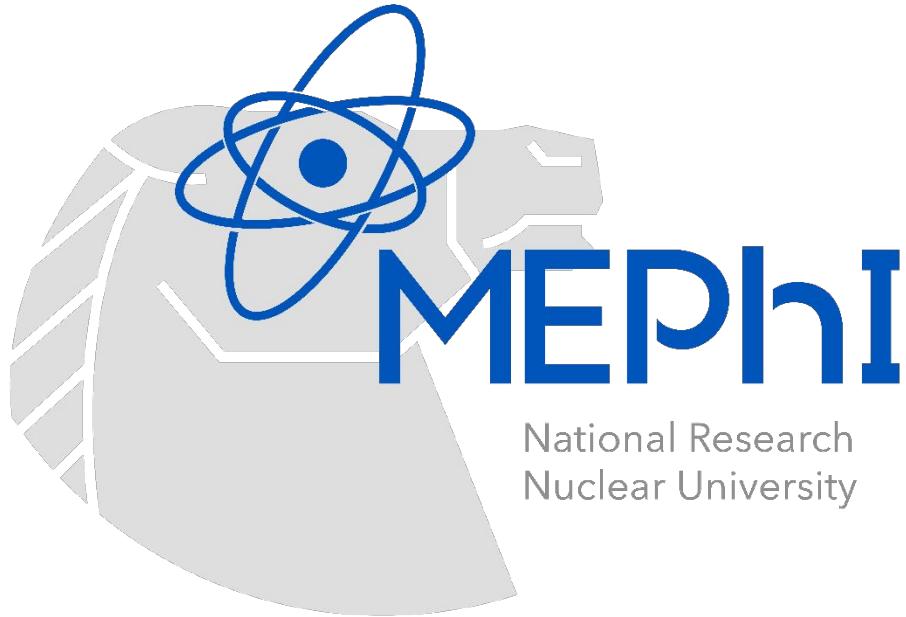
Ω_V - относительная плотность потенциальной компоненты;

$$C_0 = \frac{2^{2\alpha^2-2} \Lambda^8 M_{Pl}}{\alpha^3 \hbar \sqrt{24\pi}}$$

- Так как численные методы для уравнения движения ALP's с параметризованным лагранжианом не дают результатов, было проведено исследование поведения поля в режиме медленного скатывания;
- Получены графики эволюции плотностей энергии в режиме медленного скатывания, которые могут описывать поведение темной энергии и темной материи.

В дальнейшем планируется:

- Исследовать поведение поля в минимуме потенциала;
- Исследовать зависимость модели от параметров ALP's;
- Рассмотреть случай $\alpha \gg 1$ и $\beta = 1$.



Спасибо за внимание!

Численные схемы использованные в работе

Для решения уравнения движения:

$$\ddot{\theta} + \sqrt{\frac{24\pi}{(2\alpha^2 - 1)^2 M_{Pl}^2}} \dot{\theta} \sqrt{2 \frac{\alpha^3}{f^{2\alpha^2}} \left(\frac{\dot{\theta}^2}{2}\right)^{\alpha^2} + \Lambda^4 \left(1 - \cos\left(\frac{\phi}{f}\right)\right)} + \frac{\Lambda^4 f^{\alpha^2 - 3}}{\alpha^2(2\alpha^3 - \alpha)} \sin(\theta) \left(\frac{\dot{\theta}^2}{2}\right)^{1-\alpha^2} = 0$$

Были использованы:

1. ROS2, ROS4:

- как более простые в реализации написаны вручную, взрывной рост дает очень большую ошибку уже на первых итерациях;
- аналогичная ситуация при использовании данных методов из библиотеки SUNDIALS C++ (Lawrence Livermore National Laboratory).

2. SDIRK2, SDIRK4 :

- L-устойчивый, библиотека SUNDIALS, с адаптивным шагом;
- невозможно подобрать достаточно малый шаг интегрирования, чтобы ошибка не была критически большой.

3. BDF2:

- A-устойчивый, используется для более жестких задач, чем ROS и SDIRK;
- с адаптивным шагом, из библиотек SCIPy и SUNDIALS;
- аналогично SDIRK невозможно подобрать достаточно малый шаг интегрирования.

Квинтэссенция

Модель квинтэссенции описывается каноническим скалярным полем, минимально связанным с гравитацией. Медленно меняющееся поле вдоль потенциала $V(\phi)$ может привести к ускорению Вселенной. Уравнение состояния Параметр уравнения состояния в данном случае:

$$w_\phi = \frac{p_\phi}{\rho_\phi} = \frac{\dot{\phi}^2 - 2V(\phi)}{\dot{\phi}^2 + 2V(\phi)}$$

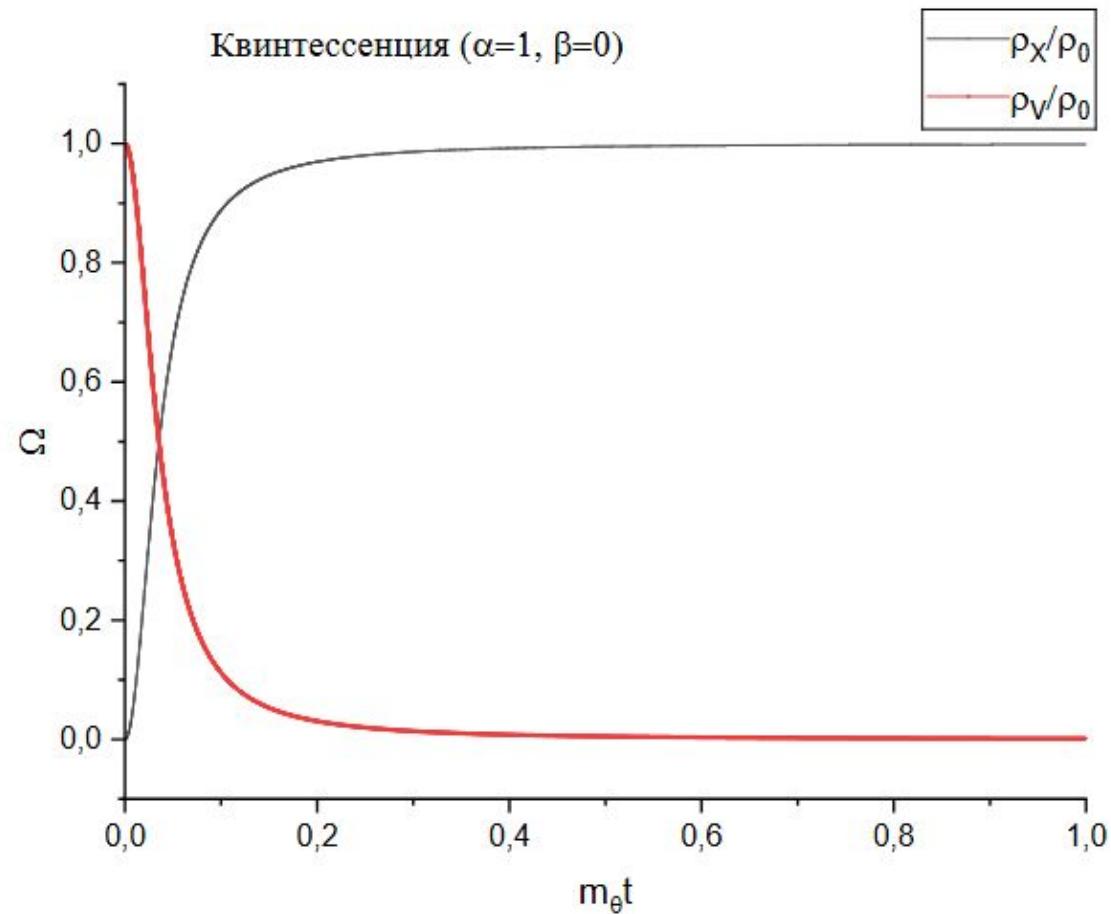
Плотность энергии:

$$\rho_\phi = \rho_X + \rho_V = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + \Lambda^4 \left(1 - \cos\left(\frac{\phi}{f}\right)\right)$$

Уравнение движения:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0 \quad , \text{ где} \quad H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} + \Lambda^4 \left(1 - \cos\left(\frac{\phi}{f}\right)\right) \right)$$

Эволюция плотности энергии квинтэссенции



$m_\theta = \frac{\Lambda^2}{f}$ - масса аксионоподобной частицы



Модель фантомного поля

Описывается аномальным скалярным полем ϕ , медленно меняющимся вдоль потенциала. Интересной особенностью такой модели является то, что с расширением плотность таких полей возрастает. Фантомные модели нарушают условие доминирующей энергии, поэтому они не могут быть физически стабильными моделями темной энергии, но, тем не менее, оказываются совместимыми с многими классическими тестами космологии.

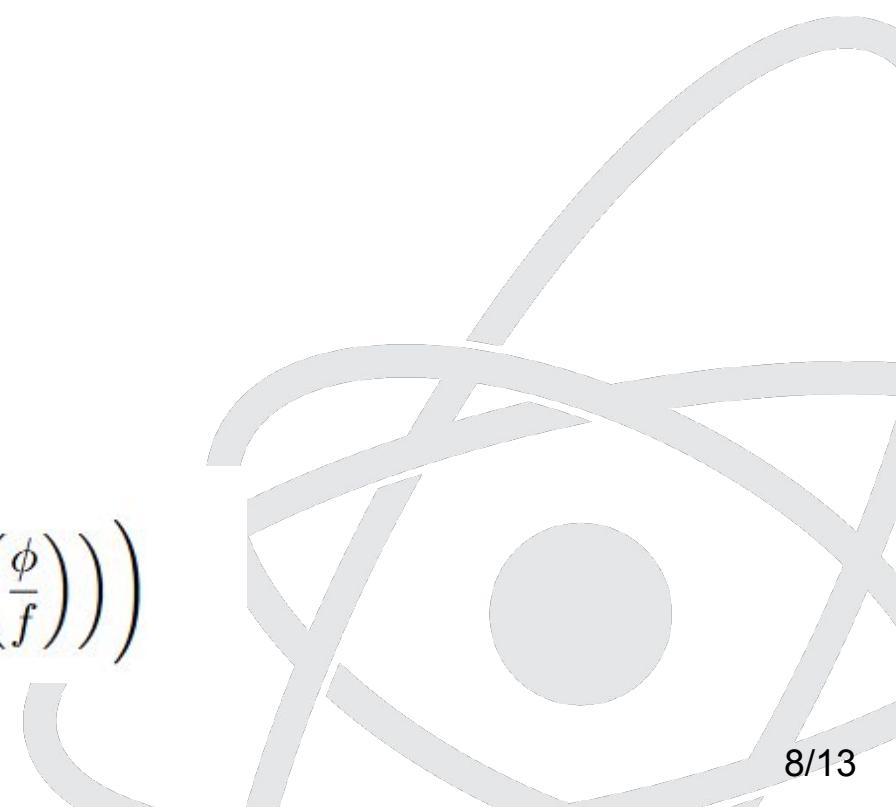
$$w_\phi = \frac{p_\phi}{\rho_\phi} = \frac{-\dot{\phi}^2 - 2V(\phi)}{-\dot{\phi}^2 + 2V(\phi)}$$

Плотность энергии:

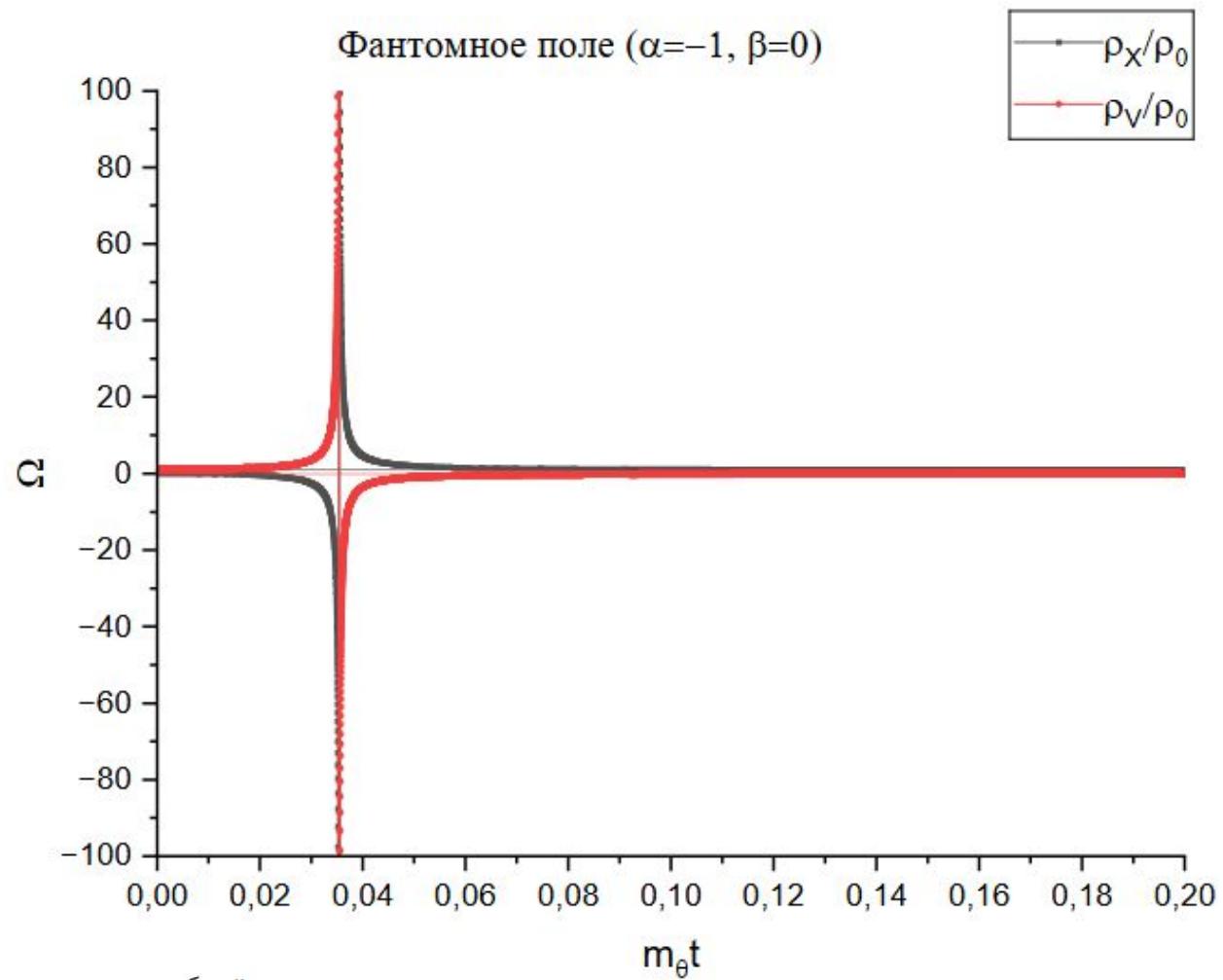
$$\rho_\phi = \rho_X + \rho_V = -\frac{\dot{\phi}^2}{2} + \Lambda^4 \left(1 - \cos\left(\frac{\phi}{f}\right)\right)$$

Уравнение движения:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - V'(\phi) = 0 \quad , \text{ где} \quad H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left(-\frac{\dot{\phi}^2}{2} + \Lambda^4 \left(1 - \cos\left(\frac{\phi}{f}\right)\right) \right)$$



Эволюция плотности энергии фантомного поля



Тахионы

Скалярное поле, изменяющее плотность энергии вакуума, также можно описать динамикой аксионоподобных тахионов. Уравнение состояния в этом случае имеет вид:

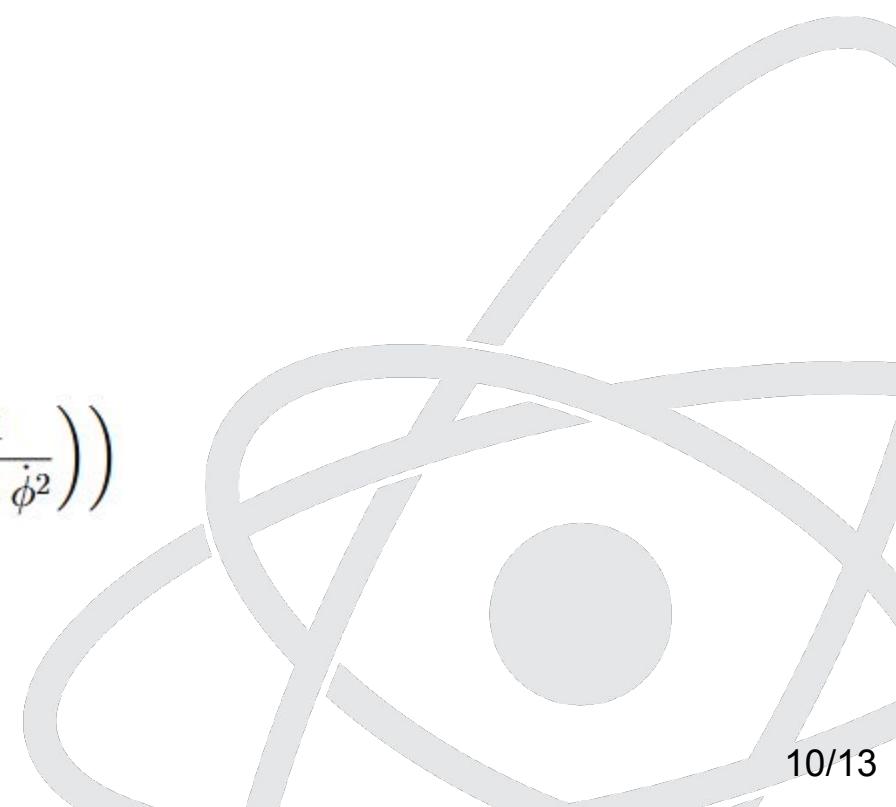
$$w_\phi \equiv \frac{p_\phi}{\rho_\phi} = \dot{\phi}^2 - 1$$

Плотность энергии:

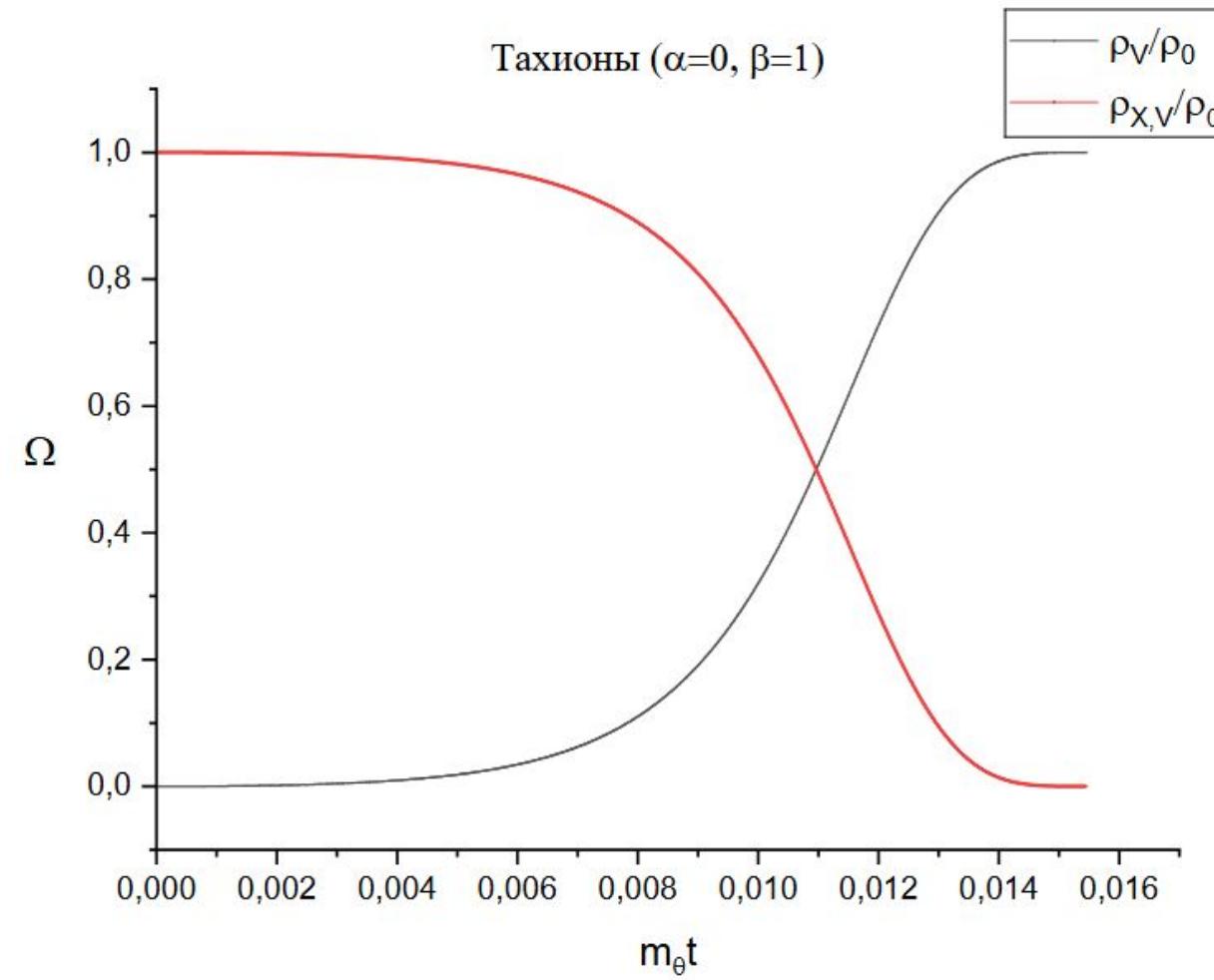
$$\rho_\phi = \rho_V + \rho_{X,V} = V(\phi) + \frac{\dot{\phi}^2}{2} V(\phi) \left(\frac{1}{1 - \dot{\phi}^2} \right)$$

Уравнение движения:

$$\frac{\ddot{\phi}}{1 - \dot{\phi}^2} + 3H\dot{\phi} + \frac{V'(\phi)}{V(\phi)} = 0, \text{ где } H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left(\Lambda^4 \left(1 - \cos \left(\frac{\phi}{f} \right) \right) \left(1 + \frac{1}{1 - \dot{\phi}^2} \right) \right)$$



Эволюция плотности энергии тахионов



$m_\theta = \frac{\Lambda^2}{f}$ - масса аксионоподобной частицы